



UNIVERSITE  
JEAN LOROUGNON GUEDE

**UFR ENVIRONNEMENT**

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE  
Union-Discipline-Travail

-----  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et  
de la Recherche Scientifique

## **MASTER**

### **Physique-Chimie**

**Option : Physique-Chimie Appliquée à l'Environnement**

#### **THEME :**

**ESTIMATION DU TEMPS DE RETOUR DES DEBITS EXTRÊMES  
DE LA RIVIERE LOBO-DALOA PAR LES LOIS EXTRÊMES**

LABORATOIRE :

SCIENCES ET  
TECHNOLOGIES DE  
L'ENVIRONNEMENT

Présenté par :

**DJAHA Kouakou Athanase**

#### **JURY**

**Président : M. DIBI Brou, Maître de Conférences,**

**Université Jean Lorougnon Guédé**

**Directeur : M. KOUADIO Zilé ALEX, Maître de Conférences,**

**Université Jean Lorougnon Guédé**

**Encadreur : M. OKOU Gueï Cyrille, Maître Assistant,**

**Université Jean Lorougnon Guédé**

**Examineur : M. KEITA Kolé, Maître Assistant,**

**Université Jean Lorougnon Guédé**

Soutenu publiquement  
le : 16/10/2021



UNIVERSITE  
JEAN LOROUGNON GUEDE

**UFR ENVIRONNEMENT**

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE

Union-Discipline-Travail

-----  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et  
de la Recherche Scientifique

ANNEE ACADEMIQUE :  
2020-2021  
N° D'ORDRE : 0499/2021  
N° CARTE D'ETUDIANT :  
CI0416008429

## **MASTER**

### **Physique-Chimie**

**Option : Physique-Chimie Appliquée à l'Environnement**

#### **THEME :**

**ESTIMATION DU TEMPS DE RETOUR DES DEBITS EXTRÊMES  
DE LA RIVIERE LOBO-DALOA PAR LES LOIS EXTRÊMES**

LABORATOIRE :  
  
SCIENCES ET  
TECHNOLOGIES DE  
L'ENVIRONNEMENT

Présenté par :

**DJAHA Kouakou Athanase**

#### **JURY**

**Président : M. DIBI Brou, Maître de Conférences,**

**Université Jean Lorougnon Guédé**

**Directeur : M. KOUADIO Zilé ALEX, Maître de Conférences,**

**Université Jean Lorougnon Guédé**

**Encadreur : M. OKOU Gueï Cyrille, Maître Assistant,**

**Université Jean Lorougnon Guédé**

**Examineur : M. KEITA Kolé, Maître Assistant,**

**Université Jean Lorougnon Guédé**

Soutenu publiquement  
le : 16/10/2021

## **DEDICACES**

Je dédie le présent Mémoire à toute ma famille.

Mes pensées vont particulièrement à l'endroit de :

- Mon père DJAH KOUASSI
- Ma mère KOFFI AFFOUE ET SABINE
- Au couple GOLI
- Mes frères et sœurs en témoignage de mon amour fraternel

## REMERCIEMENTS

Le temps est venu pour moi d'exprimer toute ma grande reconnaissance envers tous celles et ceux qui, de près ou de loin, m'ont aidé et encouragé dans les moments difficiles dont le but était l'obtention du diplôme de Master en Physique Chimie Appliquée à l'Environnement à l'Université Jean Lorougnon Guédé.

Les autorités de l'Université Jean Lorougnon Guédé en général et en particulier à Madame **TIDOU Abiba Sanogo Epouse KONE**, Professeur Titulaire, Présidente de ladite Université. Merci à vous de m'avoir offert l'opportunité de réaliser cette étude.

Je remercie vivement Monsieur **KOUASSI Kouakou Lazare**, Professeur Titulaire, Directeur de l'UFR Environnement, pour sa bonne gestion de l'UFR Environnement, sa détermination à garantir un encadrement de qualité aux étudiants et pour une UFR d'Excellence.

Je remercie Monsieur **DIBI Brou**, Maître de Conférences à l'Université Jean Lorougnon Guédé, Directeur du Laboratoire Sciences et Technologies de l'Environnement, pour son implication active dans ce travail sans oublier le conseil scientifique pour son apport rigoureux dans l'élaboration d'un travail abouti. Mes sincères remerciements.

Mes remerciements vont également à l'endroit de Monsieur **KOUADIO Zilé Alex**, Maître de Conférences à l'Université Jean Lorougnon Guédé, Directeur scientifique de ce mémoire. Mes sincères remerciements à vous Docteur pour votre soutien et votre apport pour la réalisation de ce mémoire.

Je dois toute ma profonde gratitude à mon encadreur Monsieur **OKOU Gueï Cyrille**, Maître Assistant à l'Université Jean Lorougnon Guédé, pour son dévouement et surtout d'avoir accepté l'encadrement de ce mémoire. Je lui suis reconnaissant pour tout ce qu'il m'a appris et pour l'aide apportée durant ce travail. J'ai trouvé auprès de lui compétence, rigueur et disponibilité. Je tiens à lui dire du fond du cœur, merci.

Je suis également très heureux de témoigner ma profonde estime à Monsieur **KEITA Kolé**, Maître Assistant à l'Université Jean Lorougnon Guédé, pour m'avoir permis de bénéficier de ses compétences scientifiques. Mes sincères remerciements à vous Docteur.

A Monsieur **N'DRI Aubin**, Maître Assistant à l'Université Jean Lorougnon Guédé, je lui suis profondément gré pour tout ce qu'il a fait pour l'aboutissement de ce mémoire. En effet, ces conseils, ces critiques pertinentes et sa disponibilité.

Je remercie les membres du jury qui m'ont honoré de leur présence et pour la grande attention et le temps prêté à mon travail en acceptant de l'examiner et de l'enrichir par leurs propositions.

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à ma famille particulièrement, mon père **DJAH Kouassi**, ma mère **KOFFI Affoué Sabine**, ma grande sœur **KOUASSI Amino Nadège** et son époux **GOLI Poui Simon** pour leurs aides apportées depuis toujours.

Je remercie les enseignants et les étudiants de la physique chimie et mes connaissances pour m'avoir transmis leurs connaissances et leurs conseils sans cesse depuis la première année. Qu'ils continuent de croire en moi. Enfin, à tous ceux que j'ai dû omettre qu'ils m'en excusent et trouvent néanmoins en ces lignes l'expression de ma profonde gratitude.

## TABLE DES MATIERES

TABLE DES MATIERES .....	i
LISTE DES SIGLES ET ABREVIATIONS .....	iv
LISTE DES TABLEAUX.....	v
LISTE DES FIGURES .....	vi
INTRODUCTION.....	1
PREMIERE PARTIE : GENERALITES .....	3
1.1. Présentation de la zone d'étude .....	3
1.2. Généralités sur les crues .....	4
1.2.1. Définition d'une crue .....	4
1.2.2. Phénomènes ou évènements provoquant l'apparition de crues.....	4
1.3. Généralités sur les débits.....	5
1.3.1. Définition .....	5
1.3.2. Types de débit .....	5
1.4. Conclusion.....	6
DEUXIEME PARTIE : MATERIEL ET METHODES .....	8
2.1. Matériel .....	8
2.1.1. Données d'étude .....	8
2.1.2. Matériel hydrologique .....	8
2.1.3. Matériel mathématique.....	8
2.2. Méthodes .....	10
2.2.1. Détermination des débits .....	10
2.2.1.1. Détermination par calcul .....	10
2.2.1.2. Détermination par mesure .....	11
2.2.2. Analyse fréquentielle.....	11
2.2.2.1. Echantillonnage .....	11
2.2.2.2. Hypothèses de bases : Hypothèse nulle et Hypothèse alternative.....	11

2.2.2.3. Tests statistiques utilisés .....	12
2.2.2.3.1. Test d'indépendance.....	12
2.2.2.3.2. Test d'homogénéité .....	13
2.2.3. Théorie des valeurs extrêmes .....	14
2.2.3.1. Méthode de maxima par bloc .....	14
2.2.3.2. Loi GEV (Generalized Extremes Values).....	15
2.2.4. Domaines d'attraction .....	16
2.2.5. Estimation des paramètres.....	17
2.2.5.1. Méthodes d'estimation pour la loi de Gumbel.....	17
2.2.5.1.1. Méthode du maximum de vraisemblance.....	17
2.2.5.1.2. Méthode des moments.....	18
2.2.5.2. Méthodes d'estimation pour les lois de Fréchet et de Weibull .....	18
2.2.5.2.1. Méthode du maximum de vraisemblance.....	18
2.2.6. Choix des paramètres initiaux .....	19
2.2.7. Estimation du temps de retour des quantiles extrêmes .....	21
<b>TROISIEME PARTIE : RESULTATS ET DISCUSSION .....</b>	<b>23</b>
3.1. Résultats .....	23
3.1.1. Données.....	23
3.1.2. Vérification des hypothèses de bases .....	24
3.1.3. Estimation des paramètres.....	25
3.1.3.1. Estimation des paramètres pour la loi de Gumbel.....	25
3.1.3.2. Estimation des paramètres pour la loi de Fréchet .....	26
3.1.4. Identification de la loi des débits extrêmes .....	29
3.1.5. Estimation du temps de retour des débits par les lois extrêmes.....	30
3.2. Discussion .....	32
<b>CONCLUSION .....</b>	<b>34</b>

REFERENCES..... 35



## **LISTE DES SIGLES ET ABREVIATIONS**

<b>BM</b>	: Block Maxima
<b>DA</b>	: Domaines Attraction
<b>GEV</b>	: Generalized Extreme Value (Valeurs Extrêmes Généralisées)
<b>GPD</b>	: Distribution de Pareto Généralisée
<b>iid</b>	: Indépendante et identiquement distribuée
<b>PPRI</b>	: Plans de Préventions des Risques d’Inondation
<b>POT</b>	: Peaks Over Theshold (Pics au-delà du seuil)
<b>TVE</b>	: Théorie des Valeurs Extrêmes
<b>IDD</b>	: International Disaster Database
<b>BFGS</b>	: Broyden Fletcher Goldfarb Shanno

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau I	: Résultats de la statistique descriptive .....	23
Tableau II	: p-value des tests d'hypothèses de bases .....	24
Tableau III	: Estimation des paramètres pour la loi de Gumbel.....	25
Tableau IV	: paramètres d'initialisation et d'erreur quadratique entre la densité théorique et la densité empirique associée .....	28
Tableau V	: Estimation des paramètres pour la loi de Fréchet.....	28
Tableau VI	: Biais relatif aux quantiles estimés et empiriques pour la loi de Fréchet.....	29
Tableau VII	: Biais relatif aux quantiles estimés et empiriques pour la loi de Gumbel.....	30
Tableau VIII	: Temps de retour des débits les moins probables .....	31
Tableau IX	: Temps de retour des débits les plus probables .....	31

## LISTE DES FIGURES

Figure 1 : Présentation du bassin versant de Lobo.....	3
Figure 2 : Station hydrométrique .....	8
Figure 3 : Schéma de la méthode des maxima par bloc .....	15
Figure 4 : Définition de la période de retour .....	22
Figure 5 : Débits maxima hebdomadaires entre octobre 2000 et décembre 2010 .....	23
Figure 6 : Histogramme des débits extrêmes .....	24
Figure 7 : Graphique de la fonction moyenne des excès.....	26
Figure 8 : Représentation graphique de l'estimateur de Hill en fonction des différentes valeurs de k .....	27

## **INTRODUCTION**

Selon l'IDD, les inondations représentent l'un des fléaux naturels les plus courants et exorbitants dans le monde. Elles concernent plus de 3 milliards de personnes (parmi lesquelles environ 7 millions de victimes) avec des dommages évalués à plus de 350 milliards d'euros sur la période 1901-2010 (Penot, 2014). Face à cette statistique, nous avons observé dans le monde scientifique, au cours des dernières décennies, un intérêt renouvelé pour la modélisation et l'analyse statistique des phénomènes dites extrêmes (Diamoutene, 2018) qui sont aussi violents que variés (inondation, crues, sécheresses intenses, pluies diluviennes, ...). La modélisation de ces phénomènes extrêmes est devenue un axe de recherche très important, notamment en hydrologie, du fait des enjeux socio-économiques. Ces phénomènes extrêmes sont le plus souvent des phénomènes rares dont la probabilité de réapparition est très faible (Amine, 2014). C'est pour cette raison que leur étude est devenue un sujet qui éveille de plus en plus d'intérêt dans la branche des sciences en particulier des sciences de l'eau (Souanef, 2015).

Afin de protéger les habitations, les zones industrielles, etc., des montées d'eau, plusieurs mesures peuvent être prises. Des ouvrages hydrauliques (barrages, digues, ponts, etc.) peuvent être construits, des Plans de Préventions des Risques d'Inondation (PPRI) peuvent être établis (Badaoui, 2015). Cependant, la mise en place et le dimensionnement des différents dispositifs de lutte contre le risque d'inondation causé par les crues reposent sur la connaissance et la détermination du « Débit » de crue extrême de référence (Souanef, 2015). En outre, la prise en considération du niveau maximal qui sera probablement atteint est extrêmement importante et donc le calcul des crues extrêmes est nécessaire pour la protection des zones industrielles et des populations environnantes contre les dommages et les risques. Il permet la définition de l'échelle d'intensité des événements extrêmes, la sécurité des ouvrages hydrauliques et la validité des PPRI (Badaoui, 2015). Le comportement des débits de crues peut être décrit par les trois lois de distributions extrêmes : Gumbel, Fréchet et Weibull.

L'objectif du présent travail est destiné à l'estimation du temps de retour des débits extrêmes de la rivière Lobo-Daloo. De façon spécifique, ce travail consistera à :

- analyser la distribution statistique des débits maxima hebdomadaires.
- estimer les paramètres des densités de distribution extrême à partir des données réelles.
- estimer les temps de retour des débits extrêmes par la densité la mieux adaptée à nos observations.

Pour atteindre ces objectifs, ce mémoire s'articulera autour de trois grandes parties. La première partie sera une synthèse bibliographique, qui permettra de compiler les différentes

connaissances de base liées aux crues. La deuxième partie sera quant à elle, dédiée aux matériels et méthodes. Dans cette partie, nous allons aborder non seulement la description des outils de travail et la zone d'étude mais aussi la présentation des différentes techniques de mesure et d'analyse des débits et une analyse fréquentielle. La troisième partie sera consacrée aux résultats et à la discussion. Une conclusion en dernier lieu est apportée pour mettre en évidence et synthétiser les différents résultats obtenus à l'issue de notre étude et quelques perspectives.

## **PREMIERE PARTIE : GENERALITES**

Le débit d'un cours d'eau fluctue naturellement au cours du temps. Il est en crue lorsqu'il subit une hausse momentanée, plus ou moins rapide, de son débit, et par conséquent de sa hauteur d'eau. En effet, le débit se calcule en mesurant la hauteur d'eau (crue) en un point donné du cours d'eau. Ceci implique une connaissance des crues de manière à déterminer une relation entre la hauteur d'eau et le débit (voir 2.3.1.1).

Il s'agira donc dans ce chapitre, dans un premier temps, de présenter la zone d'étude, dans un second temps, de présenter les généralités sur les crues et les débits. C'est-à-dire, donner d'abord, une définition claire du mot crue et ses caractéristiques. Ensuite, nous allons présenter les phénomènes responsables des crues. Enfin, nous donnerons une définition de la notion de débit et énumérer les différents types de débit.

### 1.1. Présentation de la zone d'étude

La Lobo est située au centre-ouest de la Côte d'Ivoire entre  $6^{\circ}05'$  et  $6^{\circ}55'$  de longitude Ouest et entre  $6^{\circ}02'$  et  $7^{\circ}55'$  de latitude Nord. La rivière couvre une superficie de 12 722 km<sup>2</sup> et parcourt 355 km. Elle est l'un des principaux affluents en rive gauche du fleuve Sassandra. (Yao, 2015).

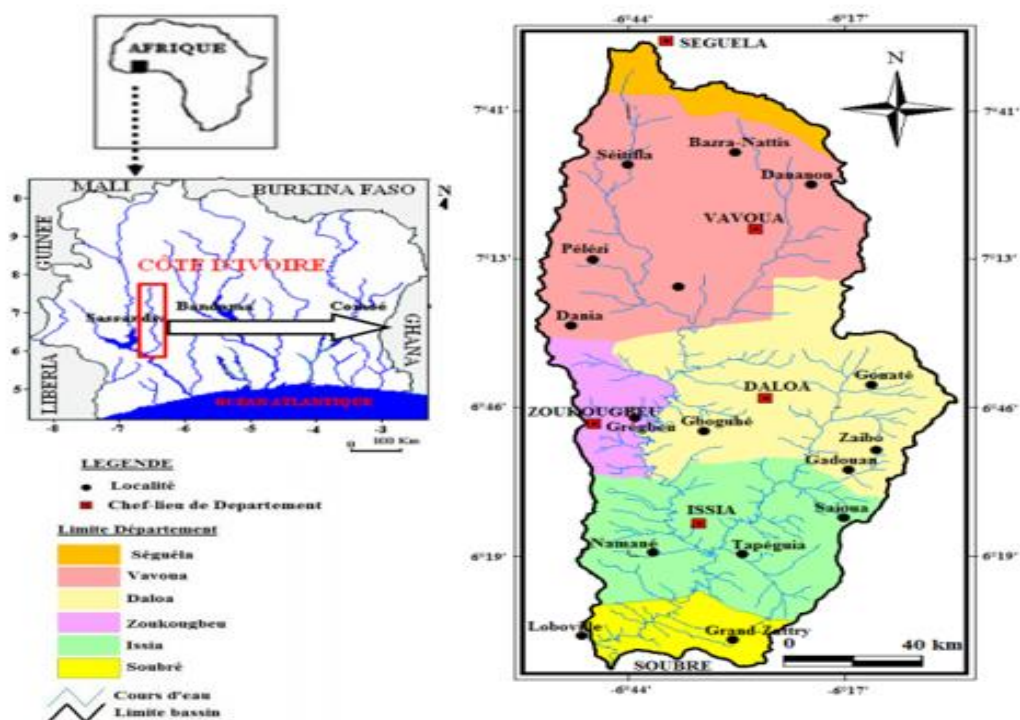


Figure 1 : Présentation du bassin versant de Lobo (Yao, 2015)



## 1.2. Généralités sur les crues

### 1.2.1. Définition d'une crue

Une crue est l'augmentation plus ou moins brutale du débit et donc de la montée d'un cours d'eau, avec ou sans débordement. Une rivière est dite en crue lorsqu'il y'a une rapide augmentation du débit, qui fait en sorte que celui-ci dépasse un seuil déterminé, c'est-à-dire un quantile supérieur à la valeur perçue en moyenne (Ancey, 2012). La crues est caractérisée principalement par sa période de retour mais aussi par sa genèse, sa durée, sa fréquence, son débit de pointe (ou débit maximum) et son volume (Klemes, 1993).

### 1.2.2. Phénomènes ou évènements provoquant l'apparition de crues

Meylan & Musy (1999) ont classé les évènements provoquant l'apparition des crues dans l'ordre de leur importance et fréquence :

- Evénements météorologiques intrinsèques ou combinés :

- Précipitations extraordinaires (liquides ou solides) en intensité ou en durée ;
- Fonte extraordinaire des neiges ou de glace (due à des températures tout aussi extraordinaires) ou fonte « normale » mais combinée avec d'autres évènements.

- Embâcle ou débâcle de glaces : ce type de crues est provoqué par le dégel printanier dans les régions ou les cours d'eau gèlent durant l'hiver ; Cette situation est caractéristique des régions froides comme la Sibérie et le Canada. Le dégel entraîne la mise en mouvement des blocs de glaces qui peuvent s'accumuler au droit d'un obstacle. La retenue ainsi formée peut entraîner d'une part une élévation du niveau de l'eau à l'amont et des inondations par débordement. D'autre part il est possible que la retenue se rompe et provoque une crue brutale.

- Autre causes :

- Rupture de barrage ;
- Crevasion d'occlusions dans les masses de glaces qui peut libérer rapidement un volume important d'eau.

En plus des précipitations directes responsables de l'apparition de crues on peut citer les processus superficiels tel que l'écoulement hortonien, le ruissellement sur surfaces saturées, le

phénomène de battance mais aussi les processus hypodermiques à savoir l'effet piston, l'écoulement par intumescence de la nappe, l'écoulement par macropore.

### 1.3. Généralités sur les débits

#### 1.3.1. Définition

Le débit instantané  $Q$  (en  $m^3/s$ ), est le volume ( $V$ ) d'eau passant à travers une section d'un cours d'eau pendant une unité de temps ( $t$ ) :

$$Q = \frac{V}{t}$$

Cependant, le débit d'un cours d'eau est influencé essentiellement par certains paramètres à savoir :

- les caractéristiques physiques du bassin versant : sa profondeur, sa pente, la taille du bassin versant (sa superficie), son temps de concentration (présence de barrage), ses types de couverture (végétation, agricole, urbaine), sa géologie (perméabilité des couches de terrain, présence de nappes) ;
- la météorologie passée et récente (pluviométrie, précipitation, évapotranspiration) en durée et en intensité ;
- les usages de l'eau (prélèvement d'eau domestique et agricole, irrigation).

Pour un même cours d'eau le débit augmente de la source vers l'exutoire.

#### 1.3.2. Types de débit

Pour étudier le comportement d'un cours d'eau à partir des débits, il est nécessaire de connaître la nature de ceux-ci. On distingue cependant, plusieurs types de débit :

- Débit moyen journalier : Il s'agit du rapport entre le volume écoulé, durant une journée complète.
- Débit moyen hebdomadaire : Il s'agit de la moyenne, pour une semaine donnée, des débits moyens journaliers.
- Débit moyen mensuel : Il s'agit de la moyenne, pour un mois donné, des débits moyens journaliers
- Débit moyen annuel : Il s'agit de la moyenne, pour une année donnée, des débits moyens journaliers.
- Débit naturel (reconstitué) : C'est le débit observé en absence d'ouvrage hydraulique modifiant le régime du cours d'eau au niveau de la station. Une valeur est estimée pour

les débits mensuels et annuels uniquement.

- Débit spécifique : Débit par unité de superficie de bassin versant exprimé généralement en litres/seconde/Km<sup>2</sup>. Il permet la comparaison entre des cours d'eau sur des bassins versants différents.
- Débit interannuel : Le débit mensuel interannuel pour un mois considéré est la moyenne des débits mensuels dudit mois sur n (le nombre) années. Il permet de caractériser l'écoulement moyen d'un mois donné.
- Débit quinquennal humide : Le débit mensuel interannuel quinquennal humide pour un mois considéré ex. janvier, est le débit mensuel de janvier qui a une probabilité de 0,2 d'être dépassée chaque année. Il permet de caractériser un mois calendaire de forte hydraulicité.
- Débit quinquennal sec : Le débit mensuel interannuel quinquennal sec pour un mois considéré exemple janvier, est le débit mensuel de janvier qui a une probabilité de 0,8 d'être dépassée chaque année. Il permet de caractériser un mois calendaire de faible hydraulicité.

#### 1.4. Conclusion

L'observation de la hauteur d'eau permet d'estimer le débit des rivières. Cette surveillance permet de mieux comprendre le comportement du cours d'eau et fournir les éléments de connaissance nécessaires à la gestion des risques d'inondation ou de sécheresse.

## **DEUXIEME PARTIE : MATERIEL ET METHODES**

Afin de recueillir et traiter les données et par la suite déterminer le modèle qui leur est adapté à partir d'une étude comparative, un ensemble d'instrument et de techniques d'acquisition des données in situ sont nécessaires. Dans cette section, nous présenterons dans un premier temps, le matériel et les techniques de mesures. Dans un second temps, nous nous intéresserons à la description du matériel de mesure, de calcul et les différentes techniques d'échantillonnage. Enfin, nous déterminerons les estimateurs des densités et nous estimerons les temps de retour par la loi la mieux adaptée à nos observations.

## 2.1. Matériel

### 2.1.1. Données d'étude

Les données utilisées dans cette étude sont issues de la station de Lobo-Daloa. Ces données sont des débits moyens hebdomadaires avec une période d'observation d'octobre 2000 à décembre 2010. Cependant nous avons observé des sauts de prélèvement qui ont été retiré.

### 2.1.2. Matériel hydrologique

Pour le prélèvement des données, nous avons eu recours à une station hydrométrique qui est un appareillage mis en place sur un cours d'eau ou un réservoir d'eau permettant d'en évaluer le débit et d'enregistrer les valeurs obtenues en vue de l'étude de phénomènes hydrologiques.



Figure 2 : Station hydrométrique

### 2.1.3. Matériel mathématique

Pour atteindre nos objectifs, nous avons eu recours à plusieurs outils de travail :

- Word 2016 de Microsoft qui a servi à rédiger le mémoire.

- Le tableur Excel 2016 de Microsoft a permis le traitement des données ;
- Le logiciel R & Rstudio ont permis de faire l'analyse statistique (réaliser les tests, faire les estimations et construire les graphes) ;

### ❖ Présentation de R

Le logiciel R est un logiciel de statistique créé par Ross Ihaka et Robert Gentleman (Ihaka & Gentleman, 1996). Il est à la fois un langage informatique et un environnement de travail : les commandes sont exécutées grâce à des instructions codées dans un langage relativement simple, les résultats sont affichés sous forme de texte et les graphiques sont visualisés directement dans une fenêtre qui leur est propre. R est un logiciel gratuit et à code source ouvert (opensource). Il fonctionne sous UNIX (et Linux), Microsoft Windows et Mac OS. C'est donc un logiciel multi-plates-formes. Il est développé dans la mouvance des logiciels libres par une communauté sans cesse plus vaste de bénévoles motivés. C'est aussi un outil très puissant et très complet, particulièrement bien adapté pour la mise en œuvre informatique de méthodes statistiques (Lafaye *et al.*, 2014).

### ❖ Présentation de RStudio

RStudio est un environnement de développement intégré libre, gratuit, et qui fonctionne sous Windows, Mac OS X et Linux. Il complète R et fournit un éditeur de script avec coloration syntaxique, des fonctionnalités pratiques d'édition et d'exécution du code (comme l'autocomplétion), un affichage simultané du code, de la console R, des fichiers, graphiques et pages d'aide, une gestion des extensions, une intégration avec des systèmes de contrôle de versions comme git, etc. Il intègre de base divers outils comme par exemple la production de rapports au format Rmarkdown. Il est préférable de commencer par installer R avant d'installer RStudio.

L'interface de RStudio est divisée en quatre quadrants :

- Le quadrant supérieur gauche est dédié aux différents fichiers de travail,
- Le quadrant inférieur gauche correspond à ce que l'on appelle la console,
- Le quadrant supérieur droit permet de connaître la liste des objets en mémoire ou environnement de travail (onglet Environment) ainsi que l'historique des commandes saisies dans la console (onglet History).
- Le quadrant inférieur droit affiche la liste des fichiers du répertoire de travail (onglet Files), les graphiques réalisés (onglet Plots), la liste des extensions disponibles (onglet Packages),

l'aide en ligne (onglet Help) et un Viewer utilisé pour visualiser certains types de graphiques au format web.

## 2.2. Méthodes

### 2.2.1. Détermination des débits

Prédire et gérer les débits des cours d'eau est une nécessité pour la maîtrise des crues, l'alimentation en eau, l'agriculture et la production d'énergie.

Le choix de la méthode de mesure des débits et de l'équipement nécessaire, est fonction des facteurs suivants (Daum, 1994)

- ordre de grandeur du débit de la source
- variabilité du débit
- type de captage réalisé ou possible à réaliser
- précision souhaitée pour la mesure
- fréquence souhaitée des mesures (mesure ponctuelle, périodique ou enregistrement continu)
- faisabilité économique

Dans tous les cas, la mesure du débit d'une source, comme toute mesure de débit, peut se faire de manière indirecte, i.e. par la mesure d'autres grandeurs physiques, et ensuite par calcul ou lecture d'abaque.

Les grandeurs physiques intermédiaires pouvant être mesurées ou intervenant pour le calcul d'un débit sont :

- les longueurs (ou distances) (L)
- la hauteur d'eau (h)
- les surfaces (S)
- les volumes (V)
- les temps (t)
- les pressions
- les vitesses (v)

#### 2.2.1.1. Détermination par calcul

Par calcul, le débit est déterminé par la relation suivante :

$$Q \text{ [m}^3\text{/s]} = \text{Volume [m}^3\text{]} / \text{temps [s]} = v \times h \times L$$

### 2.2.1.2. Détermination par mesure

Pour mesurer le débit d'un écoulement naturel, il existe différentes méthodes mais le plus souvent on utilise la méthode dite "d'exploration du champ de vitesse" qui consiste à déterminer la vitesse de l'écoulement en différents points de la section, tout en mesurant la surface de la section mouillée à l'aide d'un moulinet hydrométrique. Cependant, pour notre étude nous avons utilisé une station hydrométrique (Figure 2).

### 2.2.2. Analyse fréquentielle

L'analyse fréquentielle est une méthode de prédiction. Cependant, lorsque les données relatives à des phénomènes passés sont accessibles, l'analyse fréquentielle permet de les étudier et de déterminer la probabilité de réapparition de ces phénomènes.

#### 2.2.2.1. Echantillonnage

L'échantillonnage est mené par extraction de valeurs maximales hebdomadaires. Il est supposé permettre l'obtention d'une collection de valeurs issues d'une variable aléatoire, qui vérifient les hypothèses suivantes :

- Les variables extraites doivent être homogènes, ou identiquement distribuées (c'est-à-dire qu'elles doivent appartenir à une même population d'évènement).
- Les variables choisies doivent être indépendantes.

#### 2.2.2.2. Hypothèses de bases : Hypothèse nulle et Hypothèse alternative

Un test d'hypothèse se réduit à la confrontation de deux hypothèses qui doivent être écrites en même temps et avant le test, car elles sont liées et doivent être clairement déclarées :

- L'une, l'hypothèse nulle ( $H_0$ ), qui suppose que la loi de répartition des observations remplit certaines conditions bien définies. Dans le cas présent, on suppose que les données sont indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d).
- L'autre, l'hypothèse alternative ( $H_1$ ), qui affirme qu'au contraire, toute ou une partie de ces conditions sont différentes de celle de l'hypothèse nulle. Autrement dit, les données ne sont pas indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d).

L'un des aspects importants d'un test d'hypothèse est de convenir d'avance (C'est-à-dire avant le prélèvement de l'échantillon dans la population) à quelle condition l'une ou l'autre des hypothèses sera considérée comme vraisemblable.



### 2.2.2.3. Tests statistiques utilisés

#### 2.2.2.3.1. Test d'indépendance

Une série de données est dite indépendante, si une donnée n'est pas influencée par la donnée qui la précède. Autrement dit, une absence de tendance.

Visuellement, en transcrivant sur un graphique (Figure 6) les valeurs des variables en fonction du temps, on observe une tendance. Cependant, nous avons fait appel au test de Mann – Kendall pour la vérification de l'indépendance de nos données car en plus de justifier l'existence ou non d'une tendance, il nous montre si cette tendance est en hausse ou en baisse.

#### ➤ Test de Mann – Kendall

Le test de Mann – Kendall est un test de tendance qui permet de dégager ou d'estimer, à travers certaines méthodes, l'existence ou non d'une tendance dans une série chronologique avec un niveau de signification donné. (Rosine *et al.*, 2014)

Soient  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$   $n$  variables aléatoires, le test permet de comparer les deux hypothèses suivantes :

$H_0$ :  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  sont indépendantes (absence de tendance)

$H_1$  :  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  ne sont pas indépendantes (présence de tendance)

Cette méthode définit la normale standard multi-variable  $U_{MK}$  comme :

$$U_{MK} = \frac{S}{\sqrt{\text{Var}(S)}}$$

$$\text{Avec } S = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n (X_j - X_i)$$

Où  $S$  désigne la relation entre le nombre de paires d'observation, et  $n$  est le nombre total d'échantillon.

$$\text{signe}(X) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

$$(S) = \frac{1}{18} [(n-1)(2n+5) - \sum_t t(t-1)(2t+5)]$$

où  $t$  désigne le nombre de donnée d'observation identique et  $\sum_t$  concerne les ensembles d'observation identiques dans l'échantillon.

Dans ce test, l'hypothèse nulle  $H_0$  « absence de tendance » est acceptée si la p-value est supérieur à 5%. Le sens de la tendance est défini par le coefficient statistique de Mann-Kendall "  $U_{MK}$ ".

- si  $U_{MK}$  est positif, la tendance est à la hausse,
- si  $U_{MK}$  est négatif, alors la tendance est à la baisse.

### 2.2.2.3.2. Test d'homogénéité

Selon Ondo *et al.* (1997), dans une analyse des séries chronologiques, il est important de vérifier que les observations de la chronique sont identiquement distribuées. Ce qui revient de même à vérifier que les observations de la chronique sont homogènes. Cependant, avant d'entreprendre toute étude d'inférence statistique, il est nécessaire que cette hypothèse soit vérifiée. Ainsi donc, le caractère d'homogénéité des observations d'une série chronologique est une hypothèse fondamentale dans une étude statistique. L'homogénéité est fonction de la constante de la variance et de la moyenne. En effet, la variance de nos échantillons est constante d'après le test de Moode (Mood, 1954). Donc, l'homogénéité dépend de la moyenne. Cependant, nous observons des sauts au niveau des observations (Figure 6). Il y'a lieu de vérifier la constante de la moyenne. Pour ce fait, nous avons opté pour le test de Kruskal (Kruskal, 1952) qui est le plus adapté.

#### Test de Kruskal

Le test d'homogénéité basé sur les moyennes vérifie les hypothèses équivalentes au système général suivant :

$$\begin{cases} H_0 : \mathcal{M}_1 = \dots = \mathcal{M}_i = \dots = \mathcal{M}_k \\ H_1 : \text{il existe } i \text{ et } j \text{ tels que } \mathcal{M}_i \neq \mathcal{M}_j \end{cases}$$

Dans le présent contexte, le caractère non homogène des observations de la chronique se traduit par plusieurs sauts de la moyenne d'amplitude  $\Delta_i$ , i.e :

$$E(X) = \begin{cases} \mathcal{M}, & i = 1, \dots, m_1 \\ \mathcal{M} + \Delta, & i = m_1 + 1, \dots, m_2 \\ \vdots & \\ \mathcal{M} + \Delta_1, & i = m_1 + 1, \dots, n \end{cases}, \quad \text{et de variance } \text{Var}(x_i) = \sigma_x^2$$

La statistique est :

$$T = \frac{1}{S^2} \left( \sum_{i=1}^k \frac{R_i^2}{n_i} - \frac{n(n+1)^2}{4} \right),$$

$$\text{où, } S^2 = \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (R(x_{ij}))^2 - n \frac{(n+1)^2}{4} \right)$$

$R(x_{ij})$  est le rang de  $n_i$  l'observation} issue du  $i^{\circ}$  sous-échantillon,  $R_i = \sum_{j=1}^{n_i} R(x_{ij})$ ;  $j = 1$

$i = 1, 2, \dots, k$ , est la somme des rangs des éléments du  $i^{\text{e}}$  sous-échantillon dans l'échantillon total.

Dans la situation où les sous-échantillons ont des tailles assez grandes, on peut montrer que la statistique  $T$  suit approximativement une loi de Khi-deux à  $k-1$  degrés de liberté.

### 2.2.3. Théorie des valeurs extrêmes

Le but de la Théorie des Valeurs Extrêmes (TVE) est l'étude du comportement asymptotique des observations maxima ou minima d'un échantillon de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d). Cependant, deux théorèmes sont indispensables pour mieux appréhender cette idée de la TVE : celui de Fisher-Tippet et celui de Balkema-de Haan-Picklands. Deux méthodes fondamentales de modélisation des phénomènes extrêmes sont possibles : La méthode « Block Maxima » (BM) qui modélise la loi des extrêmes par la GEV dérivant explicitement du théorème de Fisher-Tippet, et la méthode « Peaks Over Threshold » (POT) qui modélise la loi des excès au-delà d'un seuil par la GPD, estimée par le théorème de Balkema-de Haan-Picklands (Okou, 2014). Dans notre étude, nous allons utiliser la méthode « Block Maxima » pour modéliser les maxima par bloc de nos observations.

#### 2.2.3.1. Méthode de maxima par bloc

Le théorème de Fisher-Tippet donne la loi approchée du maximum d'un grand nombre d'observation i.i.d. En pratique, si on dispose de  $n$  observations  $(x_1, \dots, x_n)$ , on commence par regrouper les données en  $k$  blocs de longueur  $l$  (un bloc peut correspondre à un mois, un an, etc.) et on calcule le maximum sur chaque bloc :

$$m_i = \max(x_{(i-1)l+1}, \dots, x_{il}) \text{ pour } i \in 1, \dots, k$$

On approche ensuite la loi de la variable aléatoire  $m_i$  par une loi GEV puis on estime les paramètres de cette loi en utilisant l'échantillon  $(m_1, \dots, m_k)$ . Il faut alors trouver un bon compromis entre la taille des blocs qui doit être assez grande pour que l'approximation par la loi GEV soit réaliste, et le nombre de blocs  $k$  qui doit être assez grand pour avoir assez d'informations pour estimer les trois paramètres de la loi GEV.

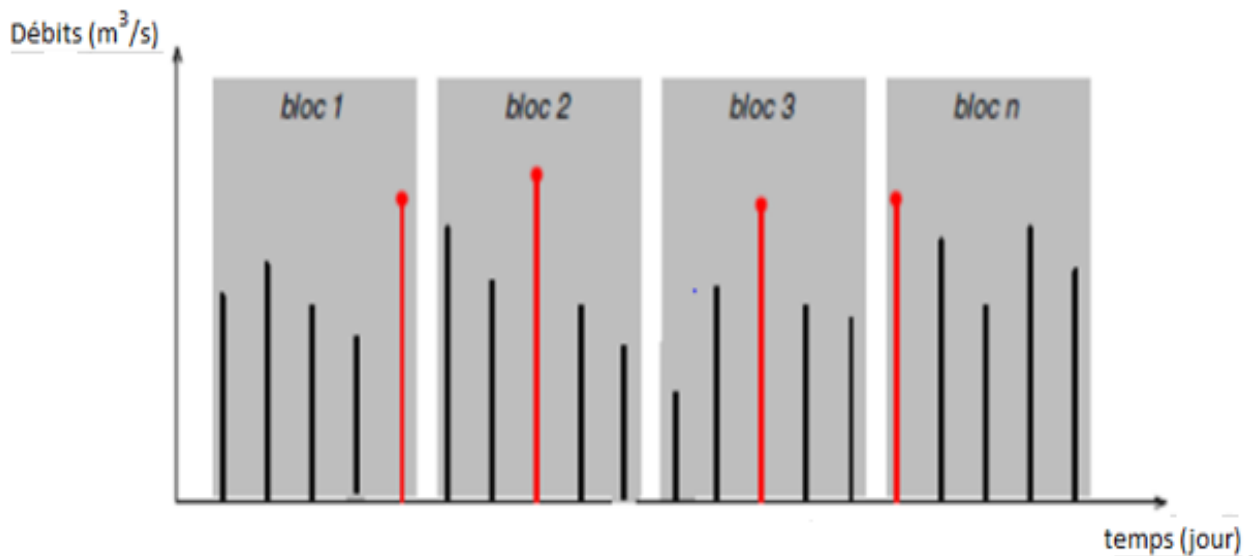


Figure 3 : Schéma de la méthode des maxima par bloc (Badaoui, 2015)

### 2.2.3.2. Loi GEV (Generalized Extremes Values)

Dans cette partie, nous présenterons les différentes lois de la théorie des valeurs extrêmes et leurs propriétés en occurrence les lois de Gumbel, Fréchet et Weibull.

Considérons  $(X_1, \dots, X_n)$  des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d) avec fonction de répartition commune  $F(x) = P[X_i \leq x]$ .

Soit  $M_n = \max(X_1, \dots, X_n)$  le maximum des  $n$  premières variables aléatoires de notre observation. La fonction de répartition de la variable aléatoire  $M_n$  est donnée par la relation suivante :

$$F_{M_n}(x) = P[M_n \leq x] = P(X_1 \leq x, \dots, X_n \leq x) = P(X_1 \leq x) \dots P(X_n \leq x) = (F(x))^n$$

$F_{M_n}(x)$  converge donc vers 0 ou 1 selon la valeur de  $F(x) \in [0, 1]$ .

La loi limite de  $M_n$  est donc dégénérée et on autorise une renormalisation linéaire de  $M_n$  pour contourner le problème, on s'intéresse au comportement limite de :

$$M_n^* = \frac{M_n - b_n}{a_n}$$

où  $a_n$  et  $b_n$  sont des suites bien choisies pour éviter la dégénérescence de la loi limite. Le théorème de Fisher-Tippett montre que la seule loi limite de  $M_n^*$  est la loi GEV définie ci-dessous.

**Définition (Distribution GEV) :**  $X \sim \text{GEV}(\mu, \sigma, \alpha)$  avec  $\sigma > 0$  si sa fonction de répartition est donnée par :

- Si  $k \neq 0$  :  $F(x; \mu, \sigma, \alpha) = \exp\left(\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^{-1/\xi}\right)$  définie pour  $x$  vérifiant  $\frac{x-\mu}{\sigma} > 0$

- Si  $k = 0$  :  $F(x; \mu, \sigma, \alpha) = \exp\left(-\exp\left(-\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]\right)\right)$  définie pour tout  $x \in \mathbb{R}$

#### 2.2.4. Domaines d'attraction

Selon le signe de  $\alpha = 1/\xi$  ou  $\xi$  est le paramètre de forme, on distingue trois cas de domaines d'attraction (D.A.) :

- Si  $\alpha = 0$ ,  $F$  appartient au D de Gumbel. Ce sont les lois dont la fonction de survie décroît vers zéro à une vitesse exponentielle dans la queue de la loi. C'est le cas des lois normales, exponentielles, gammas, etc.... Ces distributions sont souvent utilisées pour faire des prévisions dans les événements environnementaux tels que le séisme (le tremblement de terre), le niveau des crues d'un fleuve, si on possède le relevé des débits sur une période bien définie afin d'éviter les inondations, la destruction des barrages, etc.

La variable aléatoire  $X$  est à valeurs dans  $]-\infty, +\infty [$

- Si  $\alpha > 0$ ,  $F$  appartient au D.A. de Fréchet. Il contient toutes les lois dont la fonction de survie décroît comme une fonction puissance. Ce sont les lois à « queue lourde ». C'est le cas des lois Pareto, Cauchy, etc... Les distributions du domaine de Fréchet sont beaucoup utilisées en fiabilité mécanique, dans les phénomènes climatiques tels que la météorologie, l'hydrologie, la vitesse du vent enregistrée en continu dans les aéroports et en finance dans les études de risque.

La variable aléatoire  $X$  est à valeurs dans  $]x_-, +\infty [$

- $\alpha < 0$ ,  $F$  appartient au D.A. de Weibull. Ce domaine regroupe toutes les lois dont le point terminal,  $x_F = \inf \{x, F(x) \geq 1\}$  est fini. On peut citer comme exemple la loi uniforme ou Beta. Les distributions de type de Weibull sont souvent utilisées pour décrire la résistance mécanique d'un matériau ou encore le temps de fonctionnement d'un appareil électronique ou mécanique.

La variable aléatoire  $X$  est à valeurs dans  $]-\infty, x_+ ]$

Les trois lois de probabilité ci-dessus sont appelées lois des valeurs extrêmes. Pour la preuve, nous renvoyons le lecteur à Resnick (1987) et avec des développements dans Embrechts *et al.* (1997). Il faut aussi signaler que chacune des trois lois des valeurs extrêmes peut s'obtenir par une transformation fonctionnelle de l'autre (Diamoutene, 2018).

### 2.2.5. Estimation des paramètres

Pour estimer les paramètres des trois densités, nous utiliserons la méthode du maximum de vraisemblance en général.

#### 2.2.5.1. Méthodes d'estimation pour la loi de Gumbel

##### 2.2.5.1.1. Méthode du maximum de vraisemblance

Cette méthode consiste à chercher les paramètres  $\hat{\mu}$  et  $\hat{\sigma}$  qui maximisent la fonction de vraisemblance d'un échantillon de taille  $n$ . Cependant cette fonction est obtenue à partir de la densité et est donnée par :

$$\text{Ln}_{(\mu,\sigma)}(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f_{(\mu,\sigma)}(x_i)$$

Avec  $f_{(\mu,\sigma)}(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{\sigma} \exp\left(\frac{\mu-x_i}{\sigma}\right) \exp[-\exp\left(\frac{\mu-x_i}{\sigma}\right)]$  la fonction de densité de la distribution de Gumbel

La log-vraisemblance correspond à log de Ln et est donné par :

$$\log \text{Ln}_{(\mu,\sigma)}(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \left[ -\log \sigma - \frac{x_i - \mu}{\sigma} - \exp\left(-\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right) \right]$$

La fonction log-vraisemblance ainsi définie, il est question de déterminer les estimateurs des paramètres  $\hat{\mu}$  et  $\hat{\sigma}$  qui maximisent cette vraisemblance. Pour cela nous allons d'abord calculer les dérivées partielles par rapport aux différents paramètres d'estimation à partir de la fonction de log-vraisemblance comme suit :

Posons  $\bar{\ln} = -\log \text{Ln}_{(\mu,\sigma)}(x_1, \dots, x_n)$

$$\frac{\partial \bar{\ln}}{\partial \mu} = -\frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n \left( 1 - \exp\left(-\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right) \right)$$

$$\frac{\partial \bar{\ln}}{\partial \sigma} = \frac{1}{\sigma} \sum_{i=1}^n \left( 1 - \frac{x_i - \mu}{\sigma} + \frac{x_i - \mu}{\sigma} \exp\left(-\frac{x_i - \mu}{\sigma}\right) \right)$$

Ensuite en résolvant le système suivant représentant les conditions nécessaires d'optimalité :

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\ln}}{\partial \mu} = 0 ; \\ \frac{\partial \bar{\ln}}{\partial \sigma} = 0 . \end{cases}$$

On obtient les estimateurs  $\hat{\mu}$  et  $\hat{\sigma}$ . Mais, la solution n'est pas explicite et il faut passer par une résolution numérique en utilisant la méthode de quasi-newton (BFGS). Cependant, nous avons élaboré un algorithme. Pour initialiser l'algorithme, il faut des paramètres initiaux. Pour cela,

nous faisons appel à la méthode des moments pour déterminer les paramètres d'initialisation  $\mu_0$  et  $\sigma_0$ .

### 2.2.5.1.2. Méthode des moments

Dans le cas d'une variable aléatoire issue d'une loi de Gumbel, la méthode des moments nous conduit au système suivant :

$$\begin{cases} E(X) = \mu + \gamma\sigma ; \\ V(X) = \frac{\pi^2}{6} \sigma^2 . \end{cases}$$

où  $\gamma \approx 0.57721$  représente la constante d'Euler (Souanef, 2015).

La résolution de ce système d'équation nous permet d'obtenir les valeurs estimées

$$\begin{cases} \hat{\sigma} = S_X \frac{\sqrt{6}}{\pi} ; \\ \hat{\mu} = \bar{x}_n - \gamma\sigma . \end{cases}$$

Avec  $S_X$  l'écart-type et  $\bar{x}_n$  la moyenne.

### 2.2.5.2. Méthodes d'estimation pour les lois de Fréchet et de Weibull

#### 2.2.5.2.1. Méthode du maximum de vraisemblance

Les fonctions de vraisemblance des deux lois sont définies par :

- Fonction de vraisemblance de Fréchet

$$\log \text{Ln}_{(\mu, \sigma, \alpha)}(\bar{x}) = \sum_{i=1}^n [\log(\frac{\alpha}{x_i - \mu}) - \alpha \log(\frac{x_i - \mu}{\sigma}) - \exp(-\alpha \log(\frac{x_i - \mu}{\sigma}))]$$

- Fonction de vraisemblance de Weibull

$$\log \text{Ln}_{\mu, \sigma, \alpha}(\bar{x}) = \sum_{i=1}^n [\log(\frac{\alpha}{x_i - \mu}) + \alpha \log(\frac{x_i - \mu}{\sigma}) - \exp(\alpha \log(\frac{x_i - \mu}{\sigma}))]$$

Ces fonctions sont obtenues à partir des densités définies comme suit :

- la fonction de densité de Weibull

$$f_{(\mu, \sigma)}(x_1, \dots, x_n) = \frac{\alpha}{x_i - \mu} \exp[\alpha \log(\frac{x_i - \mu}{\sigma}) - \exp(\alpha \log(\frac{x_i - \mu}{\sigma}))]$$

- la fonction de densité de Fréchet

$$f_{(\mu, \sigma)}(x_1, \dots, x_n) = \frac{\alpha}{x_i - \mu} \exp[-\alpha \log(\frac{x_i - \mu}{\sigma}) - \exp(-\alpha \log(\frac{x_i - \mu}{\sigma}))]$$

Comme pour le cas de Gumbel, nous allons chercher les paramètres  $\hat{\mu}$ ,  $\hat{\sigma}$  et  $\hat{\alpha}$  qui maximisent la fonction de log-vraisemblance. De même, les estimateurs qui maximisent la vraisemblance sont ceux qui annulent le gradient. Pour cela, nous allons d'abord calculer les gradients par rapport aux différents paramètres d'estimation à partir de la fonction de log-vraisemblance comme suit :

$$\nabla \bar{\ln} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \bar{\ln}}{\partial \mu} \\ \frac{\partial \bar{\ln}}{\partial \sigma} \\ \frac{\partial \bar{\ln}}{\partial \alpha} \end{pmatrix} \quad \text{où}$$

- Gradients par rapport aux paramètres d'estimation de Fréchet

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{\ln}}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i - \mu} (1 - \alpha + \alpha \exp(-\alpha \log(\frac{x_i - \mu}{\sigma}))) \\ \frac{\partial \bar{\ln}}{\partial \sigma} = \frac{\alpha}{\sigma} (-n + \sum_{i=1}^n \exp(-\alpha \log(\frac{x_i - \mu}{\sigma}))) \\ \frac{\partial \bar{\ln}}{\partial \alpha} = -\frac{n}{\alpha} + \sum_{i=1}^n [\log(\frac{x_i - \mu}{\sigma}) [1 - \exp(-\alpha \log(\frac{x_i - \mu}{\sigma}))]] \end{array} \right.$$

- Gradients par rapport aux paramètres d'estimation de Weibull

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{\ln}}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^n [\frac{1}{x_i - \mu} + \frac{\alpha}{x_i - \mu} - \frac{\alpha}{x_i - \mu} \exp(\alpha \log(\frac{x_i - \mu}{\sigma}))] \\ \frac{\partial \bar{\ln}}{\partial \sigma} = \frac{\alpha}{\sigma} (n - \sum_{i=1}^n \exp(\alpha \log(\frac{x_i - \mu}{\sigma}))) \\ \frac{\partial \bar{\ln}}{\partial \alpha} = -\frac{n}{\alpha} + \sum_{i=1}^n [\log(\frac{x_i - \mu}{\sigma}) (-1 + \exp(\alpha \log(\frac{x_i - \mu}{\sigma})))] \end{array} \right.$$

Pour déterminer les paramètres optimaux  $\hat{\mu}$ ,  $\hat{\sigma}$  et  $\hat{\alpha}$  on résoud le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \log \text{Ln}_{((\mu, \sigma, \alpha))} (x_1, \dots, x_n)}{\partial \mu} = 0 \\ \frac{\partial \log \text{Ln}_{(\mu, \sigma, \alpha)} (x_1, \dots, x_n)}{\partial \sigma} = 0 \\ \frac{\partial \log \text{Ln}_{(\mu, \sigma, \alpha)} (x_1, \dots, x_n)}{\partial \alpha} = 0 \end{array} \right.$$

### 2.2.6. Choix des paramètres initiaux

Afin de choisir le modèle le mieux adapté à nos données, nous avons d'abord estimé les paramètres des deux lois de distribution et ensuite choisir la meilleure loi de probabilité à partir du calcul de l'erreur quadratique entre les quantiles estimés et les quantiles empiriques. Les



quantiles ont été déterminés en utilisant les observations réservées pour la prévision (les dix dernières plus grandes valeurs).

L'estimation des paramètres est relative aux lois extrêmes.

- Dans le cas de Gumbel, nous avons utilisé la méthode des moments pour calculer les paramètres d'initialisation de notre algorithme.

$$\begin{cases} \widehat{\sigma}_0 = S_X \frac{\sqrt{6}}{\pi} \\ \widehat{\mu}_0 = \overline{x_n} - \gamma\sigma \end{cases}$$

Avec  $S_X$  l'écart-type et  $\overline{x_n}$  la moyenne.

L'algorithme ainsi initialisé sera utilisé pour estimer les paramètres de la loi de Gumbel

- Dans le cas de Fréchet, la recherche des paramètres d'initialisation  $(\mu_0, \sigma_0, \xi_0)$  avec  $\xi_0 = 1/\alpha_0$  a été faite comme suite :

Premièrement, nous avons déterminé une plage de linéarité  $[\mu_1, \mu_n]$  du paramètre de position à partir du graphique de Mean Residual Live Plot (MrlPlot). Nous avons ensuite discretisé cette plage avec un pas  $\Delta$  tel que  $\mu_i = \mu_{i-1} + \Delta, i = \{2, \dots, n\}$ .

En ce qui concerne MrlPlot, nous notons au passage que :

- ✚ Si la linéarité est caractérisée par une pente positive, alors les données appartiennent au domaine d'attraction de Fréchet
- ✚ Si la linéarité est caractérisée par une pente négative, alors les données appartiennent au domaine d'attraction de Weibull
- ✚ Si la linéarité est caractérisée par une pente nulle, alors les données appartiennent au domaine d'attraction de Gumbel. Deuxièmement, nous avons déterminé une plage de linéarité  $[\xi_1, \xi_n]$  du paramètre de forme à partir du graphique de Hill. Ce graphique a été obtenu en représentant les valeurs  $\xi_{n,k}^H$  en fonction de  $k$  où  $k$  est le nombre de données dans le paramètre de l'indice de queue :

$$\xi_{n,k}^H = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k [\ln X_{n-j+1,n} - \ln X_{n-k,n}]$$

Nous avons ensuite discrétisé cet intervalle avec le même pas de discrétisation.

Nous déterminons le paramètre d'échelle  $\sigma_i$  en fixant les paramètres de position et de forme dans l'algorithme.

Ainsi donc, les paramètres qui vont initialiser l'algorithme de Fréchet sont ceux qui vont minimiser l'erreur quadratique.

L'erreur quadratique est définie comme suit :

$$E_{q_{\mu_i}} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m \left( f_{(\mu_i, \sigma_i, \xi_i)}(x_j) - f_{(\mu_i, n)}(x_j) \right)^2}$$

Les paramètres d'initialisation  $(\mu_0, \sigma_0, \xi_0)$  de l'algorithme d'estimation des paramètres de Fréchet sont ceux qui minimisent l'erreur quadratique.

Ces paramètres  $(\mu_0, \sigma_0, \xi_0)$  sont utilisés dans l'algorithme d'estimation des paramètres de Fréchet.

Le choix du modèle est basé sur l'erreur quadratique issue des quantiles estimés et des quantiles empiriques. Cependant, le modèle qui minimise l'erreur quadratique est le modèle le mieux adapté à nos données.

$$E_{q_{\hat{\mu}}} = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{p \in ]0,1[} \left( Q_{(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\alpha})}(p) - Q_{(\hat{\mu})}(p) \right)^2}$$

Avec  $\begin{cases} Q_{(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\alpha})}(p) : \text{quantile estimé par le modèle paramétrique} \\ Q_{(\mu_i, n)}(x_j) : \text{quantile empirique} \end{cases}$

Le quantile estimé par la loi de distribution de Gumbel :

$$Q_{(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\alpha})}(p) = \hat{\mu} - \hat{\sigma} \log(-\log(p))$$

Le quantile estimé par loi de distribution de Fréchet :

$$Q_{(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\alpha})}(p) = \hat{\mu} + \hat{\sigma} e^{\frac{-1}{\hat{\alpha}} \log(-\log(p))}$$

Le quantile empirique est donné par la relation suivante :

$$\widehat{Q}_p^{Emp} = F_n^{-1}(P) = \inf\{X/F_n(x) > p\}$$

### 2.2.7. Estimation du temps de retour des quantiles extrêmes

L'une des plus importantes caractéristiques d'une crue est bien la période de retour. Il est donc nécessaire de l'introduire dans cette partie du travail.

Soit un évènement particulier, par exemple que le débit d'une rivière dépasse une valeur donnée au cours d'une année donnée. La probabilité de cet évènement est une mesure de la

vraisemblance de sa réalisation et elle est par convention comprise entre 0 (lorsqu'il est impossible que l'évènement se produise) et 1 (lorsque sa réalisation est certaine). Si  $p$  est la probabilité que l'évènement donné se produise au cours d'une année donnée, le temps de retour attaché à cet évènement est défini comme l'inverse de cette probabilité :

$$T = \frac{1}{P(X > x)} = \frac{1}{1 - P(X \leq x)}$$

Le temps de retour n'est donc qu'une autre façon d'exprimer, la probabilité de dépassement d'un évènement à un moment donné (Maurice, 1947 ; Miquel, 1984).

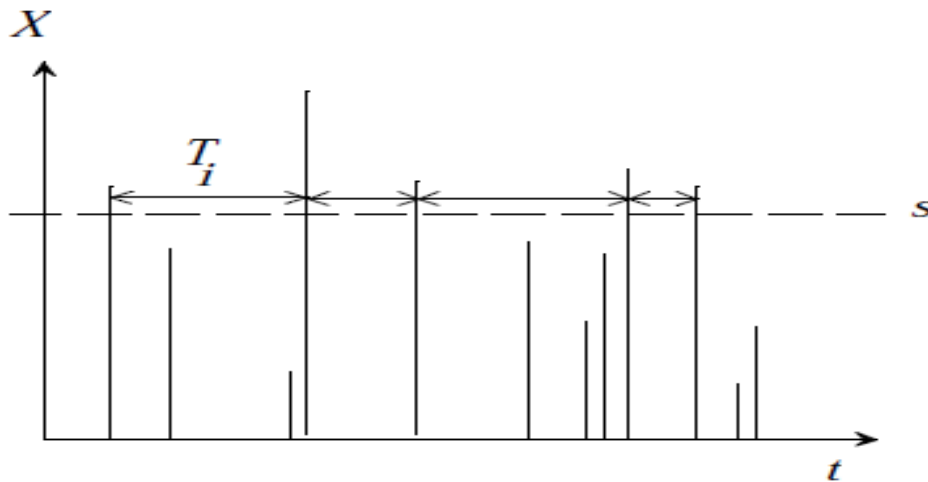


Figure 4 : Définition de la période de retour (Souanef, 2015)

## **TROISIEME PARTIE : RESULTATS ET DISCUSSION**

### 3.1. Résultats

#### 3.1.1. Données

Les données présentées sur le graphe (figure 5) présentent de nombreux pics. Ceci montre l'existence de grandes valeurs de débits sur la période de l'étude. Cette variabilité justifie l'étude des valeurs extrêmes des débits de la rivière Lobo. Dans notre étude, l'objectif serait d'étudier ces débits extrêmes et estimer leurs temps de retour. La théorie des valeurs extrêmes développée par Fisher-Tippet, exige que les observations soient indépendantes et identiquement distribuées.

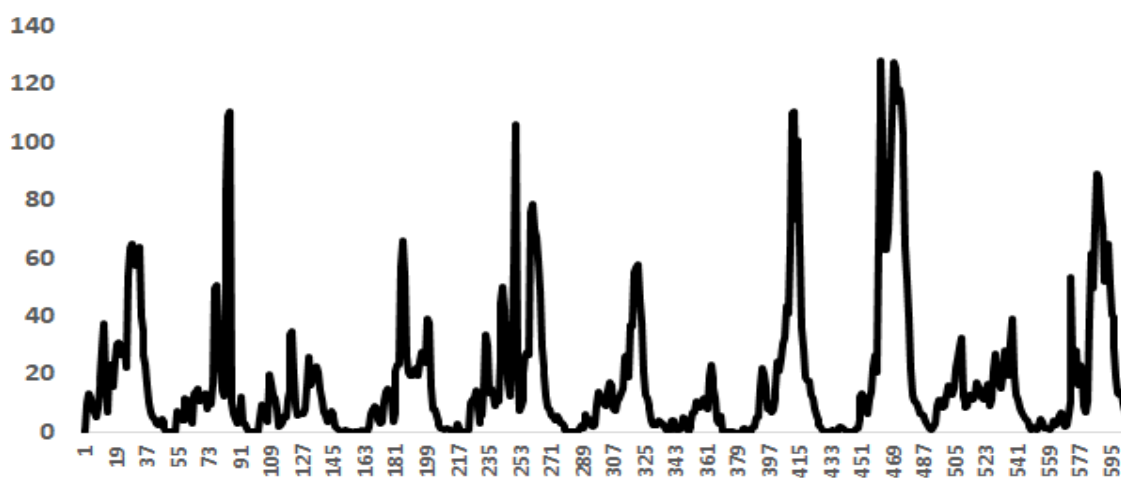


Figure 5 : Débits maxima hebdomadaires entre octobre 2000 et décembre 2010

La statistique descriptive de nos observations a permis d'étudier la nature de la répartition des débits maxima hebdomadaires. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau I.

Tableau I : Résultats de la statistique descriptive

Paramètres	Débits Maximum
Moyenne	1,784818e+01
Médiane	9,980000e+00
Ecart type	2,378348e+01
Variance	5,656541e+02
Kurtosis	5,841568
Skewness	2,363939
Minimum	8,000000e-03
Maximum	1,282000e+02
Etendue	1,281920e+02
Coefficient de Variation	1,332544e+00
Observation	605

La figure (6) et le Skewness positif (2,363939) indiquent que nos observations présentent une asymétrie à droite. Le Kurtosis supérieur à 3 (5,841568) montre que la distribution appartient à la famille des lois leptokurtiques. Ceci indique l'existence des valeurs extrêmes dans nos données.

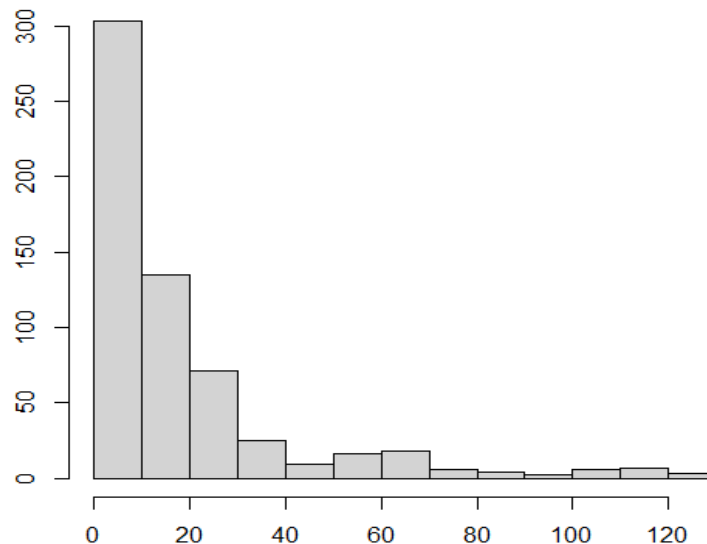


Figure 6 : Histogramme des débits extrêmes

Dans la suite du travail, nous vérifierons les hypothèses d'indépendance et d'homogénéité des maxima hebdomadaires des débits de la rivière Lobo.

### 3.1.2. Vérification des hypothèses de bases

Selon la figure (6), nous observons des sauts au sein de notre série avec une variance constante vérifiée par le test de Mood. L'homogénéité dépend donc de la moyenne. Nous avons donc utilisé le Test de Mann – Kendall et le Test de Kruskal pour vérifier respectivement l'indépendance et l'homogénéité. Le tableau II ci-dessous donne la p-value des tests d'hypothèses de base.

Tableau II : p-value des tests d'hypothèses de bases

Test	Mann – Kendall	Kruskal
p-value	0,07015	0,1428
$H_0$	Acceptée	Acceptée

Rappelons que  $H_0$  est l'hypothèse de base à vérifier et  $H_1$  l'hypothèse alternative.

Sachant que si la p-value est supérieure au niveau de signification (p-value > 0,05), l'hypothèse de base est acceptée. Nous remarquons que les p-values liées aux tests de Mann – Kendall pour l'indépendance et de Kruskal pour l'homogénéité sont supérieures au niveau de signification donc les hypothèses de base sont acceptées. Les hypothèses de bases étant vérifiées, l'application de la théorie des valeurs extrêmes aux maximums des débits hebdomadaires de la rivière Lobo est possible. Ces observations sont utilisées pour l'estimation des paramètres.

### 3.1.3. Estimation des paramètres

Les estimations des paramètres des distributions de Gumbel et de Fréchet ont été faites par une méthode numérique quasi-Newton (BFGS). L'algorithme élaboré se présente comme suit :

Étape 1 : Déterminer les fonctions vraisemblances

Étape 2 : Déterminer les gradients de distribution

Étape 3 : Estimer les paramètres initiaux ( $\mu_0, \sigma_0$ ) des distributions extrêmes par optimisation

Étape 4 : Estimer les paramètres ( $\hat{\mu}, \hat{\sigma}$ ) des distribution extrêmes

#### 3.1.3.1. Estimation des paramètres pour la loi de Gumbel

Les paramètres d'initialisation ont été obtenus à partir de la méthode des moments.

Ces paramètres seront utilisés pour initialiser l'algorithme d'estimation des paramètres de la loi de Gumbel. Les résultats de l'estimation des paramètres pour la loi de Gumbel sont donnés par le tableau III ci-dessous :

Tableau III : Estimation des paramètres pour la loi de Gumbel

Paramètres initiaux		Paramètres estimés par la méthode de maximum de vraisemblance	
$\mu_0$	$\sigma_0$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
7,054288	18,65864	9,002256	12,381981

La fonction de partition de Gumbel est donnée par la relation suivante :

$$F_{(\hat{\mu}, \hat{\sigma})}(x) = \exp(-\exp(-(\frac{x-\hat{\mu}}{\hat{\sigma}}))), \text{ avec } x \in \mathbb{R}$$

### 3.1.3.2. Estimation des paramètres pour la loi de Fréchet

Les paramètres d'initialisation de la loi de Fréchet ont été obtenus par la combinaison de méthodes graphiques et numériques.

La méthode graphique de Mean Residual Live Plot (MrlPlot) a permis d'obtenir une plage de linéarité [15; 30] (la zone approximativement linéaire) (voir figure 7).

La méthode de Hill a permis d'obtenir une plage de linéarité du paramètre de forme [0,05; 0.1] (voir figure 8). Les valeurs de l'indice de queue (voir figure 8) sont positives, il s'agit donc du domaine d'attraction de Fréchet.

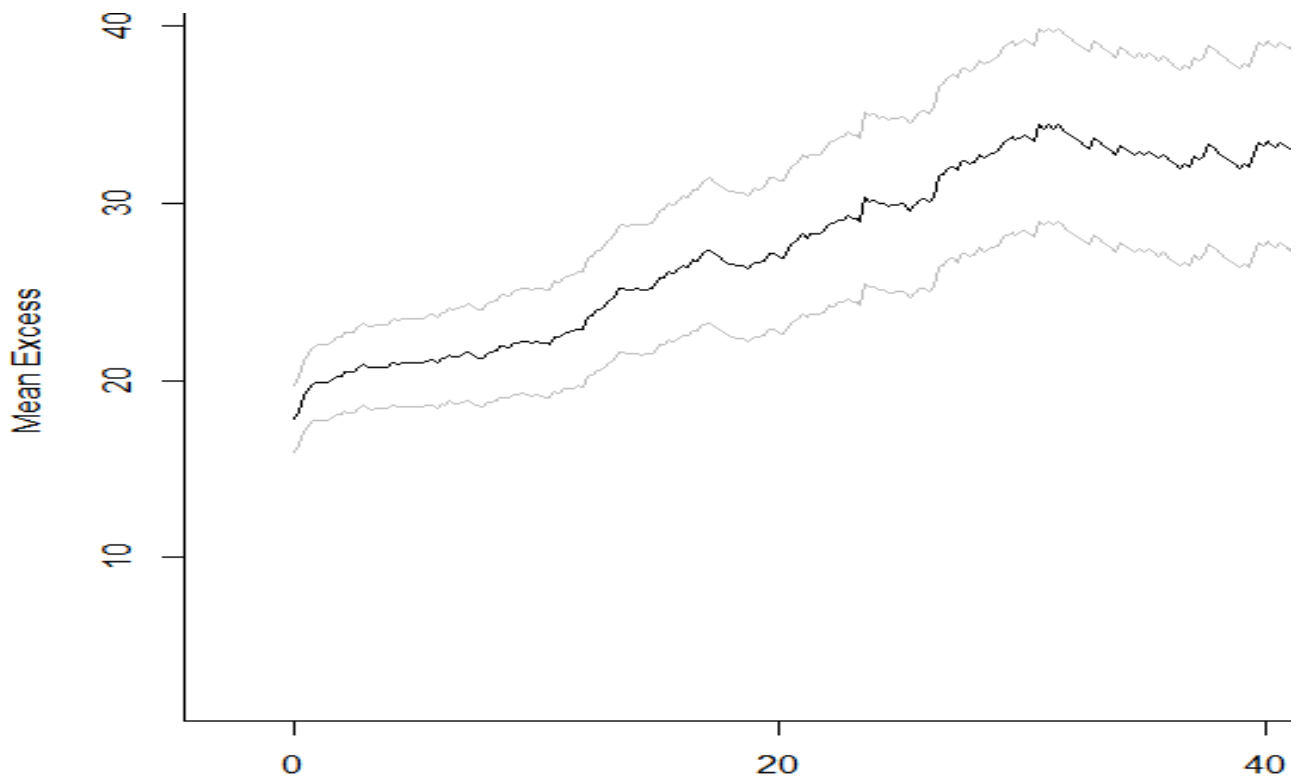


Figure 7 : Graphique de la fonction moyenne des excès

La pente de notre intervalle de seuils candidats étant positive, les données appartiennent au domaine d'attraction de Fréchet.



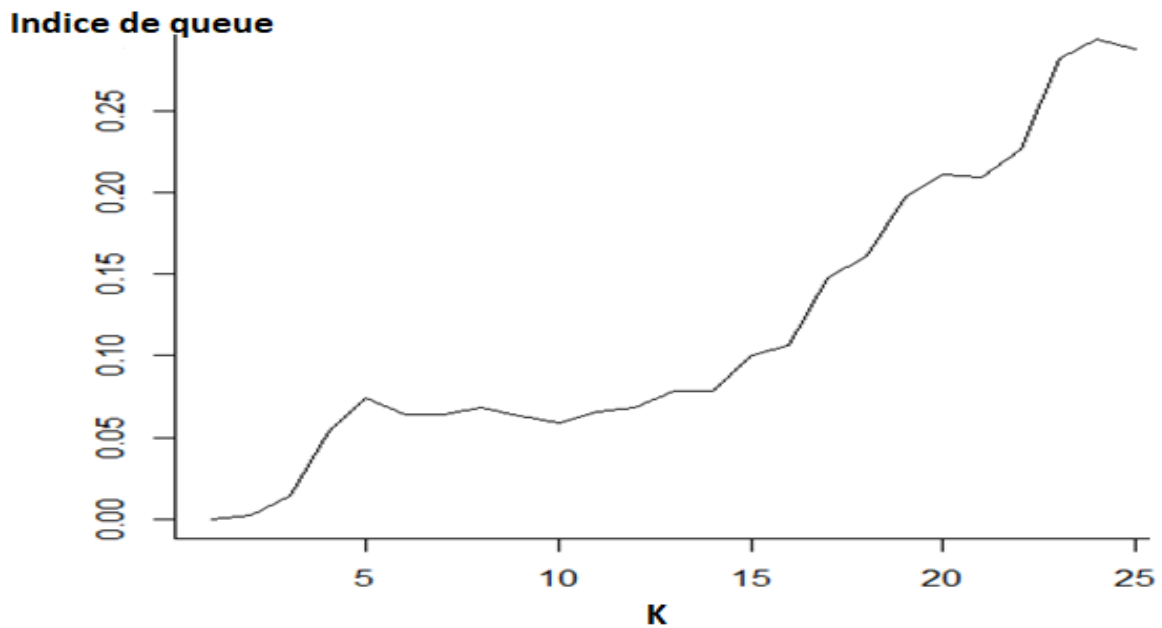


Figure 8 : Représentation graphique de l'estimateur de Hill en fonction des différentes valeurs de  $k$

Les valeurs de l'indice de queue sont positives, il s'agit donc du domaine d'attraction de Fréchet. Sur la figure (8) on observe une plage de linéarité entre 0,05 et 0,1. De ce fait, on peut affirmer que le paramètre de forme est compris entre 0,05 et 0,1.

Le tableau IV ci-dessous présente les paramètres d'initialisation et d'erreur quadratique entre la densité théorique et la densité empirique associée.

Tableau IV : paramètres d'initialisation et d'erreur quadratique entre la densité théorique et la densité empirique associée

paramètre d'initialisation de position $\mu_0$	paramètre d'initialisation de d'échelle $\sigma_0$	paramètre d'initialisation de forme $\xi_0$	Erreur quadratique
15,00	12,97960	0,37389248	0,004726575
15,15	13,57781	0,34862483	0,004479980
15,30	13,47653	0,35473596	0,00444250
⋮	⋮	⋮	⋮
24,90	21,97849	0,08981530	0,002801837
25,05	22,05963	0,08771622	0,002813826
25,20	21,73133	0,09704780	0,002793661
25,35	21,39189	0,10758115	0,002783446
25,50	21,65294	0,09958533	0,002782367
25,65	22,56150	0,07261815	0,002813735
25,80	22,85193	0,06411403	0,002832728
25,95	23,16015	0,05518203	0,002856258
26,10	22,81824	0,06469259	0,002839111

Les résultats montrent que l'erreur quadratique la plus petite donnée par les paramètres  $\mu_0$ ,  $\sigma_0$  et  $\xi_0$  est (0,002782367). Ces paramètres seront utilisés pour initialiser l'algorithme d'estimation des paramètres de la loi de Fréchet.

Les résultats de l'estimation des paramètres pour la loi de Fréchet sont donnés dans le tableau V.

Tableau V : Estimation des paramètres pour la loi de Fréchet

Paramètres initiaux			Paramètres estimés par la méthode de maximum de vraisemblance		
$\mu_0$	$\sigma_0$	$\xi_0$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$
25,50	21,65294	0,09958	41,04653	18,25512	0,09958533

La fonction de partition de Fréchet est donnée par la relation suivante :

$$F_{(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\alpha})}(x) = \exp(-\exp(-\alpha \log(\frac{x - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}}))) , x > \hat{\mu}$$

### 3.1.4. Identification de la loi des débits extrêmes

L'identification du modèle est basée sur la comparaison des biais issus des quantiles empiriques et estimés. Les quantiles ont été estimés à partir des distributions de Gumbel et de Fréchet. Les tableaux VI et VII donnent les biais relatifs aux quantiles estimés et empiriques pour les lois de Fréchet et de Gumbel.

Tableau VI : Biais relatif aux quantiles estimés et empiriques pour la loi de Fréchet

<b>Probabilité de non-dépassement</b>	<b>Quantiles Empiriques</b>	<b>Quantiles Estimés</b>
0,848	87,29	77,09109
0,816	76,66	72,55780
0,784	71,10	68,74971
0,536	51,80	49,87272
0,648	61,99	56,94170
0,736	65,00	63,95471
0,528	50,85	49,41734
0,440	40,60	44,68306
0,432	40,00	44,27199
0,200	29,07	32,56182
Biais = 1,309671		

Tableau VII : Biais relatif aux quantiles estimés et empiriques pour la loi de Gumbel

Probabilité de non- dépassement	Quantiles Empiriques	Quantiles Estimées
0,848	87,29	73,95266
0,816	76,66	70,12458
0,784	71,10	66,84594
0,536	51,80	49,66682
0,648	61,99	56,28997
0,736	65,00	62,63239
0,528	50,85	49,23184
0,440	40,60	44,64745
0,432	40,00	44,24394
0,200	29,07	32,35919
Biais = 1,656226		

Nous observons dans le tableau VI que les quantiles estimés sont plus proches des quantiles empiriques par rapport au tableau VII. Cela se justifie par les biais obtenus.

De ce qui précède, il est fort de constater que le modèle le mieux adapté à nos données est le modèle de Fréchet. La loi de Fréchet ajustée sera utilisée dans la suite pour estimer le temps de retour des débits extrêmes de la rivière Lobo.

### 3.1.5. Estimation du temps de retour des débits par les lois extrêmes

L'estimation du temps de retour des débits extrêmes est l'objectif majeur de notre étude. En effet, nous regroupons en deux catégories les débits extrêmes selon la probabilité de leur temps de retour, les moins probables et les plus probables. Les moins probables sont ceux qui ont une probabilité appartenant à l'intervalle  $]0 ; 0,1[$  par contre, les plus probables sont ceux qui ont une probabilité appartenant à l'intervalle  $[0,90 ; 1[$ . Les temps de retour des débits les moins probables et plus probables sont donnés respectivement dans les tableaux VIII et IX.

Tableau VIII : Temps de retour des débits les moins probables ]0 ; 0,1[

Débits (m <sup>3</sup> /s)	Temps de retour (ans)		
	Empirique	Fréchet	Gumbel
112,2	20,83	27,43	49,79
113,40	25,00	28,74	53,14
113,70	31,25	29,07	54,01
118,20	41,66	34,53	68,97
125,30	62,50	45,09	101,52
127,6	70	49,093	115,086

Tableau IX: Temps de retour des débits les plus probables [0,90 ; 1[

Débits (m <sup>3</sup> /s)	Temps de retour (ans)		
	Empirique	Fréchet	Gumbel
42,58	1,029	1,662	1,663
43,75	1,044	1,729	1,730
41,05	1,014	1,582	1,582
45,68	1,076	1,849	1,852
44,80	1,060	1,792	1,795
48,53	1,093	2,049	2,061

On remarque que, pour la loi de Fréchet, les débits les plus probables réapparaissent presque chaque année tandis que les moins probables ont un temps de retour compris entre 27 ans et 50 ans. Plus le quantile est extrême, plus le temps de retour est grand.

---

Dans le but de discuter du choix de la loi la mieux adaptée à nos observations, nous avons estimé les temps de retour des débits extrêmes par la loi de Gumbel et de l'empirique. Les résultats seront discutés dans la partie qui suivra.

### 3.2. Discussion

La théorie statistique des valeurs extrêmes a montré que deux types de lois de probabilité sont susceptibles d'être ajustées aux distributions de fréquence des débits de crue : ce sont les lois de Gumbel et de Fréchet (Gumbel, 1959).

Cette théorie est vérifiée pour nos observations étant donné que nous sommes parties à la base avec trois lois de distribution, en occurrence, les lois de Weibull, de Gumbel et de Fréchet. Mais, la loi de Weibull a été rejetée car le signe du paramètre de queue (forme) est positif ( $\xi > 0$ ). Les lois de Gumbel et de Fréchet sont ainsi mises en évidence. Cependant, il faut noter que la loi de Fréchet converge vers la loi de Gumbel lorsque  $1/\xi$  tend vers l'infinie (Bernier, 1957). Les résultats de la comparaison des temps de retour des débits extrêmes plus probables et moins probables des lois de Gumbel et Fréchet au temps de retour empirique a permis de vérifier que la loi de Fréchet est mieux adaptée pour l'estimation du temps de retour des débits de crues extrêmes de la rivière Lobo-Daloo. En effet, l'analyse des temps de retour des débits extrêmes par les lois de distribution nous montre que les temps de retour des débits extrêmement grands et qui peuvent d'ailleurs engendrer des catastrophes, sont mieux estimés par la loi de distribution de Fréchet. Car, les temps de retour estimés par cette loi sont plus proches de l'empirique que ceux de la loi de Gumbel (tableau VIII). La loi de Gumbel par compte surestime (voir elle double) la valeur correspondant à une durée de retour donnée, ceci peut présenter un grand danger pour l'estimation des débits de crue. Cela est dû au fait que la loi de Fréchet est la mieux adaptée pour l'étude du comportement asymptotique des forts débits de crues (Gumbel, 1954). Ces résultats sont vérifiés par d'autres études scientifiques. Effectivement, selon les études de Bernier (1957) sur les stations de Rheinfelden, de Black Canon et de l'Archidiacre pour les crues de printemps, 30 mai 1856 2.000 m<sup>3</sup>/s (très fort débits) et d'automne, 2 novembre 1843 1. 500 m<sup>3</sup>/ s (fort débit), la loi de Gumbel a affecté à la crue de 2.000 m<sup>3</sup>/ s une durée de retour de 10 années. Ce chiffre ne peut évidemment pas être pris en considération et le résultat de la loi de Fréchet (environ 2.000 ans) semble plus raisonnable. De même la loi de Gumbel affecte à la crue d'automne de 1. 500 m<sup>3</sup>/ s une durée de retour de 10

ans, alors que cette crue est millénaire avec la loi de Fréchet. Ceci permet de supposer que la loi de Fréchet doit être admise pour les crues de printemps et même pour les crues d'automne. Toutefois, pour les débits faibles, mais maxima à l'origine, nous observons les temps de retour des lois de Fréchet et de Gumbel sensiblement identiques (Tableau IX). Cependant, nous ne prétendons pas que la loi de Fréchet est toujours préférable à la loi de Gumbel ; il existe de nombreux cas où cette dernière loi donne des résultats remarquables, mais il semble qu'à justifications théoriques égales, il y aura intérêt, dans certains cas, à utiliser la loi de Fréchet.

## **CONCLUSION**



Dans ce travail, nous avons porté notre réflexion sur le comportement des débits maxima hebdomadaires de la station de Lobo en vue d'estimer le temps de retour des débits extrêmes à partir de la loi de probabilité la mieux adaptée à nos observations. Globalement, il était question d'estimer le temps de retour des débits extrêmes par les lois de distribution extrêmes. La station hydrométrique a permis d'obtenir les données avec une période d'observation d'octobre 2000 à décembre 2010. Le premier objectif assigné à cette étude qui était une analyse descriptive a permis de vérifier les hypothèses de base à partir des tests de Mann – Kendall et Kruskal. En effet, le test de Mann – Kendall a conclu à l'indépendance des débits extrêmes au niveau de signification 5% et le test de Kruskal a conclu quant à lui, à l'homogénéité des données.

Nous avons utilisé la méthode « Block Maxima » pour modéliser les maximums par bloc de nos observations. La méthode de maximum de vraisemblance a permis de déterminer les paramètres d'estimation des deux lois statistiques. Cependant, nous avons déterminé les paramètres d'initialisation par la méthode des moments pour la loi de Gumbel et par une combinaison de méthode graphique et numérique nous avons déterminé les paramètres d'initialisation pour la loi de Fréchet. La comparaison des erreurs quadratiques issues des quantiles empiriques et estimés a permis de choisir le modèle le mieux adapté à nos observations. Le modèle adéquat est la distribution de Fréchet. Cette distribution a permis d'estimer le temps de retour des débits extrêmes. En effet, les débits les plus probables réapparaissent presque chaque année tandis que les moins probables ont un temps de retour compris entre 27 ans et 50 ans. Plus le quantile est extrême, plus le temps de retour est grand. Cette étude semble loin de traiter tous les enjeux liés aux impacts des débits extrêmes de la rivière Lobo. Ce qui ouvre la voie à plusieurs perspectives en vue d'éviter des risques d'inondations et de dégâts matériels. Dans l'estimation du temps de retour des extrêmes, il serait judicieux de prendre en compte les facteurs exogènes qui influencent les débits de la rivière de Lobo. Il s'agira d'estimer les temps de retour des débits extrêmes à partir des distributions multivariées.

## **REFERENCES**

- Amine A. (2014). Apport de la théorie des valeurs extrêmes à la modélisation et la gestion des risques boursiers, financiers et hydrométéorologiques. Thèse de Doctorat en Statistique, Université Mohammed V de Rabat (Rabat, Maroc), 112 p.
- Ancey C. (2012). Risques hydrologiques et aménagement du territoire. Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne (Suisse) 340 p.
- Badaoui F. (2015). Développement d'un système d'aide à la décision pour la modélisation des valeurs extrêmes en finance et en hydrologie. Thèse de Doctorat en Statistique, Université Mohammed V de Rabat (Rabat, Maroc), 87 p.
- Bernier J. (1957). Sur l'application des diverses lois limites des valeurs extrêmes au problème des débits de crues. *Revue de statistique appliquée*, 2 : 91-101.
- Cléophas O., Taha B.M.J.O & Bernard B. (1997). Revue bibliographique des tests d'homogénéité et d'indépendance, Rapport de recherche (R500), Sainte-Foy (Québec), 78 p.
- Daum J. (1994). Méthodologie du jaugeage des sources, Rapport bureau de recherches géologique et minières R 38193, Paris (France), 68 p.
- Diamoutene A. (2018). Contribution de la Théorie des Valeurs Extrêmes à la gestion et à la santé des systèmes, Thèse de Doctorat en Statistique, Université de Toulouse (Toulouse, France), 114 p.
- Embrechts P., Kluppelberg C. & Mikosch T. (1997). Modelling extremal events. *The journal of the International Actuarial Association*, 28 : 285-289.
- Gumbel E.J. (1954). Statistical theory of extreme values and some practical applications. *National Bureau of Standards*, 33 : 95-105.
- Gumbel E.J. (1959). Comparaison des lois de Gumbel et de Fréchet sur l'estimation des débits maxima de crues. *Hydrometric company of France and available*, 5 : 709-717.
- Ihaka R. & Gentleman R. (1996). R : A Language for Data Analysis and Graphics. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 5(3) : 299-314.

- Klemes V. (1993). Probability of extreme hydrometeorological events a different approach, In Extreme Hydrological Events : Precipitation, Floods and Droughts, *International Association of Hydrological Sciences*, 213 : 167-176.
- Kruskal W.H. (1952). Use of ranks on one-criterion variance analysis. *Journal of the American Statistical Association*, 47 : 583-621.
- Lafaye D.M.P., Drouilhet R. & Lique B. (2014). Le logiciel R, Maitriser le langage, Effectuer des analyses (bio)statistiques, Springer, Grenoble (France), 710 p.
- Maurice P. (1947). Fleuves et rivières, Armand Collin, *Revue de géographie*, Paris (France), 21 : 851-854.
- Meylan P. & Musy A. (1999). Hydrologie fréquentielle. Editions H.G.A Bucarest, Grenoble (France) 413 p.
- Miquel J. (1984). Guide pratique d'estimation des probabilités de crues, Collection de la direction des Etudes et Recherches d'EDF, n°53, Paris (France), 188 p.
- Mood A.M. (1954). On the asymptotic efficiency of certain nonparametric two-sample tests. *The Annals of Mathematical Statistics*, 25 : 514-522.
- Okou G.C. (2014). Estimation du risque financier par l'approche de Peaks Over Threshold (POT) et de la théorie des copules. Thèse de Doctorat en Statistique, Université Mohammed V de Rabat (Rabat, Maroc), 112 p.
- Ondo J-C., Taha B.M.J., Ouarda B.B. (1997). Revue bibliographique des tests d'homogénéité et d'indépendance. Rapport de recherche, Québec (Canada), 85 p.
- Penot D. (2014). Cartographie des événements hydrologiques extrêmes et estimation SCHADEX en sites non jaugés. Thèse de Doctorat en Océan, Atmosphère et Hydrologie, Université de Grenoble (Grenoble, France), 265 p.
- Resnick S.I. (1987). Extreme Values, Regular variation and Point Processes. *Applied probability*, 4 : 307-314.

- Rosine M.N.F., Nagnin S., Traore.V.B., Théophile L., Soussou S., Soro T., Orou K.R., Cisse M.T. & Kane A. (2014). Variabilité climatique et son incidence sur les ressources en eaux de surface : cas des stations de Bocanda et de Dimbokro, Centre-Est de la Côte d'Ivoire en Afrique de l'Ouest. *Revue Internationale des sciences et Technologie*, 10 : 118-134.
- Souanef N. (2015). Analyse fréquentielle des débits max de crues de l'Oued Abiod. Mémoire de Magister en Hydraulique urbaine, Université Mohamed Khider (Biskra, Algérie), 134 p.
- Yao A.B. (2015). Evaluation des potentialités en eau du bassin versant de la Lobo en vue d'une gestion rationnelle (Centre-Ouest de la Côte d'Ivoire). Thèse de doctorat en Géosciences et Environnement, Université Nangui Abrogoua (Abidjan, Côte d'Ivoire), 193 p.

## **Résumé**

Les risques liés aux débits de crue extrêmes menacent couramment notre environnement. C'est pourquoi, nous assistons ces dernières décennies à un intérêt croissant de leur étude. C'est dans cette veine que s'inscrit notre étude qui vise à estimer le temps de retour des débits extrêmes de la rivière Lobo par les lois de distribution extrêmes. Pour la modélisation des débits maxima par les lois de distributions extrêmes, nous avons vérifié les hypothèses de base d'indépendance et d'homogénéité. Le caractère indépendant et identiquement distribué de nos observations a permis d'estimer les paramètres par la méthode de maximum vraisemblance des différentes densités de probabilité (Gumbel et Fréchet). L'erreur quadratique issue des quantiles estimés et empiriques de chacune des deux lois a permis de choisir la loi de Fréchet comme la loi la mieux adaptée à nos données. Cette loi a été utilisée pour estimer le temps de retour des débits extrêmes. Les résultats ont confirmé que la loi de Fréchet est encore plus précise i.e. plus proche de l'empirique dans les estimations que la loi de Gumbel couramment utilisée. Les débits les plus probables ont une réapparition régulière annuelle tandis que les moins probables ont un temps de retour supérieur ou égale à 27 ans.

**Mots clés :** Débits extrêmes, Estimation, Loi extrême, Analyse fréquentielle, Temps de retour

## **Abstract**

The risks associated with extreme flood flows are a common threat to our environment. This is why we have witnessed an increasing interest in their study over the last decades. In this vein, our study aims at estimating the return time of the extreme flows of the Lobo River by means of extreme distribution laws. For the modelling of the maximum flows by the laws of extreme distributions, we verified the basic hypotheses of independence and homogeneity. The independent and identically distributed character of our observations allowed us to estimate the parameters by the maximum likelihood method of the different probability densities (Gumbel and Fréchet). The squared error from the estimated and empirical quantiles of each of the two distributions allowed us to choose the Fréchet distribution as the most appropriate for our data. This law was used to estimate the return time of extreme flows. The results confirmed that Fréchet's law is even more accurate i.e. closer to the empirical estimates than the commonly used Gumbel's law. The most probable flows have a regular annual return time while the least probable have a return time greater than or equal to 27 years.

**Keywords :** Extreme flow rates, Estimate law, Frequency analysis, Return time