

REPUBLIQUE DU CAMEROUN

Paix – Travail – Patrie

UNIVERSITE DE YAOUNDE I

FACULTE DES SCIENCES

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

CENTRE DE RECHERCHE ET DE

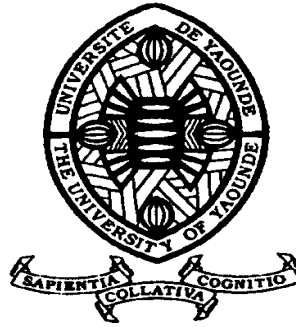
FORMATION DOCTORALE EN

SCIENCES,

TECHNOLOGIES ET GEOSCIENCES

LABORATOIRE DE PHYSIQUE DE

L'ENVIRONNEMENT TERRESTRE



REPUBLIC OF CAMEROUN

Peace – Work – Fatherland

UNIVERSITY OF YAOUNDE I

FACULTY OF SCIENCE

DEPARTMENT OF PHYSICS

POSTGRADUATE SCHOOL FOR

SCIENCES, TECHNOLOGY AND

GEOSCIENCES

**ETUDE DES INSTABILITES MODULATIONNELLES DES
ONDES DE GRAVITE GENEREES PAR LES INTERACTIONS
ATMOSPHERE-NAPPES D'EAU ETENDUES ET PROFONDES :
LE CAS DES VAGUES SCALERATES OU MEURTRIERS**

Thèse rédigée et présentée en vue de l'obtention du Doctorat/Ph.D of
Sciences en Physique

Par : **DAÏKA AUGUSTIN**
Licence et Master de Physique

Sous la direction de
Pr. MBANE BIOUELE César
Maître de Conférences
Pr. NGABIRENG Claude Marie
Maître de Conférences

Année Académique : 2017 - 2018





DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
DEPARTMENT OF PHYSICS

ATTESTATION DE CORRECTION DE LA THESE DE
DOCTORAT/Ph.D

Nous, Professeur MANE MANE Jeannot et Professeur KOFANE Timoléon Crépin, respectivement Examineur et Président du jury de la Thèse de Doctorat/Ph.D de Monsieur DAÏKA Augustin, Matricule : 05U359, préparée sous la direction de Professeur MBANE BIOUELE César et sous la supervision de Professeur NGABIRENG Claude Marie, intitulée : « Etude des instabilités modulationnelles des ondes de gravité générées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes : le cas des vagues scélérates ou meurtrières », soutenue le Vendredi, 28 septembre 2018, en vue de l'obtention du grade de Docteur/Ph.D en Physique, Spécialité Physique de l'Environnement Terrestre, option Sciences de l'Atmosphère, attestons que toutes les corrections demandées par le jury de soutenance ont été effectuées.

En foi de quoi, la présente attestation lui est délivrée pour servir et valoir ce que de droit.

Fait à Yaoundé, le 09 OCT 2018

Examineur

P. Jeannot Mane Mane
Maitre de Conférences
U.D.R. Université Louis Pasteur, Strasbourg, CURS (Physique)
Docteur de l'Etat, Université de Yaoundé I
Professeur MANE MANE Jeannot
En Sciences et Génie des Matériaux

Le Président du jury

KOFANE Timoléon Crépin
Professeur KOFANE Timoléon Crépin
Professeur

Le Chef de Département de Physique



DAÏKA Jean-Marie
Bienvenu
Professeur

ÉTUDE DES INSTABILITÉS MODULATIONNELLES
DES ONDES DE GRAVITÉ GÉNÉRÉES PAR LES
INTERACTIONS ATMOSPHÈRE-NAPPES D'EAU
ÉTENDUES ET PROFONDES : LE CAS DES
VAGUES SCÉLÉRATES OU MEURTRIÈRES

Thèse présentée en vue de l'obtention du Doctorat/Ph.D of Sciences en Physique,
spécialité : *Physique de l'Environnement Terrestre*, option : *Sciences de l'Atmosphère*

par:

DAÏKA Augustin

Master es Science

Sous la direction de:

Pr. MBANE BIOUELE César et Pr. NGABIRENG Claude Marie

2 octobre 2018

Dédicace

Je dédie ce travail à :

- mon feu père **ZOUA PAGNA Ézéchiel**

- ma mère **MAFALI Catherine**

- mes frères aînés et sœurs aînées : **YANDEBNE Joël, PABAME Roger, LAHAMDI ZOUA Joseph, KABE Bonaventure, HOUTENE Hélène et MAKONG Rosalie.**

trouvent ici la matérialisation de l'amour que je leur témoigne au regard d'efforts douloureux qu'ils ne cessent de consentir pour m'encourager dans la persévérance. C'est la manifestation concrète de l'espoir et de la confiance qu'ils ont toujours placé en moi.

Remerciements

Après plusieurs années passées à l'Université de Yaoundé I, je prends le clavier pour rédiger ces remerciements qui me permettront d'exprimer ma profonde gratitude à toutes les personnes m'ayant aidé, accompagné et soutenu lors de cette thèse et m'ayant fait bénéficier de leur expérience durant mon parcours dans cette auguste institution universitaire.

Je rends grâce à Dieu de m'avoir donné la force et le courage d'aller jusqu'au bout de ce travail, car sans lui la réalisation de ce travail n'aurait pas été possible.

Je tiens à remercier sincèrement :

- **Pr. MBANE BIOUELE César**, mon Directeur de thèse, pour la proposition du sujet de ce mémoire et l'encadrement qui s'en est suivi.

- **Pr. NGABIRENG Marie Claude**, pour la supervision de cette thèse.

- **Pr. NDJAKA Jean Marie Bienvenu**, Chef de Département de Physique, Faculté des Sciences de l'Université de Yaoundé I,

- **Pr. KOFANE Timoléon Crépin**, pour avoir accepté d'être le président de jury de ma thèse et pour toutes ses œuvres à l'épanouissement intellectuel.

- **Pr. LENOUE André**, pour avoir accepté de participer à mon jury de thèse.

- **Pr. MANE MANE Jeannot**, pour avoir accepté de participer à mon jury de thèse.

- **Dr. ATOCK à NWACHOCK Stéphane**, Enseignant à l'Ecole Nationale Supérieure Polytechnique de Yaoundé, pour ses précieux conseils.

- **Mr KIANZIE**, pour son aide et ses conseils d'aîné.

- **Mme MANI née MATCHOU Baïdjolné**, Secrétaire du vice-doyen chargé de la recherche et de la coopération, Faculté des Sciences de l'Université de Yaoundé I, pour ses aides et ses encouragements.

Mes remerciements sincères vont également à tous les enseignants du Département de Physique de la Faculté des Sciences de l'Université de Yaoundé I.

Je remercie ma chère épouse **DIMONE IENTEBE Nathalie**.

J'exprime ma profonde gratitude à : **PILI Marie, BONONO BAKOTA René et BA'A**, pour avoir consacré de leur temps à la relecture de ce mémoire.

Je tiens à remercier : **ZOUYANE AÏSSATOU, MAFALI PABAME Sephora, ZOUA PAGNA David, FIEDJOLBO PABAME François et TEGOURBE PABAME Emmanuelle**.

Je tiens également à remercier particulièrement mes amis : **GABDOULBE TANENBE, NGOND MAHIMI Urbain, KALIBE Bernard, AWE BOUBA Daniel, PAKANE André et BOURDAMNE Gaston**.

J'adresse mes remerciements les plus sincères à : **NKOA NKOMOM Théodule, MES-SANGA ETOUNDI Honoré et KOM Olivia**, pour leur générosité inlassable qu'ils m'ont accordé à chaque moment de ma présence parmi eux au Laboratoire de Physique de l'Atmosphère Terrestre (**LAPHATTE**) de l'Université de Yaoundé I.

Mes remerciements sincères vont à la famille de **FIEDJOLBO François**.

Résumé

Les systèmes physiques hors équilibre qu'abrite l'atmosphère terrestre (les cyclones, les ouragans, les tempêtes et les tornades), génèrent pendant leurs passages au-dessus de nappes d'eau étendues et profondes, des vagues (ou ondes de gravité) hautes et abruptes couramment appelées vagues meurtrières ou scélérates. La modélisation de ces phénomènes physiques hors équilibre, à l'interface Atmosphère-Océans, présente un intérêt scientifique indéniable en ce sens que les observations, quelque nombreuses et fines soient-elles, ne permettent pas jusqu'à ce jour de comprendre véritablement les interactions Atmosphère-Nappes d'eau étendues et profondes, du point de vue transfert de quantité de mouvement et transfert d'énergie cinétique. La physique des phénomènes atmosphériques tels les cyclones et les tornades (au sens de tornades) étant désormais suffisamment expliquée, ce travail va essentiellement consister à concevoir un Modèle Mathématique issu des équations de Navier-Stokes et Euler Lagrange couplées aux hypothèses tirées des expériences de laboratoire et d'observations décrivant la morphologie et les lieux de formation (ou sièges) par excellence des vagues scélérates. Les dimensions géométriques de ces monstres de la nature suggèrent d'entrée de jeu une bonne disponibilité en eau d'où la nécessité de considérer les nappes d'eau étendues et profondes dans les hypothèses (ou INPUTS) du modèle mathématique, plutôt que les cours d'eau de moyenne importance qui ne sauraient produire le volume d'eau nécessaire à la formation et à la propagation de vagues meurtrières telles que décrites par ceux qui les ont observées. Autrement dit, le modèle mathématique développé dans notre travail ne s'intéresse guère aux vagues issues de l'action des ondes sismiques telles les tsunamis provoqués par les tremblements de terre. Des simulations numériques, reposant essentiellement sur l'exploitation de l'équation non linéaire de Schrödinger relative aux modulations d'amplitude et de phase d'ondes stationnaires, permettront de valider notre modèle par comparaison aux faits d'observations. Une fois notre modèle éprouvé, l'étude de l'action du vent sur les vagues relativement hautes, a permis de comprendre le mode

de déplacement des vagues (elles progressent en « roulant » sur elles-mêmes au lieu de glisser sur l'eau) et de se faire une idée sur l'impact des vagues sur les plates-formes pétrolières et, sur l'efficacité des barrières (ou brise-vagues) dressées le long des berges pour protéger certaines infrastructures. L'étude des ondes de gravité générées par les instabilités modulationnelles des champs de vagues ou instabilités de Benjamin-Feir est également développée. Cette étude a permis d'observer le cycle de modulation-démodulation du train d'ondes et d'appréhender la propagation de ces ondes de surface.

Mots-clés : systèmes physiques hors équilibre, vagues meurtrières ou scélébrates, équation non linéaire de Schrödinger, action du vent et instabilités de Benjamin-Feir.

Abstract

Out balanced physical systems harbored by the earth's atmosphere (cyclones, hurricanes, storms and tornadoes), generate during their passages over the deep and extended water surfaces, waves (or gravity waves) high and unexpected, commonly called murderous or rogue waves. The modeling of these physical phenomena of out-balance, to the Atmosphere-Oceans interface, present an incontestable scientific interest in the sense that the observations, be they numerous and scarce, don't permit us to understand until date the Atmosphere - extended and deep water surface interactions, of the point of view of transfer of quantity of movement and kinetic energy transfer. Since, the physics of atmospheric phenomena such as cyclones and tornadoes is now sufficiently explained, this work is going to consist essentially in conceiving a Mathematical Model based on the Navier-Stokes and Euler Lagrange equations, coupled with assumptions from laboratory experiments and observations describing the exact morphology and training places (or headquarters) of rogue waves. The geometrical dimensions of these monsters of nature suggest from the onset a good water availability, hence the need to consider deep and extended water surfaces in the assumptions (or INPUTS) of the mathematical model, rather than the water sources of medium importance which can't produce the volume of water required for the formation and spread of killer waves as described by those who observed them. Indeed, the mathematical model developed in our work is not interested in the waves from the action of seismic waves such as tsunamis caused by earthquakes. Numerical simulations, based on the exploitation of the nonlinear Schrödinger equation on amplitude and phase modulations of stationary wave, will permit to validate our model by comparison to the facts of observations. Once our model was tried, the study of the action of wind on the relatively high waves permitted us to understand the mode of propagation of waves (they progress by "rolling" on themselves instead of sliding on the water) and get an idea on the impact of waves on the oil platforms and on the effectiveness of the barriers (or wave breezes) placed along the banks to

protect some infrastructures. The study of the gravity waves generated by the modulational instability of the waves' fields or Benjamin-Feir instability is also developed. This study permitted to observe the modulation-demodulation cycle of the wave trains and to apprehend the propagation of this surface wave.

Keywords :Out balanced physical systems, rogue waves, nonlinear Schrödinger equation, action of wind and Benjamin-Feir instability.

Table des matières

Dédicace	i
Remerciements	ii
Résumé	iv
Abstract	vi
Table des figures	xi
Liste des tableaux	xiv
Table des abréviations	xv
Table des symboles	xvi
Introduction Générale	1
1 Généralités sur les systèmes atmosphériques hors équilibre et les ondes de gravité associées	4
1.1 Description des systèmes atmosphériques hors équilibre ou dépressionnaires . . .	4
1.1.1 Morphologies des dépressions atmosphériques froides	5
1.1.2 Morphologies des dépressions atmosphériques chaudes (ou Tornades) . .	19
1.1.3 Visualisation géographique des systèmes dépressionnaires	21
1.1.4 Repérage du passage d'un système dépressionnaire	24
1.2 Ondes de gravité associées aux dépressions atmosphériques	29
1.2.1 Ondes de Rossby	29
1.2.2 Lignes de grains	31

1.2.3	Remous à la surface des cours d'eau	38
1.2.4	Agitation des nappes d'eau étendues	38
1.2.5	Vagues extrêmes	39
1.3	Commentaires sur l'état de connaissances actuelles des systèmes dépressionnaires et des vagues meurtrières	57
2	Formulation mathématique des ondes de gravité générées par les interac- tions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes : le cas des vagues meurtrières	59
2.1	Position d'étude	60
2.2	Équations de base pour l'étude des instabilités modulationnelles des ondes de gravité générées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes	64
2.2.1	Équation de continuité	64
2.2.2	Équations de Navier-Stokes	64
2.2.3	Hypothèses	68
2.3	Modèles physiques des équations aux instabilités modulationnelles des ondes de gravité générées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes	73
2.3.1	Formulation du modèle non linéaire de Schrödinger pour l'instabilité de Benjamin-Feir	73
2.3.2	Établissement de l'équation non linéaire de Schrödinger modifiée	78
2.3.3	Etude de la stabilité de l'équation non- linéaire de Schrödinger	82
2.4	Méthodologie de la résolution	83
2.4.1	Méthode directe : Méthode de Hirota	85
2.4.2	Méthode de la phase stationnaire	88
3	Simulations numériques du comportement des vagues meurtrières générées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes de leur genèse à leur dissipation	90
3.1	Formation des vagues scélérates	90
3.1.1	Modèle mathématique pour comprendre la physique des processus de la formation des ondes de gravité générées par les interactions atmosphère- nappes d'eau étendues et profondes	92

3.1.2	Exploitation de l'équation non linéaire de Schrödinger pour approuver le modèle mathématique de la genèse des vagues scélérates générées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes	94
3.2	Mode de Propagation sous l'effet du Vent	99
3.2.1	Formulation de la phase stationnaire de l'équation non linéaire de Schrödinger	99
3.2.2	Action de la force de frottement du vent sur la propagation des vagues relativement hautes	103
3.3	Modulation d'amplitudes et de phases	111
3.3.1	Vagues scélérates générées par l'instabilité modulationnelle des ondes de gravité engendrées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes	111
3.3.2	Analyse de la stabilité des ondes de gravité à la surface d'une nappe d'eau étendue et profonde	117
3.4	Commentaires sur les connaissances acquises grâce au progrès de la physique non linéaire	125
	Conclusion Générale et perspectives	128
	Références Bibliographiques	132
	Annexes	144

Table des figures

1.1	Perturbation de l'atmosphère en coupe verticale	7
1.2	Courants-jets atmosphériques aux latitudes moyennes et subtropicales	10
1.3	Inondation causée par la tempête Katrina le 30 août 2005 dans la ville de la Nouvelle-Orléans(Louisiane, Etats-unis)	11
1.4	Images Spot 4 de la commune de « La Faute Sur Mer », avant et après le passage de la tempête Xynthia - Vendée, France - 2010.	12
1.5	Matérialisation des cyclones : a- vue de dessus d'un cyclone ; b- Image satellitaire du cyclone ; c- Image TRMM à 85 GHz de 08 h 01 UTC	15
1.6	Zones de formation des cyclones et les trajectoires habituelles	17
1.7	Représentation schématique des mouvements verticaux et cellules nuageuses engendrées autour des systèmes dépressionnaires froids	18
1.8	Profil des vents géostrophiques	20
1.9	Matérialisation d'une dépression atmosphérique chaude par les tourbillons	21
1.10	Représentation schématique des mouvements verticaux et cellules nuageuses engendrées autour des systèmes dépressionnaires chauds [15	22
1.11	Profils en 3D des vents déclenchés par les systèmes dépressionnaires chauds	23
1.12	Localisation géographique des systèmes dépressionnaires	25
1.13	Représentation schématique des courants naturels des vents géostrophiques	25
1.14	Trace Barographique montrant le passage d'un ouragan immature à la basse latitude.	26
1.15	Trace Barographique qui accompagne le passage d'un petit, intense ouragan.	26
1.16	Trace Barographique qui indique le passage d'un ouragan mûr.	27
1.17	L'une des lectures du baromètre les plus profondes du niveau de la mer pour le monde entier.	28

1.18	Matérialisation d'une ligne de grains en Afrique de l'Ouest et du Sahel	31
1.19	Coupe verticale schématique d'une ligne de grains	34
1.20	Évolution typique d'un grain en arc vu au radar	35
1.21	Coupe verticale d'une ligne de grains se propageant d'est en ouest	36
1.22	Dynamique des dépressions associées aux lignes de grains dans l'Atlantique Nord où les courants de base s'opposent à leur propagation vers l'Ouest	37
1.23	Dynamique des dépressions associées aux lignes de grains dans le Sahel où les courants de base de la haute troposphère accélèrent leur propagation vers l'Ouest	37
1.24	Flot de débris induit par le passage d'un tsunami au Natori (Japon) 2011 . . .	43
1.25	Dommage causé par le tsunami dans l'océan indien (en Thaïlande) le 26 décembre 2004	44
1.26	Densité de probabilité des hauteurs de vagues	46
1.27	Fonction de répartition de probabilité	46
1.28	Situation de plusieurs collisions liées aux vagues scélérates	49
1.29	Système de transport mondial	49
1.30	Conditions de formation des vagues scélérates au large de l'Afrique du Sud. . . .	51
1.31	Accidents avec les vagues énormes : a) Navire affronte les vagues scélérates en 2010 en Atlantique Nord ; b) coulée pétrolière au Draupner	55
1.32	Schéma d'une marée générée par la tempête.	56
1.33	Dommage causé par un événement extrême en zone côtière à Dirkin (Grande Bretagne)	57
2.1	Classification des ondes aquatiques	60
2.2	Courbe de la relation de la dispersion de la vague de l'eau	62
2.3	Vitesse de phase	63
2.4	Vitesse de groupe	63
2.5	Configuration géométrique du problème	70
3.1	Hauteur des vagues pendant une dépression atmosphérique	93
3.2	Simulations des ondes porteuses de surface libre de l'océan associées aux systèmes dépressionnaires pour différents nombres d'onde ($k_0 = 1$; $k_0 = 2$; $k_0 = 4$) . . .	97
3.3	Simulation de la géométrie des ondes multi-spectrales produites à la surface libre des océans associée aux systèmes dépressionnaires indiquée sur la Figure 3.4 b. .	98

3.4	Profils des Tornades (Figure 3.4 a, au-dessus de la terre ; la Figure 3.4 b, au-dessus de l'océan)	98
3.5	Représentation de l'histogramme des composantes RGB de la Figure 3.4 b	99
3.6	Action du vent sur l'amplitude de l'onde avec $k_0 = 4$ et $\epsilon = 0.4$	104
3.7	Vague scélérate en aval.	104
3.8	Évolution du Facteur d'amplification (A/A_0) en fonction de x pour différentes valeurs de l'intensité de la vitesse du vent	107
3.9	Impacts du vent sur l'élévation de la surface libre de l'eau.	110
3.10	Taux de croissance en fonction des composantes du vecteur d'onde -	114
3.11	Taux de croissance en fonction des composantes du vecteur d'onde +	115
3.12	Simulations des ondes de gravité associées aux tornades pour différents nombres d'onde.	118
3.13	Processus fondamentaux de la démodulation de la vague de chacun des cinq premiers modes normaux. Initialement seul le mode 1 était excité.	122
3.14	Simulation de propagation des ondes de gravité pour différents nombres d'onde .	125

Liste des tableaux

3.1	Facteur d'amplification en fonction de l'intensité de la vitesse du vent.	105
-----	---	-----

Table des abréviations

CIIT	Centre International d'Information sur les Tsunamis
F.P.U	Fermi-Pasta-Ulam
GATE	Global Atlantic Tropical Experiment
GPS	Global Positioning System
KDV	Korteweg- De Vries
IM	Instabilité de Modulation ou Instabilité Modulationnelle
Instabilité de B-F	Instabilité de Benjamin-Feir
IST	Inverse Scattering Transform
NLSE	Non Linear Schrödinger Equation
NOAA	National Oceanic and Atmospheric Administration
OMM	Organisation Mondiale de la Météorologie
PDF	probability density function
RGB	Red Green Blue
TRMM	Tropical Rainfall Measurement Mission
UNESCO	United Nations Educational and Scientific Organization

Table des symboles

Notations	Signification
b	fonction de surface complexe
B_i	fonction de surface ($i = 0,1,2,3$)
B'_i	composante de la fonction de la surface complexe ($i = 0,1,2,3$)
B''_i	plus petit composante de la fonction de la surface complexe ($i = 0,1,2,3$)
\vec{g}	vecteur accélération de gravité en dimension 3
H	hauteur d'eau
k_i	nombre d'onde ($i = 0,1,2,3$)
\vec{k}_i	vecteur nombre d'onde ($i = 0,1,2,3$)
t	temps
t_1	temps initial
t_2	temps à la position 2
V_i	coefficient d'interaction ($i = 0,1,2,3$)
W_i	coefficient d'interaction
ϵ	terme non-linéaire (raideur)
ϕ	potentiel de vitesse
η	élévation de la surface
η_t	dérivation de l'élévation η de la surface en fonction du temps
Ψ	potentiel de vitesse à la surface de l'eau
Ψ_t	dérivée par rapport au temps du potentiel de vitesse à la surface de l'eau
$\omega(k_i) = \omega_i$	fréquences angulaires de l'interaction des ondes
δ	fonction de Dirac
$\vec{\nabla}$	vecteur nabla
C_{xy}	composante de vitesse de groupe

$\beta(k_i) = \beta_i$	composante de la fonction complexe de la surface ($i = 0,1,2,3$)
τ, ς, ν	coefficients de groupe de dispersion
ξ	coefficient non linéaire
ζ	coefficient couplé

Introduction Générale

Depuis toujours, l'océan offre aux hommes la possibilité de se nourrir, d'échanger et de transporter des biens, de produire de l'énergie et de se divertir. Ces différentes activités apparaissent aussi bien au large qu'à la côte. En plus, pour des contraintes économiques, ou pour des raisons purement récréatives, les côtes fournissent aux populations des abris naturels où sont construits de nombreux ports de pêche et de commerce.

Pour toutes ces raisons, la sécurité en mer et à la côte est devenue un enjeu primordial. Si de nombreux dangers menacent cette sécurité, l'un des plus évidents est lié aux interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes, et aux ondes de gravité qui s'y développent, ondes que l'on a usage d'appeler « les vagues ». Ces ondes sont bien souvent à l'origine de nombreuses catastrophes car de nombreuses légendes présentées illustrent trois phénomènes de natures assez différentes. Il s'agit des vagues scélérates, des tsunamis et plus généralement des événements extrêmes liés à la propagation de l'onde en zone côtière. Ces trois phénomènes sont liés à la dynamique des ondes de surface en milieu océanique. Ils peuvent surgir dans des conditions très variées et sur toutes les nappes d'eau du monde(océans et mers).

Par ailleurs, les ondes de gravité interagissent fortement avec le milieu dans lequel elles évoluent lors de leur propagation dans les nappes d'eau étendues et profondes. La présence des paramètres atmosphériques (la pression, la température, l'humidité et le vent) peut forcer ou dissiper la vague extrême selon leurs directions de propagation respectives. Différents phénomènes, comme la bathymétrie, la nature des fonds ou encore la présence de gaz dissouts, peuvent être de nature dissipative pour les ondes. La présence de courants peut conduire à de nombreux phénomènes de diffraction, de réfraction ou de réflexion des événements extrêmes liés à la propagation de cette onde en zone côtière. Tous ces phénomènes possèdent une variabilité à des échelles spatiales ou temporelles qui leur sont propres. Enfin, la présence des événements extrêmes liés à la propagation de l'onde en zone côtière peut influencer de manière significative

tous ces phénomènes, induisant un coupage important.

Les exemples présentés ci-dessus mettent en exergue la nécessité de modéliser ces phénomènes et de comprendre les processus physiques responsables de leur formation, leur propagation et leur prédiction. Toutefois, les remarques sus-citées permettent de toucher du doigt la difficulté d'y parvenir. Les travaux de recherche présentés ici ont tous tenté de contribuer à la compréhension de cette situation. Il s'agit de comprendre les différents phénomènes inhérents à la genèse, à la propagation et à la dynamique des ondes de gravité générées par les interactions atmosphère - nappes d'eau étendues et profondes. Pour y arriver, notre démarche s'organise autour de trois (3) chapitres et une conclusion générale. Le premier chapitre décrit le contexte de cette étude. Il présente tout d'abord les systèmes atmosphériques hors équilibre ou dépressionnaires. Ces systèmes dépressionnaires sont repartis en deux grandes familles : les dépressions atmosphériques froides provoquées par une source thermique froide et les dépressions atmosphériques chaudes provoquées par une source thermique chaude. Ce chapitre s'intéresse également aux connaissances actuelles sur les vagues extrêmes. Notamment les vagues scélérates, les tsunamis et plus généralement des événements extrêmes liés à la propagation de l'onde en zone côtière. Contrairement aux vagues scélérates, les tsunamis sont bien connus ; et ce depuis très longtemps. En fait, leurs effets majeurs ne peuvent passer inaperçus car depuis les tsunamis géants, qui sont survenus dans l'océan pacifique(du Nord-Est du Japon) le 11 mars 2011 et celui de l'océan Indien, le 26 décembre 2004, suscitent un intérêt particulier du fait de l'importance que peuvent avoir ces raz-de-marée et les dégâts qu'ils peuvent occasionner. Les vagues scélérates et les événements extrêmes liés à la propagation de l'onde en zone côtière sont aussi considérés comme des vagues extrêmes. Ces dernières sont à la fois exceptionnelles et meurtrières, car leurs impacts peuvent dévier les ondes sur les navires, les plates-formes pétrolières ou les infrastructures côtières.

Le second chapitre porte sur la formulation mathématique des ondes de gravité générées par les interactions atmosphère - nappes d'eau étendues et profondes dans le cas particulier des vagues meurtrières. Il présente les théories non linéaires sur les principes de la physique. Celles-ci constituent les équations de base du modèle de notre étude, qui sont un ensemble d'équations non linéaires décrivant les ondes de gravité de surface sur un fluide idéal et irrotationnel avec une profondeur arbitrairement infinie. Ce chapitre présente la méthodologie utilisée pour transformer l'équation intégrale de Benjamin-Feir en une équation non linéaire de Schrödinger modifiée qui a une grande classe de modèles mathématiques utilisée en physique

pour le modèle représentatif du phénomène de vagues meurtrières observées à la surface des océans et les méthodes de la résolution du problème.

Enfin, le dernier chapitre traite de la simulation numérique du comportement des vagues meurtrières générées par les interactions atmosphère- nappes d'eau étendues et profondes de leur origine à leur dissipation. Ces vagues meurtrières sont généralement nées très loin de la côte et malheureusement, parfois à proximité de bateaux ou de navires. Nos simulations permettront aux observations de la technologie spatiale de voir comment les systèmes dépressionnaires déclenchent les vagues meurtrières et sont imprévisibles ; en tenant compte du fait que les transformations mécaniques qui se produisent sur ces monstres dépendent du milieu de propagation au cours de leur évolution spatio-temporelle. Par ailleurs, dans le désert du Sahara par exemple, les dunes de sable sont progressivement érodées et déplacées par le vent sur des dizaines de mètres. Cette expérience met en évidence l'action du vent sur les objectifs granulaires (amas de sable ou toboggans) et motive des études similaires à la nôtre, où nous voulons simuler l'impact de la force des frottements du vent et des barrières sur l'évolution spatio-temporelle de l'enveloppe des vagues meurtrières à la surface des nappes d'eau étendues et profondes.

Chapitre 1

Généralités sur les systèmes

atmosphériques hors équilibre et les ondes de gravité associées

Ce chapitre traite des avancées récentes en météorologie dans l'identification des systèmes dépressionnaires et des ondes de gravité associées à ces systèmes. Ces derniers prennent naissance à la suite de l'échauffement inégal des terres et des mers et se développent principalement au-dessus des régions bénéficiant d'un climat maritime ou d'un microclimat. L'ascendance dans la dépression thermique entraîne la formation de nuages le plus souvent du type convectif; la chaleur latente de condensation libérée augmente encore l'effet thermique. Pour mieux appréhender ce phénomène physique, il nous est loisible, dans ce chapitre, de décrire les systèmes dépressionnaires (1.1), les ondes de gravité associées aux dépressions atmosphériques (1.2) et de faire les commentaires sur l'état des connaissances actuelles des systèmes dépressionnaires et des vagues meurtrières (1.3).

1.1 Description des systèmes atmosphériques hors équilibre ou dépressionnaires

Sur le plan morphologique, il existe deux grandes familles de systèmes atmosphériques hors équilibre (ou systèmes dépressionnaires) avec précisément des noms qui varient dans l'une des familles et principalement en fonction de l'intensité des vents observés en surface durant le

passage du système dépressionnaire considéré. Ces deux familles sont constituées d'une part des dépressions atmosphériques froides provoquées par une source thermique froide et d'autre part des dépressions atmosphériques chaudes provoquées par une source thermique chaude. La convection naturelle étant le mode de transfert de chaleur privilégié de l'atmosphère, les ondes de gravité générées par les systèmes dépressionnaires se propagent pour ainsi dire prioritairement suivant la verticale issue de la source de chaleur. Dans ce paragraphe, il convient d'indiquer que pour un observateur placé au sol : la source froide est d'origine aérienne et mobile tandis que la source chaude est d'origine terrestre et immobile. Les satellites ont une toute autre perception des choses car, toutes les sources de chaleur (chaudes ou froides) sont mobiles par rapport à eux.

1.1.1 Morphologies des dépressions atmosphériques froides

1.1.1.1- Les tempêtes

Les tempêtes sont des phénomènes atmosphériques qui se caractérisent par l'évolution d'une perturbation atmosphérique ou dépression fortement asymétrique, le long de laquelle s'affrontent deux masses d'air aux caractéristiques distinctes (température, teneur en eau). Elles se manifestent par les vents violents produits par une dépression barométrique fortement marquée [1-6].

a- Origines de la tempête

L'apparition des tempêtes correspond à l'évolution de certaines perturbations atmosphériques liées à des mécanismes complexes qui régissent les grands équilibres thermodynamiques au sein de l'atmosphère.

Aux moyennes latitudes, les forts contrastes de températures existent entre l'air chaud d'origine tropicale et l'air froid d'origine polaire ; le contact entre ces deux masses d'air de caractéristiques différentes (température, taux d'humidité, pression atmosphérique) est appelé un front, qui peut être chaud ou froid : un front chaud qui sépare une masse d'air chaud poussant une masse d'air froid et un front froid qui sépare une masse d'air froid poussant une masse d'air chaud. Du fait de la différence de densité entre les masses d'air chaud (légère) et froid (lourde), un front est généralement oblique.

b- Formation de la tempête

•L'atmosphère toujours à la recherche de son équilibre

Si la température à la surface de la terre était partout la même et si notre globe ne tournait pas, l'atmosphère serait parfaitement au repos, à l'image de l'eau dans un récipient. Cependant, si on bouge ce récipient ou si on le chauffe, c'est-à-dire, si on perturbe l'équilibre de l'eau, on observe l'apparition des mouvements dans le fluide. De même, l'atmosphère est mise en mouvement d'une part parce qu'elle subit constamment un échauffement aux latitudes équatoriales alors qu'elle refroidit aux latitudes les plus élevées (proches des pôles) et d'autre part parce que la rotation de la terre l'entraîne dans un mouvement tourbillonnaire. Si l'on ajoute à cela l'effet des saisons (la bande d'atmosphère surchauffée varie en latitude), les effets des discontinuités géographiques (échauffement diffère selon la nature du sol, effets de relief ...) et le cycle de l'eau (évaporation, précipitations et transports de chaleur associés), on comprend que l'atmosphère soit soumise aux mouvements complexes à la recherche permanente d'un équilibre naturel qu'elle ne peut jamais atteindre complètement.

Comme on a bien pu l'observer, l'atmosphère présente finalement aux latitudes moyennes les caractéristiques suivantes : une zone de transition entre les masses d'air froid polaire et d'air chaud tropical ; ce que les météorologistes désignent par « zone de gradient de température » et un régime de vents d'ouest. En général, la vitesse des vents d'ouest croît avec l'altitude et présente un maximum près de la tropopause appelée « le courant-jet » (ou « jet-streams » en anglais) ou tout simplement « le jet ». Or, cette situation de l'atmosphère aux latitudes moyennes ne correspond pas à un état de parfait équilibre.

•Le pseudo équilibre des latitudes moyennes

Une atmosphère sous l'influence d'une anomalie de tropopause et du "courant-jet" avec laquelle elle interagit est une structure perturbée pour tous les paramètres (**Figure 1.1**). Non seulement les pentes des surfaces (isobares et isothermes) et de la tropopause s'accroissent dans la direction sud-nord, mais surtout une véritable anomalie apparaît en coupe ouest-est où toutes ces surfaces présentent une importante déformation. En bordure de la zone où la tropopause s'enfonce vers le bas, le courant ondule autour de l'anomalie, le vent subit de fortes variations en vitesse et en direction et prend une composante fortement tourbillonnaire ; les surfaces de pression et de température se déforment, des mouvements verticaux apparaissent. Une dépression se crée au sol sous le mouvement ascendant alors qu'un anticyclone apparaît sous le mouvement descendant.



FIGURE. 1.1 – *Perturbation de l'atmosphère en coupe verticale [7].*

L'atmosphère est quasiment barotrope aux latitudes nord ainsi qu'aux latitudes équatoriales, mais elle est barocline aux latitudes moyennes. En fait, à ces latitudes, l'atmosphère est dans un état de pseudo équilibre ; ce n'est pas un état de parfait équilibre stable, ni un état vraiment perturbé, mais un état de « moindre déséquilibre » compte tenu de la situation (chauffage au sud, refroidissement au nord, rotation de la terre...). Le déséquilibre tend à se limiter dans cette zone de gradient d'orientation nord au sud, alors que d'ouest en est, tout est « normal », isobares et isothermes ne sont pas déformées.

Aux latitudes moyennes (régions tempérées), les surfaces de pression et de température sont légèrement inclinées dans la direction sud-nord. Il y a un gradient horizontal de température et de vent, donc un vent d'ouest qui croît avec l'altitude. Néanmoins, sur une coupe ouest-est, les surfaces de température et de pression apparaissent comme des lignes horizontales. L'atmosphère est en pseudo équilibre : il y a un mouvement horizontal, mais pas de mouvement vertical.

Ce pseudo équilibre des latitudes moyennes est évidemment fragile ; l'atmosphère peut devenir facilement perturbée près de la surface ; par exemple, les discontinuités terre-mer, les effets du relief et des saisons font varier les vents et la température de l'air près de la surface. Ces variations s'accompagnent naturellement aux modifications de la pression (vent, pression et température sont liés entre eux par les lois thermodynamiques). Ainsi, à un maximum d'air chaud en surface, ou à une onde des isothermes correspond naturellement une dépression mineure.

Cette évolution est le début d'une perturbation. Mais avant d'aller plus loin, intéressons-nous à la haute troposphère et en particulier à ce qui se passe près de la tropopause [7].

- **La tropopause : un couvercle déformable**

Du fait de ses caractéristiques thermiques, la tropopause tend à inhiber tout mouvement vertical. On peut considérer la tropopause comme une sorte de « couvercle », la troposphère se trouvant alors contenue entre ce couvercle et le sol. Mais, ce couvercle n'est ni plat, ni tout à fait rigide. Il présente des déformations, des creux ou des bosses, en liaison avec la situation de la troposphère. Ainsi, lorsque l'air présente un fort tourbillon (quantité physique représentant la capacité d'un fluide à engendrer un mouvement tourbillonnaire), la tropopause présente un enfoncement, un peu comme la surface de l'eau contenue dans un verre, quand on tourne la cuillère dans ce verre. C'est notamment le cas dans les régions polaires où l'on observe des zones à fort tourbillon où la tropopause s'enfonce dans la troposphère ; comme la force de Coriolis est d'autant plus efficace que l'on s'éloigne de l'équateur, l'air subit de part la rotation de la terre un mouvement de tourbillon d'autant plus fort qu'il est proche du pôle. C'est donc en général à l'air froid qu'est associé un fort mouvement de tourbillon. Mais celui-ci n'est pas directement lié à la température car il n'est pas d'autant important que l'air est plus froid. Le mouvement de tourbillon dépend de la circulation et de la configuration des vents. Il peut aussi provenir du passé de l'air en question. Par exemple, si l'air est issu des restes d'une ancienne dépression, il peut garder une part de mouvement tourbillonnaire. Lorsque l'air porteur d'un fort tourbillon s'approche d'une zone de vent fort, le tourbillon se renforce encore, la tropopause se creuse un peu plus et s'abaisse dans la troposphère en tourbillonnant. Les météorologistes parlent de « perturbation de tropopause » ou d' « anomalie de tropopause ». L'ensemble de l'atmosphère peut alors subir des déformations liées à cette anomalie de tropopause. La **Figure 1.1** schématise l'atmosphère perturbée par une anomalie de tropopause. Il faut noter que, la déformation de la tropopause est beaucoup plus prononcée que la déformation correspondante des surfaces isobares. D'où l'intérêt de raisonner à partir de cette tropopause montrant plus nettement et plus concrètement les caractéristiques de l'atmosphère en altitude que les cartes 500 ou 300 hPa, où les phénomènes sont moins nets.

- **Le Courant-jet : un tube de vent où s'écoule l'atmosphère**

Une anomalie de tropopause est une cause majeure des perturbations atmosphériques. Lorsqu'une anomalie de tropopause (donc un enfoncement local de la tropopause accompagné d'un fort mouvement de tourbillon) rencontre le courant-jet des latitudes moyennes (**Figure 1.2**),

non seulement l'anomalie s'accroît, mais elle déforme également ce tube de vent. En effet, la cassure ou le « pli » de tropopause formé par l'anomalie augmente, le tube de vent dans lequel s'écoule le jet est déformé et comme resserré en bordure de l'anomalie. Ainsi, en plus de l'augmentation du mouvement de tourbillon dans l'anomalie, la vitesse de l'air s'accroît dans le jet. Dans de telles conditions, l'équilibre de l'atmosphère est fortement menacé. Plus les vents formant le courant-jet sont violents, plus l'anomalie de la tropopause est prononcée, plus la perturbation est susceptible de se faire sentir jusqu'aux basses couches où elle va entraîner des modifications des paramètres atmosphériques (vents, pression et température). Elle est alors une perturbation d'autant plus importante que les modifications imposées par l'altitude se produisent au-dessus d'une région où les basses couches de l'atmosphère sont déjà elles-mêmes en situation fragile, « particulièrement instables ». C'est le cas notamment de la zone de gradient de température des latitudes moyennes comme on l'a vu plus haut. Si de plus, il existe déjà une dépression mineure, toutes les conditions sont réunies pour qu'une profonde perturbation se développe dans toute l'épaisseur de l'atmosphère [8]. Cette dernière (atmosphère) doit alors réagir pour maintenir un état conforme à l'équilibre naturel. Elle le fait en créant des mouvements verticaux ; des mouvements ascendants et descendants se mettent en place afin de contrecarrer le développement de la perturbation. Le sol ne subit pas des mouvements verticaux et des anomalies de pression et de vent. Il va apparaître au-dessous des régions de mouvement vertical. Une dépression se forme au sol comme conséquence des forts mouvements ascendants emmenant l'air vers le haut et un anticyclone apparaît là où l'air afflue du haut vers le sol. C'est là un des paradoxes de l'atmosphère. En voulant pallier aux perturbations qui menacent son équilibre naturel, l'atmosphère s'emballe et crée d'importantes perturbations à la surface, avant de finir par parvenir plus tard, à une situation plus calme. Ce processus d'interaction entre une perturbation initiée par la tropopause et une perturbation de surface a pu être validé lors de la campagne de mesure Fastex qui est la campagne d'études des cyclogenèses atlantiques menée en hiver 1997.

c- Dégâts causés par les tempêtes

Par la pluralité de leurs effets (vents, pluies, vagues) et l'importance des zones géographiques touchées, les tempêtes sont souvent lourdes de conséquences ; tant pour l'homme que pour ses activités ou son environnement. Après les inondations, les tempêtes restent le phénomène climatique qui cause le plus de dégâts [9].

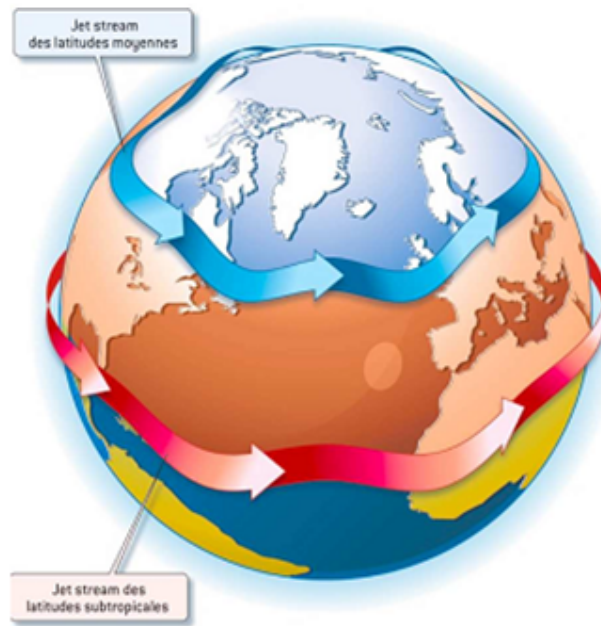


FIGURE. 1.2 – *Courants-jets atmosphériques aux latitudes moyennes et subtropicales.*

• Les conséquences humaines

Le nombre de victimes peut être important : décès, personnes blessées et/ou sans-abri. Les accidents sont notamment dus aux impacts des objets divers projetés par le vent, aux chutes d'arbres, aux effondrements de structures auxquels s'ajoutent les inondations ou les glissements de terrains. Dans de nombreux cas, l'imprudence et/ou l'inconscience restent à l'origine des décès (**Figure 1.3**).

• Les conséquences économiques

Il s'agit des destructions ou dommages portés aux édifices privés ou publics, aux infrastructures industrielles ou de transport et aux interruptions des trafics (routiers, ferroviaires, aériens) qui peuvent se traduire par des coûts, des pertes ou des perturbations d'activités importantes. Par ailleurs, les réseaux d'eau, de communication et de fourniture d'énergie électrique subissent, à chaque tempête, à des degrés divers, des dommages à l'origine d'une paralysie temporaire de la vie économique. À titre d'exemple, la tempête Xynthia a causé de graves dégâts matériels [10]. Au-delà des dommages subis par les populations qui ont parfois perdu le résultat d'une vie de travail, des pans entiers de l'économie locale ont été durement et durablement touchés (**Figure 1.4**). En outre, de nombreuses infrastructures ont été touchées, que ce soient des ouvrages de défense contre la mer ou des biens non assurables des collectivités territoriales, comme

la voirie. Le montant total des dégâts directement provoqués par la tempête Xynthia peut être évalué à plus de 2,5 milliards d'euros ou 1639,9 milliards de Francs CFA. À ce bilan déjà lourd, il convient d'ajouter des dégâts indirects sur l'économie locale, comme les tourisms, impactée par le retentissement médiatique de la tempête.

•Les conséquences environnementales

Les tempêtes ont deux types d'effets distincts sur l'environnement :

- **les effets directs**, destruction de forêts due aux vents, dommages résultant des inondations, etc. ;

- **les effets indirects**, pollution plus ou moins grave et étendue du littoral due à un naufrage, pollution à l'intérieur des terres due aux dégâts sur les infrastructures de transport, etc.



FIGURE. 1.3 – Inondation causée par la tempête Katrina le 30 août 2005 dans la ville de la Nouvelle-Orléans(Louisiane, Etats-unis).

1.1.1.2- Les ouragans

a- Manifestation des ouragans

Ils sont des systèmes dépressionnaires caractérisés par une circulation bien définie et des vents soutenus d'au moins 118 kilomètres à l'heure (64 nœuds). Ils prennent naissance au-dessus des eaux chaudes des océans de la zone intertropicale, et qui s'accompagnent de vents très violents et de pluies torrentielles.



FIGURE. 1.4 – Images Spot 4 de la commune de « La Faute Sur Mer », avant et après le passage de la tempête Xynthia - Vendée, France - 2010 [13].

Les ouragans se forment lorsque certaines conditions sont réunies à savoir : la température de la mer, la saturation de l’atmosphère et la convergence de courants d’air froid provenant du nord-est sur une zone de basse pression. Dans ces conditions, l’air chaud ne peut s’accumuler et monte en tourbillonnant à l’intérieur d’une colonne d’environ 50 km de diamètre (il atteint facilement les 500 km), créant ainsi le système atmosphérique. À la périphérie de la colonne, les vents tournoyants peuvent atteindre 300 km/h. Ils soulèvent de fortes vagues de leur contact avec la mer ou l’océan et provoquent d’importants dégâts sur les terres et les côtes. En revanche, l’intérieur de la colonne, appelé œil, est une zone de subsidence, caractérisée par des vents faibles et un ciel clair. L’air humide s’élève jusqu’à plus de 10 000 m et forme un cumulonimbus (nuage en forme d’enclume). La vapeur d’eau refroidie se condense et retombe en pluies diluviennes.

b- Impacts des ouragans

Dans les régions côtières, les vents puissants des ouragans peuvent causer des dommages importants. Lorsqu’ils atteignent la terre ou s’approchent des côtes, les vents, outre le fait qu’ils produisent une onde de tempête, peuvent détruire des maisons, édifices et autres structures. Dans les cas d’ouragans particulièrement violents, les débris emportés par le vent sont très dangereux. Ces dommages ont des effets divers directs ou indirects sur les vies humaines et

leurs activités [12].

1.1.1.3- Les cyclones

Selon l'Organisation Mondiale de la Météorologie, les cyclones sont des « perturbations dépressionnaires d'échelle synoptique non accompagnées d'un système frontal, prenant naissance au-dessus des eaux tropicales ou subtropicales et présentant une activité convective organisée et une circulation cyclonique, plus intense en surface qu'en altitude » [17]. Ils fascinent les hommes par leur puissance, leurs conditions de développement et de déplacement. Lors du passage d'un cyclone, tous les phénomènes sont extrêmes : les vents peuvent atteindre 350 km/h, les pluies diluviennes qui engendrent des crues et des glissements de terrain et la marée de tempête qui provoque une élévation du niveau de la mer dévastant les zones côtières.

a- Formation de Cyclone

L'apparition ou le creusement d'une dépression en surface est à l'origine de la formation des fronts. En effet, les dépressions sont les principaux systèmes s'accompagnant d'une configuration de vent capable d'agir dans le sens d'un renforcement du contraste de température. Les latitudes moyennes sont le siège d'une zone de transition entre l'air froid des latitudes polaires et l'air chaud issu des régions équatoriales et tropicales, ce qui est source de déséquilibre et donc de perturbation au sens général du terme pour l'atmosphère et que les dépressions naissent essentiellement sur cette zone de variation de température. Lorsqu'une dépression apparaît et se creuse, la configuration des isothermes est modifiée par le vent lié au creusement, alors le vent tournant autour du centre de la dépression accentue l'ondulation des isothermes [13].

Ainsi, concernant les situations observées et analysées, les mesures effectuées par les différents moyens d'observations renseignent très utilement sur l'activité des fronts, même lorsqu'aucune observation ne se trouve sous le front lui-même. L'imagerie satellite est également un outil précieux. En imagerie satellite, un front froid actif se présente comme une bande nuageuse relativement homogène, de quelques centaines de kilomètres de large, plus ou moins courte et se rétrécissant du nord vers le sud.

b- Champ des vitesses de cyclones

Il est caractérisé par une masse nuageuse pouvant s'étendre sur 1 000 km pour les plus importants. Il est organisé en bandes spiralées s'enroulant autour d'un centre de rotation,

anneau central compact et droit (**Figure 1.5**). Cette figure montre la circulation de l'air autour d'une dépression (vortex) et illustre le géostrophisme qui en constitue l'interprétation. Ce centre est noyé au milieu des masses nuageuses de type cumulonimbus, à fort potentiel pluvieux et orageux. Il est parfois difficilement discernable. Les cyclones tirent l'essentiel de leur énergie de l'évaporation de l'eau de mer sur une zone de basses pressions, et ne peuvent donc prendre naissance qu'au-dessus des zones océaniques.

Au stade de cyclone, l'œil du cyclone est plus nettement identifiable et a un diamètre généralement compris entre 30 et 60 km (exceptionnellement de plus de 200 km). Il est identifié par des vents faibles et des précipitations nulles ou très faibles, tandis que la pression atmosphérique y est au plus bas et la température en altitude la plus chaude (jusqu'à 10° C de plus dans l'œil qu'à sa périphérie à 12 km d'altitude). Il y règne ainsi un calme apparent très temporaire (des lambeaux de ciel bleu sont quelquefois visibles).

Cet œil est entouré du mur de l'œil, constitué de cumulonimbus et pouvant s'étendre sur un rayon de 150 km. Ce mur, qui abrite les mouvements convectifs les plus puissants, est le siège des effets du cyclone les plus dévastateurs (vents, pluies, marée cyclonique). Une couronne de vents forts se forme autour de l'œil de cyclone.

Sur le plan morphologique, ils présentent une symétrie autour de l'œil.

c- Manifestations et déplacement des cyclones

Ils se manifestent au premier signe précurseur par la houle cyclonique qui se propage à une vitesse supérieure à celle du cyclone. De plus, les vents, qui l'accompagnent, constituent un danger pour les navires marchands et les plaisanciers en haute mer et la pluie. L'importance et les variations de sa direction, la hauteur et la fréquence nous renseignent sur la distance du phénomène et sur l'orientation de sa trajectoire.

L'intensité des vents et leurs changements brutaux de direction sont à l'origine de dégâts considérables. Sa vitesse dépasse aisément les 150 km/h et peut exceptionnellement atteindre 370 km/h environ à proximité de l'œil (et plus particulièrement, dans l'hémisphère nord, dans sa partie avant droite où le gradient de pression est le plus fort); l'énergie d'un vent est proportionnelle au carré de sa vitesse (un vent de 200 km/h exerce une force quatre fois supérieure à celle d'un vent de 100 km/h). La dangerosité des vents est également liée aux objets plus ou moins volumineux qu'ils sont en mesure de projeter.

Dans un cyclone, les vents de surface se caractérisent par ailleurs par leur turbulence, avec

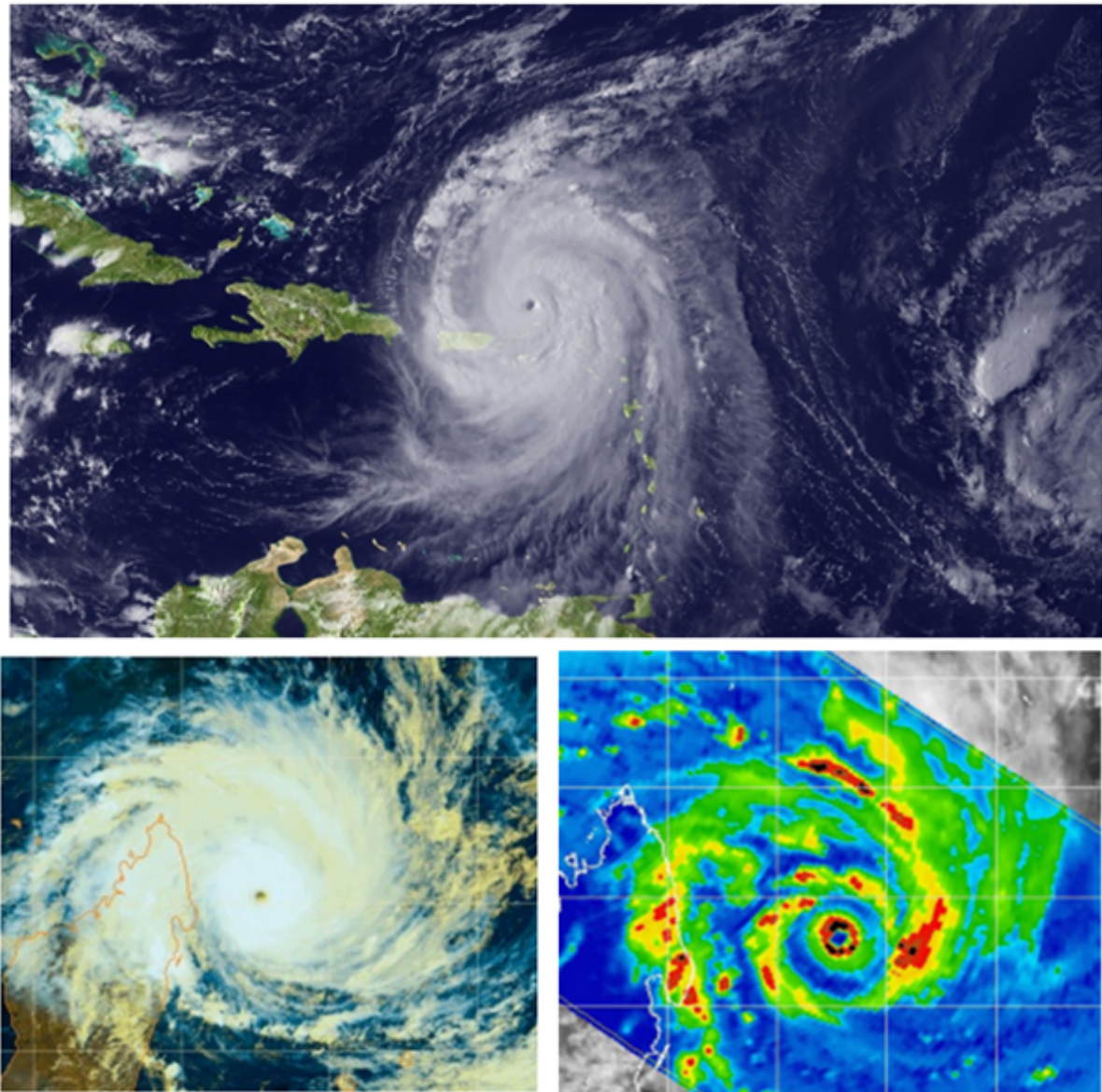


FIGURE. 1.5 – *Matérialisation des cyclones : a- vue de dessus d'un cyclone (NOAA, April 2013); b- Image satellitaire du cyclone (une composition colorée des canaux infrarouges et visibles du satellite NOAA16 du 6 mars 2004 à 10 h 38 UTC); c- Image TRMM (Tropical Rainfall Measurement Mission) à 85 GHz de 08 h 01 UTC*

une alternance entre séries de rafales violentes et accalmies passagères ; cette variabilité a tendance à augmenter à l'intérieur des terres.

Une autre dangerosité résulte du changement de la direction des vents à 180° après le passage de l'œil (de part et d'autre de l'œil, ils soufflent dans des directions opposées).

Le cumul de précipitations peut être considérable, y compris pour des cyclones d'intensité relativement modeste (en terme de vents), alors que certains « gros » cyclones ne génèrent que peu de pluies. Ces pluies peuvent être génératrices d'inondations, de glissements de terrains et de coulées boueuses d'ampleur variable. Différents paramètres influencent ce cumul à savoir :

- le relief montagneux qui amplifie les mouvements verticaux, et subséquemment l'instabilité, et les processus de condensation de la vapeur d'eau ;
- l'orientation de la trajectoire du système pluvieux par rapport à celle d'une chaîne montagneuse ou d'un obstacle naturel ;
- la vitesse de déplacement du cyclone, dont la lenteur tend à accentuer les cumuls pluviométriques (le phénomène séjournant plus longtemps au même endroit).

Les trajectoires des cyclones peuvent être définies à partir de deux circulations différentes (**Figure 1.6**) :

- aux latitudes tropicales, un déplacement équatorial d'est en ouest (sauf dans l'océan Pacifique sud-ouest où la circulation se fait généralement d'ouest en est) ;
- l'entrée du cyclone dans le déplacement des régions tempérées après un changement de direction plus ou moins brutal. Cette incurvation de la trajectoire vers le pôle est due à la force de Coriolis qui dévie les cyclones vers la droite dans l'hémisphère nord et vers la gauche dans l'hémisphère sud.

Ces deux composantes confèrent en théorie aux cyclones une trajectoire parabolique. Dans la réalité, les trajectoires observées sont plus ou moins complexes et peuvent présenter des boucles, des retours en arrière, etc.

La vitesse de déplacement des cyclones est modérée au début (inférieure ou égale à 20 km/h généralement). Elle s'accélère avec le changement de trajectoire, lorsque la composante principale du mouvement devient ouest - est (ce qui se produit en moyenne vers 23° de latitude), avec une vitesse pouvant dépasser 45 km/h.



FIGURE. 1.6 – Zones de formation des cyclones et les trajectoires habituelles [Document d'information édité par le ministère de l'Écologie et du Développement durable, direction de la Prévention des pollutions et des risques, sous-direction de la Prévention des risques majeurs, Octobre 2004]

d- Impacts des cyclones

Ils menacent davantage les îles et les régions côtières en raison des risques maritimes engendrés.

Du fait de la multiplicité de leurs effets, de l'étendue souvent importante des zones touchées, mais aussi en raison de la vulnérabilité d'une large partie des zones affectées (densité de population importante, habitation bâtie peu résistante, vétusté des infrastructures publiques, etc), les conséquences humaines, économiques et environnementales des cyclones sont souvent considérables.

1.1.1.4- Profil vertical commun de Vitesses des dépressions atmosphériques froides

Les phénomènes de dépressions atmosphériques froides sont déclenchés par la convection très profonde et passive générée par une source froide localisée au sommet de la troposphère. Ils apparaissent des très hauts tours (de 0 à approximativement 14 km), composés de trois (3) étages : les courants descendants froids, qui sont plus frais, occupent les étages 1 et 3 pendant que les courants ascendants froids, qui sont plus chaud, occupent le 2^e étage (**Figure 1.7**).

Le schéma proposé sur les dépressions atmosphériques froides provoquées par le refroidis-

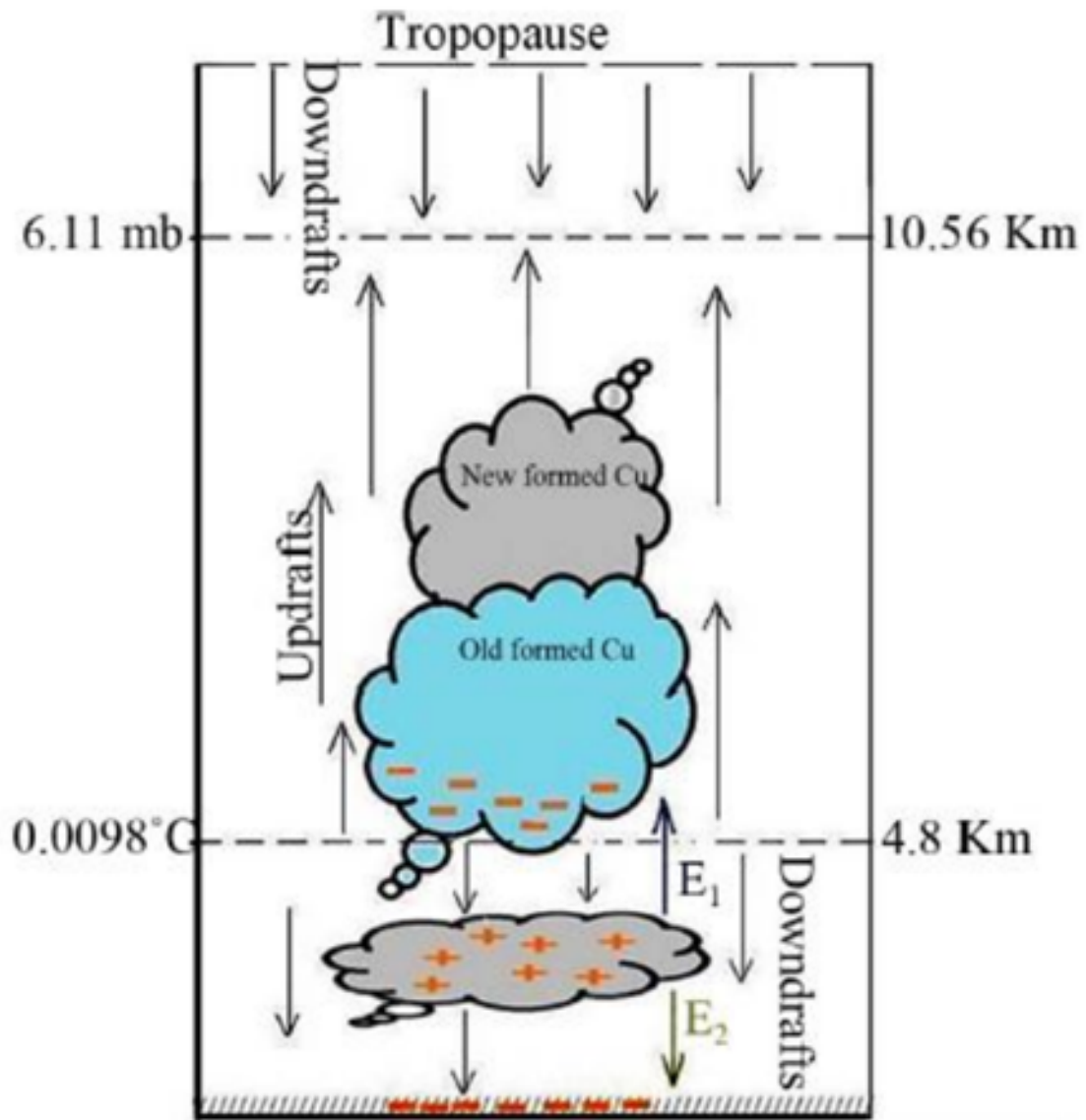


FIGURE. 1.7 – Représentation schématique des mouvements verticaux et cellules nuageuses engendrées autour des systèmes dépressionnaires froids [11]

sement d'une colonne d'air humide (**Figure 1.7**), est inspiré par les résultats obtenus sur la convection naturelle. On tiendra surtout compte du fait suivant dans une colonne d'air fortement humide où l'isotherme $0,0098^{\circ}$ C est présente, les transferts de chaleur par convection s'effectuent à travers deux réseaux de cellules qui respectent l'inversion de sens des courants verticaux. Lorsque cette isotherme est effacée, un seul réseau de cellules suffit à assurer les transferts de chaleur par convection.

Nous pouvons noter qu'il y a un accord entre les observations basées sur l'avion et l'apparition des courants ascendants froids du second étage.

Dans les courants descendants froids du premier étage, les électrons de valence dans les molécules de l'eau qui forment le stratus et remplissent à la surface de la terre juste, pendant que la base du cri a chargé, par la suite d'énumération, négativement. Les Fronts froids produisent des charges électriques dans les colonnes d'air qu'ils traversent. Les phénomènes de dépressions atmosphériques froides produisent par conséquent des charges électriques dans la colonne de la troposphère dans laquelle ils sont formés [14].

La Pression observée près de l'œil de la dépression atmosphérique froide est très basse et concentre une baisse rapide dans une courte distance afin que la dynamique des particules de l'air, la force de frottement et la force de marées soient (de la surface de la terre à la tropopause) négligeables par rapport aux forces de Coriolis et au gradient de pression. Lorsque les forces de gradient de pression et de Coriolis sont les seuls facteurs agissant, les vents géostrophiques prennent immédiatement lieu (**Figure 1.8**) dans la convection profonde et passive. La rotation directe est observée dans l'hémisphère nord tandis que la rotation indirecte est observée dans l'hémisphère sud. Le sens de rotation est basé sur les considérations trigonométriques [15].

1.1.2 Morphologies des dépressions atmosphériques chaudes (ou Tornades)

1.1.2.1- Manifestations

Les phénomènes météorologiques spatiaux comme les tornades sont déclenchés par la convection profonde et passive générée par une source chaude située à la surface de la terre [14]. Selon les observations de la **Figure 1.9**, les tornades provoquent sur la terre des nuages de poussières dont la base est mince par rapport au pic qui est très large (y compris la nappe étendue et profonde). Ces nuages de poussières forment un entonnoir à la base du nuage orageux (cu-

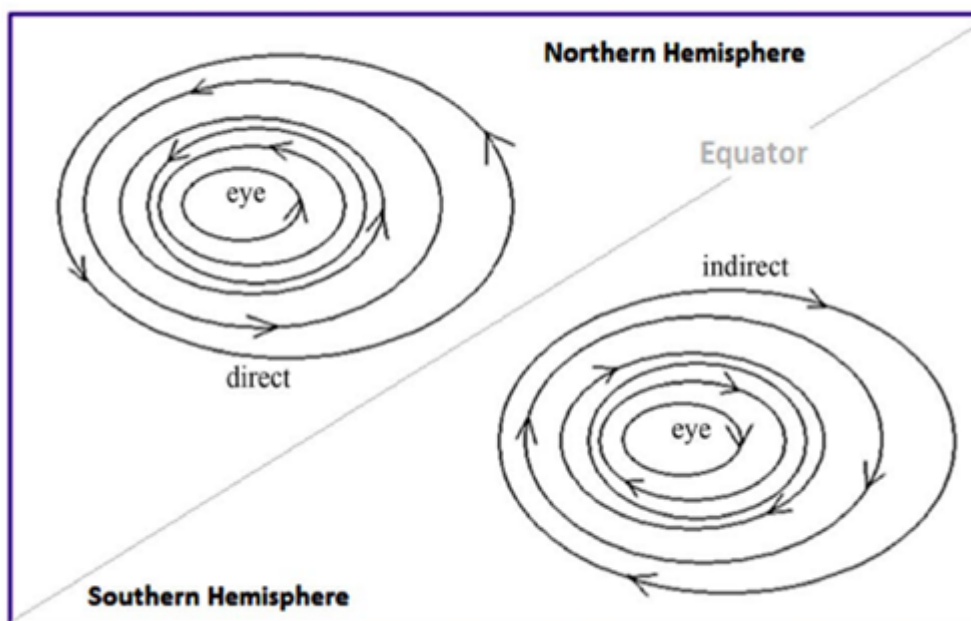


FIGURE. 1.8 – Profil des vents géostrophiques [15]

mulonimbus). Sur la **Figure 1.9**, on peut remarquer la base effilée et le sommet étalé de la structure nuageuse sombre : signe d'un blocage des courants ascendants de la base du nuage chaud. Elles peuvent également électrifier la colonne de la troposphère dans laquelle elles sont formées. L'impact des tornades est rapide sur une courte distance (moins d'une douzaine de kilomètres de diamètre).

1.1.2.2- Profil vertical de Vitesses de la dépression atmosphérique chaude

Le phénomène de la dépression atmosphérique chaude résulte de la combinaison de la convection naturelle profonde et passive (**Figure 1.10**) avec des vents géostrophiques (**Figure 1.11**) à l'intérieur de la troposphère humide. Il apparaît des tours très élevées (12 à 14 km), composée de trois étages : les courants ascendants chauds occupent les étages 1 et 3 tandis que les courants descendants chauds occupent l'étage 2 (**Figure 1.10**).

Son sommet indique la présence des courants descendants chaud qui prévient la progression des courants ascendants chaud. Les pics les plus larges des nuages sombres indiquent la présence de courants descendants chauds qui empêchent la progression des courants ascendants chauds.



FIGURE. 1.9 – *Matérialisation d'une dépression atmosphérique chaude par les tourbillons [15]*

1.1.3 Visualisation géographique des systèmes dépressionnaires

Le système dépressionnaire est l'ensemble des zones de basses pressions à isobares fermées dont la cote décroît vers l'intérieur. La représentation de ce système se fait soit **avec les isobares** ou soit **avec les isohypses**.

Pour visualiser ce champ de pression, ce qui permet d'en apprécier les variations, on représente sur un fond géographique les valeurs mesurées en différents points à l'instant considéré et à partir de cet ensemble de valeurs numériques, on trace des lignes d'égales pressions : **les isobares**. La **Figure 1.12** représente la localisation géographique des systèmes dépressionnaires.

Dans cette figure, les lignes isobares, cotées en hPa, sont tracées de 4hPa en 4hPa. Ce système d'isobares permet d'identifier les zones météorologiques suivantes :

1. **LOW** : système de basse pression (ou système d'isobares fermés dont la cote croît vers l'extérieur). Ce système est appelé **Dépression** (symbole D) ;
2. **HIGH** : système de pression plus élevées (ou système d'isobares fermés dont la cote croît vers l'intérieur). Ce système est baptisé **Anticyclone** (symbole A) ;
3. **Marais barométrique** : région où les lignes isobares sont relativement espacées ;
4. **Thalweg** : qui signifie en allemand, chemin de vallée, caractérise des zones d'excroissances d'une dépression. Les isobares s'y emboîtent les uns dans les autres en formant une sorte de "V". Un thalweg est assimilable au grand axe de l'ellipse des isobares en

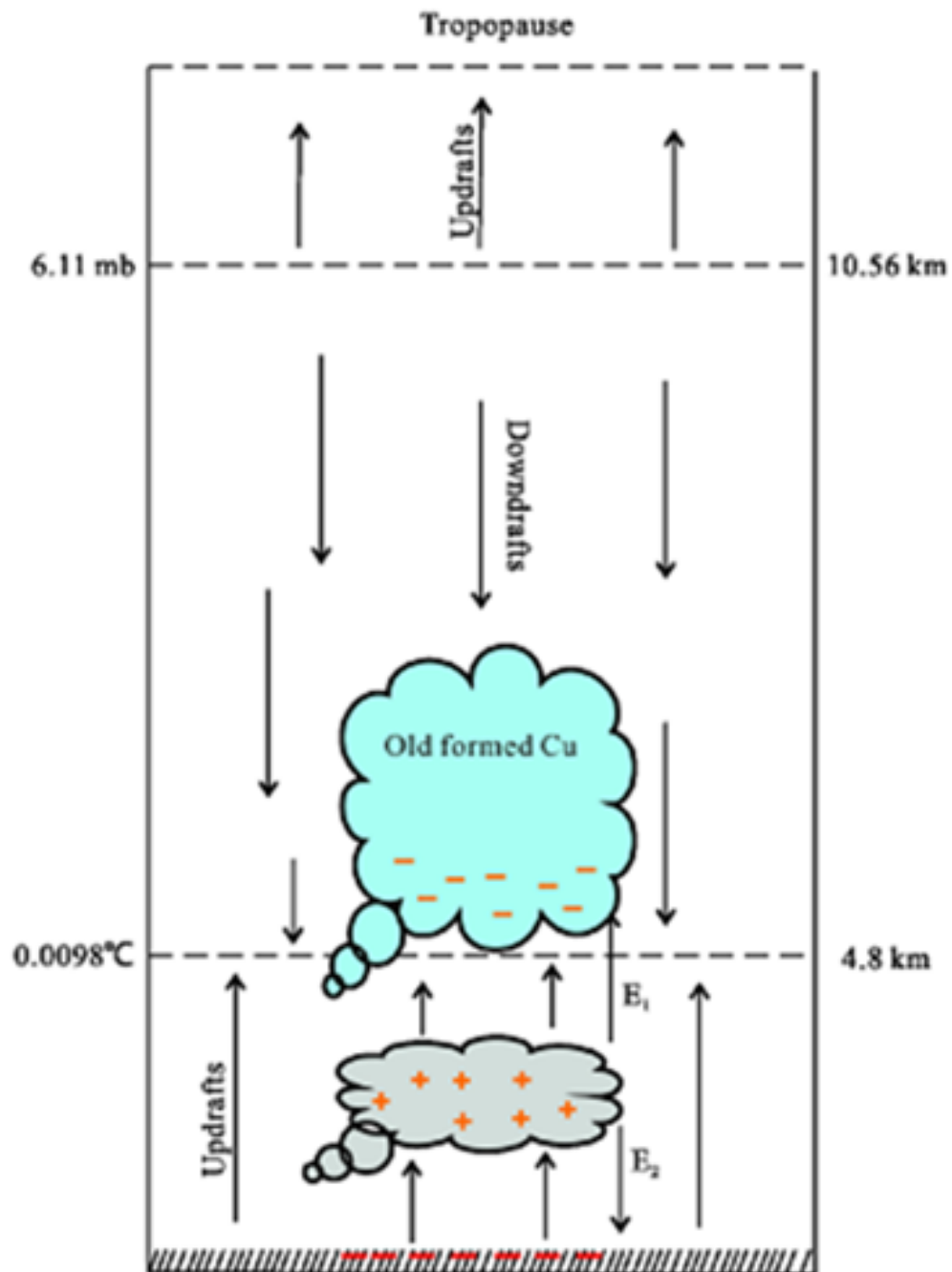


FIGURE. 1.10 –]

Représentation schématique des mouvements verticaux et cellules nuageuses engendrées autour des systèmes dépressionnaires chauds [15]

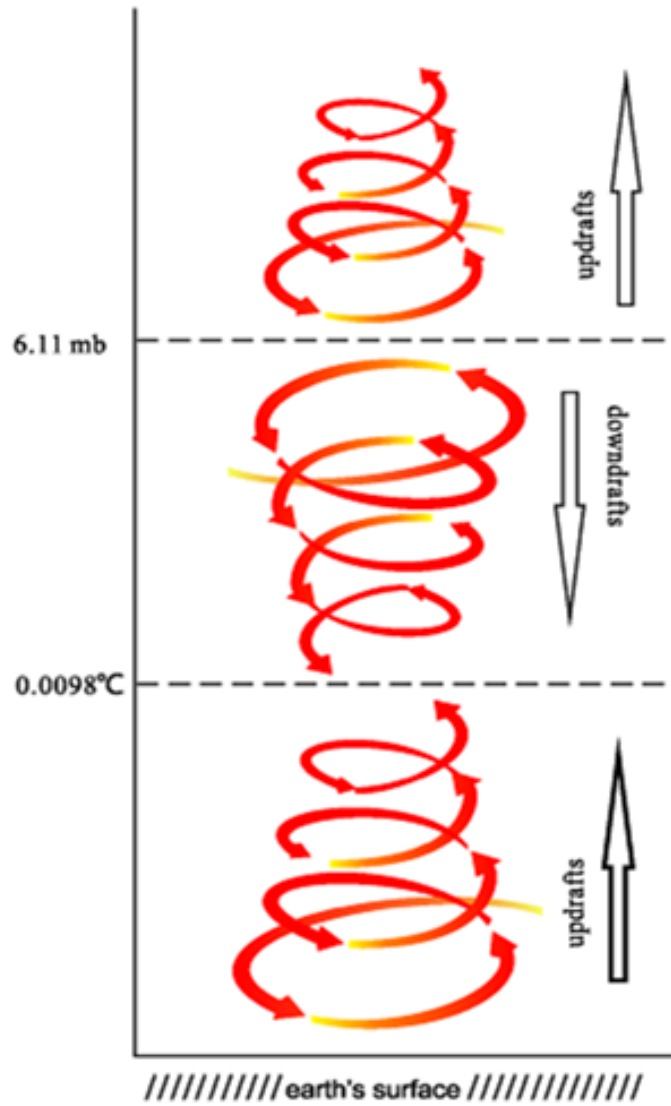


FIGURE. 1.11 – *Profils en 3D des vents déclenchés par les systèmes dépressionnaires chauds (des mouvements verticaux chauds combinés avec des vents géostrophiques en couleur rouge)*

basses pressions ; la pression y décroît en allant vers la concavité. Le nom de thalweg traduit géographiquement ce qui se passe en termes de pression. L'intérêt d'identifier sur la carte un thalweg est que, souvent, un front froid se trouve dans son axe.

5. **Dorsales** : elle correspond au grand axe de l'ellipse des isobares, mais en hautes pressions. C'est l'excroissance d'un anticyclone ; elle a l'aspect d'isobares disposées en forme de "U" inversé, la pression augmente en allant vers la concavité. Elle est l'opposé d'un thalweg.
6. **Forts vents** : le resserrement des isobares favorise l'augmentation du vent. Ce dernier est tangent à l'isobare. La représentation schématique des courants naturels des vents géotropiques est donnée à la **Figure 1.13**. Sur cette figure, on observe que le vent tourne autour d'une dépression dans le sens inverse des aiguilles d'une montre et autour d'un anticyclone dans le sens des aiguilles d'une montre dans l'hémisphère nord. La situation s'inverse dans l'hémisphère Sud (d'après la loi de BUYS-BALLOT).

La remarque que l'on peut dégager sur cette **Figure 1.12** est que la Dépression apporte de la pluie tandis que l'Anticyclone est l'agent qui chasse la pluie.

Nous pouvons dire pour simplifier que l'équilibre est l'état dans lequel les surfaces isobares et isothermes sont quasiment horizontales ; dans ce cas l'atmosphère est dite « barotrope » ; cela correspond sur une carte météorologique (voir **Figure 1.12**), près de la surface ou en altitude, à des isobares très écartées les unes des autres (donc peu de vent), et au tracé de seulement quelques lignes isothermes parallèles aux isobares. Cependant, une atmosphère dans laquelle les surfaces isothermes et isobares sont inclinées est dite « barocline » ; une carte météorologique présente alors de nombreuses lignes isobares et isothermes, resserrées (c'est ce resserrement que traduit le terme de gradient) et qui, par endroit, se coupent. Dans ces zones où isothermes et isobares se croisent (ce qui signifie que le vent transporte de l'air plus chaud ou plus froid), l'atmosphère est en franc déséquilibre : elle est dite « perturbée ».

1.1.4 Repérage du passage d'un système dépressionnaire

On repère le passage d'un système dépressionnaire à l'aide d'un barographe. La trace barographique permet d'estimer l'intensité de dégât qui dépend de l'écart de deux pressions. Les **Figures 1.14-1.17** donnent les traces barographiques montrant les fluctuations quotidiennes de la pression au niveau de la mer.

Les traces barographiques montrent également que la plus profonde de l'impact sur la pres-

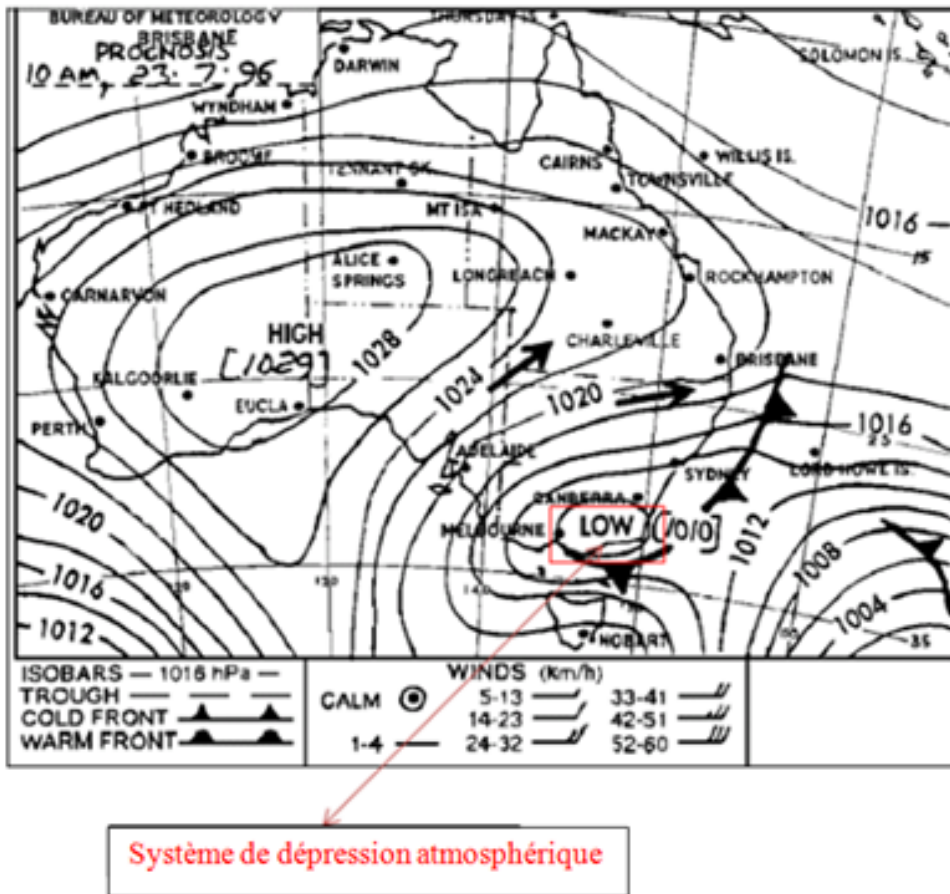


FIGURE. 1.12 – Localisation géographique des systèmes dépressionnaires [149]

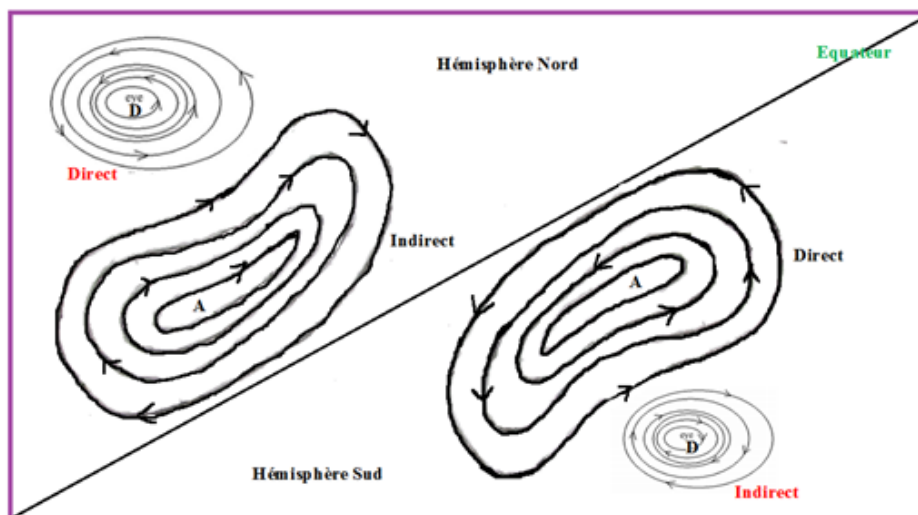


FIGURE. 1.13 – Représentation schématique des courants naturels des vents géostrophiques

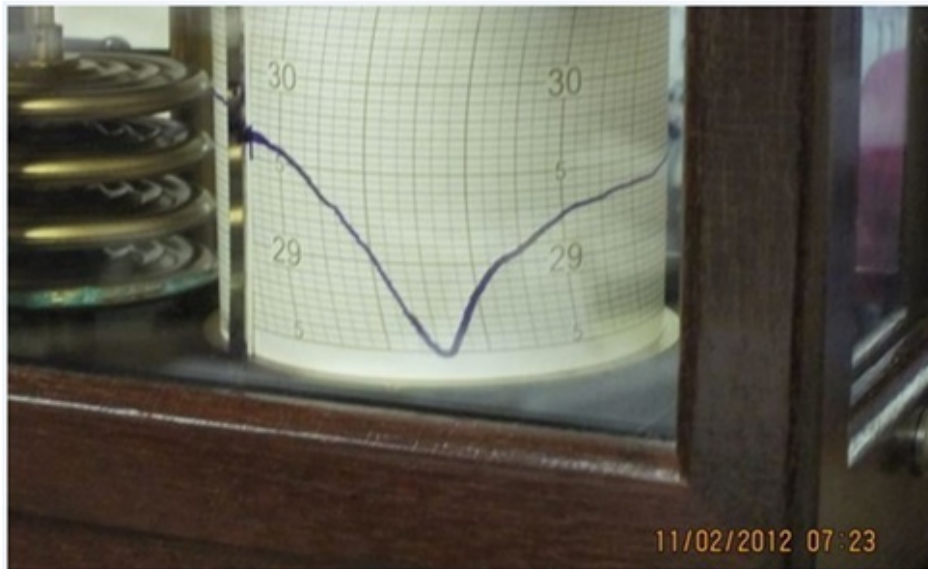


FIGURE. 1.14 – Trace Barographique montrant le passage d'un ouragan immature à la basse latitude. La pression au niveau de la mer chute de l'index de référence (30) à l'index (28.50).

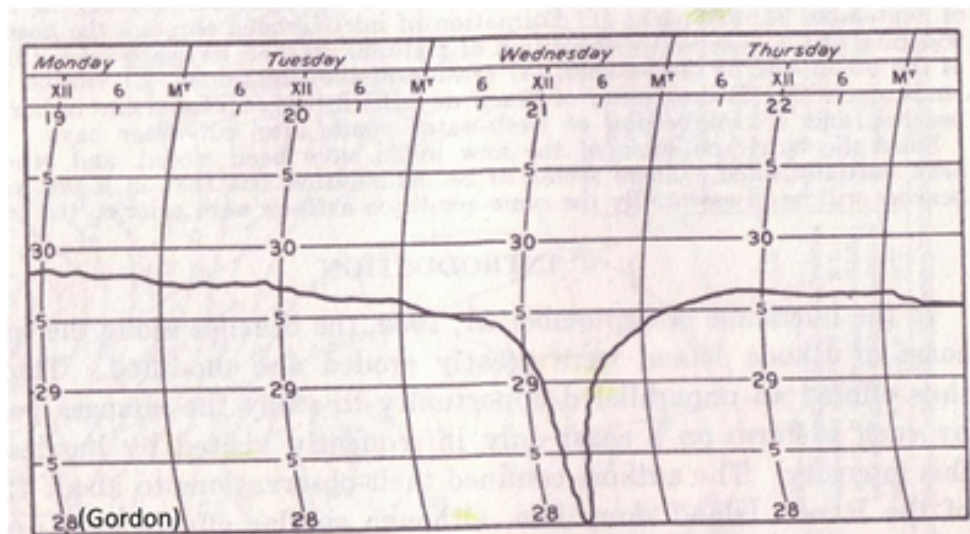


FIGURE. 1.15 – Trace Barographique qui accompagne le passage d'un petit, intense ouragan. La pression au niveau de la mer diminue de l'index de référence (30) à l'index(28.00)

Source : Hurricane "Gordon" -New York (Etats unis) Barograph Trace.

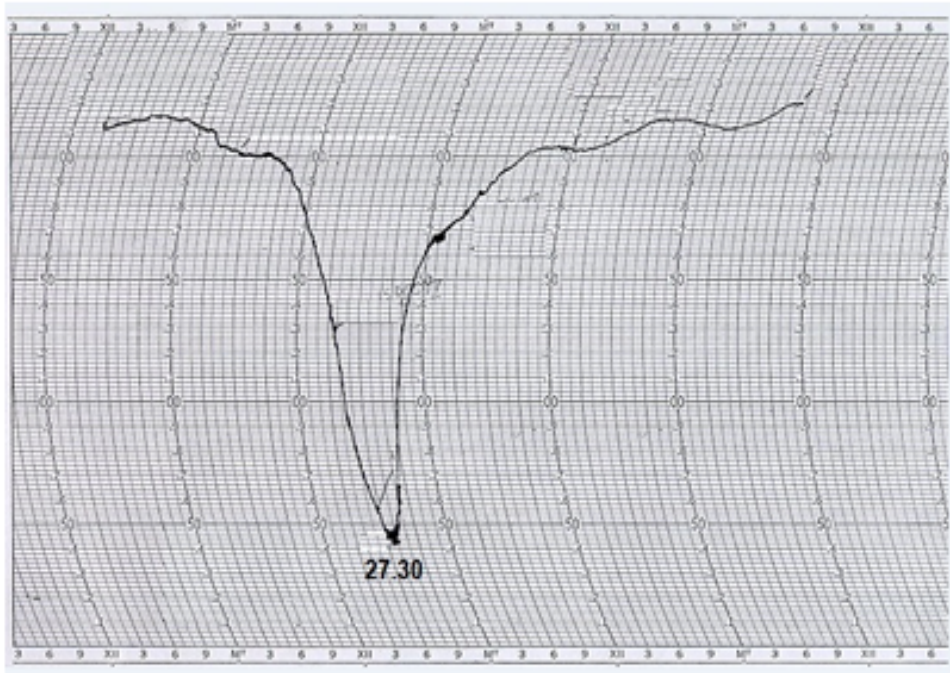


FIGURE. 1.16 – Trace Barographique qui indique le passage d'un ouragan mûr. La pression au niveau de la mer diminue de l'index de référence (30) à l'index(27.30)

Source : Miami, Fla., October 17-18, 1950.

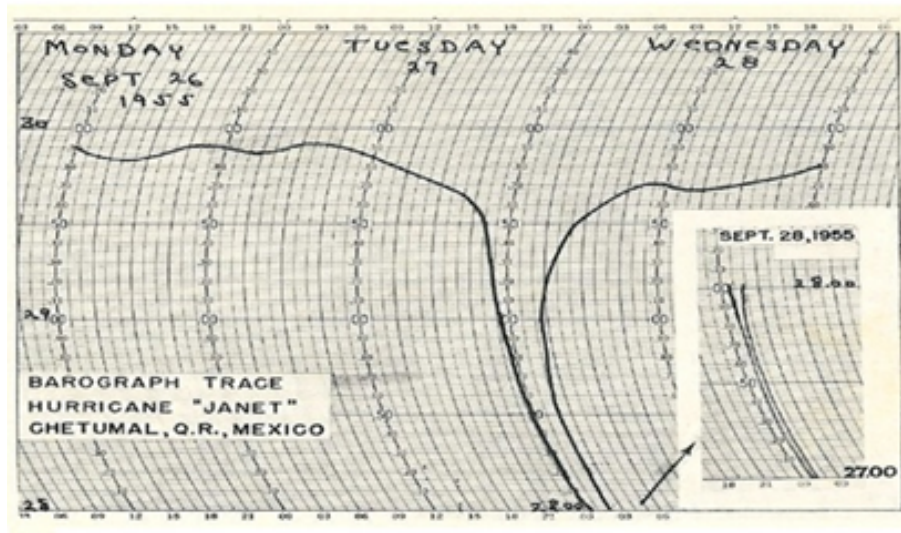


FIGURE. 1.17 – L'une des lectures du baromètre les plus profondes du niveau de la mer pour le monde entier. La pression au niveau de la mer baisse de l'index de référence(30) à l'index (27.00)

Source : Hurricane "Janet" -Ghetumal (Mexico) Barograph Trace.

sion au niveau de la mer dépend de nombreux paramètres météorologiques comme la Pression, la Température, l'Humidité et le Vent. Ces paramètres définissent l'état thermodynamique de la particule d'air et sont susceptibles d'être affectés par des transformations atmosphériques. En météorologie, le mot "particule" revêt un sens spécifique bien différent de celui qu'on lui accorde en sciences physiques. Par exemple, à l'échelle de l'analyse et de la prévision de l'état de l'atmosphère, qualifiée de "**synoptique**", on peut considérer que les observations effectuées dans une station sont représentatives de ce qui se passe dans un rayon de quelques kilomètres autour de cet endroit et pour une épaisseur de l'ordre de la dizaine de mètres. A cette échelle, la particule d'air peut être défini comme un domaine élémentaire de l'atmosphère au sein duquel les paramètres d'état et de mouvement sont considérés comme uniformes.

1.2 Ondes de gravité associées aux dépressions atmosphériques

1.2.1 Ondes de Rossby

Dans la partie septentrionale de l'hémisphère nord, la circulation générale de l'atmosphère suit, d'ouest en est, la sinuosité créée par le côtoiement de l'air arctique et continental s'étend dans les basses couches qu'en altitude. En considérant un hémisphère complet, le déplacement des crêtes et des creux donne naissance à ce qu'on appelle une **onde de Rossby**. Cette dernière est détectée et mesurée par altimétrie satellitaire.

Les ondes de Rossby sont primordiales dans les phénomènes météorologiques de grande échelle et peuvent être des ondes planétaires ou des ondes transitoires. Ces différents types d'ondes seront décrits plus en détails dans les paragraphes suivants. Elles peuvent se propager dans un fluide barotrope non visqueux de profondeur constante, grâce à la variation du paramètre de Coriolis avec la latitude, appelé effet- β . Le tourbillon absolu est conservé pendant leur propagation dans ce milieu alors que le tourbillon potentiel est conservé dans une atmosphère barocline, durant la propagation de ces ondes qui doivent leur existence au gradient méridien de ce tourbillon. La vitesse de groupe de ces ondes peut aussi avoir une composante verticale ce qui permet à la troposphère et à la stratosphère d'interagir.

1.2.1.1- Les ondes de Rossby planétaires

Elles sont des ondes stationnaires faciles à observer dans l'atmosphère à l'instar des grands méandres du Jet Stream aux moyennes latitudes qui sont responsables de la prévision des modèles saisonniers du temps et leurs variations journalières. Cependant, la détection de ces ondes dans l'océan est difficile à cause de leur faible signature à la surface de l'océan et leurs longueurs d'onde (100 à 1000 km). Elles peuvent être forcées par les grandes chaînes de montagnes telles que les Rocheuses et l'Himalaya dans l'hémisphère nord et la Cordillère des Andes dans l'hémisphère sud ou par les contrastes de température entre les surfaces continentales et la mer.

1.2.1.2- Les ondes de Rossby transitoires

Elles sont des ondes transitoires basses fréquences qui bougent de quelques centaines de kilomètres et des ondes transitoires hautes fréquences qui se propagent très rapidement dans l'atmosphère sur des milliers de kilomètres et sont associées aux dépressions de surface. Ces ondes de Rossby transitoires peuvent avoir plusieurs origines. Certaines sont excitées par un chauffage tropical plus intense comme les ondes liées aux téléconnexions de l'oscillation australe El Niño ou de l'oscillation pacifique-nord américaine [18-20]. Dans ce cas, elles sont généralement de basse fréquence avec des nombres d'onde zonaux d'environ 4 à 5 soit une longueur d'onde d'environ 6000 km. D'autres peuvent aussi être déclenchées au-dessus de la zone barocline aux moyennes latitudes : elles sont dites baroclines. En effet, elles puisent leur énergie dans le réservoir d'énergie potentielle créé par la cellule de Hadley et la transforment en énergie cinétique pour se propager. La dispersion de l'énergie se fait de chaque côté de cette zone d'excitation. Ces ondes transitoires hautes fréquences ont des nombres d'onde zonaux d'environ 7 à 8 soit une longueur d'onde d'environ 4000 km : ce sont donc des ondes d'échelle synoptique. Nous pouvons remarquer que plus les ondes sont rapides, plus elles sont de petite échelle. Ces ondes baroclines synoptiques atteignent leur maximum d'énergie cinétique haute fréquence au milieu des océans. Ces ondes qui se propagent en altitude sont associées par interaction barocline à des dépressions de surface. Nous pouvons voir que les trajectoires des dépressions, qui définissent la position du rail des dépressions, se superposent à l'énergie cinétique transitoire haute fréquence et qu'elles sont plus nombreuses sur le bord ouest de l'océan Atlantique que sur l'Amérique du Nord. L'intensité du rail des dépressions (ou « storm-track » en anglais), caractérisée par l'énergie cinétique haute fréquence, est une mesure de l'activité synoptique des ondes [21-22].

Le globe terrestre est ainsi généralement encerclé par 3 à 7 ondes de Rossby.

1.2.2 Lignes de grains

La convergence dans la zone d'ascendance du thalweg des ondes d'est n'est pas assez puissante pour produire suffisamment de mouvements verticaux capables de produire des précipitations dans les régions sahélo-soudaniennes. Les lignes de grains, d'après les études statistiques, constituent un concentrateur d'humidité et leur formation est supportée par les ondes d'est de l'Afrique de l'ouest. De cette concentration résulte un système nuageux donnant initialement naissance à des averses orageuses souvent très intenses, puis à des pluies alors que le reste de la zone des alizés ne comporte normalement que des cumulus (**Figure 1.18**).



FIGURE. 1.18 – *Matérialisation d'une ligne de grains en Afrique de l'Ouest et du Sahel : a- Au Niger ; b- En Afrique de l'Ouest*

Les lignes de grains observées au-dessus des régions sahélo-soudaniennes sont des alignements sur 300 à 500 Km du nord au sud, de cumulonimbus se déplaçant vers l'ouest à une vitesse moyenne de 15 m/s environ. Elles sont responsables d'à peu près 80% des précipitations annuelles observées dans ces régions. Elles trouvent leur origine dans le développement des processus convectifs se produisant au courant de l'après midi ou le soir, au-dessus des hauts plateaux du Cameroun et du Nigeria.

Plusieurs études concluent que les phénomènes convectifs de ces lignes de grains sont fortement liés à la convergence dans la haute troposphère, à la convection des couches moyennes liées aux ondes d'est, au cisaillement lié à l'aérojet (AEJ), à la convergence d'humidité dans les basses couches liée elle-même à la structure du flux de mousson et enfin à la nature du sol [23-25]. Obasi [26] a étudié l'évolution de certains paramètres météorologiques le long d'une ligne ouest-est traversant la ligne de grains. On remarque qu'avant le passage de cette structure, la température et l'humidité à la surface sont supérieures à la normale, indiquant que la température potentielle équivalente est élevée et par conséquent reflétant l'existence d'une instabilité conditionnelle. L'échelle horizontale de ces perturbations est inférieure à celle des ondes d'est. L'initiation du phénomène est plus importante au cours de l'après-midi montrant l'importance du cycle diurne de la convection. Les nuages isolés ainsi créés tendent à s'agglomérer en système de tailles plus importantes qui acquièrent pleine maturité et peuvent atteindre des dimensions particulièrement importantes jusqu'à 1000 Km d'extension nord-sud et ouest est.

L'expérience GATE a permis de déceler certains traits de caractère des lignes de grains :

- la forte convergence de valeur élevée de la température potentielle équivalente sur le front et forte divergence à l'arrière ;
- la diminution cruciale de la température potentielle équivalente indiquant la présence d'un courant descendant à la surface ayant son origine dans la couche 900-800 hPa ;
- le refroidissement faible après le passage de la ligne de grain ;
- la baisse brutale de la pression atmosphérique avec une forte décroissance du rayonnement solaire et une descente de la base des nuages ;
- les vents d'ouest existent à l'avant de la ligne de grain ;
- l'assèchement dans les premiers 50 millibar près de la surface à cause des courants descendants ;
- l'humidification au-dessus de cette surface ;
- le refroidissement à la surface avec réchauffement au-dessus.

1.2.2.1- Structure cinématique de la ligne de grains

La Ligne de grains est constituée de deux parties :

- le front essentiellement composé de nuages de convection profonde (bande de cumulonimbus) ;
- l'enclume qui a une stratiforme importante donnant des pluies de faible intensité mais de

longue durée.

Près de ce front, il y a une tendance générale des **courants ascendants d'échelle convective** localisés dans toute la région convective et qui résultent du soulèvement de l'air instable à partir de la couche limite. Le cisaillement de vent dans les basses couches se traduit par une certaine pente des courants ascendants, plus douce en zone stratiforme des couches moyennes aux couches supérieures. Sur des lignes de grains de COPT81, les vitesses ascendantes maximales atteignent 13 m/s vers 2.5 km d'altitude [27].

Les lignes de grains présentent une structure moyenne à mésoéchelle caractérisée par deux courants :

- **Les courants descendants de mésoéchelle** placés sous la traîne arrière transportant de l'air non saturé à faible θ_e de la moyenne troposphère ;
- **Les courants ascendants de mésoéchelle** observés à l'aide de sondages [28] et de mesures radar Doppler [29].

Les courants ascendants et descendants sont séparés par une pente de vitesse verticale nulle, située entre 2.5 et 4 km, respectivement au début et à la fin de la partie stratiforme.

Les Lignes de grains ont été précédemment décrites par Hamilton et Archbold [30] et Zipser [31]. Ce dernier auteur a fourni pour la première fois un schéma conceptuel de la dynamique des lignes de grain. Ensuite à partir d'observations, il a expliqué de façon détaillée la dynamique des lignes de grain [32]. Il a mis en évidence l'existence au sein de celle-ci de courants descendants qui croisent des courants ascendants en alimentant la partie convective (**Figure 1.19**). Sur cette figure, les lignes en tiretets montrent les courants ascendants, les lignes solides représentent les courants subsidents d'échelle convective associée aux éléments à l'état mature et les larges flèches montrent les courants descendants de mésoéchelle en-dessous de la base de l'enclume nuageuse. Les échos radar intenses sont représentés en noir foncé et se trouvent au niveau de fusion et dans la zone de fortes précipitations de l'élément mature. Les faibles échos radar sont représentés par la zone grisée [33]. L'évolution typique d'un grain en arc vu au radar est représentée par la **Figure 1.20**. Sur cette **Figure 1.20**, les lignes tiretées indiquent l'axe des rafales maximales et les flèches indiquent la direction des vents par rapport à la ligne d'orages.

Sa structure verticale est très liée aux mécanismes qui maintiennent la ligne de grain et lui permettent de se propager vers l'ouest. Ces mécanismes sont réalisables à la disponibilité d'air chaud et humide dans la couche sous le nuage avec des fortes valeurs de la température potentielle équivalente. La convergence et l'ascendance d'air sont maintenues par le courant

descendant en provenance de la couche 900-800 hPa et atteignant le sol. Cet air est réchauffé adiabatiquement pendant la descente et est ensuite refroidi par l'évaporation de l'eau liquide et de pluie.

Juste derrière les courants ascendants convectifs, un courant froid d'une épaisseur de 2 km appelé courant de densité ou courant de gravité alimente un flux divergent de surface, d'où le refroidissement observé au sol avant l'arrivée de la pluie. A la transition entre ce courant froid et l'air ambiant se forme un front froid appelé front de rafales qui produit de nouvelles cellules convectives. La partie convective subit ainsi l'influence de la région stratiforme qui renforce la convergence à l'avant du système par l'intermédiaire du courant de retour. L'air qui alimente le courant de densité est amené par les courants descendants de mésoéchelle d'une part et par les courants descendants d'échelle convective d'autre part.

On peut donc conclure que c'est par l'intermédiaire des flux ascendants, dirigés de l'avant vers l'arrière de la ligne de grains transférant de la quantité de mouvement des basses couches, et descendants (courant de retour) alimentant le courant de densité que s'opèrent les échanges entre les parties convective et stratiforme.

En conséquence, des échanges internes au sein de la ligne de grains permettent à la structure de la troposphère de subir des modifications résultant des échanges thermodynamiques entre les différentes couches de l'atmosphère.

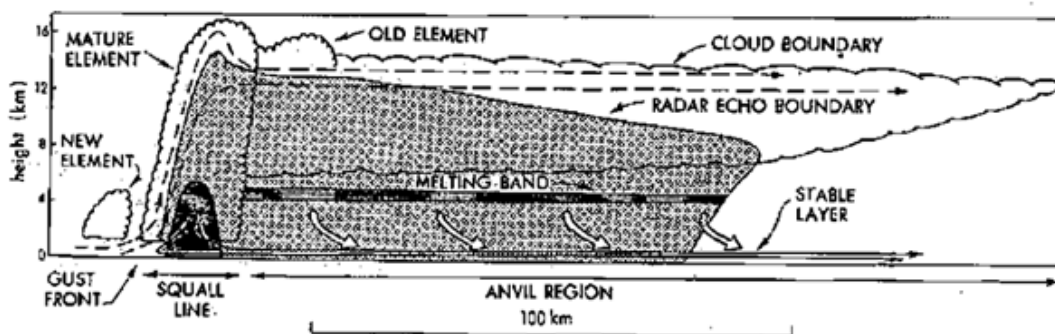


FIGURE. 1.19 – Coupe verticale schématique d'une ligne de grains [33]

1.2.2.2- Propagation de la ligne de grains

Elle se propage d'est en ouest (de gauche à droite sur la figure) plus rapidement que l'air ambiant à tous les niveaux et dans une direction perpendiculaire au gradient vertical de vent

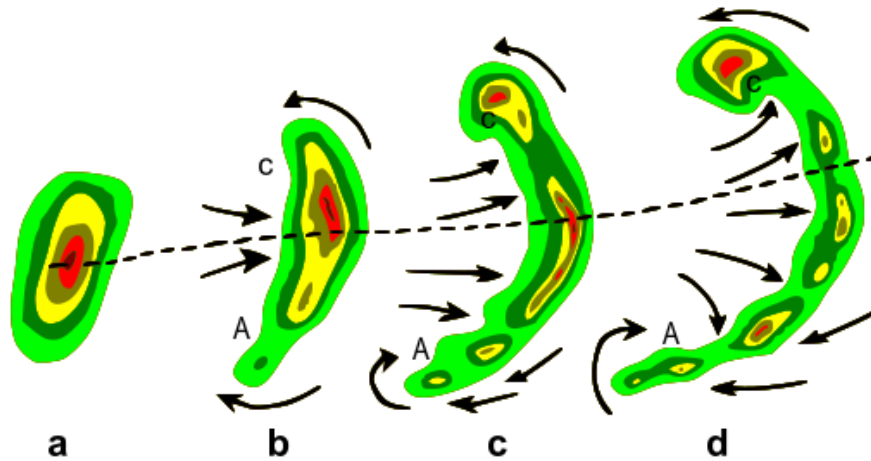


FIGURE. 1.20 – Évolution typique d'un grain en arc vu au radar : (a) Super cellule, (b) Ligne de grains, (c) Grain en arc et (d) Rotation engendrée dans les bouts.

(cisaillement) (**Figure 1.21**). Sur cette figure, les flèches représentent les flux de vents relatifs au sol : ascendance d'air chaud et développement de la convection ; la descente d'air froid rencontre le flux de sud-ouest.

En raison de cette vitesse de déplacement supérieure à celle du vent, le flux relatif est entrant à tous les niveaux à l'avant du système et sortant cependant à l'arrière avec une mince couche de flux entrant autour de 600 hPa. A l'avant de la ligne de grains, la partie convective est composée de cellules intenses qui passent par des phases de naissance, d'intensification et de maturité et se dissipent vers l'arrière dans la zone stratiforme.

L'action de la force de Coriolis sur les courants ascendants observés sous la ligne de grains, fera en sorte que les nouvelles cellules nuageuses issues des advections froides, se forment en face de la cellule mère. Ces nouvelles cellules nuageuses seront à leur tour responsable d'advections froides qui développeront de nouvelles structures nuageuses en face des nuages responsables de leur apparition. On peut en déduire que les lignes de grains et les ondes d'est résultent du même phénomène météorologique. Il s'agit de la propagation d'amas nuageux froids initiée par la force d'inertie complémentaire et entretenue par la vapeur d'eau présente dans la moyenne atmosphère.

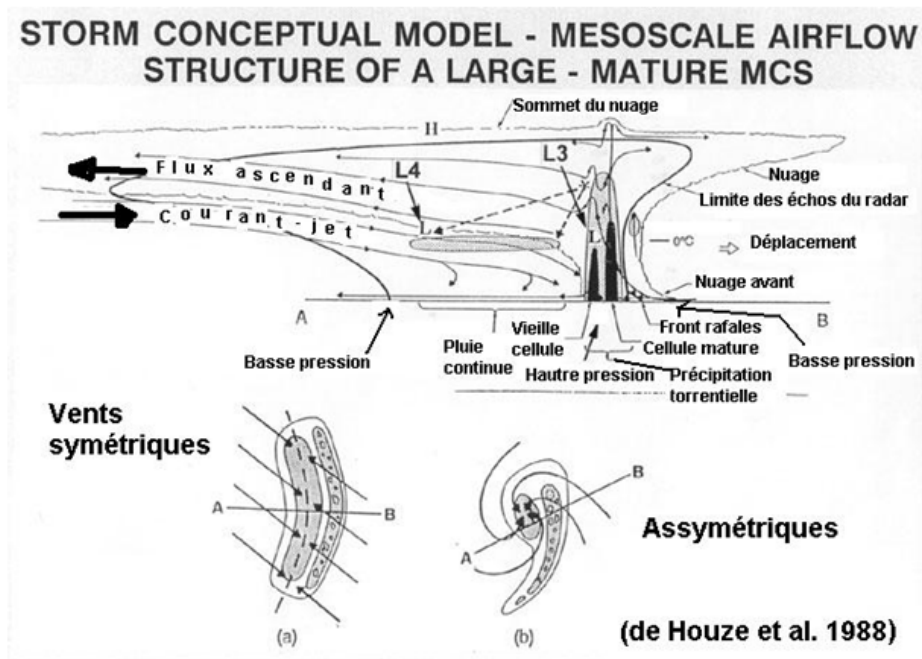


FIGURE. 1.21 – *Coupe verticale d'une ligne de grains se propageant d'est en ouest*

1.2.2.3-Dynamique du milieu de propagation des lignes de grains

Les lignes de grains se forment et se propagent dans un environnement où règnent les courants atmosphériques de base. De ce fait, leur mouvement intrinsèque (propagation d'est en ouest pour ce qui est de la composante zonale) se superpose à des courants de base avoisinants. Deux exemples de cette situation sont illustrés à travers les **Figures 1.22 et 1.23**.

Elles prennent naissance au-dessus des régions traversées par la zone de convergence intertropicale où les conditions de température et d'humidité sont favorables à une activité convective intense et profonde [7]. De ce fait, leurs périodes d'apparition peuvent se déduire, avec certes un décalage de quelques jours, de la courbe des variations saisonnières de la déclinaison du soleil.

Par ailleurs, les lignes de grains au-dessus de l'Atlantique Nord (**Figure 1.22**) se propagent à contre courant des vents avoisinants de la moyenne troposphère et ne peuvent que paraître lentes par rapport à celles qu'on observe dans les régions sahélo-soudaniennes (**Figure 1.23**), qui se propagent dans le sens des vents de base.

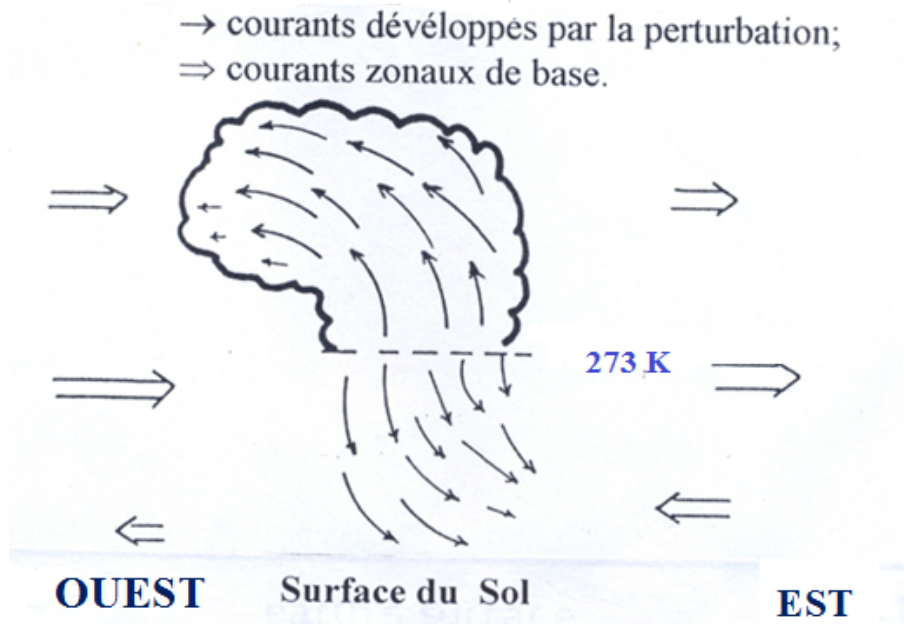


FIGURE. 1.22 – *Dynamique des dépressions associées aux lignes de grains dans l'Atlantique Nord où les courants de base s'opposent à leur propagation vers l'Ouest.*

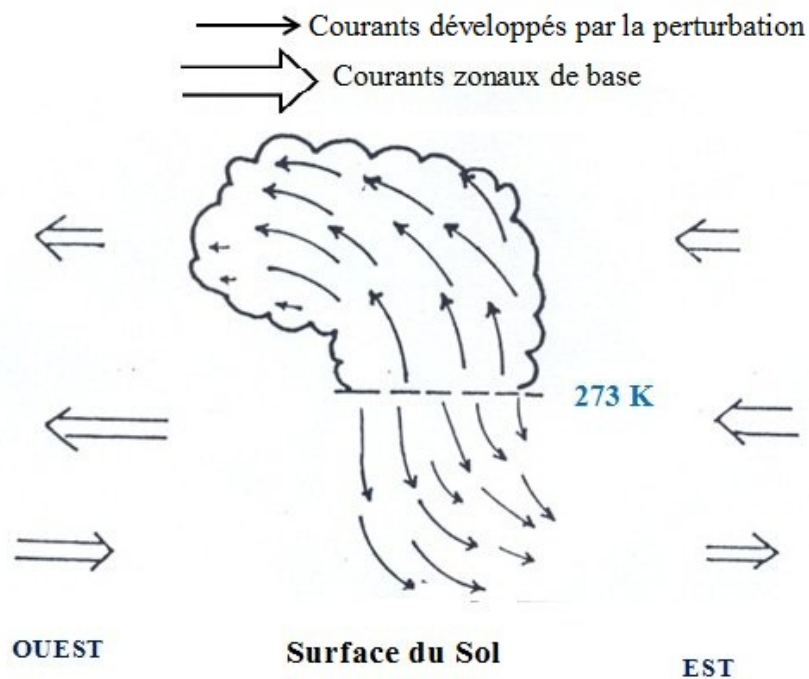


FIGURE. 1.23 – *Dynamique des dépressions associées aux lignes de grains dans le Sahel où les courants de base de la haute troposphère accélèrent leur propagation vers l'Ouest.*

1.2.3 Remous à la surface des cours d'eau

Le remous à la surface des cours d'eau est une agitation turbulente de la surface de l'eau qui se manifeste en particulier lorsqu'un courant assez rapide s'écoule sur un fond irrégulier. Autrement dit, il est un mouvement à l'interface entre l'air et l'eau qui, rencontrant quelque obstacle, remonte son cours. Il est souvent appelé le flux à la surface des cours d'eau. Ce mouvement est caractérisé par les courbes de remous. L'analyse de la forme de ces courbes suivant la position relative de profondeur par rapport à la profondeur normale et la profondeur critique de la surface libre n'est que qualitative puisqu'elle permet de décrire l'allure générale de la surface libre et de dégager certaines propriétés communes à savoir :

- Dans les zones à faible pente et à forte pente, la courbe de remous est toujours d'exhaussement et la vitesse est en décélération. Dans la zone à pente critique, il y a abaissement et accélération ;
- Aucun axe ne coupe le niveau uniforme et la surface libre est toujours asymptotique à ce niveau ;
- Pour les faibles pentes, le régime uniforme est localisé à l'amont d'une singularité, tandis que pour les fortes pentes, ce régime se trouve à l'aval ;
- Théoriquement, les axes coupent le niveau critique à angle droit (sauf pour le profil type à pente critique). Dans la pratique, ce passage est instable (apparition d'ondulations).

1.2.4 Agitation des nappes d'eau étendues

La surface des nappes d'eau étendues soumise à l'action des paramètres atmosphériques (vent, pression) présente des ondulations d'aspect désordonné sans qu'il soit possible de distinguer univoquement une propagation dans une direction déterminée ; on parle de l'agitation des nappes d'eau étendues. Le désordre est plus marqué en pleine mer (dans la zone d'action des paramètres atmosphériques) qu'à proximité des côtes. En pleine mer, il existe une agitation à trois dimensions composée de crêtes ou de dômes de différentes directions de propagation et de différents paramètres.

Si cette surface de la mer est déformée par le vent, on parle de la houle du vent. Cette houle est un processus aléatoire, variable dans le temps et l'espace du point de vue de l'analyse mathématique. Dans l'étude de la houle, il faut s'appuyer sur la théorie de probabilité, l'analyse statistique ainsi que sur la théorie des processus stochastiques. Les études sur les houles

exécutées jusqu'à ce jour dans la nature sont surtout basées sur les mesures du mouvement de la surface libre de la mer, faites en un ou en plusieurs points fixes simultanément. Grâce à ces mesures, on peut définir les spectres de probabilité de l'agitation de la surface de la mer en fonction du temps ainsi que les spectres énergétiques. Cependant, ces mesures ne fournissent aucune information sur les directions de celles-ci et ne donnent aucune information directe sur les longueurs d'onde.

Si cette surface est déformée par l'action de la pression, le modèle de Phillips [34] montre que la génération des ondulations à la surface des nappes d'eau étendues s'explique par un phénomène de résonance entre des fluctuations de pression aléatoires générées par la turbulence et les vagues formées par ces fluctuations en prenant en compte l'aspect turbulent de l'écoulement aérien tout en conservant les hypothèses d'écoulement potentiel pour la phase liquide. La réponse d'une ondulation est maximale si sa vitesse de phase est égale à la vitesse de convection des fluctuations turbulentes de la pression. Dans ce cas, le modèle prévoit une croissance temporelle linéaire de l'énergie des ondulations. Néanmoins, ce mécanisme n'est valable que pour la formation et le premier stade de développement des vagues. Lorsque les vagues ont atteint un niveau d'amplitude notable, ce phénomène de résonance n'est pas suffisant pour assumer les taux de croissance des vagues observés expérimentalement.

1.2.5 Vagues extrêmes

De nombreux risques menacent la sécurité maritime mondiale, l'un des plus évidents est lié aux interactions atmosphère-nappes d'eau profondes et étendues et aux ondes de gravité qui s'y développent, ondes que l'on a l'habitude d'appeler « les vagues ». Ces ondes sont bien souvent à l'origine de nombreuses catastrophes naturelles et se présentent sur différentes figures qui illustrent les trois phénomènes de natures. Il s'agit des vagues scélérates, des tsunamis et plus généralement des événements extrêmes liés à la propagation de l'onde en zone côtière.

Contrairement aux vagues scélérates, les tsunamis sont bien connus, et ce depuis très longtemps. En fait, leurs effets majeurs ne peuvent en aucun cas passer inaperçus car depuis le tsunami géant, qui est survenu dans l'océan pacifique (du Nord-est du Japon) le 11 mars 2011 et dans l'océan indien le 26 décembre 2004, suscite un intérêt particulier du fait de l'importance que peuvent avoir ces raz de marée et par conséquent les dégâts qu'ils peuvent occasionner.

1.2.5.1 - Tsunamis

a- Définition

Le tsunami est une onde océanique due au déplacement brutal d'une grande masse d'eau qui se propage et provoque un violent raz de marée en se déferlant sur les rivages et en détruisant tout sur leur passage. Il est décrit de manière très satisfaisante par l'équation de KDV car, bien que se déplaçant dans des océans dont la profondeur moyenne est de 4000 m, leur longueur d'onde dépasse les 100 km, justifiant l'approximation de propagation d'ondes en eau peu profonde. Un rapide calcul met en évidence qu'à ces profondeurs, la vitesse de propagation des tsunamis correspond à la vitesse d'un avion. On comprend aisément qu'une telle onde puisse traverser l'océan pacifique très rapidement. Il ralentira au voisinage des côtes, mais déferlera sur plusieurs centaines de mètres à l'intérieur des terres après que la localisation non linéaire due à la diminution de profondeur lui ait donné une hauteur considérable.

Ce phénomène se décompose en trois phases [37] :

- i. *la génération* : Elle sera développée dans la section suivante.
- ii. *la propagation* : Elle pose elle-même des difficultés scientifiques car, les tsunamis sont des ondes longues dont la longueur d'onde caractéristique atteint plusieurs centaines de mètres. Afin de modéliser leur propagation, il est bien souvent tentant d'utiliser des modèles faiblement dispersifs, pleinement non linéaires. En effet, la compréhension de l'effet physique de ces termes (dispersifs et non linéaires) résulte du fait que le terme non linéaire tend à favoriser la formation de fronts raides et induit donc la génération d'ondes de choc, c'est-à-dire des solutions présentant des discontinuités à temps fini, où le champ présente une pente verticale, comme le confirme la solution exacte de l'équation de Burgers [38]. Une formation récente de modèles de type Boussinesq permet de tenir compte de l'ensemble de ces effets [39]. L'existence de la solution soliton résulte de l'équilibre entre ces deux effets (non linéarité et dispersion) : la non linéarité a tendance à localiser l'excitation alors que la dispersion l'étale. Il est essentiel de noter que c'est un équilibre stable. Mais, il existe des situations où cet équilibre n'est pas atteint du fait de perturbations extérieures. C'est ce qui se passe lors qu'une telle onde se propage dans un milieu où la profondeur décroît au fur et à mesure que la vague avance. Le terme dispersif diminue alors que celui de non linéaire croît. La non linéarité l'emporte, la vague tend d'abord à accroître son amplitude en devenant plus étroite, puis déferle comme une vague sur une plage. L'exemple de la plage est une illustration où la perturbation agit toujours dans le même sens

et finit par détruire le soliton. En général, le soliton se révèle extrêmement stable en présence de perturbations et en particulier en présence de désordre. Le développement de tels modèles, permettant de prendre en compte l'influence de la bathymétrie, la dispersion et la non linéarité de ces vagues extrêmes, reste d'actualité.

iii. *l'amplification et l'inondation (runup en anglais)* : Elle est également très compliquée à modéliser, compte tenu de la variabilité de la bathymétrie dès que la vague inonde la côte.

Chacune de ces phases reste pourtant relativement incomprise.

Il existe cependant :

- **Des tsunamis d'origine atmosphérique** : ils sont dus à l'avancée rapide d'un front de pression atmosphérique qui se déplace au-dessus des eaux peu profondes ;

- **Des tsunamis internes** : l'onde de tsunami qui se manifeste sous forme d'onde interne et se déplace le long d'une thermocline ;

- **Les tsunamis locaux** : tsunamis dont les effets destructeurs se limitent aux côtes situées dans un rayon d'une centaine de kilomètres de la source qui l'a engendrée, généralement un séisme, parfois un glissement de terrain ;

- **Le micro tsunami** : tsunami de si faible amplitude qu'il faut observer à l'aide d'instruments car il est difficilement décelable à l'œil nu.

Un tsunami se propage à partir de région d'origine sous forme d'une série de vagues. Sa vitesse dépend de la profondeur de l'eau et par conséquent, elles subissent des accélérations ou des décélérations selon que la profondeur du fond marin au-dessus duquel elles passent croît ou décroît. Ce processus fait également varier la direction de propagation des vagues. En haute mer, les ondes peuvent se déplacer à des vitesses allant de 500 à 1.000 kilomètres par heure. A proximité du rivage toutefois, le tsunami ralentit et sa vitesse n'atteint plus que quelques dizaines de kilomètres par heure. La hauteur du tsunami varie également en fonction de la profondeur de l'eau. Un tsunami qui fait tout juste un mètre de haut en plein océan peut s'élever jusqu'à des dizaines de mètres sur la ligne de rivage.

Dans leur phase de propagation au large, les tsunamis présentent des amplitudes relativement faibles, d'un ordre de grandeur sensiblement équivalent à celui de la houle. Ils s'en distinguent pourtant par les longueurs d'onde qui les caractérisent. En effet, ces longueurs d'onde dépassent généralement plusieurs centaines de kilomètres, ceux qui leur confèrent des conditions de propagation en eau peu profonde. Les vitesses de propagation associées peuvent donc atteindre plusieurs centaines de kilomètres par heure en haute zone.

C'est bien sûr à l'approche des côtes qu'ils deviennent particulièrement préoccupants. En effet, lorsque la profondeur diminue, le flux d'énergie se conservant, ils sont sensibles au phénomène de shoaling et leur amplitude augmente significativement. Ainsi, ils peuvent atteindre plusieurs dizaines de mètres, et envahir l'intérieur des terres sur plusieurs dizaines de kilomètres.

b - Origines principales du tsunami

Pour comprendre la genèse d'un tsunami, il est donc nécessaire de comprendre le phénomène géophysique qui l'a engendré, ainsi que son influence hydrodynamique. Traditionnellement, on dénombre plusieurs phénomènes naturels de grande ampleur susceptibles d'engendrer des tsunamis. On pourra par exemple citer :

- **séismes** : les dislocations tectoniques sous-marines dues à des séismes au foyer superficiel qui se produisent le long de zones de subduction sont les principales causes des tsunamis. Sous l'effet du soulèvement et de l'effondrement de blocs de la croûte terrestre, une énergie potentielle est transmise à la masse d'eau située au-dessus, modifiant radicalement le niveau de la mer dans la région touchée. L'énergie ainsi transmise peut déclencher un tsunami c'est-à-dire, un rayonnement d'énergie à partir de la région d'origine sous forme d'ondes de longue période [40-41]. Ils peuvent être associés à des vagues secondaires, produites par des glissements de terrain sous-marins.
- **glissements de terrain sous-marins ou subaériens** : les tsunamis sont généralement engendrés par des glissements de terre sous-marins puissants (magnitude > 7) et très peu profonds (profondeur < 50 km) [42-43].
- **éruptions volcaniques** : L'arrivée brutale en mer d'une quantité plus ou moins importante de produits volcaniques serait l'une des origines possibles de ces tsunamis [44-45]. Ainsi 30 000 personnes auraient péri en 1883 à cause du tsunami créé par l'éruption du Krakatau en Indonésie dans le détroit de la sonde.
- **La chute d'astéroïdes** : les tsunamis sont générés par les impacts de la chute d'astéroïdes dans l'eau peu profonde.
- **Violentes perturbations atmosphériques** : la zone déplacée (dans le cas général, avec vitesse variable) des troubles atmosphériques produit les vagues de tsunami avec les caractéristiques différentes (amplitudes, longueurs d'onde et formes). On parle alors de « Météo-tsunami ». Après avoir laissé la région produite, les vagues se propagent comme vagues libres. En outre, les troubles atmosphériques sont également dus aux impacts de

météorite qui peuvent être à l'origine de la formation de tsunamis [46].

c- Dégâts causés par le tsunami

Ces évènements sont désastreux causant notamment des pertes en vies humaines et des dégâts matériels après leurs passages. Mais le tsunami du 26 décembre 2004 en Indonésie est sans doute le plus meurtrier de l'histoire avec plus de 285 000 morts. Il a pour origine un séisme de magnitude 9.3 au large de l'Indonésie comme le montrent les images des **Figures 1.24 et 1.25**. L'onde a traversé l'océan d'Est en Ouest allant jusqu'à inonder les côtes africaines. Le niveau de toutes les mers du monde en a été modifié. Depuis cet évènement catastrophique, les pays situés en bordure d'océans et de mers sont conduits à évaluer les risques d'une telle onde.



FIGURE. 1.24 – *Flot de débris induit par le passage d'un tsunami au Natori (Japon) 2011*

1.2.5.2 - Vague scélérate

a - Définition

Les vagues scélérates, nommées « Rogue ou Freak waves » en anglais, sont des vagues géantes qui apparaissent soudainement à la surface des océans. Jadis, ces ondes étaient considérées comme un mythe plutôt qu'un phénomène relevant de la physique. En fait, elles sont impressionnantes par ces immenses nappes d'eau relativement hostiles qui inspirent respect et



FIGURE. 1.25 – *Damage causé par le tsunami dans l’océan indien (en Thaïlande) le 26 décembre 2004.*

crainte. Comme preuve de cette peur, de nombreuses légendes ont circulé sur l’existence de sirènes, les vaisseaux fantômes qui attaquent les navires ou encore, plus récemment, les croyances sur le Triangle des Bermudes, où les navires disparaissent inexplicablement[47-49]. Parmi ces légendes, figurent celles des vagues scélérates. De nombreux témoignages de marins ont fait état des murs d’eau qui augmentent sans raisons au milieu de la mer et frappent les navires avec une violence fabuleuse. Ces histoires n’étaient pas crédibles jusqu’en 1978, lorsque le cargo " Munchen " a disparu dans des circonstances mystérieuses. Ce navire était à la pointe de la technologie navale et se dirigeait dans l’Atlantique Nord, sans problèmes apparents jusqu’à la nuit du 12 Décembre 1978. De plus, le service météorologique n’enregistrait aucune tempête cette nuit là. Il est raisonnable de croire qu’une vague scélérate est la seule cause de ce naufrage. En outre, Philippe Lijour, capitaine du pétrolier « Esso Lanuedoc», démontre en 1980 l’existence de ces vagues avec une photo comme preuve. L’existence de vagues scélérates est maintenant universellement reconnue [50-59], et de nombreuses images sur l’étendue des dommages causés par ces monstres de l’océan sont disponibles. De ce fait, elles peuvent être définies à partir de deux approches à savoir : approche probabiliste et approche thermodynamique.

a1 - Approche probabiliste

Dans l'approximation linéaire, les ondes sont des fonctions harmoniques. Par conséquent, elles peuvent être considérées comme une somme de sinusoïdes d'amplitudes et des phases aléatoires et indépendantes. C'est pourquoi, nous pouvons utiliser le Théorème Central Limite et supposer ainsi qu'un état de mer aléatoire obéissant à une distribution aléatoire gaussienne stationnaire pour définir une vague scélérates. La densité de probabilité des élévations de la surface marine est alors écrite de la manière suivante :

$$g(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.1)$$

Où la variable aléatoire η désigne l'élévation de la mer et σ^2 correspond à la variance de cette variable. Cette variance est obtenue à partir du spectre en fréquence $S(\omega)$:

$$\sigma^2 = \langle \eta^2 \rangle = \int_0^{+\infty} S(\omega).d\omega \quad (1.2)$$

A partir de l'équation (1.1), Massel [60] a montré que la distribution de la hauteur de vague H à un spectre de la mer du vent est supposée d'être un spectre à bande étroite. Par conséquent, elle suit une distribution de Rayleigh définie par :

$$f(H) = \frac{H}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{H^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.3)$$

Nous représentons cette densité de probabilité à la **Figure 1.26 ci-dessous**.

Or, la probabilité sur un intervalle $[a, b]$ peut être obtenue à partir de la fonction de densité de probabilité :

$$p(a \leq U \leq b) = \int_a^b p_U(u).du \quad (1.4)$$

Avec la fonction de densité de probabilité (PDF) que l'on note ici $p_U(u)$ et définie par :

$$p_U(u) \cong \frac{d}{du} F_U(u) \quad (1.5)$$

A partir de l'équation (1.4), nous pouvons déduire la fonction de répartition de probabilité associée c'est-à-dire, la probabilité que la hauteur d'une vague pour un état de mer considéré, dépasse une certaine hauteur H^* (appelée parfois fonction de survie), on a :

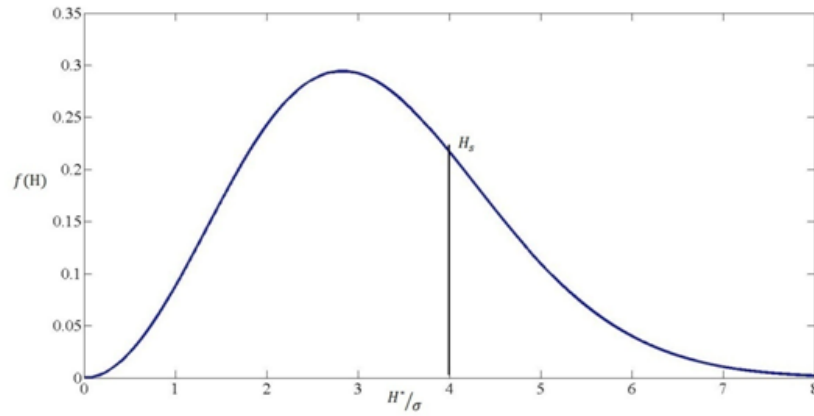


FIGURE. 1.26 – *Densité de probabilité des hauteurs de vagues.*

$$p(H > H^*) = \int_{H^*}^{\infty} f(H) \cdot dH = \exp\left(-\frac{H^{*2}}{8\sigma^2}\right) \quad (1.6)$$

Cette fonction de répartition de probabilité nous permet d'introduire une hauteur couramment utilisée en océanographie physique et en ingénierie côtière appelée la hauteur significative d'un état de mer, notée H_S . Nous représentons cette fonction sur la **Figure 1.27**. Ce concept a été introduit par Sverdrup et Munk [61] qui ont défini la hauteur significative H_S comme la moyenne des hauteurs du tiers des vagues les plus hautes.

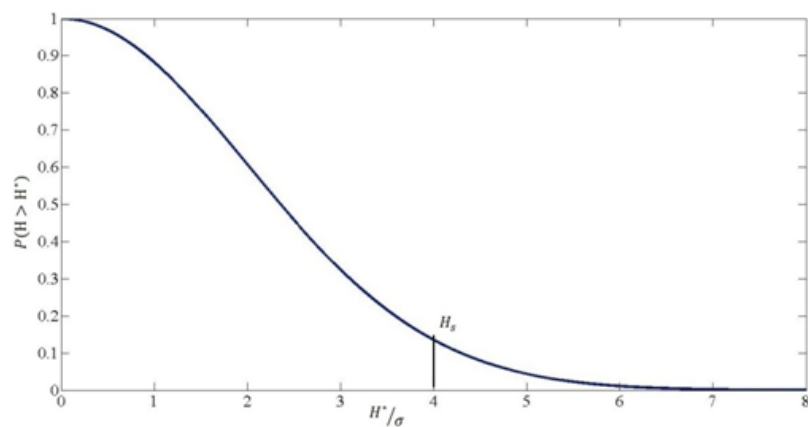


FIGURE. 1.27 – *Fonction de répartition de probabilité.*

En utilisant une distribution de Rayleigh, Massel [60] a montré que la hauteur significative correspond à

$$H_S = 3\sqrt{2\pi} \operatorname{erfc}(\sqrt{\ln(3)} + 2\sqrt{2\ln(3)}) \cdot \sigma \approx 4\sigma \quad (1.7)$$

Où $\operatorname{erfc}(\cdot)$ désigne la fonction d'erreur complémentaire de Gauss. En effet, la hauteur H^* du tiers des vagues les plus hautes est fournie par $P(H > H^*) = 1/3$, c'est-à-dire que

$$H^* = 2\sqrt{2\ln(3)}\sigma \quad (1.8)$$

La hauteur significative H_S étant la moyenne des hauteurs de vagues parmi le tiers des vagues les plus hautes dans un intervalle de temps. Elle peut être traduite par la relation :

$$H_S = \int_{H^*}^{\infty} H \cdot f(H) dH \quad (1.9)$$

La hauteur significative correspond environ quatre fois l'écart type. Cette hauteur correspond à peu près à la hauteur moyenne d'un champ de vagues estimée par l'œil humain. Nous pouvons réécrire l'équation (1.6) :

$$P(H > H^*) = \exp\left(-\frac{2H^{*2}}{H_S^2}\right) \quad (1.10)$$

Or, la définition classique d'une vague scélérate est une vague dont le rapport de sa hauteur par la hauteur significative est supérieur à 2. Ce rapport est nommé « l'indice d'anormalité » et est défini par [62] :

$$AI = \frac{H_{vague}}{H_S} > 2.2 \quad (1.11)$$

Par conséquent, une vague est considérée comme scélérate dès que :

$$H > 2.2H_S \quad (1.12)$$

Conformément à l'équation (1.10), cela correspond statistiquement à la formation d'une vague scélérate toutes les 16000 vagues. En considérant une période des vagues de 10 s, une vague scélérate se produira toutes les 44 heures. Bien que ces chiffres puissent paraître importants, la **Figure 1.27** nous confirme que de telles vagues sont dans la queue de la distribution confirmant leur caractère rare.

a2 - Approche thermodynamique

Contrairement aux idées répandues sur le phénomène de vague meurtrière, les phénomènes naturels comme les vagues scélérates ne sont pas de simples événements spectaculaires accessibles aux observations de routine, y compris les observations par satellites, qui pourront un jour expliquer [14].

De nos jours, elles peuvent être définies comme le résultat d'une superposition de processus physiques complexes qui se produisent dans les conditions de température et d'humidité précise [15].

Il est inévitable que les vagues scélérates se produisent. Mais, leur sévérité dépasse les prévisions habituelles de ceux qui leur font le plus souvent face. Pour les étudier, il faut nécessairement recourir aux hypothèses (rapport à la hauteur significative, discrimination statistique et forme) plus réalistes qui permettront de décider qu'une vague sort de l'ordinaire qui correspond à la combinaison des statistiques à long terme des états de mer et des théories conventionnelles décrivant la forme et la cinématique des vagues relativement hautes [63].

b - Mécanismes physiques mis en jeu

Le phénomène de vague scélérate constitue un enjeu majeur pour la sécurité maritime et ne peut être corrélé à un phénomène géophysique particulier. En effet, de telles vagues peuvent surgir sur toutes les nappes d'eau étendues et profondes du monde et dans des conditions très variées. La **Figure 1.28** présente sur un planisphère quelques-uns de ces événements. Le constat que l'on peut faire est la variété géographique des lieux d'apparition de ces vagues. La **Figure 1.29** présente le système de transport mondial.

Nous remarquons d'après les **Figures 1.28 et 1.29** que la localisation des événements liés aux vagues scélérates coïncide presque parfaitement avec celle de la densité du trafic maritime. De là, on peut penser que si l'on n'observe pas de vagues scélérates parce qu'il n'y a personne pour les voir.

Par conséquent, il paraît impossible d'établir une corrélation directe entre un phénomène géophysique particulier et entre ces vagues. Raison pour laquelle de nombreux mécanismes physiques ont été avancés pour expliquer la génération de ces vagues meurtrières. Ces mécanismes sont regroupés en deux catégories à savoir : le mécanisme linéaire et le mécanisme non linéaire.

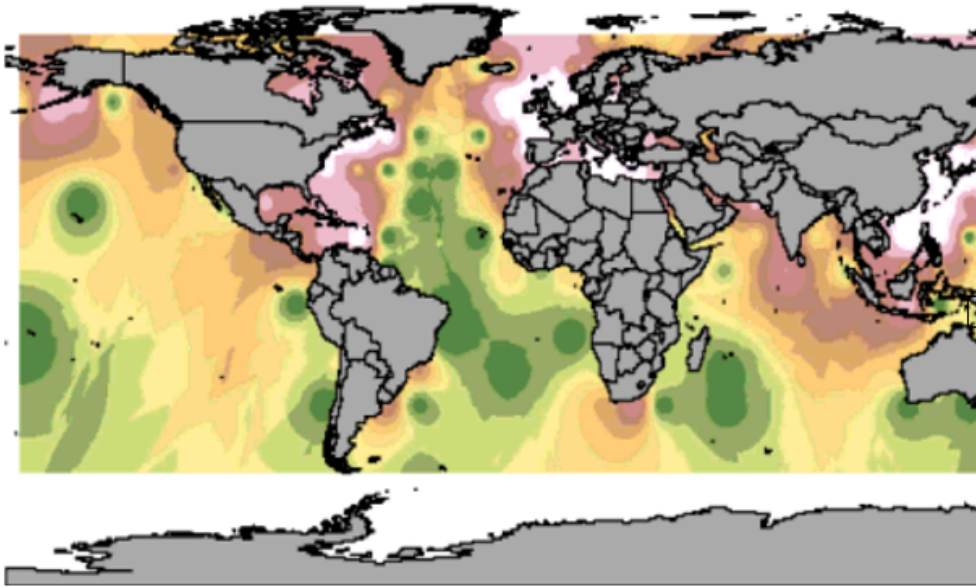


FIGURE. 1.28 – Situation de plusieurs collisions liées aux vagues scélérates [77].

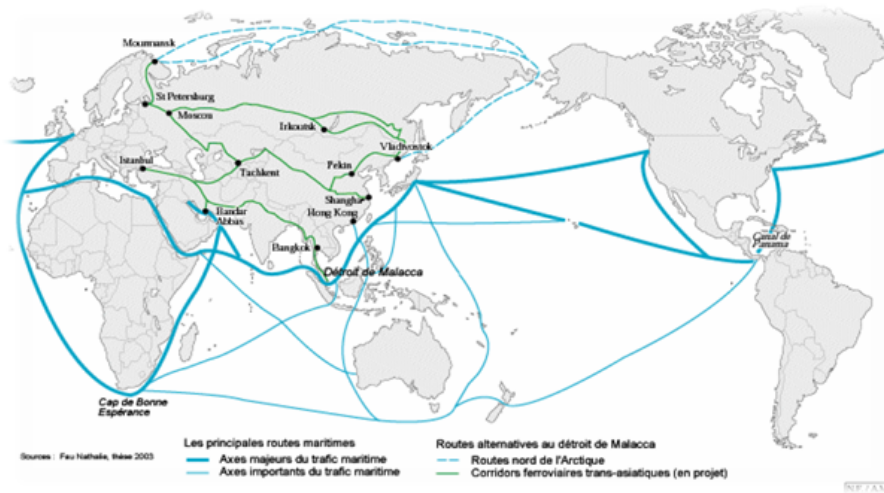


FIGURE. 1.29 – Système de transport mondial [77].

b1- Mécanismes linéaires de la formation des vagues scélérates

► Focalisation dispersive

Elle est une théorie classique qui engendre une concentration de l'énergie des ondes dans un domaine réduit. Ainsi, les ondes de grandes longueurs d'ondes se propagent plus vite que celles de courtes longueurs d'ondes et peuvent former une onde très complexe contenant une grande amplitude et des impulsions éphémères. Ces impulsions sont appelées les vagues scélérates dans le champ de vague du vent et sont habituellement étudiées pour l'eau profonde. Les ondes de grandes longueurs d'ondes seront devant les courtes, et l'amplitude du train d'ondes décroît : c'est le phénomène de défocalisation. En théorie linéaire, un champ de vagues donné peut être interprété comme une somme de groupes d'ondes sinusoïdales monochromatiques. Par conséquent, la géométrie du groupe d'ondes peut alors engendrer une interaction constructive de ses composantes. Il peut alors produire ce qu'on appelle une focalisation spatio-temporelle qui est due au caractère dispersif des ondes. En effet, les ondes les plus longues se propagent plus vite, absorbent les plus courtes et engendrent une vague d'amplitude beaucoup plus élevée.

► Focalisation géométrique

Johannessen et Swan [64] ont pu étendre les études de Baldock et al. [65] sur les groupes d'ondes non linéaires au cas tridimensionnel en considérant la focalisation géométrique de trains d'ondes en un point de l'espace. Peu après, Bateman et al. [66] ont réalisé des comparaisons numériques aux expériences de Johannessen et Swan [64] et ont montré l'importance de l'interaction vague-vague non linéaire au sein de ces groupes. Plus récemment, Fochesato et al. [67] ont concrétisé le rôle de la non linéarité sur la forme de ces vagues, obtenue numériquement par focalisation géométrique. Dans leurs travaux, cette focalisation géométrique est obtenue à partir de trains d'ondes propagés dans un faisceau de directions différentes. Ce phénomène existe également à l'état naturel. Ainsi, Whitham [68] a étudié l'évolution du front d'onde en fonction de la bathymétrie, et a montré que la topographie courbait les rayons de propagation de la houle, conduisant à la formation de caustiques. En milieu naturel, sur des fonds variables, les interactions entre champs de vagues deviennent beaucoup plus complexes, et peuvent conduire à la formation de nombreux points de focalisation [69]. Ce phénomène peut justifier la formation de vagues scélérates.

► Interaction vagues-courant

Les premiers évènements recensés de vagues scélérates ont été réalisés dans le courant maritime chaud et très violent descendant de l'océan Indien, tout près de la côte Est de l'Afrique

du Sud (voir **Figure 1.30**). Il s'agit d'une zone très fréquentée par la marine commerciale.

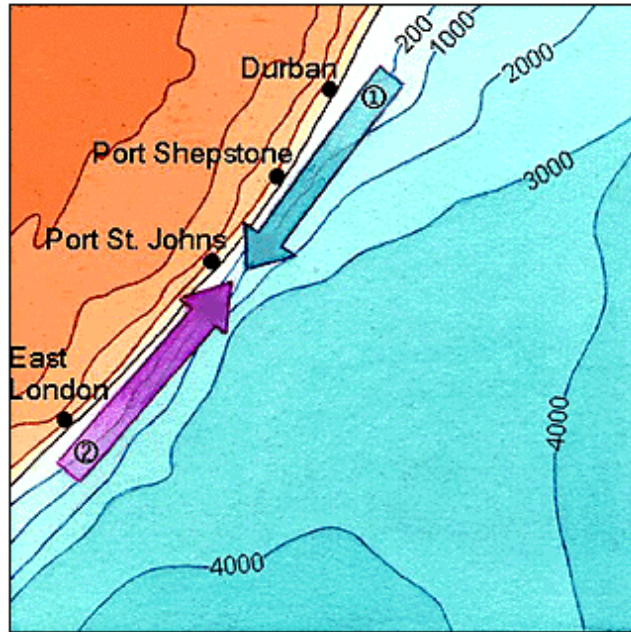


FIGURE. 1.30 – Conditions de formation des vagues scélérates au large de l'Afrique du Sud : 1- Le courant maritime chaud et très violent descendant de l'océan Indien ; 2- Vent du Sud-ouest.

Ces vagues géantes se forment aux endroits où les groupes d'ondes sont bloqués par le courant opposé [71]. Wu et Yao [58] l'ont confirmé dans leurs travaux expérimentaux. En utilisant une approche linéaire plus complète, Lavrenov [72] a montré que la transformation des vagues par le courant conduit à la focalisation de rayons et forme des caustiques qui peuvent expliquer l'apparition des vagues scélérates. Pérégrine et White et Fornberg [49,73] ont étudié l'interaction vagues-courant d'un point de vue statistique et ont montré qu'une distribution aléatoire de courants conduit à la formation de vagues scélérates. La distribution de probabilité s'avère universelle, c'est-à-dire indépendante de la statistique du courant.

De théories linéaires, on peut conclure que les principaux mécanismes de génération de ce phénomène sont relatés avec la focalisation de fréquence modulée du groupe d'ondes (la focalisation dispersive et géométrique) et avec effet bloqué des composants spectraux sur les courants opposés. Les deux théories sont très sensibles au large spectre du champ de vagues du vent. En particulier, celle de focalisation exige un spectre énergétique large avec une distribution de la phase spécifique. Pendant ce temps, la théorie d'interaction courant - vague est efficace quand le spectre est très étroit.

b2- Les mécanismes non linéaires de la formation des vagues scélérates

Les effets non linéaires sur les vagues détruisent la cohésion de la phase de vagues et produisent l'instabilité du champ de vagues qui mène à la formation de vagues scélérates. Ces effets sur les vagues caustiques ont été étudiés par Pérégrine et Smith [74-75].

► Instabilité modulationnelle

L'instabilité modulationnelle est un phénomène correspondant à la modulation de groupes d'ondes. Elle a été mise en évidence par Benjamin et Feir[76] et est parmi les phénomènes remarquables liés à la non linéarité des ondes de surface. Cette instabilité, connue sous le nom d'instabilité de Benjamin-Feir, correspond à la modulation progressive d'un train d'ondes de Stokes[77]. La modulation est due en pratique à l'échange d'énergie entre la composante fondamentale du spectre et les nombres d'ondes voisins (satellites). Ce résultat est en accord avec ces précédents travaux menés par Lighthill et Zakharov [78-79], qui ont observé et prédit cette instabilité. Comme leur modèle contenait un terme supplémentaire dans la relation de dispersion, Karpman et Krushkal [80] parvinrent à éliminer la singularité à laquelle Lighthill se heurtait auparavant après un temps fini. À l'aide de simulations numériques, ils observèrent que les modulations localisées de l'enveloppe, quelle que soit leur forme (gaussienne, sécante hyperbolique, etc.), tendaient à se désintégrer en impulsions d'enveloppes plus petites et de forme permanente, du type " ondes solitaires ". Cependant, ils n'étudièrent pas l'évolution temporelle à long terme de l'instabilité modulationnelle d'une onde continue et ne purent mettre en évidence la récurrence de Fermi-Pasta-Ulam, alors que toutes les conditions étaient réunies pour son observation. De nombreux auteurs ont suggéré qu'au maximum de cette récurrence, une vague scélérate peut se former et ont proposé qu'au maximum de modulation de la récurrence de Fermi-Pasta-Ulam une vague scélérate pouvait se former [81-85].

► Collision de solitons

Les solutions à N- solitons de l'équation de Kadomtsev-Petviashvili (KP) expliquent très bien la formation de vagues scélérates tridimensionnelles en eau peu profonde[86-87]. Ce résultat a été confirmé par Porubov et al. [88], qui ont obtenu une autre solution de l'équation KP dans un cadre plus général. Ces vagues d'amplitudes extrêmes ont une durée de vie infinie et se propagent à vitesse constante. Cependant, cette approche ne s'applique qu'aux zones côtières.

Dans ce même cadre, une autre théorie de formation de ces vagues était basée sur la collision de groupes d'ondes limités au cas bidimensionnel [89]. Des solitons d'enveloppe se propagent à des vitesses différentes et peuvent entrer en collision. Le groupe de vagues initial évolue

d'abord en donnant naissance à une vague d'amplitude extrême et il se forme alors deux groupes distincts. Ces groupes se propagent à des vitesses différentes puis entrent en collision, donnant ainsi une seconde vague extrême. Un troisième groupe se forme alors. Les résultats laissent supposer que d'autres collisions se produiront, donnant naissance à d'autres vagues scélérates. Cette approche permet de décrire un autre mécanisme de génération de vagues scélérates valable en profondeur infinie.

► Forçage atmosphérique

Une interaction de vagues de l'eau avec l'atmosphère peut être décrite principalement par trois mécanismes : à travers les fluctuations de la pression atmosphérique (mécanisme de Phillips) [34], à travers l'interaction avec les fluctuations de la couche de cisaillement du vent (mécanisme de Miles) [90] et à travers l'interaction avec les systèmes dépressionnaires. Le forçage atmosphérique augmente l'énergie des vagues et sa variabilité dans l'espace et le temps. Ici, les échelles caractéristiques sont assez grandes (plusieurs longueurs d'onde) en raison de l'interaction faible entre l'écoulement du vent et des vagues. Par conséquent, il ne peut pas changer radicalement le rapport de l'énergie des vagues à l'intérieur / à l'extérieur des points du centre. De plus, ce mécanisme détermine la position initiale des directions de vent dans des zones de tempête. Mallory [70] a souligné que selon les observations, les vagues scélérates dans le Courant maritime chaud et très violent descendant de l'océan Indien se produisent fréquemment lorsque le vent a augmenté de direction du nord-est et est apparu plusieurs heures avant l'événement. Il change sa direction de nord-est au sud-est pendant 4 heures [91]. Cette augmentation du courant du vent joue un rôle primordial dans le mécanisme de la convergence dispersive.

Il est primordial de mentionner que le courant du vent génère le champ de vagues de façon aléatoire. Cela est dû à l'orientation aléatoire des directions de la vague et à la dispersion de fréquence, les caustiques aléatoires doivent paraître et disparaître. Cependant, leur intensité (énergie de la vague) ne peut pas être élevée, car un nombre aléatoire (pas trop élevé) de groupes d'ondes se rencontrent dans les caustiques. En conséquence, la plupart des caustiques dans les champs aléatoires de l'onde ne peuvent pas être identifiées avec les vagues scélérates. Seulement, si les conditions optimales sont pleinement remplies (forte cohérence temporelle et spatiale dans le champ de la vague), son amplitude sur les caustiques dépasse la hauteur de la vague considérable deux fois (critère de l'amplitude pour l'événement de la vague scélérate). Il explique pourquoi la probabilité de l'apparition de cette vague est inférieure à celle de l'apparition du point du centre. Ses composantes aléatoires et cohérentes n'interagissent pas

réciproquement dans la structure de la théorie linéaire ; par conséquent, la faible composante cohérente "optimale " peut se transformer dans cette vague sur l'origine de fort champ aléatoire.

Il est aussi important de mentionner que la dépression atmosphérique génère le champ de vagues de façon aléatoire. Cela est dû aux interférences entre les ondes primaires de cette dépression et dont les directions de propagation sont presque parallèles qui grandissent en conséquence leur caractère inattendu.

c- Dégâts causés par la Vague scélérate

En dépit des pertes énormes causées par ces vagues, elles représentent un sujet de préoccupation extrêmement important pour la communauté scientifique intéressée par les vagues extrêmes. En effet, la compréhension complète de ce phénomène non linéaire ainsi que sa simulation sont un défi qui reste à relever. Elles sont imprévisibles et sont responsables d'un nombre important de dommages subis par les navires ou les plateformes pétrolières (**Figure 1.31**). Il a fallu attendre 1995 pour que l'existence de ce type de vagues soit enfin reconnue par les scientifiques. Plus précisément le premier janvier 1995 lorsqu'une vague de 26 mètres de haut, surnommée la vague du nouvel an s'abattit sur une plate-forme pétrolière au large de la Norvège. Un mois plus tard le prestigieux Queen Elizabeth 2 fut à son tour frappé par une telle vague dans l'Atlantique Nord : elle mesurait 29 mètres. Le capitaine du navire, Ronald Warwick confia : " On aurait dit que nous foncions tout droit dans les falaises blanches de Douvres ".

1.2.5.3- Les événements extrêmes en milieu côtier

a- Définition

Les événements extrêmes en milieu côtier ne peuvent être assimilés ni aux vagues scélérates, ni aux tsunamis car ils ne présentent pas les caractéristiques des vagues scélérates et/ou ils n'associent pas aux longueurs d'ondes caractérisant les tsunamis.

La surélévation anormale du niveau moyen de la mer le long des côtes est conditionnée aux effets de nombreux phénomènes. Entre autres, on peut citer : les effets des phénomènes météorologiques (cyclone, ouragan, tempête et typhon), l'action mécanique du vent, les effets des mouvements de l'attraction de la lune (ou du soleil) sur les océans et à moindre effet d'autres corps célestes. Ces différents phénomènes ne sont pas strictement indépendants et sont par conséquent partiellement corrélés. Chaque phénomène agit sur le niveau de la mer mais il

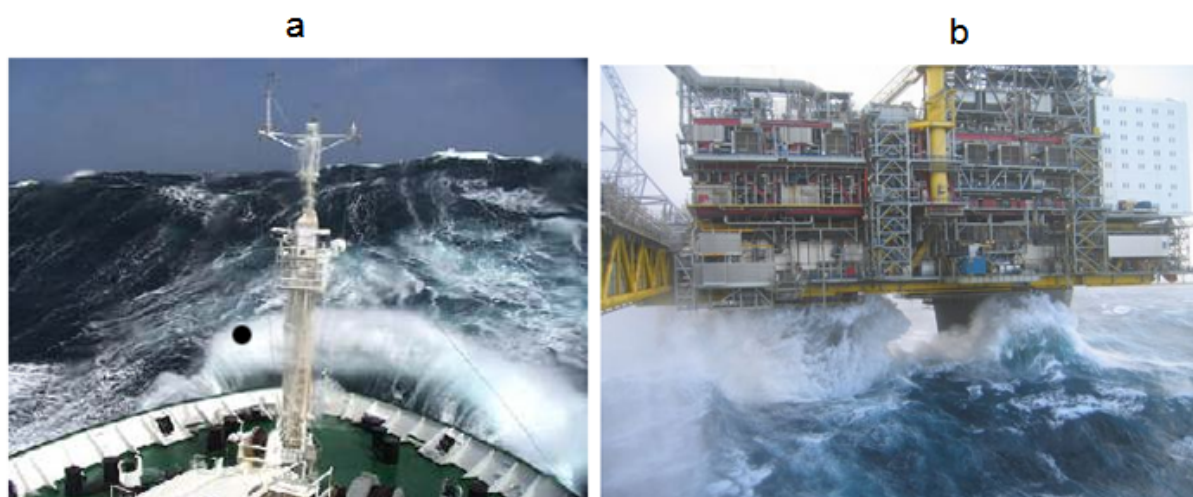


FIGURE. 1.31 – *Accidents avec les vagues énormes : a) Navire affronte les vagues scélérates en 2010 en Atlantique Nord [Liste de vagues scélérates, descriptif et photos - Ocean Attitude.htm] ;b) coulée pétrolière au Draupner [Liste de plateformes pétrolières et de vagues géantes, descriptif et photos - Ocean Attitude.htm]*

existe des interactions entre eux. La combinaison de deux phénomènes a de fortes probabilités d'être plus importante que la somme des contributions des deux phénomènes. Cette combinaison (ou superposition) constitue les événements extrêmes. Par exemple, la constitution de la vague générée par les forces astronomiques dues à l'attraction de la lune sur les océans et de l'onde de tempête donne ce que l'on appelle la marée de tempête. Ainsi, la **Figure 1.32** illustre le schéma d'une vague de marée générée par la tempête.

Les événements extrêmes dans la zone côtière dépendent de la configuration du littoral, de la topographie des fonds marins et du déplacement de la cause par rapport à la côte et son amplitude varie en fonction de cette cause. Ils peuvent être particulièrement importants dans les régions où un grand plateau continental existe, c'est-à-dire où la mer reste peu profonde sur des kilomètres au large qui favorise ainsi la poussée mécanique naturelle de l'eau de surface et son accumulation vers les rivages. Ils seront d'autant plus dévastateurs si la zone touchée correspond à une côte à faible pente et peuvent également avoir pour conséquence de ralentir l'écoulement des rivières, et donc de provoquer des inondations à l'intérieur des terres.

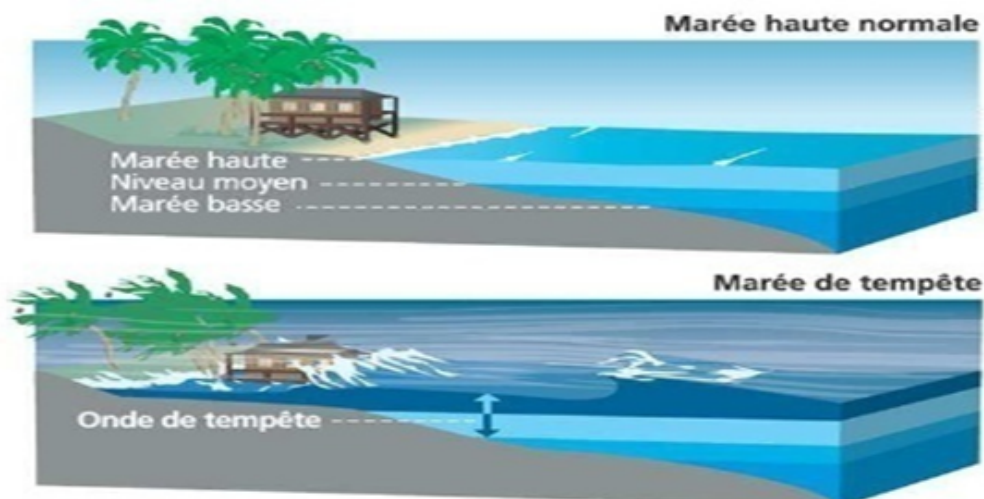


FIGURE. 1.32 – Schéma d'une marée générée par la tempête (d'après la référence [35]).

b- Impacts des événements extrêmes en milieu côtier

Les principaux dégâts causés par les événements extrêmes en milieu côtier peuvent être désastreux en raison des vents violents et des inondations soudaines, causées par la conjonction de plusieurs phénomènes [36]. En plus, du fait de la multitude de leurs effets, de l'étendue souvent importante des zones touchées, mais aussi en raison de la vulnérabilité d'une large partie des zones affectées (densité de population importante, maison bâtie fréquemment peu résistante, vétusté des infrastructures publiques, etc), les conséquences humaines, économiques et environnementales des événements extrêmes en milieu côtier sont souvent considérables.

Une grande part des décès est due aux noyades par montée de la mer ou des rivières, ou aux conséquences des glissements de terrains et coulées de boue. Le vent engendre également des décès, survenant de façon directe, suite à la projection de la victime ou par projection d'un objet, ou indirecte (effondrement d'une construction par exemple) comme illustre la **Figure 1.33**.



FIGURE. 1.33 – *Domage causé par un événement extrême en zone côtière à Dirkefin en décembre 2013(Grande Bretagne)*

1.3 Commentaires sur l'état de connaissances actuelles des systèmes dépressionnaires et des vagues meurtrières

Les systèmes dépressionnaires sont loin d'être de simples événements météorologiques que les observations de routines, y compris les observations par satellites, pourront un jour expliquer. Ces phénomènes sont en réalité, une superposition de processus physiques complexes, qui prennent naissance dans la convection profonde et passive générée par une source située à la surface de la terre : la vapeur d'eau (produite par la chaleur) sert de source d'énergie à laquelle s'abreuvent les systèmes atmosphériques extrêmes, lorsque cette source parvient à se loger suffisamment près de l'isotherme $0,0098^{\circ}$ C. Subséquemment, les vagues extrêmes sont les effets immédiats des fortes agitations constamment observées à la surface des nappes d'eau étendues et profondes, quand elles sont traversées par les systèmes de basse pression atmosphérique. Les dégâts causés par ces systèmes dans les pays en voie de développement sont majorés par :

- la carence chronique des services de santé et la médiocrité de l'état de santé antérieur de la population et tout particulièrement des groupes dits vulnérables (enfants de moins de 5 ans, femmes enceintes, vieillards, veuves, malades et handicapés) ;
- la forte recrudescence des pathologies saisonnières, aggravent le bilan humain.

- une situation à risques connus, parfaitement catalogués, correspondant à des situations répétitives déjà vécues et inventoriées tant par leurs origines que par leurs conséquences immédiates et lointaines ;

- une catastrophe longue où la structure de la communauté est partiellement disloquée ou les opérations de reconnaissances et de sauvetage font appel à une logistique complexe et coûteuse en raison de la nature des lieux de survenue et de leur grande étendue (rayon supérieur à 100 km) ;

- une dominante lésionnelle immédiate de type mécanique (fractures, plaies) et secondaire de type infectieux (gastro- entérites, paludisme, rougeole, infections respiratoires) et nutritionnel ;

- une catastrophe de gravité immédiate modérée, mais de gravité secondaire moyenne ou majeure, si on tient compte des victimes secondaires par maladies et malnutrition, dont le nombre exact est difficilement connu avec précision.

Pour comprendre les systèmes dépressionnaires, il faut nécessairement recourir à des hypothèses plus réalistes que l'hypothèse des gaz parfaits qui, privilégie le mode de transfert par convection et exclu d'office la propagation de la chaleur latente du nuage en formation vers la basse atmosphère, est totalement inadaptée à la troposphère où les changements de phases de l'eau s'effectuent en permanence.

En conclusion, nous avons décrit les processus physiques qui interviennent dans la formation des systèmes dépressionnaires. Cette description permet de mieux comprendre les phénomènes responsables de la génération des ondes de gravité à la surface des océans. Il convient de mentionner que les effets adverses de ces phénomènes révèlent la vulnérabilité des vies humaines causant ainsi les dégâts irrévocables comme l'éradication des villes entières, inondations, glissements de terrain ou destruction d'habitats inaptes. Dans cette logique, il est nécessaire d'envisager une compréhension des processus physiques responsables de la formation et de la propagation de ce phénomène, afin de mieux les prévoir ou de stopper leurs progressions.

Chapitre 2

Formulation mathématique des ondes de gravité générées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes : le cas des vagues meurtrières

Dans ce chapitre, nous présentons les formulations mathématiques du problème de la physique non linéaire des interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes. Ces formulations sont développées dans le cas spécifique des fortes agitations (capable de donner naissance aux vagues meurtrières) constamment observées à la surface des nappes d'eau étendues et profondes (océans et mers), traversées par une dépression atmosphérique (tornades, cyclones, ouragans, etc.). Elles sont dérivées à partir des lois fondamentales de conservation et constituées d'équations valables dans le domaine de fluide et uniquement sur les frontières. L'ensemble de ces équations définit le problème d'onde non linéaire dans lequel la non linéarité provient de la condition à la limite de la surface libre. Le cadre général de ce problème sera tout d'abord fixé en définissant le domaine d'étude utilisé **(2.1)**. Les équations générales régissant notre problématique et les hypothèses sont ensuite données **(2.2)**. A cet effet, les équations seront établies, puis simplifiées par ces hypothèses, afin d'obtenir les modèles physiques des équations aux instabilités modulationnelles des ondes de gravité générées par ces interactions **(2.3)**. Enfin, nous exhibons les méthodes de résolution de ces équations **(2.4)**.

2.1 Position d'étude

Les ondes de gravité à l'interface Atmosphère-Océan font partie de l'étude des problèmes classiques de la mécanique des fluides. Chacun d'entre nous a pu observer ces ondes, car celles générées par le vent sur un champ de riz par exemple. A un niveau macroscopique, le riz peut être considéré comme un fluide dense agité par le vent. Le même genre de phénomènes se produit sur les lacs, les océans et les mers et mène à la création d'ondes aquatiques que l'on appelle souvent la « vague ». Mais, ces ondes peuvent se propager à la surface de l'eau sans l'action de forces extérieures (comme par exemple le vent) ; c'est le cas de l'onde de capillarité-gravité entretenue uniquement par l'effet de la tension superficielle ou la gravité. On peut les classer en trois catégories selon la profondeur H de l'eau rapportée à la longueur d'onde λ de l'onde de gravité.

On peut avoir :

► $\frac{H}{\lambda} \ll 1$, la profondeur est considérée petite par rapport à la longueur d'onde et on parle alors d'ondes longues ou de faible profondeur (Shallow water en anglais) ;

► $\frac{H}{\lambda} \sim 1$, on parle de profondeur intermédiaire (intermediate depth en anglais) ou de profondeur finie ;

► $\frac{H}{\lambda} \gg 1$, on parle d'ondes courtes ou de profondeur infinie (Deep water en anglais).

La **Figure 2.1** illustre la classification de ces ondes.

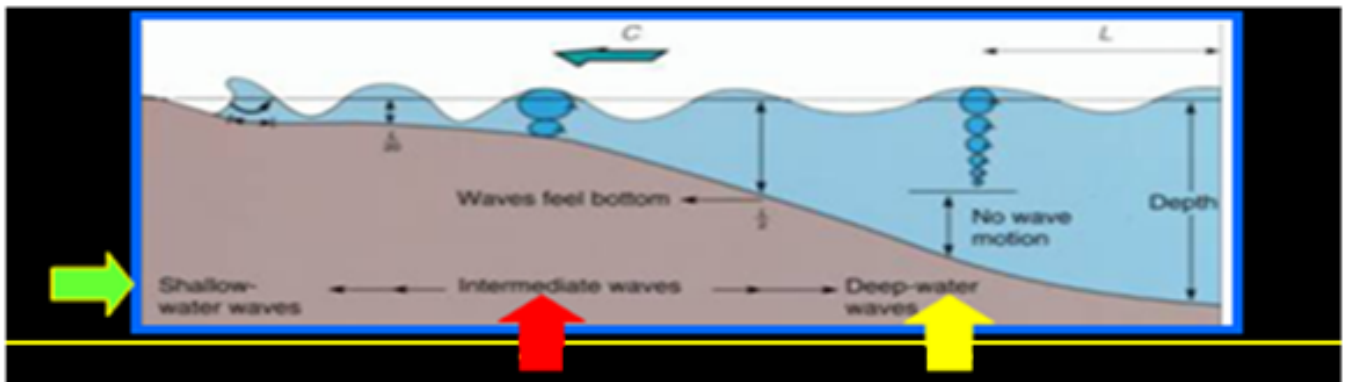


FIGURE. 2.1 – *Classification des ondes aquatiques*

Nous limitons notre travail à la dernière catégorie et nous considérons ici uniquement le

cas des ondes non linéaires, c'est-à-dire l'amplitude des ondes n'est pas négligeable devant la longueur d'onde.

L'étude des ondes non linéaires entre deux fluides en l'occurrence l'eau et l'air permet d'avoir la relation de dispersion obtenue par :

$$\omega^2 = \left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}\right) \cdot g \cdot k \cdot \tanh(kh) \left(1 + \frac{\sigma k^2}{g(\rho_1 + \rho_2)}\right)$$

Où ρ_1 et ρ_2 sont la masse volumique du premier fluide et du second fluide respectivement et σ est la tension superficielle, k est le nombre d'onde, h est la profondeur et g est la constante de gravité.

Cette relation de dispersion permet de comprendre le comportement des vagues. Quand la profondeur diminue dans l'espace, la période reste constante.

Ainsi la pulsation est donc :

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}\right) g k \tanh(kh) \left(1 + \frac{\sigma k^2}{g(\rho_1 + \rho_2)}\right)} \quad (2.1)$$

La vitesse de phase des ondes non linéaires entre deux fluides est donnée par la relation suivante : $C_\phi = \frac{\omega}{k}$

et elle suit donc :

$$C_\phi = \sqrt{\left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}\right) \frac{g}{k} \tanh(kh) \left(1 + \frac{\sigma \cdot k^2}{g(\rho_1 + \rho_2)}\right)} \quad (2.2)$$

Dans le cas des ondes de gravité à l'interface Atmosphère-Océan, les densités des deux fluides (air et eau) étant dans un rapport 1000, on peut négliger la masse volumique de l'air ρ_2 devant celle de l'eau ρ_1 .

Alors

$$\begin{cases} \rho_1 - \rho_2 \approx \rho_1 \equiv \rho_w \\ \rho_1 + \rho_2 \approx \rho_1 \equiv \rho_w \end{cases}$$

Il vient alors :

$$\omega^2 = g k \tanh(kh) \left(1 + \frac{\sigma k^2}{g \rho_w}\right)$$

$$\Leftrightarrow \omega = \sqrt{g k \tanh(kh) \left(1 + \frac{\sigma k^2}{g \rho_w}\right)}$$

$$\text{La vitesse de phase devient donc : } C_\phi = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh(kh) \left(1 + \frac{\sigma \cdot k^2}{g \rho_w}\right)}$$

En négligeant l'effet de tension superficielle, nous obtenons finalement l'expression de la pulsation qui s'écrit :

$$\omega = \sqrt{gk \tanh(kh)} \quad (2.3)$$

et les vitesses de phase :

$$C_\phi = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh(kh)} \quad (2.4)$$

et de groupe :

$$C_{gr} = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{g}{2\omega} \cdot [\tanh(kh) + kh(1 - \tanh^2(kh))] \quad (2.5)$$

La relation (2.3) est représentée à la **Figure 2.2** et celles de (2.4) et (2.5) sont illustrées à la **Figure 2.3** et **Figure 2.4** respectivement. On note dans la **Figure 2.3** et **Figure 2.4** que l'abscisse est représentée à l'échelle logarithmique.

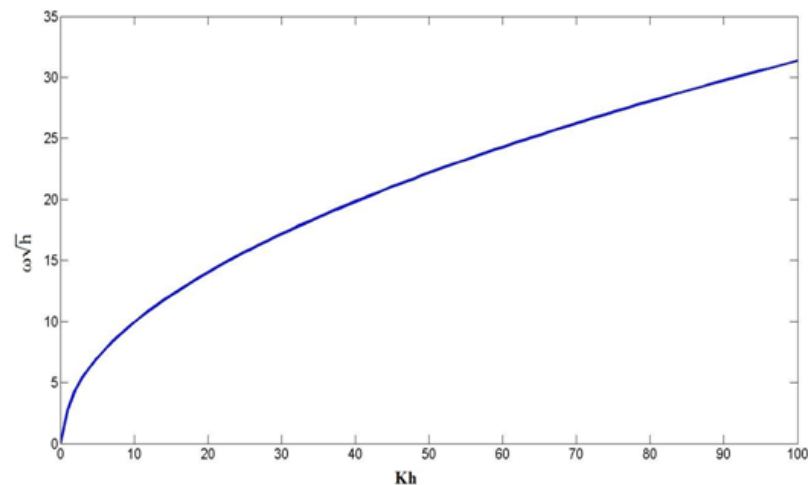
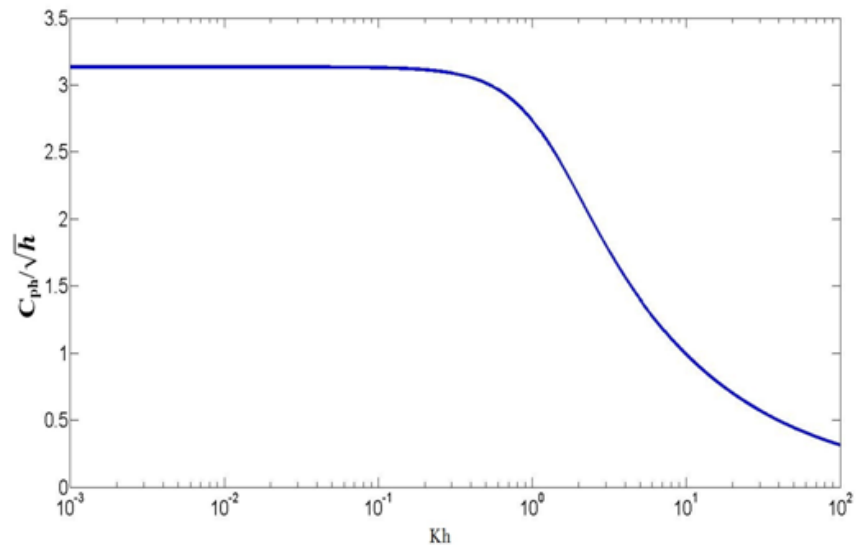
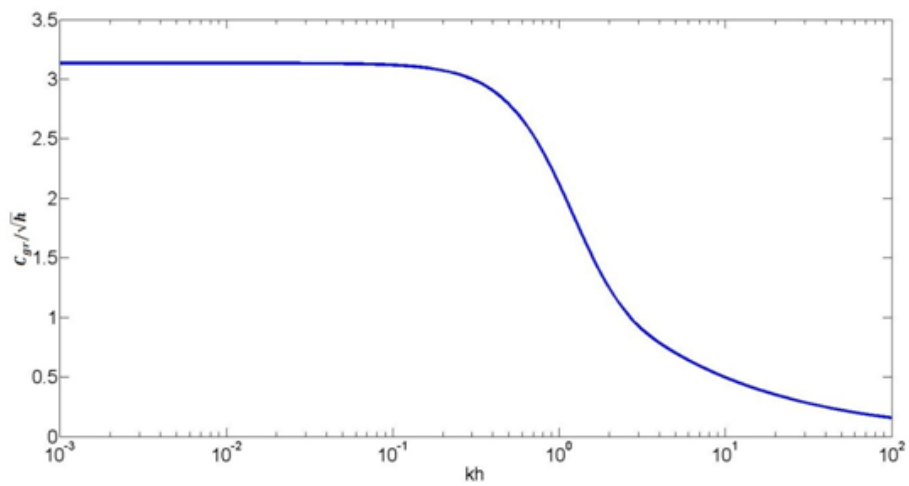


FIGURE. 2.2 – Courbe de la relation de la dispersion de la vague de l'eau

La remarque est que la vitesse des vagues augmente avec la période : les vagues se dispersent.

FIGURE. 2.3 – *Vitesse de phase*FIGURE. 2.4 – *Vitesse de groupe*

2.2 Équations de base pour l'étude des instabilités modulationnelles des ondes de gravité générées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes

2.2.1 Équation de continuité

Pour connaître l'atmosphère et en découvrir les lois fondamentales, il est nécessaire d'observer les phénomènes dont elle est le domaine de formation et d'évolution, de mesurer les paramètres représentatifs de son état et d'enregistrer ces informations. L'équation de continuité doit traduire le principe de la conservation de la masse de particule fluide. Ceci veut dire que la variation de masse pendant un temps dt d'un élément de volume fluide doit être égale à la somme des masses de fluide entrant diminuée de celle de fluide sortant. Le principe de conservation de la masse tel qu'il est énoncé suppose aucune existence de prélèvement ou apport de fluide. Autrement dit, le domaine ne contient aucun puits ni aucune source de masse.

Ce principe permet d'écrire donc :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \cdot \vec{V}) = 0 \quad (2.6)$$

Cette relation est appelée *l'équation de continuité*.

Dans le système de coordonnées cartésiennes, elle réécrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (2.7)$$

Or u, v et w sont les composantes du vecteur -vitesse \vec{V} d'une particule de fluide par rapport au repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

2.2.2 Équations de Navier-Stokes

La connaissance de plus en plus précise des énergies mises en jeu dans les processus météorologiques permet enfin d'aborder sereinement les équations du mouvement de la particule d'air atmosphérique. L'équation de Navier-Stokes sera obtenue en appliquant la loi fondamentale de la dynamique selon laquelle la dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement d'une particule, est égale aux causes capables de produire ou de modifier le mouvement de cette

particule qui sont représentées par les forces. Parmi celles-ci, on dénombre les forces extérieures comme les forces s'exerçant en surface et en volume.

Les forces de surface sont : $d\vec{F}_S = dF_{Sx} \cdot \vec{e}_x + dF_{Sy} \cdot \vec{e}_y + dF_{Sz} \cdot \vec{e}_z$

Intéressons-nous à la composante suivant y

$$dF_{Sy} = ([\tau_{yx}]_{x+dx} - [\tau_{yx}]_x)dydz + ([\sigma_{yy}]_{y+dy} - [\sigma_{yy}]_y)dx dz + ([\tau_{yz}]_{z+dz} - [\tau_{yz}]_z)dxdy$$

Où τ_{yx} , τ_{yz} et σ_{yy} sont les composantes (tangentielle et normale respectivement) de la contrainte s'exerçant sur cette surface.

$$\text{Or } \begin{cases} [\tau_{yx}]_{x+dx} = [\tau_{yx}]_x + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} dx \\ [\sigma_{yy}]_{y+dy} = [\sigma_{yy}]_y + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} dy \\ [\tau_{yz}]_{z+dz} = [\tau_{yz}]_z + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} dz \end{cases}$$

$$\Rightarrow dF_{Sy} = \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} dxdydz + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} dxdydz + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} dxdydz$$

$$\Rightarrow dF_{Sy} = \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) dV \quad (2.8)$$

Et par analogie, suivant les autres axes, nous obtenons :

$$dF_{Sx} = \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) dV \quad (2.9)$$

$$dF_{Sz} = \left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) dV \quad (2.10)$$

Une importante remarque se dégage des relations (2.8), (2.9) et (2.10) que la force de surface dépend à la fois du gradient des contraintes à la surface de cette particule fluide et du volume $dV = dx dy dz$ de la particule. Dans des circonstances particulières, où l'une des composantes du gradient des contraintes à la surface de cette particule tend vers des valeurs infinies (par exemple la composante suivant la direction des y), la force de surface prend des valeurs très élevées suivant cette direction quelle que soit la taille de la particule fluide. On assiste alors à la formation de courants violents se développant dans la direction considérée. Par ailleurs, l'enveloppe de la particule étant parfaitement élastique et son volume variant avec la température, la force de surface devra également varier avec la température interne à travers le volume de

la particule. Or, la convection naturelle est étroitement liée aux variations de la température à l'intérieur des milieux fluides, et les forces responsables de ce mouvement n'apparaissent guère lisiblement dans la relation fondamentale de la dynamique utilisée couramment en météorologie. La prise en compte du volume de la parcelle d'air dans les formules (2.8), (2.9) et (2.10), permet de spécifier le rôle des forces de surface dans le développement de la convection naturelle qui en définitive peut être considérée comme la manifestation des variations de ces forces avec la température de la particule fluide sur laquelle elles s'exercent.

Ces forces peuvent se réécrire sous la forme tensorielle :

$$d\vec{F}_S = \begin{pmatrix} dF_{Sx} \\ dF_{Sy} \\ dF_{Sz} \end{pmatrix} = \vec{\nabla} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} dV = \vec{\nabla} \bar{T} dV \quad (2.11)$$

$$\bar{T} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

Où τ_{ij} et σ_{ii} sont les composantes tangentielle et normale respectivement du tenseur des contraintes à cette surface.

Ce tenseur des contraintes peut se décomposer en la somme d'un tenseur sphérique et d'un tenseur de trace nulle. Ces deux tenseurs seront décrits plus en détails dans la suite de cette section.

Les forces de volume sont le poids :

$$d\vec{F}_v = \rho \vec{g} dV \quad (2.12)$$

En vertu du principe fondamental de la dynamique, l'ensemble des forces agissant sur la particule fluide équivaut au produit de sa masse par son accélération et dans un référentiel galiléen (R), on a :

$$\begin{aligned} d\vec{F}_s + d\vec{F}_v &= \rho dV \frac{d\vec{V}}{dt} \\ \Rightarrow \vec{\nabla} \bar{T} dV + \rho \vec{g} dV &= \rho dV \frac{d\vec{V}}{dt} \\ \Rightarrow \vec{\nabla} \bar{T} + \rho \vec{g} &= \rho \frac{d\vec{V}}{dt} \end{aligned}$$

On peut alors faire apparaître les deux parties du tenseur des contraintes :

$$\bar{\bar{T}} = -P\bar{\bar{I}} + \bar{\bar{T}}' \Leftrightarrow \vec{\nabla}\bar{\bar{T}} = -\vec{\nabla}P + \vec{\nabla}\bar{\bar{T}}'$$

Où $\bar{\bar{T}}'$ est le tenseur des contraintes de viscosité et P est la pression.

Soit finalement :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla}P + \vec{\nabla}\bar{\bar{T}}' + \rho\vec{g} \quad (2.13)$$

Cette relation est *l'équation fondamentale de la dynamique*.

Pour un fluide isotrope, les composantes du tenseur des contraintes de viscosité $\bar{\bar{T}}'$ dépendent linéairement des composantes du tenseur des taux de déformation pure $\bar{\bar{e}}$. Par conséquent, on admettra alors que les éléments tensoriels de $\bar{\bar{T}}'$ et $\bar{\bar{e}}$ sont liés par la relation suivante :

$$\sigma'_{ij} = 2\mu e_{ij} + \zeta(e_{xx} + e_{yy} + e_{zz})\delta_{ij}$$

Où μ est la viscosité cinématique, ζ la viscosité de dilatation et δ_{ij} le symbole de Kronecker

On remarque que : $e_{xx} + e_{yy} + e_{zz} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \vec{\nabla} \cdot \vec{V}$

Donc, si le fluide est incompressible, on a : $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$ et dans ce cas :

$$\sigma'_{ij} = 2\mu e_{ij} \Rightarrow \bar{\bar{T}}' = 2\mu\bar{\bar{e}}$$

L'équation fondamentale de la dynamique reprend la forme :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla}P + 2\mu\vec{\nabla}\bar{\bar{e}} + \rho\vec{g} \quad (2.14)$$

Explicitons le terme $\bar{\bar{e}}$:

$$\bar{\bar{e}} = \sum_i \left(\sum_j \frac{\partial e_{ij}}{\partial x_j} \right) \vec{e}_i$$

Avec $e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right)$

On rappelle que ce tenseur est symétrique. Ce qui implique :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}\bar{\bar{e}} &= \sum_i \sum_j \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 V_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 V_j}{\partial x_j \partial x_i} \right) \vec{e}_i \\ &= \frac{1}{2} \sum_i \left(\sum_j \frac{\partial^2 V_i}{\partial x_j^2} \right) \vec{e}_i + \frac{1}{2} \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\sum_j \frac{\partial V_j}{\partial x_j} \right) \vec{e}_i \Rightarrow \vec{\nabla}\bar{\bar{e}} = \frac{1}{2} \Delta \vec{V} + \frac{1}{2} \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \end{aligned}$$

Étant donné que le fluide est incompressible, il reste alors : $\vec{\nabla}\bar{\bar{e}} = \frac{1}{2} \Delta \vec{V}$

Ce qui conduit à l'équation appelée Équation de Navier-Stokes :

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla}P + \mu\Delta\vec{V} + \rho\vec{g} \quad (2.15)$$

2.2.3 Hypothèses

Comme on le sait en pratique, les ondes aquatiques réelles se propagent dans les océans sur un fond irrégulier de perméabilité variable. Les problèmes associés avec les propagations de ces ondes sont difficiles à appréhender du fait de la complexité de la nature de processus. Ces difficultés commencent avec l'irrégularité du mouvement et des cassures de l'onde et de la dissipation due à la friction et à la turbulence. Il faut donc renforcer ces relations afin d'obtenir l'équation de propagation des ondes de gravité à l'interface Atmosphère – Océan la plus aisée à résoudre. Pour cela, il faut introduire dans les équations précédentes les conditions initiales et les conditions aux limites.

2.2.3.1- Les conditions initiales

Nous étudions l'écoulement d'un fluide soumis à la gravitation. Nous choisissons de travailler dans un repère fixe et orthonormé $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ dont l'axe des x est horizontal et dirigé dans la direction de propagation des vagues, l'axe des y est horizontal et perpendiculaire au précédent et l'axe des z est vertical et orienté vers le haut. Nous notons $\vec{V} = (u, v, w)$ les composantes de la vitesse d'une particule fluide par rapport à ce repère.

Nous supposons habituellement qu'à l'échelle où nous travaillons, l'intensité de la pesanteur est constante du fait que l'altitude de la particule fluide est négligeable devant le rayon de la terre.

Le fluide est considéré comme permanent, ceci signifie que : $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. L'équation de continuité devient : $div(\rho\vec{V}) = 0$.

Comme le fluide est non visqueux, incompressible et irrotationnel, ρ est une fonction uniforme et constante. Ceci revient à écrire que :

$$div(\vec{V}) = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2.16)$$

Ceci implique que le flux du champ des vitesses est à caractère conservatif.

L'irrotationnalité de l'écoulement permet d'affiner l'existence d'un potentiel des vitesses, usuellement noté ϕ . L'expression du champ des vitesses en fonction du potentiel des vitesses ϕ s'écrit alors : $\vec{V} = \vec{\nabla}\phi(x, y, z, t)$.

Il vient :

$$\text{div}(\vec{\nabla}\phi) = 0 \Rightarrow \Delta\phi = 0 \quad (2.17)$$

On obtient l'équation de Laplace, vérifiée par le potentiel des vitesses, dans toute la zone occupée par le fluide.

2.2.3.2- La condition à la limite au fond et cinématique

Quand un écoulement se produit en profondeur finie, nous considérerons que cette profondeur h est constante en première approximation. Le fluide ne peut traverser le fond ; supposé imperméable. Nous écrirons la condition à la limite au fond :

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} = 0, z = -h \quad (2.18)$$

Dans ce cas, nous remplacerons cette égalité par une limite : $\lim_{z \rightarrow -\infty} \frac{\partial\phi}{\partial z} = 0$.

La condition à la limite cinématique n'exprime qu'une particule du fluide située à un instant sur la surface ne peut traverser cette dernière. Sa vitesse est donc tangentielle.

Considérons la surface séparant un liquide d'un gaz qui exerce une pression uniforme sur la surface d'équation :

$$F(\vec{r}, t) = 0 \quad (2.19)$$

La surface du fluide est définie par le fait que les molécules ne la traversent pas. La composante orthogonale à la surface $V_n(\vec{r}_0, t)$ de la vitesse d'un point de la surface géométrique du fluide est égale à la composante orthogonale à la surface de la vitesse d'un petit élément de fluide situé infiniment près de cette surface, ce qui s'exprime par :

$$\lim_{r \rightarrow r_0} \vec{U}(\vec{r}, t) \cdot \vec{n} = V_n(\vec{r}_0, t)$$

avec \vec{n} le vecteur normal à la surface.

Le gradient de la surface $\vec{\nabla}F(\vec{r}_0, t)$ est orthogonal à la surface séparant un liquide d'un gaz. Le vecteur unitaire normal à la surface est donné à partir de l'équation de la surface par : $\vec{n} = \frac{\vec{\nabla}F(\vec{r}_0, t)}{\|\vec{\nabla}F(\vec{r}_0, t)\|}$, par ailleurs la vitesse $\frac{d\vec{r}_0}{dt}$ d'un point de la surface peut être déduite de la formule :

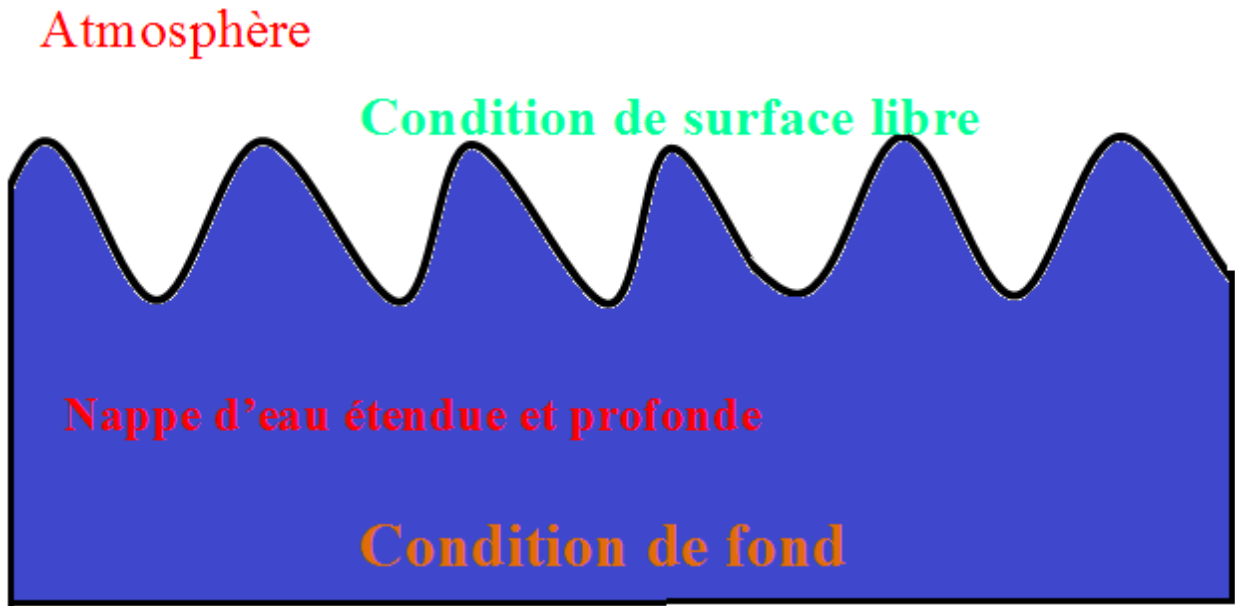


FIGURE. 2.5 – Configuration géométrique du problème

$$\frac{dF}{dt} = 0 = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{d\vec{r}_0}{dt} \cdot \vec{\nabla} F(\vec{r}_0, t) \Leftrightarrow \frac{d\vec{r}_0}{dt} \cdot \vec{\nabla} F(\vec{r}_0, t) = -\frac{\partial F}{\partial t} \quad (2.20)$$

La composante orthogonale à la surface $V_n(\vec{r}_0, t)$ est donc donnée par la relation suivante :

$$V_n(\vec{r}, t) = \vec{n} \cdot \frac{d\vec{r}_0}{dt} = \frac{\vec{\nabla} F(\vec{r}_0, t) \cdot d\vec{r}_0}{\|\vec{\nabla} F(\vec{r}_0, t)\|} \quad (2.21)$$

Introduisons la relation (2.20) dans (2.21), l'expression devient :

$$V_n = -\frac{1}{\|\vec{\nabla} F(\vec{r}_0, t)\|} \cdot \frac{\partial F}{\partial t} \quad (2.22)$$

Ainsi, la condition cinématique en un point \vec{r}_0 de la surface s'écrit :

$$\frac{\partial F(\vec{r}_0, t)}{\partial t} + \vec{U}(\vec{r}_0, t) \cdot \vec{\nabla} F(\vec{r}_0, t) = 0 \quad (2.23)$$

car $\|\vec{\nabla} F(\vec{r}_0, t)\| \cdot \vec{n} = \vec{\nabla} F(\vec{r}_0, t)$

Si l'équation de la surface est sous la forme $z = \eta(x, y, t)$, correspondant à $F = \eta(x, y, t) - z$.

$$\vec{\nabla} F(\vec{r}_0, t) = \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \vec{k} = \frac{\partial F}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial F}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial F}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial z} \cdot \vec{k}$$

or $\frac{\partial F}{\partial \eta} = 1$, $\frac{\partial F}{\partial z} = -1$ et $\frac{\partial F(\vec{r}_0, t)}{\partial t} = \frac{\partial \eta}{\partial t}$

Il vient alors :

$$\vec{\nabla} F(\vec{r}_0, t) = \frac{\partial \eta}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \cdot \vec{j} - \vec{k}$$

En remplaçant dans l'équation (2.23), l'expression devient :

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + v \frac{\partial \eta}{\partial y}. \quad (2.24)$$

Si on peut la traduire pour le potentiel des vitesses, l'équation (2.24) devient :

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \Leftrightarrow \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (2.25)$$

C'est la condition cinématique de la surface libre de l'eau où $z = \eta(x, y, t)$.

2.2.3.3-La condition à la limite physique

La relation (2.24) est purement géométrique mais ne traduit pas les propriétés physiques particulières de la surface d'un fluide qui sont liées à l'existence d'une tension superficielle. La surface d'un fluide se comporte comme une membrane élastique à laquelle est associée une énergie de surface. En présence de tension superficielle, la courbure de la surface du fluide se traduit par une différence de pression entre les deux côtés de la surface. C'est ce phénomène qui explique la montée d'un liquide dans un tube par capillarité. Dans le cas des Solitons hydrodynamiques on peut, dans la plupart des cas, négliger l'effet de la tension superficielle car le rayon de courbure de la surface est très grand. Nous nous placerons dans ce cas. La pression dans l'eau en un point très proche de la surface est alors égale à la pression atmosphérique qui surmonte l'eau.

2.2.3.4-La condition dynamique

Sous les mêmes hypothèses et en admettant que l'écoulement est irrotationnel, l'équation de Navier-Stokes précédente devient alors :

$$\vec{\nabla} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{(\nabla \phi)^2}{2} \right) = -\vec{\nabla} \left(\frac{P_a}{\rho_w} + g \cdot z \right) \Leftrightarrow \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{(\nabla \phi)^2}{2} + \frac{P_a - P_0}{\rho_w} + g \cdot z = C(t).$$

La condition dynamique consiste à écrire que $C(t) = 0$.

La condition dynamique du fluide parfait s'écrit donc :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{(\nabla \phi)^2}{2} + \frac{P_a - P_0}{\rho_w} + g \cdot z = 0 \quad (2.26)$$

2.2.3.5-La condition à la limite de la surface libre

En introduisant le potentiel de vitesses à la surface libre : $\Psi(x, y, t) = \phi(x, y, \eta(x, y, t), t)$.

Alors, la condition cinématique devient :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial z} - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x} - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} - \frac{\partial \phi}{\partial z} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} \right) \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

et la condition dynamique s'écrit alors :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \cdot \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \cdot \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} \right)^2 + g \cdot \eta + \frac{P_a - P_0}{\rho_w} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial t} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 [1 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial y} \right)^2] + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial y} \right)^2 + g \cdot \eta + \frac{P_a - P_0}{\rho_w} = 0.$$

En regroupant, on obtient :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\nabla \Psi \cdot \nabla \eta + W \cdot [1 + (\nabla \eta)^2] \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{1}{2} \cdot W^2 \cdot [1 + (\nabla \eta)^2] - \frac{1}{2} (\nabla \Psi)^2 - g \cdot \eta - \frac{P_a - P_0}{\rho_w} \quad (2.28)$$

avec

$$W = \frac{\partial \phi(x, y, \eta(x, y, t), t)}{\partial z} \quad (2.29)$$

Le modèle mathématique des ondes de gravité générées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes dans le cas spécifique des vagues meurtrières est fondé sur l'ensemble des quatre (4) équations qui retracent les ondes de gravité de surface sur un fluide irrotationnel et incompressible avec une profondeur infinie. Ces équations sont données dans le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \phi = 0 \quad \text{dans tout le domaine} \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad z \rightarrow \infty. \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} = W \cdot [1 + (\nabla \eta)^2] - \nabla \Psi \cdot \nabla \eta \\ \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{1}{2} \cdot W^2 \cdot [1 + (\nabla \eta)^2] - \frac{1}{2} (\nabla \Psi)^2 - g \cdot \eta - \frac{P_a - P_0}{\rho_w} \end{array} \right. \quad (2.30)$$

Ces quatre équations sont les équations de base pour la dérivation de l'équation de notre modèle.

2.3 Modèles physiques des équations aux instabilités modulationnelles des ondes de gravité générées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes

2.3.1 Formulation du modèle non linéaire de Schrödinger pour l'instabilité de Benjamin-Feir

La modélisation de la propagation des ondes de gravité générées par les systèmes dépressionnaires à l'interface Atmosphère-Océan est gouvernée par la dynamique des fluides. La dynamique des écoulements dans le cas de notre étude, étant non linéaire, sera basée sur les équations de Navier-Stokes et d'Euler Lagrange associées aux hypothèses tirées de l'enregistrement instrumental sur les lieux de formation(ou lieux de naissance) de vagues scélérates. Elle est développée pour améliorer la physique des processus responsables de la formation de ces ondes associées aux systèmes de basse pression atmosphérique.

Les équations de Benjamin- Feir ont été obtenues pour la première fois en 1967 pour les eaux ultra- profondes et pour les eaux profondes. Nous obtiendrons dans cette partie, ces équations de Benjamin-Feir à partir des considérations de Yen [92] et Dyachenko [56] en utilisant les conditions aux limites cinématique et dynamique développées précédemment. La transformée de Fourier de la fonction de Dirac et le développement en série de Taylor de fonctions hyperboliques donnent la transformée de Fourier de la fonction de courant Ψ à la surface libre d'eau.

Nous allons déterminer la transformée de Fourier de la fonction du potentiel de vitesse à la surface libre et celle de l'élévation de cette surface, en développant les fonctions $\cosh(k\eta)$ et $\sinh(k\eta)$ autour de 0 et en considérant que la profondeur relative est petite ($k\eta = 0(1)$). Ceci nous permet d'obtenir :

$$\begin{aligned} \bar{\Psi} = & \bar{\phi} + \frac{1}{2\pi} \iint \bar{\phi}_1 \tanh(k_1 H) \vec{k}_1 \bar{\eta}_2 \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 + \\ & \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \bar{\phi}_1 \frac{k_1^2}{2} \bar{\eta}_2 \bar{\eta}_3 \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 - \vec{k}) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 + \dots \end{aligned} \quad (2.31)$$

Où $\bar{\Psi}$, $\bar{\phi}$ et $\bar{\eta}$ sont les transformées de Fourier des fonctions $\Psi(x, y, t)$, $\phi(x, y, t)$ et $\eta(x, y, t)$ respectivement. δ est la fonction de Dirac donnée par l'expression : $\delta = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) \cdot d\vec{k}$.

La relation (2.31) est inversée itérativement. C'est naturel de choisir l'estimation initiale comme : $\phi^{(1)} = \bar{\Psi}$.

Alors

$$\begin{aligned} \bar{\phi} = \bar{\Psi} - \frac{1}{2} \iint k_1 \tanh(k_1 H) \bar{\Psi}_1 \bar{\eta}_2 \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 - \\ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \frac{1}{4} k_1 \bar{\Psi}_1 \bar{\eta}_2 \bar{\eta}_3 (2k_1 - \tanh(k_1 H) (|\vec{k}_1 + \vec{k}_2| \tanh(|\vec{k}_1 + \vec{k}_2| H) + |\vec{k}_1 + \vec{k}_2| \tanh(|\vec{k}_1 + \vec{k}_2| H) + \\ |\vec{k} - \vec{k}_2| \tanh(|\vec{k} - \vec{k}_2| H) + |\vec{k} - \vec{k}_3| \tanh(|\vec{k} - \vec{k}_3| H))) \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 - \vec{k}) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 - \dots \end{aligned} \quad (2.32)$$

En utilisant les mêmes procédés que précédemment, la transformée de Fourier de la composante du vecteur-vitesse de la surface de l'eau suivant l'axe des ordonnées est donnée par :

$$\begin{aligned} \bar{v} = \bar{\phi} k \tanh(kH) + \frac{1}{2\pi} \iint \bar{\phi}_1 k_1^2 \bar{\eta}_2 \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 + \\ \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \bar{\phi}_1 \tanh(k_1 H) \frac{k_1^3}{2} \bar{\eta}_2 \bar{\eta}_3 \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 - \vec{k}) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 + \dots \end{aligned} \quad (2.33)$$

En insérant la relation (2.32) dans (2.33), on obtient :

$$\begin{aligned} \bar{v} = \bar{\Psi} k \tanh(kH) - \frac{1}{2\pi} \iint (k \tanh(kH) k_1 \tanh(k_1 H) - k_1^2) \bar{\Psi}_1 \bar{\eta}_2 \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 - \\ \vec{k}) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 - \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \frac{1}{4} \bar{\Psi}_1 \bar{\eta}_2 \bar{\eta}_3 k_1 (k \tanh(kH) (2k_1 - \tanh(k_1 H) (|\vec{k}_1 + \vec{k}_2| \tanh(|\vec{k}_1 + \vec{k}_2| H) + \\ |\vec{k}_1 + \vec{k}_3| H) \tanh(|\vec{k}_1 + \vec{k}_3| H) + |\vec{k} - \vec{k}_2| \tanh(|\vec{k} - \vec{k}_2| H) + |\vec{k} - \vec{k}_3| \tanh(|\vec{k} - \vec{k}_3| H))) + \\ \tanh(k_1 H) (2k^2 - 4\vec{k}_2 \cdot \vec{k}_3) \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 - \vec{k}) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 - \dots \end{aligned} \quad (2.34)$$

La relation 2.30 est modifiée en utilisant les relations 2.32-2.33-2.34, on obtient les transformées de Fourier des conditions aux limites cinématique et dynamique de la surface libre :

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_t - \bar{\Psi} \frac{\omega^2}{g} + \frac{1}{2\pi} \iint \left(\frac{\omega^2}{g} \cdot \frac{\omega_1^2}{g} - \vec{k} \cdot \vec{k}_1 \right) \bar{\Psi}_1 \bar{\eta}_2 \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 + \\ \frac{1}{16\pi^2} \iiint \left(2k^2 \frac{\omega_1^2}{g} 2k_1^2 \frac{\omega^2}{g} - \frac{\omega^2}{g} \frac{\omega_1^2}{g} \left(\frac{\omega^2}{g} \frac{\vec{k}_1 + \vec{k}_2}{g} + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\omega^2}{g} \frac{\vec{k}_1 + \vec{k}_3}{g} + \frac{\omega^2}{g} \frac{\vec{k} - \vec{k}_2}{g} \frac{\omega^2}{g} \frac{\vec{k} - \vec{k}_3}{g} \right) \right) \bar{\Psi}_1 \bar{\eta}_2 \bar{\eta}_3 \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 - \vec{k}) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 + \dots = 0 \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\bar{\Psi} + g\bar{\eta} - \frac{1}{4\pi} \iint \left(\frac{\omega_1^2}{g} \frac{\omega_2^2}{g} + \vec{k}_1 \cdot \vec{k}_2 \right) \bar{\Psi}_1 \bar{\Psi}_2 \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}) d\vec{k} d\vec{k} -$$

$$\frac{1}{16\pi^2} \iiint (2k_1^2 \frac{\omega_2^2}{g} + 2k_2^2 \frac{\omega_1^2}{g} - \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{g} (\frac{\omega^2}{k_1+k_3} + \frac{\omega^2}{k_2+k_3} + \frac{\omega^2}{k-k_2} + \frac{\omega^2}{k-k_1})) \bar{\Psi}_1 \bar{\Psi}_2 \bar{\eta}_3 \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3 - \vec{k}) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 - \dots = 0 \quad (2.36)$$

Les équations 2.35 et 2.36 sont combinées dans une seule équation en introduisant la fonction complexe b donnée par (2.37) :

$$b(\vec{k}, t) = \sqrt{\frac{g}{2\omega}} \bar{\eta}(\vec{k}, t) + i \sqrt{\frac{\omega}{2g}} \bar{\Psi}(\vec{k}, t) \quad (2.37)$$

Nous remarquons tout de suite que la dérivée de la fonction complexe b par rapport au temps est donnée par :

$$b_t(\vec{k}, t) = \sqrt{\frac{g}{2\omega}} \bar{\eta}_t(\vec{k}, t) + i \sqrt{\frac{\omega}{2g}} \bar{\Psi}_t(\vec{k}, t) \quad (2.38)$$

et son expression conjuguée est :

$$b^*(\vec{k}, t) = \sqrt{\frac{g}{2\omega}} \bar{\eta}(\vec{k}, t) - i \sqrt{\frac{\omega}{2g}} \bar{\Psi}(\vec{k}, t) \quad (2.39)$$

Dès ce moment, nous définissons la transformée de Fourier de l'élévation η et du potentiel de vitesses de la surface libre Ψ comme fonction de b et son conjugué b^* .

$$\bar{\eta}(\vec{k}, t) = \sqrt{\frac{\omega}{2g}} (b(\vec{k}, t) + b^*(\vec{k}, t)) \quad (2.40)$$

$$\bar{\Psi}(\vec{k}, t) = -i \sqrt{\frac{g}{2\omega}} (b(\vec{k}, t) - b^*(\vec{k}, t)) \quad (2.41)$$

En multipliant la relation (2.35) par $(g/2\omega)^{\frac{1}{2}}$ et la relation (2.36) par $i(\omega/2g)^{\frac{1}{2}}$ et en faisant leur somme d'une part, en injectant (2.40) et (2.41) d'autre part, nous obtenons la relation donnée par (2.42) :

$$b_t + i\omega b + i \iint V^1(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2) b_1 b_2 \delta(\vec{k} - \vec{k}_1 - \vec{k}_2) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 +$$

$$\begin{aligned}
& i \iint V^2(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2) b_1^* b_2^* \delta(\vec{k} + \vec{k}_1 - \vec{k}_2) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 + \\
& i \iint V^3(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2) b_1^* b_2^* \delta(\vec{k} + \vec{k}_1 + \vec{k}_2) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 + \\
& i \iiint W^1(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) b_1 b_2 b_3 \delta(\vec{k} - \vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_3) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 + \\
& i \iiint W^2(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) b_1^* b_2 b_3 \delta(\vec{k} + \vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_3) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 + \\
& i \iiint W^3(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) b_1^* b_2^* b_3 \delta(\vec{k} + \vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 + \\
& i \iiint W^4(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) b_1^* b_2^* b_3^* \delta(\vec{k} + \vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3) d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 + \dots = 0 \tag{2.42}
\end{aligned}$$

avec $b_i = b(\vec{k}_i, t)$ ($i = 1, 2, 3$)

Les coefficients $V^{(i)}$ et $W^{(i)}$ sont donnés par :

$$\begin{aligned}
V^{(1)}(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2) &= V(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}) - 2V(-\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2) \\
V^{(2)}(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2) &= 2(V(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2) - V(-\vec{k}, \vec{k}_2, \vec{k}_1) - V(-\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k})) \\
V^{(3)}(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2) &= V(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}) + 2V(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2)
\end{aligned} \tag{2.43}$$

Or

$$V(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2) = \frac{1}{8\pi} \sqrt{\frac{g\omega_2}{2\omega\omega_1}} \left(\frac{\omega^2}{g} \frac{\omega_1^2}{g} + \vec{k}\vec{k}_1 \right) \tag{2.44}$$

et

$$\begin{aligned}
W^{(1)}(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) &= W(\vec{k}_1, \vec{k}_2, -\vec{k}, \vec{k}_3) - W(-\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) \\
W^{(2)}(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) &= W(-\vec{k}, -\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) - W(-\vec{k}, \vec{k}_3, -\vec{k}_1, \vec{k}_2) - W(-\vec{k}, \vec{k}_2, -\vec{k}_1, \vec{k}_3) - \\
& W(-\vec{k}_1, \vec{k}_2, -\vec{k}, \vec{k}_3) - W(-\vec{k}_1, \vec{k}_3, -\vec{k}, \vec{k}_2) + W(\vec{k}_2, \vec{k}_3, -\vec{k}, -\vec{k}_1) \\
W^{(3)}(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) &= W(-\vec{k}, -\vec{k}_1, -\vec{k}_2, \vec{k}_3) + W(-\vec{k}, -\vec{k}_1, -\vec{k}_2, -\vec{k}_3) - W(-\vec{k}, \vec{k}_3, -\vec{k}_1, -\vec{k}_2) + \\
& W(-\vec{k}_1, -\vec{k}_2, -\vec{k}, \vec{k}_3) - W(-\vec{k}_1, \vec{k}_3, -\vec{k}, -\vec{k}_2) - W(-\vec{k}_1, -\vec{k}, \vec{k}_3, -\vec{k}_2) \\
W^{(4)}(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) &= W(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) + W(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}, \vec{k}_3)
\end{aligned} \tag{2.45}$$

Avec

$$W(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) = \frac{1}{64\pi^2} \sqrt{\frac{\omega_2 \omega_3}{\omega \omega_1}} \left(2k^2 \frac{\omega_1^2}{g} + 2k_1^2 \frac{\omega^2}{g} - \frac{\omega^2}{g} \frac{\omega_1^2}{g} \right)$$

$$\left(\frac{\omega_{\vec{k}_1+\vec{k}_2}^2}{g} + \frac{\omega_{\vec{k}_1+\vec{k}_3}^2}{g} + \frac{\omega_{\vec{k}+\vec{k}_2}^2}{g} + \frac{\omega_{\vec{k}+\vec{k}_3}^2}{g} \right) - \quad (2.46)$$

Dans l'équation (2.47), le champ d'ondes de la surface $b(\vec{k}, t)$ se décompose en une composante principale B qui accumule la majorité de l'énergie du champ et en deux composantes secondaires (satellites) B' et B'' qui sont toutes les fonctions de temps t , $t_1 = \varepsilon.t$ et $t_2 = \varepsilon^2 t$. ε étant une quantité très petite (profondeur relative) [93-95], nous avons alors :

$$b(\vec{k}, t) = (\varepsilon B(\vec{k}, t, t_1, t_2) + \varepsilon^2 B'(\vec{k}, t, t_1, t_2) + \varepsilon^3 B''(\vec{k}, t, t_1, t_2)) e^{(-i\omega_{\vec{k}} t)} \quad (2.47)$$

Nous dérivons le champ d'ondes de la surface (2.47) par rapport au temps et nous obtenons :

$$b_t(\vec{k}, t) = [(\varepsilon B_t + \varepsilon^2 B_{t_1} + \varepsilon^2 B'_t + \varepsilon^3 B_{t_2} + \varepsilon^3 B'_{t_1} + 0(\varepsilon^4)) - i\omega_{\vec{k}}(\varepsilon B + \varepsilon^2 B' + \varepsilon^3 B'')] \exp(-i\omega_{\vec{k}} t) \quad (2.48)$$

En substituant cette relation dans l'équation (2.42) et après quelques transformations, nous obtenons :

$$i\beta_t = \iiint T_{0,1,2,3} \beta_1^* \beta_2 \beta_3 \delta(\vec{k} + \vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_3) \cdot e^{i(\omega_0 + \omega_1 - \omega_2 - \omega_3)t} d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 \quad (2.49)$$

Où nous prenons $\beta = \varepsilon.B$,

avec $T_{0,1,2,3}$ le coefficient d'interaction entre les trains d'ondes et est fonction de la fréquence et de l'amplitude. Il est donné par :

$$T_{0,1,2,3} = W_{0,1,2,3}^2 - \frac{V_{0,2,2}^1 \cdot V_{2,1,3}^2}{\omega_2 + \omega_1 - \omega_3} - \frac{V_{0,2,2}^1 \cdot V_{2,1,3}^2}{\omega_5 + \omega_1 - \omega_3} - \frac{V_{0,1,5}^2 \cdot V_{5,2}^1}{\omega_5 - \omega_2 - \omega_3} \quad (2.50)$$

$$- \frac{V_{0,2,2}^2 \cdot V_{2,3,1}^2}{\omega_2 + \omega_3 - \omega_1} - \frac{V_{0,1,-1}^3 \cdot V_{-1,3,2}^3}{\omega_{-1} + \omega_2 + \omega_3} - \frac{V_{0,-1,1}^3 \cdot V_{-1,3,2}^3}{\omega_{-1} + \omega_2 + \omega_3}$$

où

$$V_{i,j,l}^n = V^n(k_i, k_j, k_l)$$

et

$$W_{i,j,l,m}^n = W^n(k_i, k_j, k_l, k_m)$$

Depuis les travaux pionniers de Benjamin et Feir [76], l'équation (2.49) représente la modulation de la composante spectrale de l'onde principale. Elle décrit de nombreux phénomènes

physiques dans divers domaines. Hormis l'hydrodynamique des vagues en eau profonde, on peut citer la propagation des ondes dans les matériaux ferromagnétiques isotropes [96], les interactions entre les ondes dans les plasmas [97], la propagation d'impulsions non linéaires dans les fibres optiques [98-99], en communication [100], dans le transfert d'énergie de Hasselmann[101]. Elle est similaire à celle de Heisenberg qui décrit le mouvement du gaz de Bose (B et B^* représentent les opérateurs quantiques création et annihilation respectivement) [102].

2.3.2 Établissement de l'équation non linéaire de Schrödinger modifiée

Les études de dynamique non linéaire des ondes de gravité à la surface libre de la nappe d'eau étendue et profonde indiquent que l'équation non linéaire de Schrödinger permet de décrire l'évolution des ondes faiblement non linéaires. Dysthe [103] a développé l'analyse de la perturbation utilisée pour la dérivation de cette équation et Crawford et al. [104] ont proposé une équation intégrante obtenue par Zakharov V.E [105]. Cette équation intégrante a été obtenue par un développement dans la même raideur de la vague, mais dans l'espace de Fourier. Tous ces travaux ont montré que l'équation non linéaire de Schrödinger n'est qu'un cas particulier du vaste champ qu'offre l'équation (2.49). Nous allons dériver l'équation non linéaire de Schrödinger modifiée en exploitant les considérations utilisées par Zakharov V.E[105].

L'équation (2.49) est réécrite sous la forme :

$$i \frac{\partial B}{\partial t}(\vec{k}, t) = \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} T(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) B^*(\vec{k}_2, t) B(\vec{k}_3, t) \delta(\vec{k} + \vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_3) \exp[i(\omega + \omega_1 - \omega_2 - \omega_3).t] d\vec{k}_1 d\vec{k}_2 d\vec{k}_3 \quad (2.51)$$

Avec $\omega = \omega(\vec{k})$, $\omega_1 = \omega(\vec{k}_1)$, $\omega_2 = \omega(\vec{k}_2)$ et $\omega_3 = \omega(\vec{k}_3)$

L'élévation de la surface libre $\eta(x, y, t)$ a été reliée à travers l'expression suivante :

$$\eta(x, y, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{|\vec{k}|}{2\omega(\vec{k})} \right) \{ B(\vec{k}, t) \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega(\vec{k}, t))] + cc \} d\vec{k} \quad (2.52)$$

Où cc dénotes le complexe conjugué, $\vec{k}(k, l)$ est le vecteur d'onde, $\vec{r}(x, y)$ est le vecteur spatial horizontal et $\omega(\vec{k})$ est la pulsation de l'onde liée à \vec{k} par la relation de dispersion $\omega(\vec{k}) = (g|\vec{k}|)^{\frac{1}{2}}$, avec g l'intensité du champ de la pesanteur. $T(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3)$ est une fonction scalaire réelle,

donnée par exemple dans Krasitskii [106-107]. Nous faisons référence au travail de Krasitskii parce qu'il explique bien pourquoi l'équation de Zakharov, qui est communément utilisée, n'est pas la structure hamiltonienne des équations exactes de l'onde à la surface de l'eau. Cela est dû aux défauts de sa dérivation. En particulier, $T(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3)$ doit satisfaire certaines symétries. A partir de la surface de la résonance, il a déterminé les équations :

$$\vec{k} + \vec{k}_1 = \vec{k}_2 + \vec{k}_3 \quad (2.53)$$

$$\omega(\vec{k}) + \omega(\vec{k}_1) = \omega(\vec{k}_2) + \omega(\vec{k}_3) \quad (2.54)$$

Elle peut être permutée de façon arbitraire. Par l'exemple, sur la surface résonante, elle satisfait à : $T(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3) = T(\vec{k}_1, \vec{k}, \vec{k}_2, \vec{k}_3) = T(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_3, \vec{k}_2) = T(\vec{k}_2, \vec{k}_3, \vec{k}, \vec{k}_1)$ laquelle suit de l'exigence que l'équation est la structure hamiltonienne. Il y a plusieurs façon de faire une continuation de ceci que la symétrie conditionne sur l'espace de 8-dimensions $(\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3)$, le plus naturel d'eux qui est la transformation canonique, qui mène aux équations réduites automatiquement avec la structure hamiltonienne. Les propriétés de cette équation intégrante sont résumées dans Krasitskii [107] et Badulin et al. [108]. Les travaux de Craig et Worfolk [109] sur la structure hamiltonienne du problème de l'onde à la surface de l'eau ont montré la forme normale de Birkhoff.

Dans cet ordre, pour obtenir l'équation non linéaire de Schrödinger modifiée, la discussion est restreinte pour resserrer des spectres avec l'énergie concentrée autour de $\vec{k} = \vec{k}_0 = (k_0, 0)$, et tous les vecteurs d'ondes sont réécrits comme :

$$\vec{k} = \vec{k}_0 + \vec{\chi}$$

avec $\vec{\chi} = (\chi, \lambda)$ et

$$\frac{|\vec{\chi}|}{k_0} = 0(1) \quad (2.55)$$

En introduisant la variable $A(\vec{\chi}, t)$, définie par : $A(\vec{\chi}, t) = B(\vec{k}, t) \exp[-i(\omega(\vec{k}) - \omega(\vec{k}_0)).t]$, dans les équations (2.51) et (2.52), nous obtenons :

$$i \frac{\partial A(\vec{\chi}, t)}{\partial t} - [\omega(\vec{k}) - \omega(\vec{k}_0)] A(\vec{\chi}, t) = \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} T(\vec{k}_0 + \vec{\chi}, \vec{k}_0 + \vec{\chi}_1, \vec{k}_0 + \vec{\chi}_2, \vec{k}_0 + \vec{\chi}_3).$$

$$A^*(\vec{\chi}_1) \cdot A(\vec{\chi}_2) \cdot A(\vec{\chi}_3) \cdot \delta(\vec{\chi} + \vec{\chi}_1 - \vec{\chi}_2 - \vec{\chi}_3) d\vec{\chi}_1 d\vec{\chi}_2 d\vec{\chi}_3 \quad (2.56)$$

et

$$\eta(x, y, t) = \frac{1}{2\pi} \int \sqrt{\frac{|\vec{k}_0 + \vec{\chi}|}{2\omega(\vec{k})}} [(A(\vec{\chi}, t) \exp(i(\omega(\vec{k}) - \omega(\vec{k}_0)).t)) \exp(i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega(\vec{k}).t) + cc] d\vec{\chi} \quad (2.57)$$

En faisant le développement limité de Taylor de l'expression $\sqrt{\frac{|\vec{k}_0 + \vec{\chi}|}{2\omega(\vec{k})}}$ au premier ordre, l'expression de l'élévation de la surface libre prend la forme de :

$$\eta(x, y, t) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega(\vec{k}_0)}{2g}} \left\{ \exp[i(k_0 \cdot x - \omega(k_0)).t] \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 + \frac{\chi}{4k_0}\right) A(\chi, t) \exp(i\vec{\chi} \cdot \vec{r}) d\vec{\chi} + cc \right\} \quad (2.58)$$

Cette équation (2.58) est réécrite comme suit :

$$\eta(x, y, t) = a(x, y, t) \exp[i(k_0 \cdot x - \omega(k_0)).t] \quad (2.59)$$

Où $a(x, y, t)$ est donnée par l'expression :

$$a(x, y, t) = \sqrt{\frac{\omega(\vec{k}_0)}{2g}} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(1 + \frac{\chi}{4k_0}\right) A(\chi, t) \exp(i\vec{\chi} \cdot \vec{r}) d\vec{\chi} \quad (2.60)$$

et qui est la transformée de Fourier de $A(\vec{\chi}, t)$.

En utilisant le développement limité de Taylor au troisième ordre par rapport à χ et λ autour de k_0 , de la différence de pulsation $\omega(\vec{k}) - \omega(\vec{k}_0)$ de l'expression précédente (2.56), nous donne :

$$\begin{aligned} \omega(\vec{k}) - \omega(\vec{k}_0) &= \chi \frac{\partial \omega}{\partial \chi}(k_0, 0) + \lambda \frac{\partial \omega}{\partial \lambda}(k_0, 0) + \frac{\chi^2}{2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \chi^2}(k_0, 0) + \frac{\lambda^2}{2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \lambda^2}(k_0, 0) + \lambda \chi \frac{\partial^2 \omega}{\partial \lambda \partial \chi}(k_0, 0) \\ &+ \frac{\chi^3}{3} \frac{\partial^3 \omega}{\partial \chi^3}(k_0, 0) + \chi^2 \lambda \frac{\partial^3 \omega}{\partial \chi^2 \partial \lambda}(k_0, 0) + \chi \lambda^2 \frac{\partial^3 \omega}{\partial \chi \partial \lambda^2}(k_0, 0) + \frac{\lambda^3}{3} \frac{\partial^3 \omega}{\partial \lambda^3}(k_0, 0) + 0(\varepsilon^4) \end{aligned} \quad (2.61)$$

En calculant les termes de droite, nous obtenons :

$$\lambda \frac{\partial \omega}{\partial \lambda}(k_0, 0) = \chi \lambda \frac{\partial^2 \omega}{\partial \chi \partial \lambda}(k_0, 0) = \chi^2 \lambda \frac{\partial^3 \omega}{\partial \chi^2 \partial \lambda}(k_0, 0) = \lambda^3 \frac{\partial^3 \omega}{\partial \lambda^3} = 0 \quad (2.62)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \chi}(k_0, 0) = \frac{1}{2}(g)^{\frac{1}{2}}(k_0)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.63)$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial \chi^2}(k_0, 0) = -\frac{1}{4}(g)^{\frac{1}{2}}(k_0)^{-\frac{3}{2}} \quad (2.64)$$

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial \lambda^2}(k_0, 0) = \frac{1}{2}(g)^{\frac{1}{2}}(k_0)^{-\frac{3}{2}} \quad (2.65)$$

$$\frac{\partial^3 \omega}{\partial \chi^3}(k_0, 0) = \frac{3}{8}(g)^{\frac{1}{2}}(k_0)^{-\frac{5}{2}} \quad (2.66)$$

$$\frac{\partial^3 \omega}{\partial \chi \partial \lambda^2}(k_0, 0) = -\frac{3}{4}(g)^{\frac{1}{2}}(k_0)^{-\frac{5}{2}} \quad (2.67)$$

En introduisant les équations (2.62)-(2.67) dans l'équation (2.61), nous obtenons :

$$\omega(\vec{k}) - \omega(\vec{k}_0) = \frac{1}{2}\left(\frac{g}{k_0}\right)^{\frac{1}{2}}\left[\chi - \frac{\chi^2}{4k_0} + \frac{\lambda^2}{2k_0} + \frac{\chi^3}{8k_0^2} - \frac{3}{4}\frac{\chi\lambda^2}{k_0^2} + 0(\varepsilon^4)\right] \quad (2.68)$$

De même le développement limité de Taylor au premier ordre de la fonction de transfert T est donné par [110] :

$$T(\vec{k}_0 + \vec{\chi}_2 + \vec{\chi}_3 - \vec{\chi}_1, \vec{k}_0 + \vec{\chi}_1, \vec{k}_0 + \vec{\chi}_2, \vec{k}_0 + \vec{\chi}_3) = \frac{k_0^3}{4\pi^2}\left[1 + \frac{3}{2k_0}(\chi_2 + \chi_3) - \frac{(\chi_1 - \chi_2)^2}{2k_0|\vec{\chi}_1 - \vec{\chi}_2|} - \frac{(\chi_1 - \chi_3)^2}{2k_0|\vec{\chi}_1 - \vec{\chi}_3|} + 0(\varepsilon^2)\right] \quad (2.69)$$

Alors, dans l'équation (2.56), nous substituons les équations (2.68) et (2.69), remplaçons $A(\chi, t)$ par $a(x, y, t)$ et multiplions par $(2\omega(\vec{k}_0)/g)^{\frac{1}{2}}(1 + \frac{\chi}{2k_0})$. Nous obtenons l'équation non linéaire de Schrödinger en prenant la transformée inverse de Fourier suivante :

$$\begin{aligned} ia_t + \frac{1}{2}\left(\frac{g}{k_0}\right)^{\frac{1}{2}}\left[ia_x - \frac{1}{4k_0}a_{xx} + \frac{1}{2k_0}a_{yy} - \frac{i}{8k_0^2}a_{xxx} + \frac{3i}{4k_0^2}a_{xyy}\right] \\ = \frac{g}{2\omega(\vec{k}_0)}\left[k_0^3|a|^2a + \frac{ik_0^2}{2}a^2a_x^* - 3ik_0^2|a|^2a_x\right] - \frac{k_0^2aI}{4\pi^2} \end{aligned} \quad (2.70)$$

Où

$$I = \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\chi_1 - \chi_2)^2}{|\vec{\chi}_1 - \vec{\chi}_2|} A^*(\vec{\chi}_1)A(\vec{\chi}_2) \exp[i(\vec{\chi}_2 - \vec{\chi}_1) \cdot \vec{r}] \cdot d\vec{\chi}_1 d\vec{\chi}_2 \quad (2.71)$$

En utilisant le théorème de convolution, on peut montrer que [111] :

$$I = \left(\frac{g}{2\omega(\vec{k}_0)}\right) \cdot 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial \xi} (|a|^2) \cdot \frac{x - \xi}{|x - \xi|^3} d\xi \quad (2.72)$$

L'intégrale I peut être en rapport avec le potentiel moyen de vitesses $\phi(x, y, z, t)$ qui doit satisfaire le problème de Neumann dans le demi-espace $\phi_z(z = 0) = \frac{\omega(\vec{k}_0)}{2(\partial/\partial x)(|a|^2)}$, z est la composante verticale des coordonnées.

Pour ce potentiel, nous pouvons montrer que :

$$\phi_x(z = 0) = \frac{\omega(\vec{k}_0)}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial \xi} (|a|^2) \frac{\xi - x}{|\vec{x} - \vec{\xi}|^3} d\vec{\xi} \quad (2.73)$$

avec $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2)$

En introduisant les relations (2.72) et (2.73) dans (2.70), nous obtenons :

$$i(a_t + v_g \cdot a_x) + \tau \cdot a_{xx} + \varsigma \cdot a_{yy} + \gamma |a|^2 a = i(ra_{xxx} + sa_{xyy} + v \cdot a^2 a_x^* + \mu |a|^2 a_x) + \varepsilon \cdot a \phi_x(z=0) \quad (2.74)$$

L'équation (2.74) est l'équation non linéaire de Schrödinger modifiée.

Les coefficients des termes dans l'équation (2.74) sont donnés par les expressions suivantes :

$$v_g = \frac{\omega_0}{2k_0}, \tau = -\frac{\omega_0}{8k_0^2}, \varsigma = \frac{\omega_0}{4k_0^2}, \gamma = -\frac{\omega_0 k_0^2}{2}, r = \frac{\omega_0}{16k_0^3},$$

$$s = -\frac{3}{8} \frac{\omega_0}{k_0^3}, v = \frac{k_0 \omega_0}{4}, \mu = -\frac{3}{2} k_0 \omega_0 \text{ et } \varepsilon = k_0.$$

Si nous limitons le développement de Taylor au second ordre de la différence de pulsation $\omega(\vec{k}) - \omega(\vec{k}_0)$ et celui de la fonction de transfert T à l'ordre zéro, l'équation (2.56) se met sous la forme suivante :

$$i \frac{\partial A(\chi, t)}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{g}{k_0}\right)^{\frac{1}{2}} \left[\chi - \frac{1}{4k_0} \chi^2 + \frac{1}{2k_0} \lambda^2 + 0(\varepsilon^3) \right] A(\chi, t) = \frac{k_0^3}{4\pi^2} |A|^2 A \quad (2.75)$$

utilisant les identités comme précédemment, l'équation (2.75) est réécrite sous la forme :

$$i(a_t + v_g a_x) + \tau \cdot a_{xx} + \varsigma \cdot a_{yy} + \gamma |a|^2 a = 0 \quad (2.76)$$

L'équation (2.76) est la célèbre équation non linéaire de Schrödinger, obtenue par Zakharov. Cette équation permet de tenir compte d'une faible non linéarité.

En mettant la relation précédente (2.76) sous la forme adimensionnelle, nous obtenons l'équation non linéaire de Schrödinger qui se réécrit sous la forme [112-113] :

$$i \frac{\partial q}{\partial T} + \alpha \frac{\partial^2 q}{\partial X^2} + \beta \frac{\partial^2 q}{\partial Y^2} + \xi |q|^2 q = 0 \quad (2.77)$$

Avec $T = \frac{1}{2} \omega_0 t$, $X = k_0 x - \frac{1}{2} \omega_0 t + \frac{k_0}{\sqrt{2}} y$, $Y = k_0 x - \frac{1}{2} \omega_0 t - \frac{k_0}{\sqrt{2}} y$ et $q = \sqrt{2} k_0^2 a^* / \omega_0$.

2.3.3 Etude de la stabilité de l'équation non- linéaire de Schrödinger

L'équation précédente possède une solution en onde plane, mais celle-ci n'est pas toujours stable. Si l'on reporte la solution : $q(X, Y, T) = q_0 \exp[i(kX - lY - \Omega T)] + cc$ dans l'équation (2.77), nous constatons que c'est une solution exacte si la pulsation Ω vérifie la relation de dispersion suivante :

$$\Omega = \alpha \cdot k^2 + \beta \cdot l^2 - \xi \cdot q_0^2 \quad (2.78)$$

Cette équation constitue la relation de dispersion non linéaire de l'onde plane qui met en évidence que sa pulsation dépend non seulement, de son vecteur d'onde, mais aussi de son amplitude q_0 .

Afin de réaliser une étude de stabilité des ondes non linéaires à la surface d'une nappe d'eau étendue et profonde, nous pouvons chercher l'évolution spatio-temporelle d'une petite perturbation de son amplitude et de sa phase de l'équation précédente (2.77) sous la forme :

$$q(X, Y, T) = [q_0 + p(X, Y, T)] \exp[i(kX + lY - \Omega T + \theta(X, Y, T))] \quad (2.79)$$

où $p(X, Y, T)$ et $\theta(X, Y, T)$ sont des fonctions réelles des variables X , Y et T .

En ne conservant que les termes linéaires en $p(X, Y, T)$ et $\theta(X, Y, T)$ qui sont supposés petits, puis en séparant les parties réelles et imaginaires, et en tenant compte des termes qui s'éliminent grâce à la relation de dispersion (2.78) qui apparaît en facteur de $q_0 + p(X, Y, T)$ dans l'expression que nous obtenons, nous parvenons aux équations suivantes :

$$-q_0\theta_T - 2\alpha k q_0\theta_X - 2\beta.l q_0\theta_Y + 2\xi q_0^2 p + \alpha p_{XX} + \beta.p_{YY} = 0 \quad (2.80)$$

$$p_T + 2\alpha k p_X + 2\beta.l p_Y + q_0\alpha\theta_{XX} + q_0\beta\theta_{YY} = 0 \quad (2.81)$$

2.4 Méthodologie de la résolution

Dans la section précédente, nous avons présenté un certain nombre d'équations modèles permettant de simuler les comportements des écoulements observés à la surface libre d'une nappe d'eau profonde et étendue. Dans tous les cas, ces équations simplifiées sont obtenues au moyen d'hypothèses fortes quant à la nature de l'écoulement (ou lieu de naissance). Notamment, la dynamique des ondes de surface est fréquemment étudiée en considérant que le problème est faiblement non linéaire ou bien faiblement dispersif.

Dans le problème qui nous intéresse, les champs de vagues se caractérisent par des évolutions d'amplitudes (ou hauteurs) très importantes sur des temps caractéristiques très courts et la dynamique présentant un comportement extrêmement non linéaire. Ces équations sont des équations aux dérivées partielles non linéaires qui jouent un rôle primordial pour étudier de nombreux problèmes en physiques et géométrie. L'effort de trouver des solutions exactes à ces équations non linéaires est important pour la compréhension de la plupart des phénomènes de la physique non linéaire. Par exemple, nous pouvons citer les phénomènes d'ondes non linéaires

observés dans la dynamique des fluides, le plasma et les fibres optiques. Ces phénomènes sont souvent modélisés par la cloche façonnée des solutions de sech et l'entortillement façonné des solutions de tanh. Plusieurs méthodes efficaces ont été présentées, telles que la méthode de la transformée inverse [114], la transformation de Bäcklund [115], la transformation de Darboux [116], l'approche de la séparation de variables [117], plusieurs méthodes de tanh [118-119], la méthode d'équilibre homogène [120], la méthode des réductions de la ressemblance [121,122], la méthode de (G'/G) étendue [123,124], la méthode de la réduction de l'équation du mKdV [125], la méthode des tri-fonctions [126], la méthode projective de l'équation de Riccati [127], la méthode de la fonction elliptique de Weierstrass [128], la méthode du sinus -cosinus [129-130], la méthode de fonction elliptique de Jacobi [131-132], la méthode de la fonction hyperbolique complexe [133], l'expansion tronquée Painleve [134], la méthode F - Expansion [135], la méthode de l'analyse du rang [136], la méthode d'Ansatz [137-138], la méthode de exp-fonction [139], et ainsi de suite.

Dans cette section, nous avons donc choisi, pour comprendre les processus physiques responsables des échanges d'énergie à l'interface atmosphère- océan qui est le lieu de transmission d'énergie et de matière entre ces deux milieux (atmosphère et océan), d'avoir recours à deux méthodes permettant de simuler parfaitement le caractère non linéaire des ondes de surface. Ces méthodes seront utilisées pour trouver des solutions exactes de quelques équations aux dérivées partielles non linéaires telles que l'équation non linéaire de Schrödinger qui est très importante dans les physiques non linéaires et a retenu l'attention de plusieurs chercheurs.

Historiquement, la première méthode numérique a permise de résoudre les équations potentielles complètes du problème d'ondes de surface. Elle a été introduite par Hirota [140]. Cette méthode (i.e méthode de Hirota) est basée sur l'introduction d'une transformation de variables dépendantes et d'une expansion de la perturbation cérémonieuse dans cette équation bilinéaire et sur l'utilisation de l'énumération mathématique. La seconde méthode numérique, méthode de phase stationnaire, permet de simuler l'action du vent sur une vague extrêmement locale. La dynamique du champ de vagues est largement affectée par l'action du vent et des brises sur une période très courte d'existence de cette onde, où la non linéarité est extrêmement primordiale. Ce constat impose en conséquence, la prise en compte de la non linéarité qui est essentielle pour comprendre correctement l'interaction entre le vent et les vagues. Les modèles classiques d'amplification des vagues par le vent sont pris en compte dans le cas considéré. Elle est une méthode générale, due à Lord Kelvin, pour évaluer approximativement les intégrales de Fourier.

2.4.1 Méthode directe : Méthode de Hirota

2.4.1.1- Description de la méthode

Elle a été développée dans les années 1970 pour étudier la propagation des ondes non linéaires et l'intégrabilité des équations de ces ondes [141]. L'approche a fourni un intérêt au développement de techniques pour trouver des solutions spéciales aux équations aux dérivées partielles non linéaires. Ces équations admettent une solution de type soliton. Cependant, de nombreux chercheurs n'ont pas apprécié le rôle fondamental joué par la méthode au début mais, il est vite devenu une sorte de jeu divertissant pour envoyer une carte postale à Hirota au Japon avec une équation écrite sur elle. En quelques semaines, il devrait normalement répondre avec ses observations aux sujets de l'intégrabilité possible de l'équation. Aujourd'hui, elle est souvent appliquée à des nombreuses équations dont l'intégrabilité est incertaine, avant application de la transformée inverse de dispersion via les paires de Lax et le problème inverse. En effet, cette méthode fournit des outils théoriques pour dériver en fait directement la paire de Lax, fournissant un lien direct à la transformée inverse de Dispersion.

2.4.1.2- Principe de la méthode

La méthode de Hirota est une méthode directe qui transforme essentiellement une équation d'onde non linéaire en une forme N-linéaires. Si cette forme a une, deux et trois solutions de type solitons, alors on peut être à peu près sûr que l'équation est intégrable. Une analyse préliminaire utilisant la méthode de Hirota nous fournit souvent avec la perspicacité nécessaire de commencer une analyse complète du problème en exploitant la transformée inverse de dispersion. La procédure de cette méthode prévoit donc :

(i) introduire une transformation de variables dépendantes (cela peut exiger quelque ingéniosité bien qu'il y ait des formes standards). La transformation devrait réduire l'équation de l'évolution à une équation bilinéaire soi-disant, du second degré dans les variables dépendantes. Cette procédure prédit une interprétation physique pour les solutions de type solitons ;

(ii) introduire une perturbation cérémonieuse dans cette équation bilinéaire. Cette perturbation tronque dans le cas de solutions de type soliton.

(iii) utiliser l'énumération mathématique pour prouver que la forme du soliton suggérée est correcte.

Dans cette section, nous examinerons l'analyse dans le cas de l'équation non linéaire de

Schrödinger de la forme suivante :

$$iq_T + \alpha q_{XX} + \xi |q|^2 q = 0 \quad (2.82)$$

Le point de départ de cette méthode est de supposer une solution de l'équation non linéaire de Schrödinger de la forme :

$$q(X, T) = \frac{G(X, T)}{F(X, T)}$$

où sans perte de généralité, nous supposons que $F(X, T)$ et $G(X, T)$ sont toutes des fonctions arbitraires. De plus, $F(X, T)$ est une fonction réelle et $G(X, T)$ comme une fonction complexe.

Alors, nous avons :

$$q_T = \frac{G_T F - G F_T}{F^2} \quad (2.83)$$

$$q_{XX} = \frac{2GF_X^2}{F^3} - \frac{2F_X G_X}{F^2} - \frac{GF_{XX}}{F^2} + \frac{FG_{XX}}{F^2} = \frac{2GF_X^2}{F^3} + \frac{FG_{XX} - GF_{XX} - 2F_X G_X}{F^2} \quad (2.84)$$

$$|q|^2 = \frac{GG^*}{F^2} = \frac{|G|^2}{F^2} \quad (2.85)$$

$$|q|^2 q = \frac{|G|^2 G}{F^3} \quad (2.86)$$

La substitution de ces relations (2.83)-(2.86) dans l'équation non linéaire de Schrödinger, donnée par l'équation (2.82), l'équation résultante est :

$$i \frac{(G_T F - G F_T)}{F^2} + \alpha \left[\frac{2GF_X^2}{F^3} + \frac{FG_{XX} - GF_{XX} - 2F_X G_X}{F^2} \right] + \xi \frac{|G|^2 G}{F^3} = 0 \quad (2.87)$$

Cette équation (2.87) devient :

$$\frac{G}{F^3} (2\alpha F_X^2 + \xi |G|^2) + \frac{i(FG_T - G F_T) - 2\alpha F_X G_X - \alpha GF_{XX} + \alpha FG_{XX}}{F^2} = 0 \quad (2.88)$$

Maintenant, nous ajoutons et retranchons le terme $\frac{2\alpha GF_{XX}}{F^2}$, l'équation (2.88) devient :

$$\frac{G}{F^3} (2\alpha F_X^2 + \xi |G|^2) - \frac{2\alpha GF_{XX}}{F^2} + \frac{i(FG_T - G F_T) - 2\alpha F_X G_X - \alpha GF_{XX} + \alpha FG_{XX}}{F^2} + \frac{2\alpha GF_{XX}}{F^2} = 0 \quad (2.89)$$

L'équation (2.89) s'écrit :

$$\frac{G}{F^3} [2\alpha (F_X^2 - F F_{XX}) + \xi |G|^2] + \frac{i(FG_T - G F_T) - 2\alpha F_X G_X + \alpha GF_{XX} + \alpha FG_{XX}}{F^2} = 0 \quad (2.90)$$

A ce stade, nous pouvons séparer les variables et nous obtenons les équations suivantes :

$$i(G_T F - G F_T) + \alpha(G_{XX} F - 2G_X F_X + G F_{XX}) = \lambda F G \quad (2.91)$$

$$2\alpha(F F_{XX} - F_X^2) - \xi |G|^2 = \lambda F^2 \quad (2.92)$$

Avec λ une constante .

Les équations (2.91) et (2.92) sont des formes quadratiques. De telles formes sont typiques une fois que nous avons isolé la transformation de la variable dépendante correcte. En fait, le terme non linéaire dans l'équation non linéaire de Schrödinger a été isolé dans l'équation (2.92). Donc, la source majeure de non linéarité a été séparée en dehors de l'équation non linéaire de Schrödinger et le résultat est la forme bilinéaire qui est la relation (2.92). Elles peuvent être mises dans la forme de l'opérateur de Hirota standard.

Alors les équations (2.91) et (2.92) deviennent :

$$(iD_T + \alpha D_X^2)G \bullet F = \lambda G \bullet F \quad (2.93)$$

$$\alpha D_X^2 F \bullet F - \xi |G|^2 = \lambda F \bullet F \quad (2.94)$$

$$\text{Où } \begin{cases} D_T G \bullet F = G_T F - G F_T \\ D_X G \bullet F = G_X F - G F_X \\ D_X^2 G \bullet F = G_{XX} F - 2G_X F_X + G F_{XX} \\ D_X^2 F \bullet F = 2(F F_{XX} - F_X^2) \end{cases}$$

Les propriétés suivantes, qui sont vérifiées facilement, sont utiles dans le travail avec ce nouvel opérateur :

$$\begin{cases} D_X^m a \bullet 1 = \partial_X^m a \\ D_X^m a \bullet b = (-1)^m D_X^m b \bullet a \\ D_X^m a \bullet a = 0 \quad m \text{ singulier} \end{cases}$$

De l'équation (2.94), nous pouvons résoudre pour :

$$qq^* = |q|^2 = \frac{|G|^2}{F^2} = \frac{2\alpha}{\xi} \left(\frac{F F_{XX} - F_X^2}{F^2} \right) - \frac{\lambda}{\xi} \quad (2.95)$$

$$\text{Or } \frac{F F_{XX} - F_X^2}{F^2} = \partial_{XX} \ln(F)$$

Alors,

$$|q|^2 = \frac{2\alpha}{\xi} \partial_{XX} \ln(F) - \frac{\lambda}{\xi} \quad (2.96)$$

Cette dernière expression est interprétée de la manière suivante : le module de la solution de l'équation non linéaire de Schrödinger est lié à la fonction $F(X, T)$. L'implication de cette observation est que la fonction $G(X, T)$ a la phase de la fonction $q(X, T)$. Dans les termes de la mécanique quantique, la fonction $F(X, T)$ peut être interprétée comme la densité de probabilité $|q|^2$ pour l'amplitude de la probabilité $q(X, T)$. Avis que la séparation non linéaire de variables aurait pu être motivée le début en cherchant la relation de la dispersion linéarisée dans l'équation (2.93).

À ce point, l'accentuation change à l'équation (2.93) laquelle peut être utilisée pour résoudre la fonction $G(X, T)$ donnée à la fonction $F(X, T)$:

$$i(G_T F - G F_T) + \alpha(G_{XX} F - 2G_X F_X + G F_{XX}) = \lambda F G \quad (2.97)$$

Pour obtenir la solution de l'équation non linéaire de Schrödinger (2.82), nous pourrions écrire :

$$\lambda \longrightarrow 2\alpha\lambda' \quad (2.98)$$

Il vient alors :

$$|q|^2 = \frac{G G^*}{F^2} = \frac{2\alpha}{\xi} (\partial_{XX} \ln(F) - \lambda') \quad (2.99)$$

et

$$i(F G_T - G F_T) + \alpha(G F_{XX} - 2F_X G_X + F G_{XX}) = 2\alpha\lambda' F G \quad (2.100)$$

Dans le chapitre suivant, nous examinerons la solution de ces équations.

2.4.2 Méthode de la phase stationnaire

2.4.2.1 – Description de la méthode de la phase stationnaire

La méthode de la phase stationnaire est une méthode générale, due à Lord Kelvin, pour évaluer approximativement les intégrales de Fourier. Elle est un outil essentiel en analyse asymptotique, par exemple dans la résolution des équations aux dérivées partielles.

2.4.2.2- Principe de la méthode

L'idée de base de cette méthode est qu'une intégrale de Fourier telle que : $\int_{-\infty}^{+\infty} \exp[iT.\phi(\Omega)].a(\Omega)d\Omega$ pour T grand, reçoit des contributions importantes uniquement dans les régions d'intégration où la phase $\phi(\Omega)$ est stationnaire, c'est - à - dire $\frac{d\phi}{d\Omega} = 0$. Nous disons aussi que $\phi(\Omega)$ a un point critique [142]. La justification physique est que, si nous ne sommes pas sur un point critique, la fonction $T.\phi(\Omega)$ oscille rapidement sur un petit intervalle de variations de Ω (donc où nous pouvons considérer $a(\Omega)$ constant), et ce d'autant plus que T est grand, ceci conduit à des interférences destructives et une contribution très petite. En ce point critique Ω_0 , nous écrivons :

$$\phi(\Omega) = \phi(\Omega_0) + (\Omega - \Omega_0)^2.\alpha + \dots\dots$$

et nous évaluons simplement la contribution au voisinage de Ω_0 comme :

$$a(\Omega_0) \exp[i.T.\phi(\Omega_0)]. \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[i.T.\alpha(\Omega - \Omega_0)^2]d\Omega = a(\Omega_0). \exp[i.T.\phi(\Omega_0) + i.\frac{\pi}{4}] \sqrt{\frac{\pi}{T.\alpha}} \quad (2.101)$$

Nous translatons $\Omega \rightarrow \Omega_0 + \Omega$ dans l'intégrale, puis utilisons , $\int \exp(-\Omega^2)d\Omega = \sqrt{\pi}$. D'où par changement d'échelle sur Ω , $\int \exp(-\tau.\Omega^2)d\Omega = \sqrt{\frac{\pi}{\tau}}$, pour τ strictement positif. Enfin, par prolongement analytique, nous étendons le résultat pour a imaginaire pur et nous notons que $\sqrt{i} = \exp(i.\frac{\pi}{4})$.

Notons que le résultat ci-dessus se comporte en $1/\sqrt{x}$ pour x grand.

Cette méthode sera utilisée pour mettre en évidence les actions de la force de frottement du vent sur les évolutions dynamiques des vagues relativement hautes.

En somme, la formulation mathématique de notre problématique et les hypothèses qui conduisent à la résolution des équations y afférentes ont été déniées. En outre, nous avons présenté les méthodes permettant de résoudre ces équations. Dès lors, nous disposons des bases permettant d'expliquer en détail notre problème. Il nous convient désormais de conduire les simulations numériques de ces équations afin d'en déduire les interprétations et d'en tirer les conclusions.

Chapitre 3

Simulations numériques du comportement des vagues meurtrières générées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes de leur genèse à leur dissipation

Après avoir présenté la formulation mathématique des ondes de gravité générées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes dans le cas spécifique des vagues meurtrières en partant de la relation fondamentale de la dynamique et les méthodes permettant de résoudre notre problème, nous allons simuler numériquement le comportement de ces vagues associées aux systèmes dépressionnaires de leur origine à leur disparition afin d'en faire des interprétations et de tirer des conclusions. Pour y arriver, nous allons évoquer la formation des vagues scélérates (3.1), leur mode de propagation sous l'effet du vent (3.2), la modulation d'amplitudes et de phases (3.3) et nous terminerons par les commentaires sur les connaissances acquises grâce au progrès de la physique non linéaire (3.4).

3.1 Formation des vagues scélérates

L'existence des vagues scélérates à la surface des nappes d'eau étendues et profondes est universellement reconnue [143-146] et de nombreuses images sur l'étendue des dommages causés

par ces monstres de l'océan sont disponibles. Cependant, la physique des processus responsables de la formation (ou d'origine) et la propagation de ces phénomènes ainsi que leur prédiction n'est pas complètement comprise. Contrairement à l'opinion de pays développés chercheurs, la physique de phénomènes spectaculaires comme les vagues meurtrières n'est pas facile à obtenir par la seule utilisation de données préalables fournies par des équipements de haute technologie comme : ordinateurs puissants ; SIO sophistiqués ; Profileurs de vent ; Drones de radar ; Drones lidar ; satellites ; etc. En effet, ces vagues sont des combinaisons de processus multi-spectraux qui se produisent dans les conditions de précision thermodynamiques et dynamiques. Les modèles mathématiques [147-148] offrent plus de possibilités énormes pour la compréhension des systèmes dont la physique est, au niveau actuel de nos connaissances, difficile à cerner. Pour permettre une meilleure compréhension du comportement de ces phénomènes déclenchés par des interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes en fonction de leur origine et l'évolution spatio-temporelle, c'est-à-dire leur mouvement et aussi en termes de transformations mécaniques que ces systèmes peuvent souffrir dans leurs relations avec d'autres systèmes, la physique non linéaire des systèmes hors équilibre est développée dans le cas spécifique des fortes agitations constamment observées à la surface des nappes d'eau étendues et profondes, quand elles sont traversées par un système dépressionnaire (tornades, cyclones, ouragans, etc). Un modèle mathématique basé sur des équations couplées à des hypothèses tirées de la littérature sur la nature des centres de formation (ou lieux de naissance) de vagues scélérates, de Navier-Stokes et Euler Lagrange a été développé pour améliorer la physique des processus responsables de la formation (ou d'origine) des ondes associées aux systèmes de basse pression atmosphérique. En effet, les équations de Navier-Stokes et d'Euler Lagrange montrent que les ondes peuvent se former sur la surface de l'eau en tant que réaction à l'incidence des pressions décroissantes de la limite basse atmosphère. Cette compréhension des processus physiques responsables de cette genèse est un enjeu cardinal pour appréhender la dynamique et le couplage de ces deux milieux, pour percevoir le climat et ses processus, mais aussi pour maîtriser la modélisation du système couplé Atmosphère – nappe d'eau étendue et profonde. Il s'agit précisément dans ce cas de figure, de la matérialisation de *l'action qui déclenche le principe physique de la réaction et d'une manifestation parmi tant d'autres de la preuve du couplage atmosphère-océans*. Les contraintes de naissance de ces tueuses sont principalement à la fois de l'eau conforme (c'est-à-dire nappes d'eau étendues et profondes) et le potentiel de vitesses de débit de domaine. Des simulations numériques, basées sur l'utilisation de l'équation non linéaire de Schrödinger

(NLSE), sont effectuées pour valider notre modèle mathématique sur la naissance de vagues scélérates associées aux systèmes de basse pression atmosphérique.

3.1.1 Modèle mathématique pour comprendre la physique des processus de la formation des ondes de gravité générées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes

Dans le chapitre précédent, nous avons établi l'équation (2.26) et l'intégrale de cette équation nous donne :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\vec{\nabla}_z \phi)^2 + g\eta = -\frac{1}{\rho}(P_{AS}(x, y, t) - P_0) \quad (3.1)$$

Où ρ est la masse volumique de l'eau ; P_{AS} est le champ de pression autour du centre de la dépression au niveau de la nappe d'eau et P_0 la pression statique au niveau de la nappe d'eau. Les fonctions arbitraires d'intégration $C_1(y, z, t)$, $C_2(x, z, t)$ et $C_3(x, y, t)$ peuvent être la fonction $C(t)$, qui peuvent être absorbées par le potentiel des vitesses.

En raison de la plus petite extension verticale des océans en ce qui concerne le rayon de la terre, nous pouvons considérer \vec{g} constante tout au long du travail : $\vec{g} = (0, 0, -g)$ est la force gravitationnelle conservatrice et permet de définir une énergie potentielle tout au long de la nappe d'eau.

On peut aussi négliger les effets de tension superficielle car le rayon de courbure de la surface de cette nappe est très grand.

Quand les systèmes dépressionnaires rencontrent la nappe d'eau étendue et profonde : le champ des pressions à la limite de basse atmosphère décroît au-dessus de cette nappe.

Et puis, en mettant ϕ constante et égale à 0 à $z = \eta$, nous obtenons la formule (3.2), qui décrit la géométrie de surface des ondes de gravité de la nappe d'eau étendue et profonde :

$$\eta(x, y, T_S, t) = -\frac{1}{\rho(T_S)g}(P_{AS} - P_0) \quad (3.2)$$

La relation (3.2) est notre modèle mathématique de l'apparition de l'onde de surface à une seule onde porteuse de cette nappe associée aux systèmes dépressionnaires (c-à-d l'origine surtout des tornades, cyclones ou ouragans liés aux ondes).

- T_S est la température de surface de la nappe d'eau ;

- P_{AS} est la pression de l'œil de la dépression atmosphérique. On l'appelle encore la pression sous l'impact des systèmes dépressionnaires ou champ de pression autour du centre de la dépression. Elle varie dans le temps et l'espace. On constate qu'elle dépend de la température de la surface de cette nappe.

- P_0 est la pression statique au niveau de la mer ($P_0 = 1013 \text{ millibars}$) ou la pression non perturbée par les systèmes de dépression de l'atmosphère.

D'après la formule (3.2), la hauteur des ondes porteuses à la surface de la nappe d'eau (océan et mer) dépend essentiellement de l'écart entre P_{AS} et P_0 i.e $(P_{AS} - P_0) \rightarrow -\infty$.

La **Figure 3.1** montre une augmentation rapide de la hauteur des vagues pendant une dépression atmosphérique. À cette circonstance, la pression atmosphérique avait chuté de 60 millibars (de 1020 à 960) et les valeurs H_S et H_{max} avaient atteint 14 m et 28 m, respectivement, en seulement 8 heures. Par conséquent, la diminution considérable de la pression à la surface de la nappe d'eau étendue et profonde (océan et mer) permet la formation des vagues scélérates.

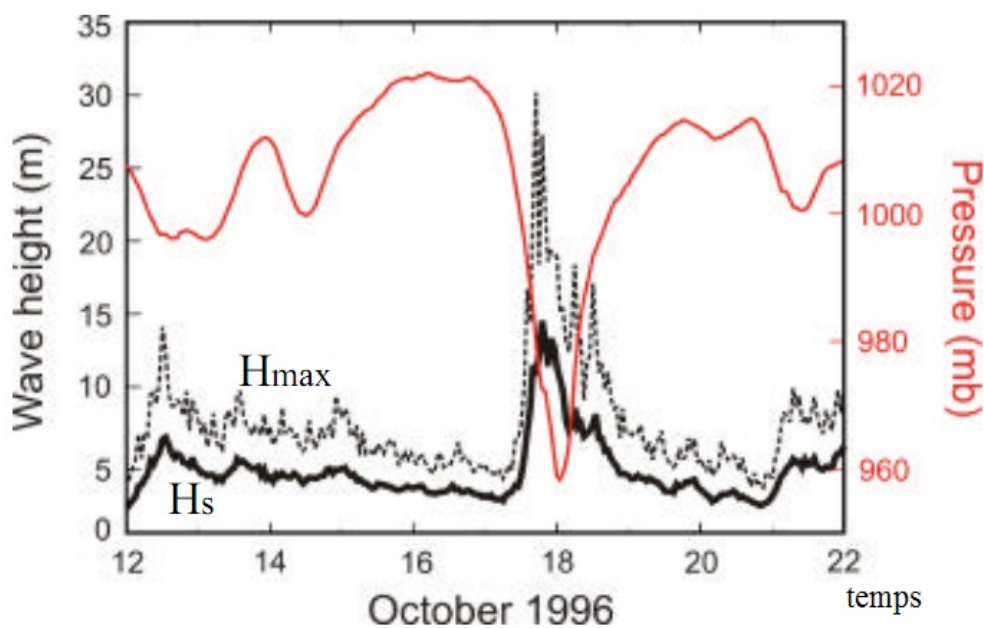


FIGURE. 3.1 – Hauteur des vagues pendant une dépression atmosphérique

Source : D.Masson, MPO (2003)

3.1.2 Exploitation de l'équation non linéaire de Schrödinger pour approuver le modèle mathématique de la genèse des vagues scélérates générées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes

D'après l'équation non linéaire de Schrödinger (NLSE), l'évolution d'un groupe d'onde instable génère une seule onde qui peut atteindre jusqu'à 3 fois, voire 5 fois l'amplitude de l'onde porteuse initiale (cela est dû à l'énergie de l'onde qui est concentrée fondamentalement dans un seul nombre d'onde).

En résolvant les nouvelles équations du chapitre précédent (2.99) et (2.100) et en nous intéressant à une orbite homoclinique au point fixe, nous obtenons finalement la solution :

$$G(X, T) = q_0 \exp(iq_0^2 T) \cdot [1 + b_1 \exp(pX + \Omega_0 T + \gamma) + b_2 \exp(-pX + \Omega_0 T + \gamma) + b_3 \exp(2\Omega_0 T + 2\gamma)] \quad (3.3)$$

et

$$F(X, T) = 1 + b_4 [\exp(pX + \Omega_0 T + \gamma) + \exp(-pX + \Omega_0 T + \gamma)] + b_5 \exp(2\Omega_0 T + 2\gamma) \quad (3.4)$$

Où γ est une phase arbitraire et q_0 est supposé être réel, les valeurs des coefficients, b_j , $1 \leq j \leq 5$, sont déterminées en substituant $G(X, T)$ et $F(X, T)$ de la relation (3.3) et (3.4) dans les relations (2.99) et (2.100) et en collectant les coefficients de toutes les fonctions indépendantes. Par exemple, les coefficients du terme constant de (2.99) donnent : $\lambda = -2q_0^2$, et le coefficient de $\exp(pX + \Omega_0 T)$ donne : $b_1(\Omega_0 - p^2) = b_4(\Omega_0 + p^2)$,

En procédant de façon analogue, nous pouvons déterminer tous les b_j tels que : $b_1 = b_2 = \exp(2i\theta)$, $b_3 = A_{12}b_1^2$, $b_4 = 1$ et $b_5 = A_{12}$

$$\Omega_0 = \pm p(4q_0^2 - p^2)^{\frac{1}{2}}$$

Avec $p = 2q_0 \sinh(\theta)$, $A_{12} = 2 \cosh(\theta)$.

D'où, nous écrivons finalement les relations (3.3) et (3.4) sous la forme suivante :

$$G(X, T) = q_0 \exp(2iq_0^2 T) \cdot [1 + 2 \cosh(pX) \exp(\Omega_0 T + 2i\theta + \gamma) + 2 \cosh(\theta) \exp(2\Omega_0 T + 4i\theta + 2\gamma)] \quad (3.5)$$

$$F(X, T) = 1 + 2 \cosh(pX) \exp(\Omega_0 T + \gamma) + 2 \cosh(\theta) \exp(2\Omega_0 T + 2\gamma) \quad (3.6)$$

Au-dessous, nous présentons une solution analytique exacte de l'équation (2.82) :

$$q(X, T) = q_0 \exp(2iq_0^2 T) \times \frac{1 + 2 \cosh(pX) \exp(\Omega_0 T + 2i\theta + \gamma) + \exp(2\Omega_0 T + 4i\theta + 2\gamma)}{1 + 2 \cosh(pX) \exp(\Omega_0 T + \gamma) + \exp(2\Omega_0 T + 2\gamma)} \quad (3.7)$$

La relation (3.7) a les caractéristiques d'une orbite homoclinique, en laissant l'anneau de points fixes à $q_0 \exp(2iq_0^2 T)$ quand $T \rightarrow -\infty$ et en revenant à $q_0 \exp(2iq_0^2 T) \exp(4i\theta)$ quand $T \rightarrow \infty$ (nous notons donc le changement de la phase de $T \rightarrow -\infty$ à $T \rightarrow \infty$). Donc, avec chaque mode instable, il y a une orbite homoclinique associée, avec le nombre d'onde associé à chaque orbite homoclinique restreinte [159].

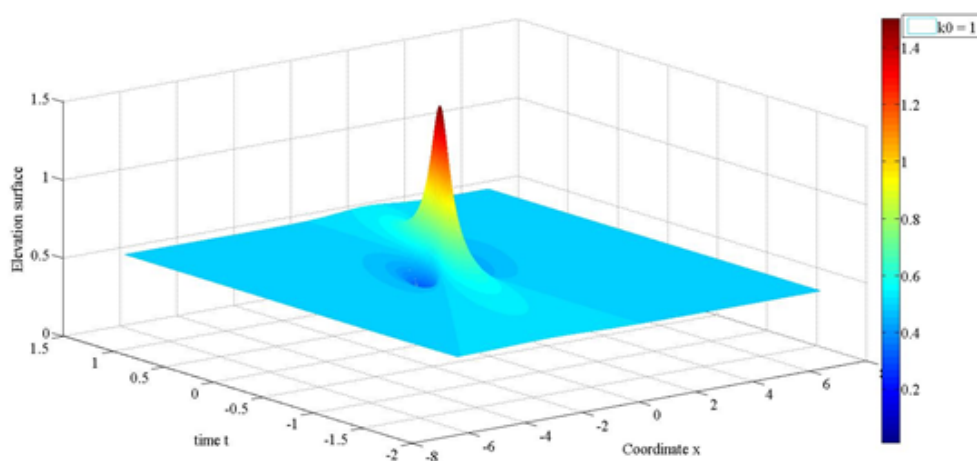
La relation (3.7) peut trouver une famille de solutions spatio-temporelles de type soliton pulsé avec la propriété qu'elle approche de la solution de l'onde plane. Elle donne une famille de solitons rationnels et peut être réduite à l'expression de la solution de type soliton pulsé de Peregrine qui est donnée par [157-158] :

$$q_p(X, T) = q_0 \left(1 - \frac{4(1 + iq_0^2 T)}{1 + 4q_0^2 X^2 + 16q_0^4 T^2} \right) \exp(2iq_0^2 T) \quad (3.8)$$

De l'avis des scientifiques, les questions soulevées par les observations conduisent aux lois de la physique alors que les observations ne peuvent en aucun cas servir les lois de la physique. En effet, faire progresser l'équipement informatique puissante (SIO sophistiqués ; Profileurs de vent ; Drones de radar ; Drones lidar ; satellites ; etc.) ne peut pas résoudre complètement les problèmes concernant les effets négatifs des changements climatiques sans les contributions de l'exécution des modèles mathématiques de la physique des processus responsables de ces changements climatiques. L'écosystème de la terre est considérablement modifié par les effets néfastes des changements climatiques. Ce processus irrévocable révèle de la vulnérabilité des vies humaines vis-à-vis des phénomènes tels que les vagues extrêmes ; les glissements de terrain ; les inondations des villes côtières, etc. Les géométries des ondes porteuses de surface de la nappe d'eau conforme associées aux systèmes de basse pression de l'atmosphère sont tracées sur les **Figures 3.2 (a-c)** et la **Figure 3.3**.

Les **Figures 3.2 (a-c)** représentent les ondes porteuses pour différents nombres d'ondes. Les interférences des ondes transporteuses uniques (ou combinées) sont présentées sur la **Figure 3.3**. Sur cette figure, l'onde résultante révèle que des interférences sont principalement constructives dans le cas des ondes porteuses à la surface de la nappe d'eau étendue et profonde. Sur la

Figure 3.4 (a-b), on peut voir des tornades de terre et d’océan respectivement. Les tornades sont des phénomènes terrestres (**Figure 3.4 a**) qui ne se produisent que pendant les beaux jours en raison de l’effet de serre supplémentaires [149]. Le processus thermodynamique se produit sur les océans, même la nuit (**Figure 3.4 b**) et dans ce cas, il échappe à la vigilance des instruments d’alerte météorologiques et représente un risque plus élevé pour les pilotes de ligne ainsi que des marins. C’est la principale raison pour laquelle de nombreux avions sont disparus lors de la traversée des océans par nuit. Il existe des preuves convaincantes que : Air France, avions Malaysian Airlines et Egyptair sont les récentes victimes des tornades de l’épiphénomène nocturne des océans. Donc, on peut noter que les tornades d’océan (Figure 3.4 b) représentent un risque plus élevé pour les avions ; ce processus thermodynamique est impossible dans la nuit sur la terre à cause de l’inertie thermique de la terre. **La Figure 3.5** donne la représentation de l’histogramme des composantes RGB de la **Figure 3.4 b**. Elle permet de voir l’évolution de l’amplitude de surface multi-spectrale portant l’onde des océans associée aux systèmes de basse pression de l’atmosphère.



Nous pouvons conclure que notre modèle nous permet de mieux comprendre le phénomène des vagues scélérates dans le système dépressionnaire. Compte tenu des traces barographiques, on peut voir que le système dépressionnaire ne peut prendre plus de deux jours pour traverser une station météorologique. Nous mettons aussi au point de nouvelles techniques permettant de détecter les vagues exceptionnelles, ce qui aidera de comprendre où, quand et dans quelles conditions de telles vagues se forment.

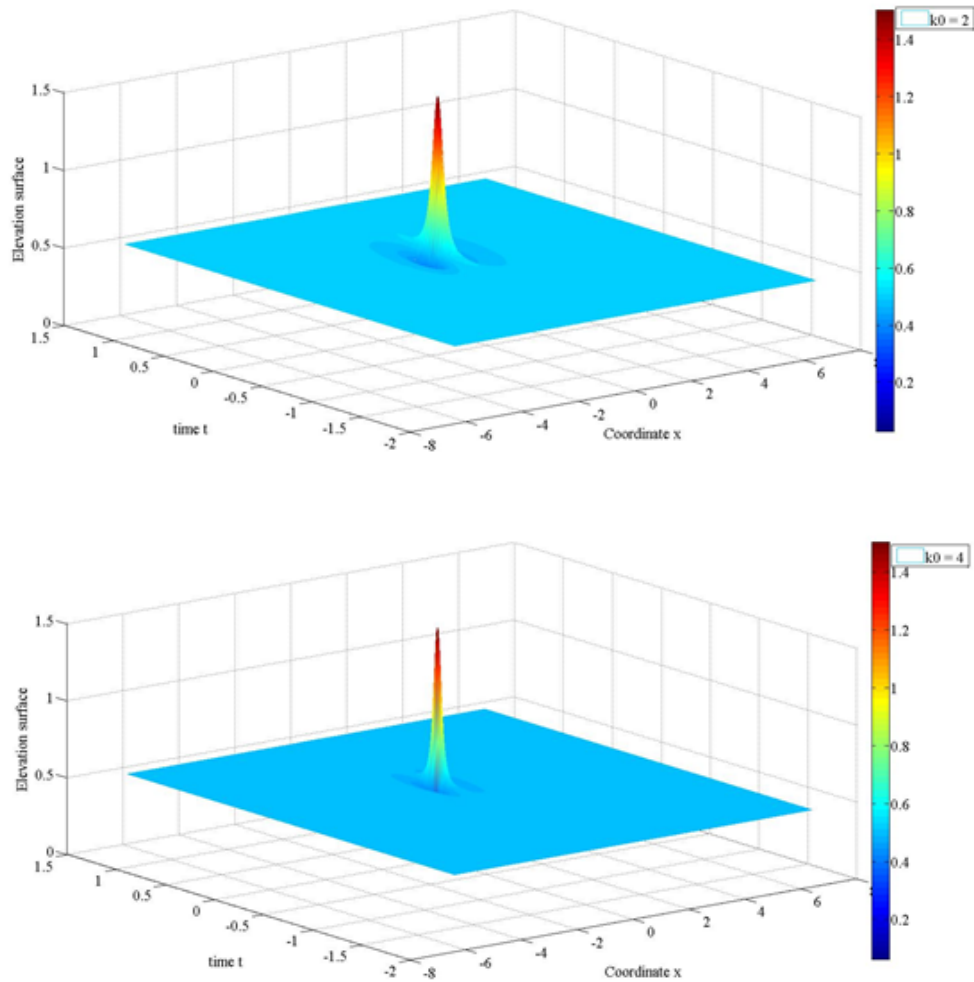


FIGURE. 3.2 – Simulations des ondes porteuses de surface libre de l’océan associées aux systèmes dépressionnaires pour différents nombres d’onde ($k_0 = 1$; $k_0 = 2$; $k_0 = 4$)

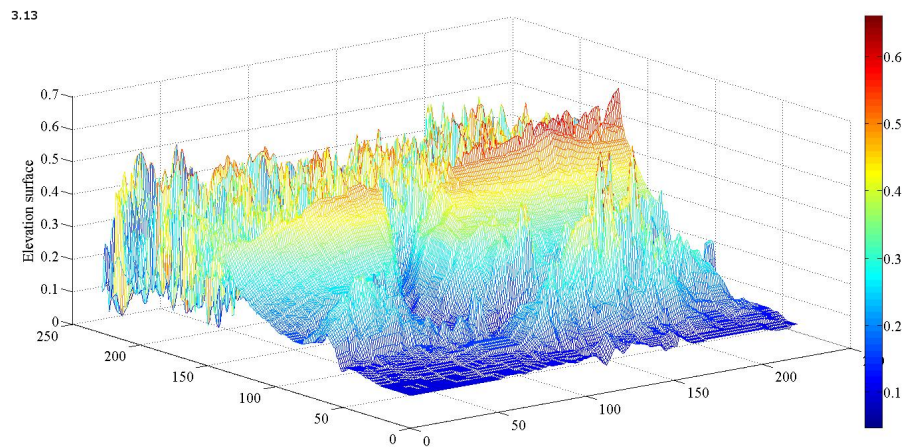


FIGURE. 3.3 – *Simulation de la géométrie des ondes multi-spectrales produites à la surface libre des océans associée aux systèmes dépressionnaires indiquée sur la Figure 3.4 b.*



FIGURE. 3.4 – *Profils des Tornades (Figure 3.4 a, au-dessus de la terre; la Figure 3.4 b, au-dessus de l'océan).*

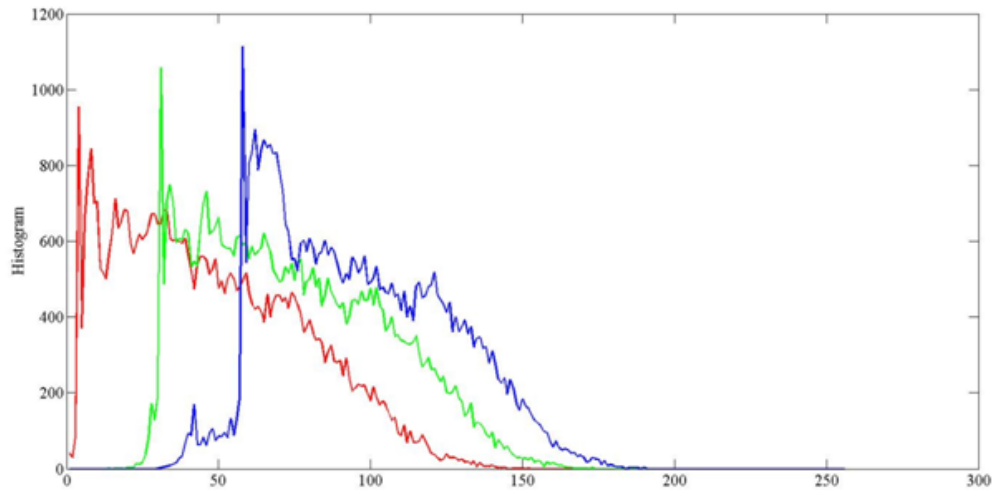


FIGURE. 3.5 – Représentation de l’histogramme des composantes RGB de la Figure 3.4 b

3.2 Mode de Propagation sous l’effet du Vent

Dans le désert du Sahara par exemple, les dunes de sable sont progressivement érodées et déplacées par le vent sur des dizaines de mètres. Cette expérience met en évidence l’action du vent sur les objectifs granulaires (amas de sable ou toboggans) et motive des études similaires à la nôtre où nous voulons simuler l’impact de la force de frottement du vent (dénommée winds stress) sur l’évolution spatio-temporelle de l’enveloppe des vagues relativement hautes de l’océan : Impact qui peut de manière inappropriée dévier les ondes sur les navires, plates-formes pétrolières ou infrastructures côtières.

3.2.1 Formulation de la phase stationnaire de l’équation non linéaire de Schrödinger

Nous utilisons le modèle de Miles [90 ; 148,160] qui suppose un couplage linéaire entre les fluctuations de pression dans l’air et la surface près de l’interface. Ce couplage s’exprime par un coefficient de proportionnalité complexe $(\alpha + i.\beta)$ qui traduit le déphasage entre les variations de pression par rapport aux variations du niveau de l’interface [150-152]. En supposant que l’écoulement moyen dans la phase présente un profil cisailé défini par la vitesse du vent en fonction de l’altitude $U(z)$. Le modèle le plus répandu pour représenter la vitesse du vent est le profil logarithmique : $U(z) = U_1 \cdot \ln(\frac{z}{z_0})$ où U_1 est la vitesse caractéristique définie par : $U_1 = \frac{u_*}{\kappa}$,

u_* étant la vitesse de rugosité, κ étant la vitesse de Von Karman (qui vaut environ 0.4) et z_0 est la « longueur de rugosité » donnée par la relation : $z_0 = \alpha_{ch} \cdot u_*^2 / g$ où α_{ch} est le paramètre de Charnoch et g est l'accélération de la pesanteur. Ce modèle propose l'expression de la pression atmosphérique sous la forme suivante :

$$P_a = (\alpha + i \cdot \beta) \cdot \rho_a \cdot U_1 \cdot k \cdot \eta \quad (3.9)$$

où ρ_a est la masse volumique de l'air, α et β sont des fonctions de c et k en pratique et solutions d'un problème aux limites.

Le coefficient α n'interviendra pas dans notre travail. En effet, il est en phase avec l'élévation de la surface η et ne participe pas à un transfert d'énergie. Par contre, le coefficient β fournit un terme en phase avec $i\eta$, donc avec η_x . En d'autres termes, il est en quadrature de phase avec η et sera pris en compte dans le transfert d'énergie.

A partir de l'expression précédente, on peut déterminer le taux d'amplification :

$$\gamma_a = \frac{\rho_a}{\rho_w} \cdot k \cdot c \cdot \beta \left(\frac{U_1}{c} \right)^2 \quad (3.10)$$

où ρ_a et ρ_w sont les densités de l'air et de l'eau respectivement, $u_* = \sqrt{C_d} \cdot U_w$ est la vitesse de friction, c_{ph} est la vitesse de phase de la vague porteuse, U_w est la vitesse du vent, $C_d = 0.004$ est le coefficient de la trainée. La relation (3.36) devient finalement :

$$\gamma_a = \frac{\rho_a}{\rho_w} \cdot \frac{C_d}{\kappa^2 \cdot c^2} \cdot \omega_0 \cdot \beta \cdot U_w^2 \quad (3.11)$$

En présence de la force exercée par le vent, l'équation non linéaire de Schrödinger devient :

$$i \left(\frac{\partial A}{\partial t} + C_g \frac{\partial A}{\partial x} \right) - \frac{\omega_0}{8k_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \frac{\omega_0 k_0^2}{2} |A|^2 A = i\gamma_a A \quad (3.12)$$

En introduisant, le changement de variables : $T = \omega_0 \left(t - \frac{x}{C_g} \right)$, $X = \epsilon \cdot k_0 \cdot x$ et $a = k_0 A$, l'équation non linéaire de Schrödinger se réécrit sous sa forme adimensionnelle [147] :

$$i \frac{\partial a}{\partial X} - \frac{\partial^2 a}{\partial T^2} - |a|^2 a = i\gamma_a a \quad (3.13)$$

Pour prouver l'effet du vent sur la vague scélérate en milieu océanique, nous considérons la théorie linéaire. Dans ce cas, l'équation précédente peut être réduite à l'équation :

$$i \frac{\partial a}{\partial X} = \frac{\partial^2 a}{\partial T^2} + i\gamma_a a \quad (3.14)$$

En introduisant : $a(X, T) = b(X, T) \cdot \exp(\gamma_a \cdot X)$ dans la relation précédente, cette équation se réécrit :

$$i \frac{\partial b}{\partial X} = \frac{\partial^2 b}{\partial T^2} \quad (3.15)$$

La solution générale peut s'exprimer comme une intégrale de Fourier donnée sous la forme de :

$$b(X, T) = \int_{-\infty}^{+\infty} b(\Omega) \cdot \exp[i(k \cdot X - \Omega \cdot T)] d\Omega \quad (3.16)$$

où la fonction $b(\Omega)$ est fixée par les conditions initiales, c'est-à-dire par les valeurs arbitraires de $b(X, T)$ et $b_X(X, T)$ à $X = 0$. La formule ci-dessus exprime alors $b(X, T)$ pour tout X. Les conditions initiales sont :

$$b(X = 0, T) = \int_{-\infty}^{+\infty} b(\Omega) \cdot \exp(i\Omega \cdot T) d\Omega \quad (3.17)$$

$$b_X(X = 0, T) = \int_{-\infty}^{+\infty} ik \cdot b(\Omega) \cdot \exp(i\Omega \cdot T) d\Omega \quad (3.18)$$

Par simplicité, nous choisirons les conditions initiales : $b_X(0, T) = 0$ et $b(0, T) = b_0(T)$, soit par la transformée de Fourier inverse :

$$b(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} b_0(T) \cdot \exp(-i\Omega \cdot T) \cdot dT \quad (3.19)$$

La solution pour tout X est alors :

$$b(X, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} b_0(T) \cdot \exp(-i \cdot \Omega \cdot T) \cdot \exp[i(k \cdot X - \Omega \cdot T)] d\Omega \cdot dT \quad (3.20)$$

L'expression ci-dessus n'est pas simplement évaluable vu sa forme. Nous utiliserons la méthode de la phase stationnaire pour résoudre ce problème.

En appliquant cette méthode pour évaluer l'amplitude $b(X, T)$, l'équation (3.15) admet pour solution :

$$b(X, T) = \frac{B_1}{\sqrt{1 - 4.i\Omega^2.X}} \cdot \exp\left(-\frac{\Omega^2.T^2}{1 - 4.i\Omega^2.X}\right) \quad (3.21)$$

L'amplitude correspondante est donnée par :

$$|b(X, T)| = \frac{B_1}{(1 + 16.\Omega^4.X^2)^{\frac{1}{4}}} \cdot \exp\left(-\frac{\Omega^2.T^2}{1 + 16.\Omega^4.X^2}\right) \quad (3.22)$$

et sa phase est donnée par la relation :

$$\theta(X, T) = \text{Arg}(b(X, T)) = -\frac{\arctan(4.\Omega^2.X)}{2} - \frac{4.\Omega^4.T^2.X}{1 + 16.\Omega^4.X^2} \quad (3.23)$$

L'expression de $a(X, T)$ est donnée par :

$$|a(X, T)| = \frac{B_1}{(1 + 16.\Omega^4.X^2)^{\frac{1}{4}}} \cdot \exp\left(\gamma_a.X - \frac{\Omega^2.T^2}{1 + 16.\Omega^4.X^2}\right) \quad (3.24)$$

et

$$|A(X, T)| = \frac{A_0}{(1 + 16.\Omega^4.X^2)^{\frac{1}{4}}} \cdot \exp\left(\gamma_a.X - \frac{\Omega^2.T^2}{1 + 16.\Omega^4.X^2}\right) \quad (3.25)$$

À chaque point, la modulation de l'amplitude présente un profil gaussien dans le temps, et son profil augmente, puis baisse sur une grande distance comme $X^{-\frac{1}{2}}$. Le maximum d'amplitude atteint pour $T = 0$ est donné par :

$$|A|_{max} = \frac{A_0}{(1 + 16.\Omega^4.X^2)^{\frac{1}{4}}} \quad (3.26)$$

et la fréquence de modulation correspond à :

$$f_{mod} = \frac{\partial \arg(A)}{\partial T} = -\frac{8.\Omega^4.T.X}{1 + 16.\Omega^4.X^2} \quad (3.27)$$

L'élévation de la surface libre de l'eau s'écrit :

$$\eta(X, T) = \frac{A_0}{(1 + 16.\Omega^4.X^2)^{\frac{1}{4}}} \cdot \exp\left(\gamma_a.X - \frac{\Omega^2.T^2}{1 + 16.\Omega^4.X^2}\right) \cdot \cos\left[-\frac{\arctan(4.\Omega^2.X)}{2} - \frac{4.\Omega^4.T^2.X}{1 + 16.\Omega^4.X^2}\right] \quad (3.28)$$

Dans le système de coordonnées initiales, nous obtenons :

- L'amplitude :

$$|A(x, t)| = \frac{A_0}{(1 + 16.\Omega^4.\epsilon^2.k_0^2.x^2)^{\frac{1}{4}}} \cdot \exp(\gamma_a.\epsilon.k_0.x - \frac{\Omega^2\omega_0^2(t - x/C_g)^2}{1 + 16.\Omega^4.\epsilon^2.k_0^2.x^2}) \quad (3.29)$$

- L'amplitude maximale :

$$|A|_{max} = \frac{A_0}{(1 + 16.\Omega^4.(\epsilon k_0 x)^2)^{\frac{1}{4}}} \quad (3.30)$$

- L'élévation de la surface libre de l'eau s'écrit :

$$\eta(x, t) = \frac{A_0}{(1 + 16.\Omega^4.\epsilon^2.k_0^2.x^2)^{\frac{1}{4}}} \cdot \exp(\gamma_a.\epsilon.k_0.x - \frac{\Omega^2\omega_0^2(t - x/C_g)^2}{1 + 16.\Omega^4.\epsilon^2.k_0^2.x^2}) \cdot \cos\left[-\frac{\arctan(4.\Omega^2.\epsilon.k_0.x)}{2} - \frac{4.\Omega^4.\omega_0^2(t - x/C_g)^2.\epsilon.k_0.x}{1 + 16.\Omega^4.\epsilon^2.k_0^2.x^2}\right] \quad (3.31)$$

3.2.2 Action de la force de frottement du vent sur la propagation des vagues relativement hautes

Sur la **Figure 3.6**, la variation de couleurs donne une idée précise de l'impact de force de frottement du vent sur la gaussienne. On peut immédiatement remarquer l'existence d'une activité intense du vent (rouge foncé) dans la région délimitée par x et t , valeurs indiquées entre guillemets $-8 < x < -6$; $t > 0$. Sinon, le vent attaque la base gaussienne comme si elle essayait de se déplacer sur toute la structure parallèle à sa direction. Il convient toutefois de noter que les particules d'eau qui se trouvent dans le centre de la gaussienne ne subissent l'influence d'aucun des vents (en raison de la couleur bleue foncée en $x = 0$). L'ensemble du mouvement est alors exclu et la seule manière autorisée sur le côté en amont des particules est de monter la gaussienne. Puis, en raison de la gravité, elles chutent sur le côté en aval comme illustré sur la **Figure 3.7**. Par conséquent, la couleur rouge foncée de la région délimitée par $3 < x < 8$; $t < 0$ qui prédit l'activité sur le côté aval de la gaussienne. Donc, elle présente l'intensité de la force de frottement du vent enfoncée sur la cible.

Figure 3.8(a- h) décrit l'évolution du facteur d'amplification (A/A_0) en fonction de x pour différentes valeurs de l'intensité de la vitesse du vent. Les facteurs d'amplification sont énumérés dans le **tableau 3.1** ci-dessous. Ils sont représentés avec un pas de 5. Selon ce tableau, le facteur d'amplification augmente de façon exponentielle. Toutes ces simulations donnent une indication de la hauteur d'imposer une barrière pour l'empêcher d'être traversé par les fausses lames.

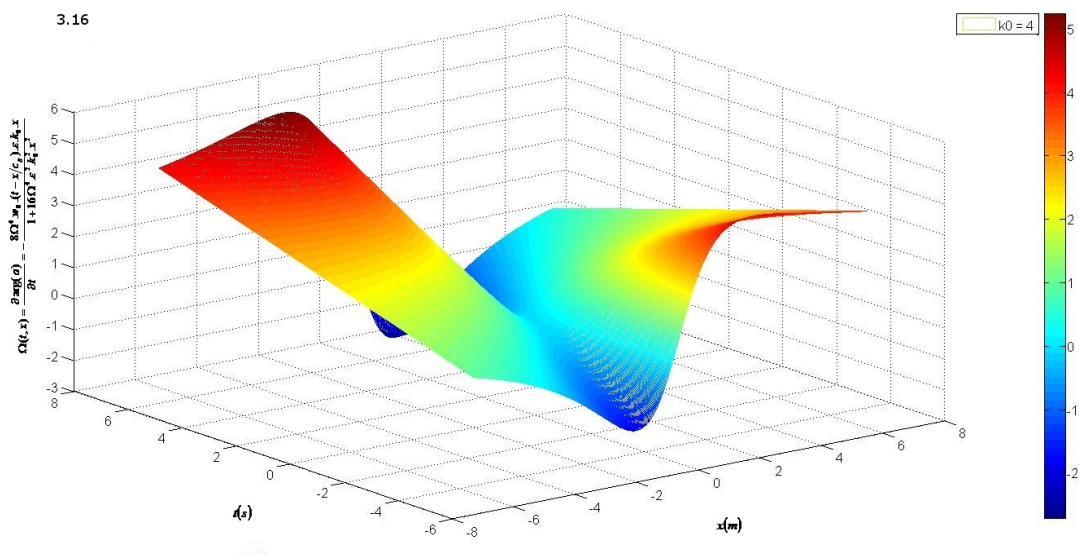
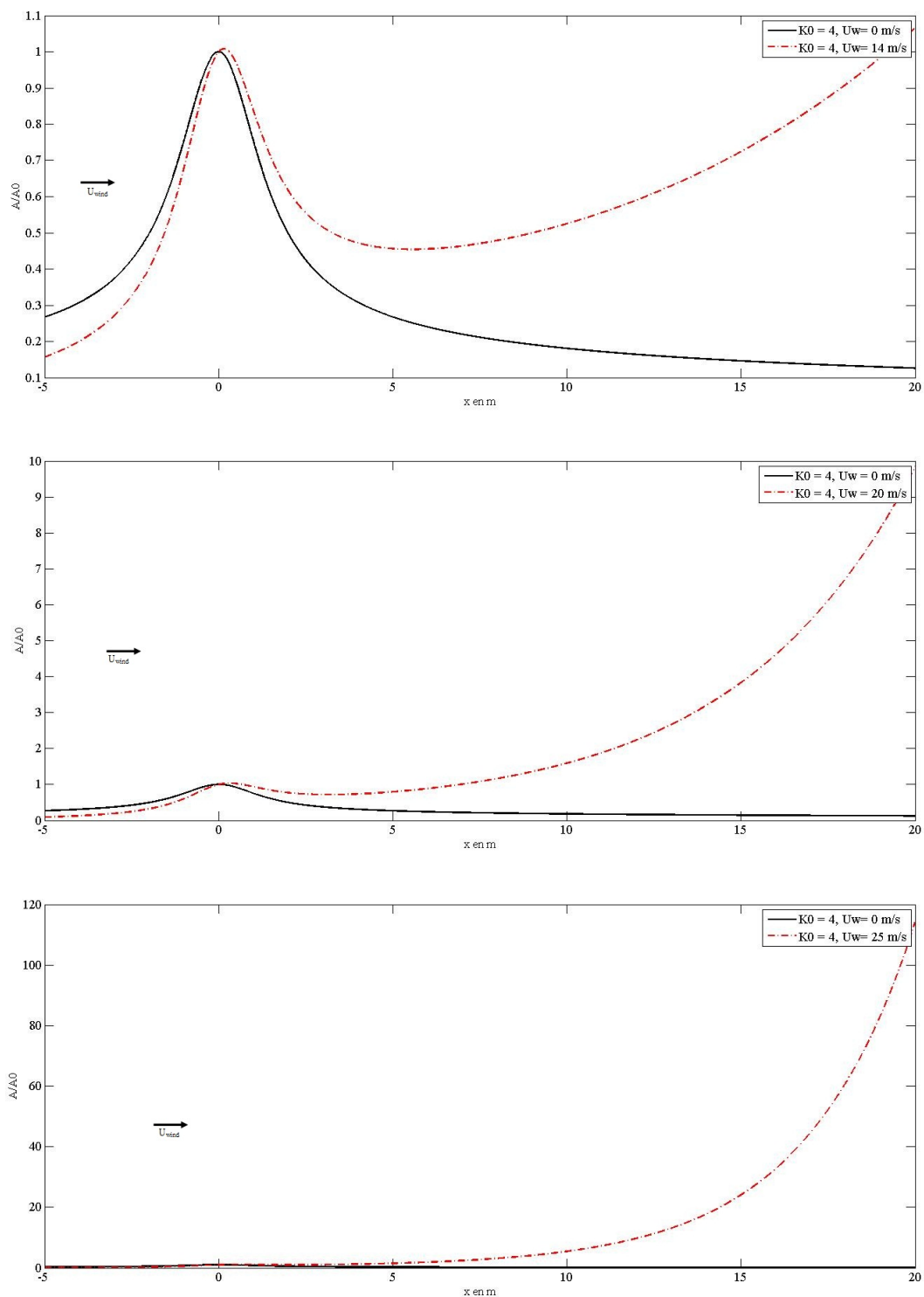


FIGURE. 3.6 – Action du vent sur l'amplitude de l'onde avec $k_0 = 4$ et $\epsilon = 0.4$

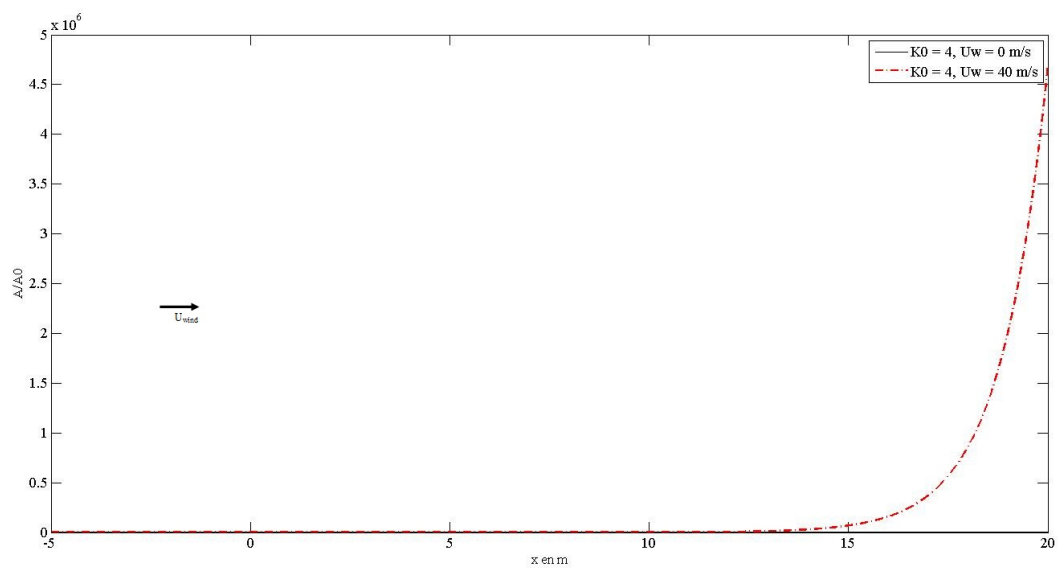
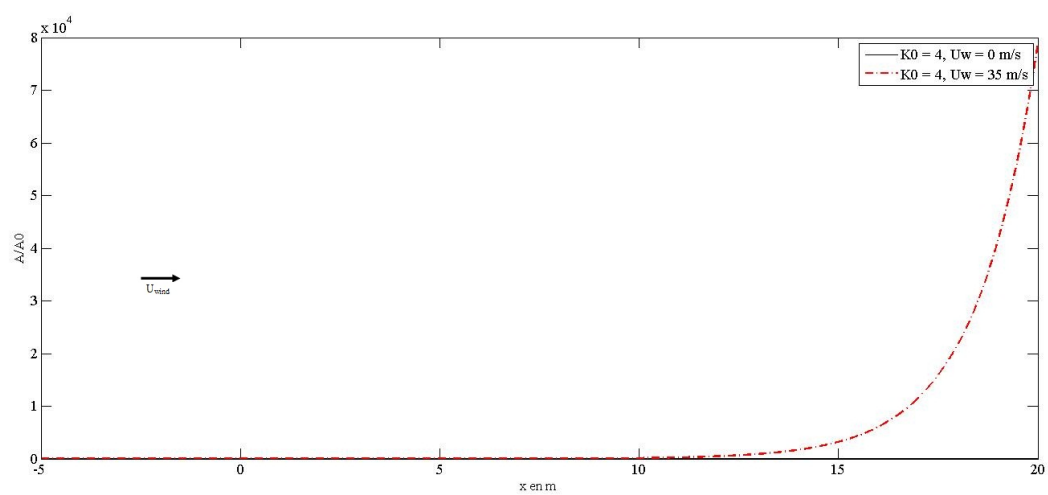
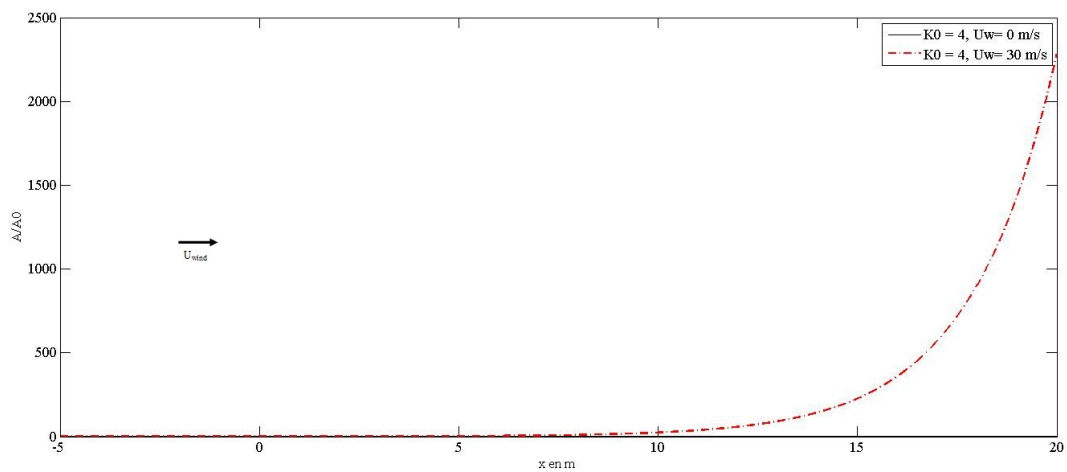


FIGURE. 3.7 – Vague scélérate en aval.



Uwind(m/s)	14	20	25	30	35	40	45	50
Facteur d'amplification (dB)	0	1	12	250	8.10^3	5.10^5	5.10^7	9.10^9

TABLEAU 3.1 – Facteur d'amplification en fonction de l'intensité de la vitesse du vent.



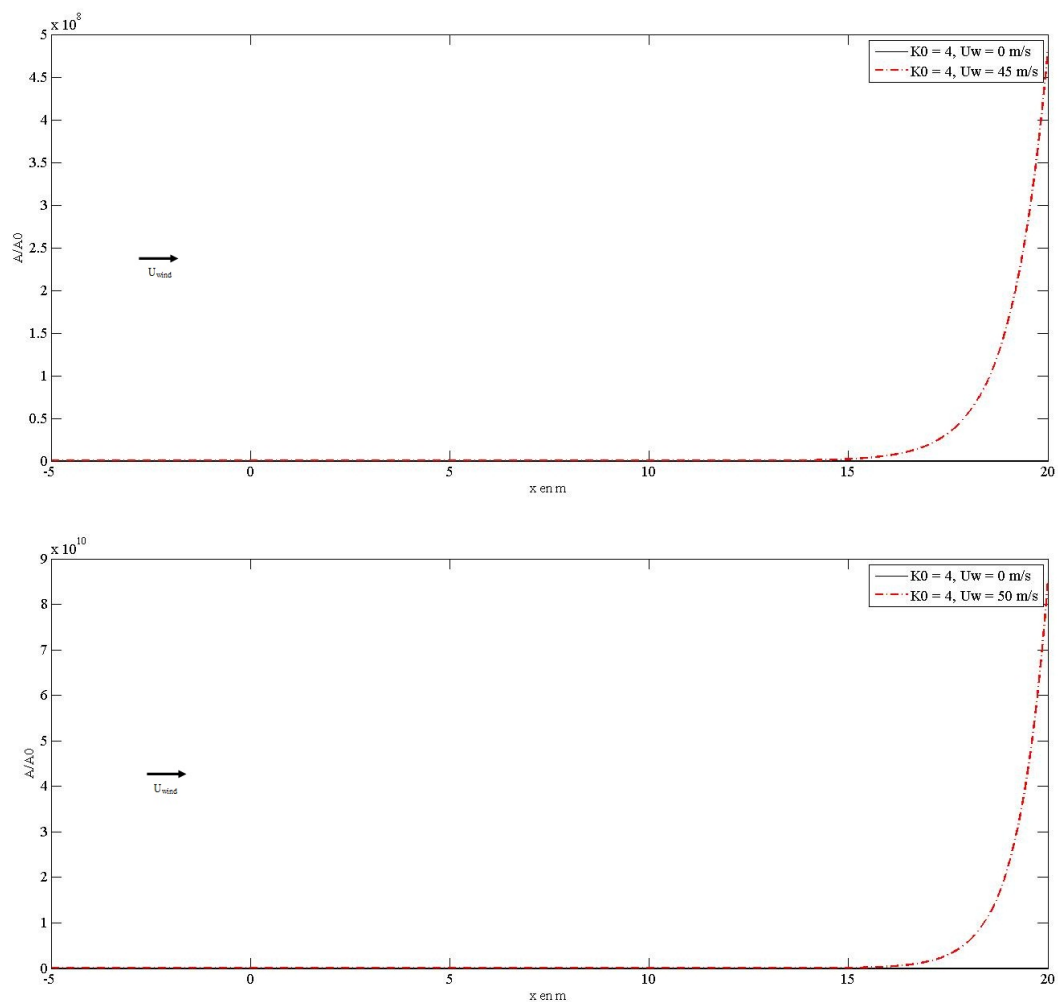
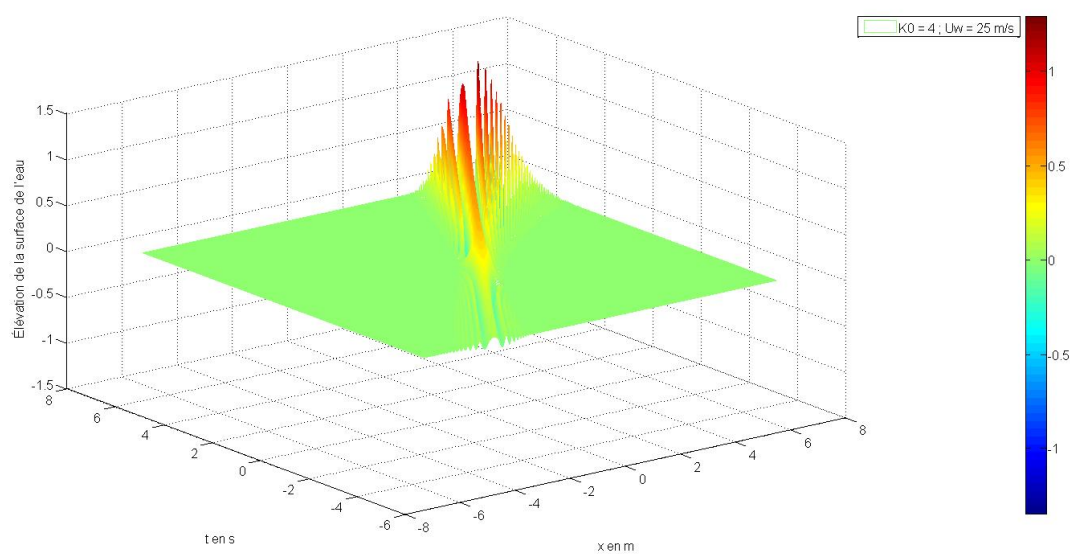
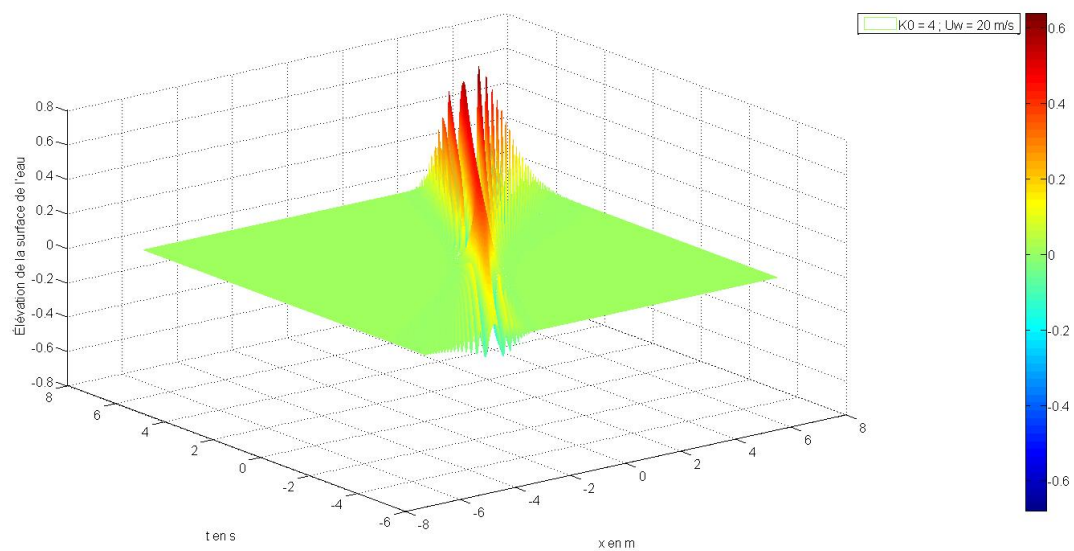
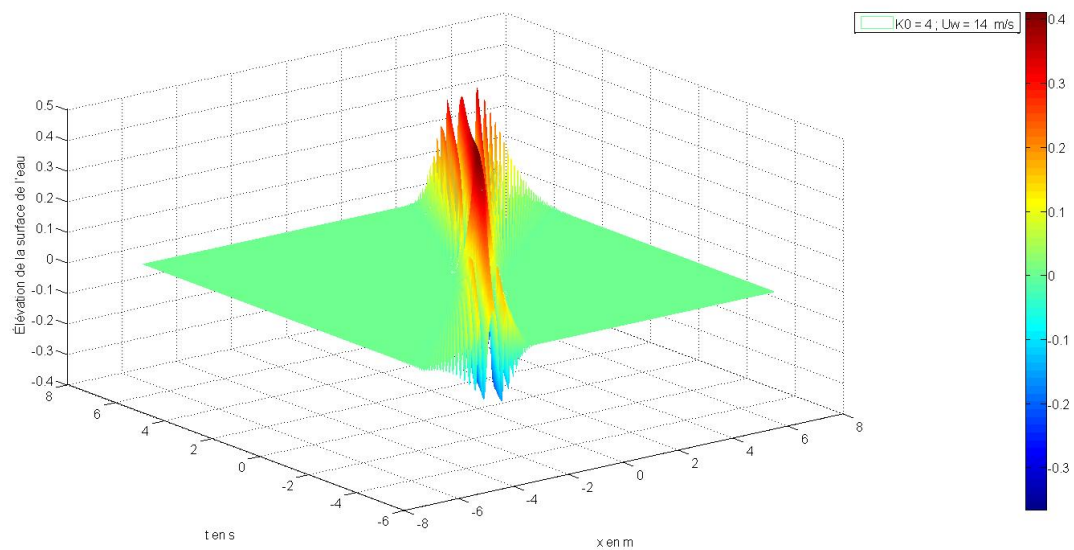
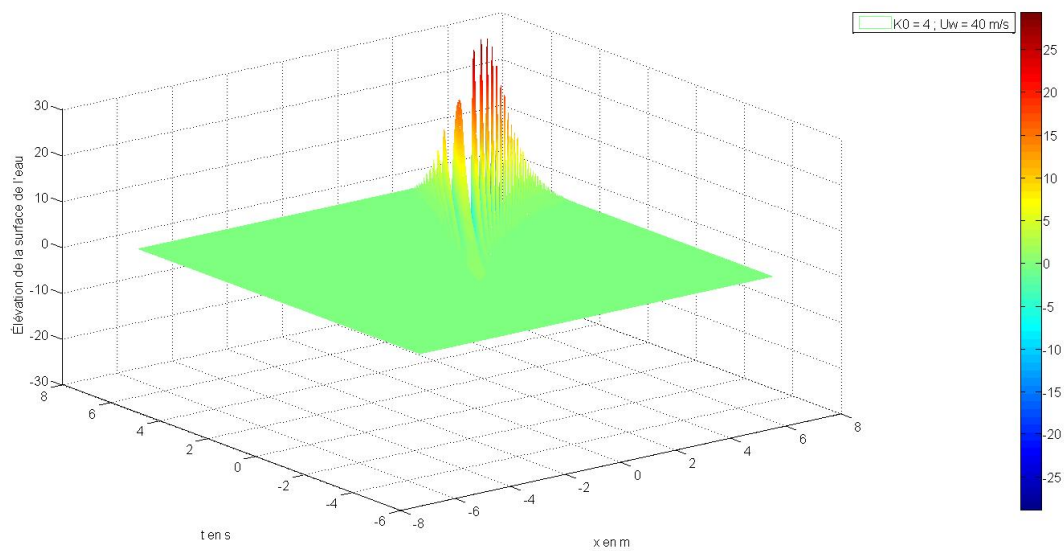
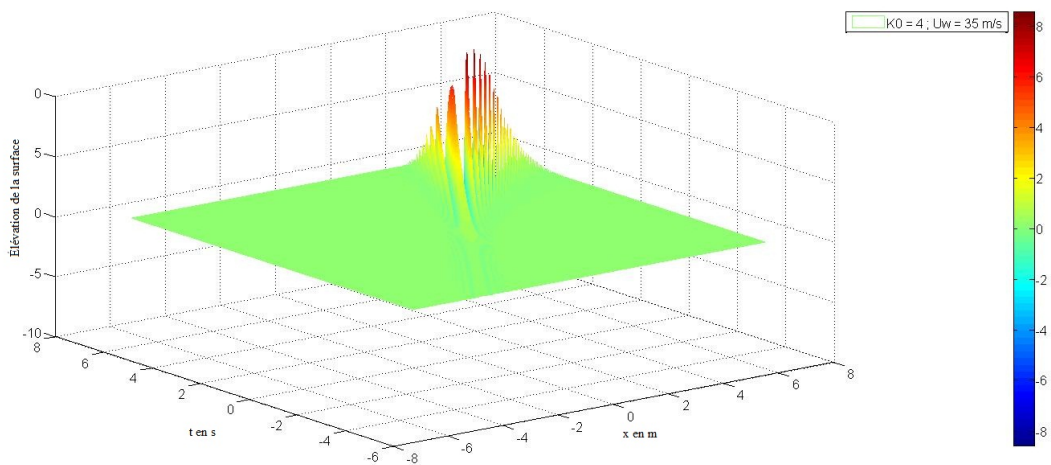
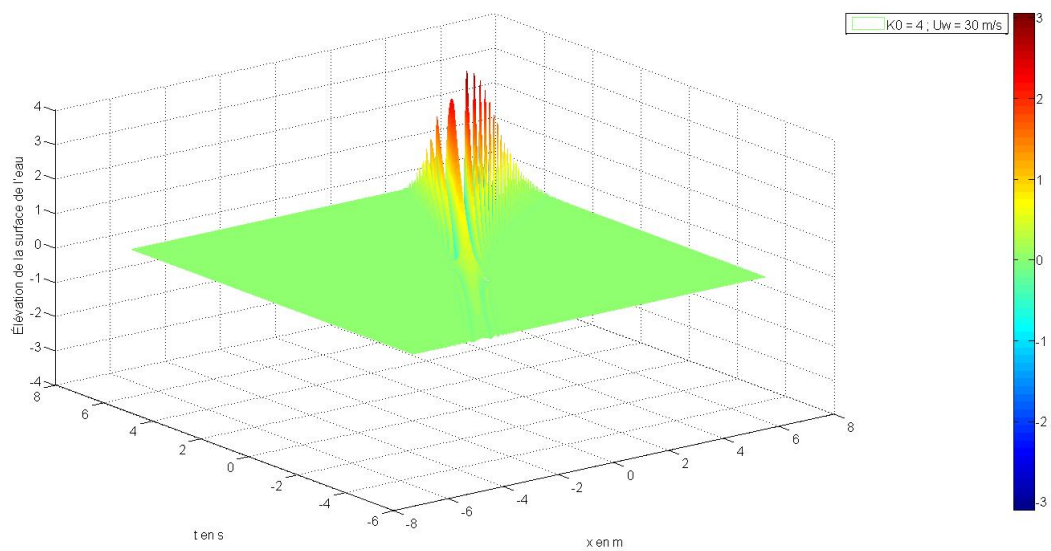


FIGURE. 3.8 – Évolution du Facteur d'amplification ($A/A0$) en fonction de x pour différentes valeurs de l'intensité de la vitesse du vent





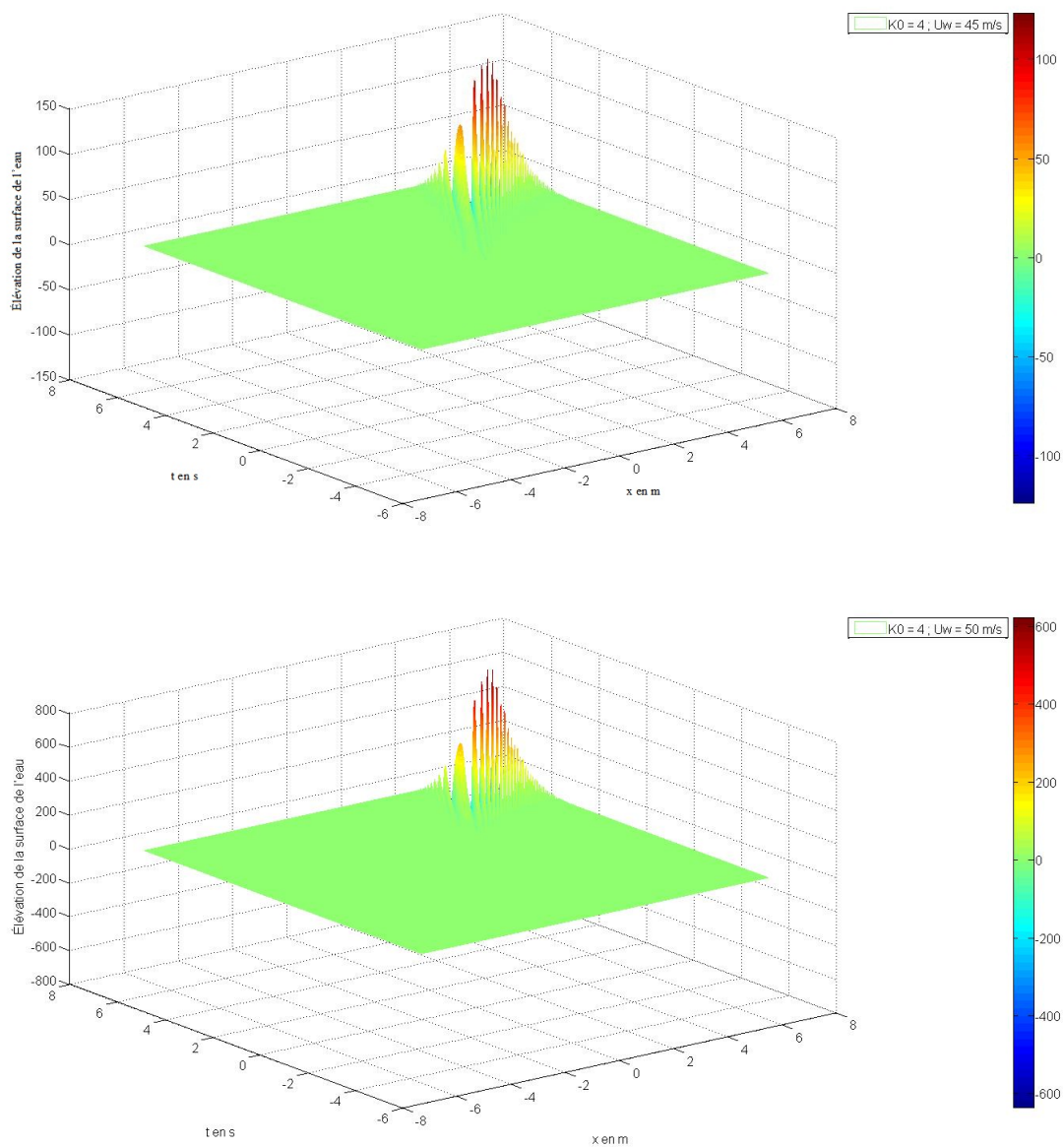


FIGURE. 3.9 – Impacts du vent sur l'élévation de la surface libre de l'eau.

La **Figure 3.9 (a-h)** donne la représentation en 3D de l'impact du vent et de la barrière cassante sur l'élévation de la surface libre des eaux avec les différentes valeurs de sa vitesse en fonction du temps et de l'espace. Dans cette figure, nous pouvons voir exactement comment la cible est poussée vers la barrière; la couleur verte représentant une surface de l'océan calme, gagne progressivement l'espace lors du passage.

3.3 Modulation d'amplitudes et de phases

3.3.1 Vagues scélérates générées par l'instabilité modulationnelle des ondes de gravité engendrées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes

Nous cherchons des solutions aux équations précédentes sous la forme :

$$p(X, Y, T) = p_0 \exp[i(\delta.X + \tau.Y - vT)] + cc$$

et $\theta(X, Y, T) = \theta_0 \exp[i(\delta.X + \tau.Y - vT)] + cc$

Le calcul des dérivées de ces fonctions nous donne : $p_T = -ivp$, $p_X = i\delta.p$, $p_{XX} = -\delta^2 p$, $\theta_T = -iv\theta$, $\theta_X = i\delta\theta$ et $\theta_{XX} = -\delta^2\theta$

En substituant ces dérivées dans les équations précédentes, nous obtenons les équations qui sont satisfaites aux relations liant les amplitudes p_0 et θ_0 :

$$(2\xi q_0^2 - \alpha\delta^2 - \beta\tau^2)p_0 + iq_0(v - 2\alpha k\delta - 2\beta l\tau)\theta_0 = 0 \quad (3.32)$$

$$-i(v - 2\alpha k\delta - 2\beta l\tau)p_0 - q_0(\alpha\delta^2 + \beta\tau^2)\theta_0 = 0 \quad (3.33)$$

Ces équations forment un système homogène qui n'aura de solution non nulle pour p_0 et θ_0 qu'à la condition que son déterminant soit nul. Ce qui donne la relation de dispersion de la perturbation suivante :

$$\begin{aligned} (v - 2\alpha k\delta - 2\beta l\tau)^2 &= (\alpha\delta^2 + \beta\tau^2 - 2\xi q_0^2)(\alpha\delta^2 + \beta\tau^2) \\ \Leftrightarrow (v - 2\alpha k\delta - 2\beta l\tau)^2 &= (\alpha\delta^2 + \beta\tau^2)^2 \left(1 - \frac{2\xi q_0^2}{\alpha\delta^2 + \beta\tau^2}\right) \end{aligned} \quad (3.34)$$

On note que le comportement de v pour un vecteur d'onde donné Γ de composantes δ et τ dépend du signe de Δ donné par :

$$\Delta = 1 - \frac{2\xi q_0^2}{\alpha\delta^2 + \beta\tau^2} \quad (3.35)$$

Ainsi, donc :

- Si $\Delta > 0$, $(v - 2\alpha k\delta - 2\beta l\tau)^2$ est égal à un terme positif. En résolvant pour v , on trouve une valeur réelle qui indique que les perturbations $p(X, Y, T)$ et $\theta(X, Y, T)$ oscillent en conservant une amplitude constante. L'onde plane (2.79) solution de l'équation non linéaire de Schrödinger est donc stable pour $\Delta > 0$. On dit que l'on a une stabilité marginale. Par conséquent, les perturbations conservent une amplitude constante, sans s'atténuer.

- Si $\Delta < 0$, il existe un domaine du vecteur d'onde Γ de la perturbation pour lequel $(v - 2\alpha k\delta - 2\beta l\tau)^2$ est négatif. Dans cette région, nous avons alors :

$$v = 2\alpha k\delta + 2\beta l\tau \pm i \sqrt{\alpha\delta^2 + \beta\tau^2} \sqrt{\frac{2\xi q_0^2}{\alpha\delta^2 + \beta\tau^2} - 1} \quad (3.36)$$

On note que v comporte par conséquent une partie imaginaire non nulle; le terme en $\exp(-ivT)$ conduit une croissance exponentielle de la perturbation et l'onde plane est instable. Elle a tendance à se moduler avec le vecteur d'onde correspondant à la valeur de Γ donnant le taux de croissance $Im(v)$ maximal comme le montre les **Figures 3.10 et 3.11**. Ce phénomène d'instabilité modulationnelle correspond à une localisation d'énergie induite par la non linéarité puisque l'on note que le taux de croissance maximal est d'autant plus grand que le coefficient mesurant la non linéarité est grand ou que l'amplitude de l'onde q_0 est grande. On peut noter aussi que le taux de croissance de l'instabilité d'une onde dépend seulement de son amplitude q_0 mais non de son vecteur d'onde (ou de sa pulsation Ω).

La **Figure 3.10** correspond à l'équation (3.37) pour différentes valeurs des composantes du vecteur d'ondes.

$$v = 2\alpha k\delta + 2\beta l\tau - i \sqrt{\alpha\delta^2 + \beta\tau^2} \sqrt{\frac{2\xi q_0^2}{\alpha\delta^2 + \beta\tau^2} - 1} \quad (3.37)$$

La **Figure 3.11** correspond à l'équation (3.38) pour différentes valeurs des composantes du vecteur d'ondes.

$$v = 2\alpha k\delta + 2\beta l\tau + i \sqrt{\alpha\delta^2 + \beta\tau^2} \sqrt{\frac{2\xi q_0^2}{\alpha\delta^2 + \beta\tau^2} - 1} \quad (3.38)$$

Cette région satisfait au domaine d'existence des solitons. L'étude de l'évolution à long terme d'une onde plane injectée dans le système montre que, après la phase de modulation résultant de la croissance de la petite perturbation, l'on peut déduire de l'analyse de stabilité linéaire, le même type d'évolution se poursuit au point que l'amplitude de l'onde s'annule complètement dans certaines zones. On obtient un train de solitons qui s'est formé spontanément par instabilité modulationnelle de l'onde. On vérifie donc à nouveau que, dans leur domaine d'existence, les solitons sont les excitations stables du système et qu'ils se forment spontanément. Cette instabilité d'une onde plane est parfois appelée instabilité de Benjamin-Feir, en l'honneur de ceux qui l'ont découverte pour les trains de vagues à la surface de l'eau [76]. Cette modulation, qui provient des harmoniques apparues à causes de la non linéarité, peut se poursuivre jusqu'à la coupure de l'onde initiale en « paquets » d'ondes dont les propriétés correspondent à celles des ondes porteuses.

L'analyse de l'équation de NLS révèle l'existence d'autres classes de solutions localisées. Notamment, une structure homoclinique de l'équation non linéaire de Schrödinger (NLS), avec les conditions aux limites spatialement périodiques, sont les paquets d'onde instables les plus communs associés avec le phénomène de vagues scélérates océaniques car les solutions homocliniques dues à Akhmediev, Peregrine et Kuznetsov - Ma sont utilisées presque exclusivement dans les applications scientifiques et ingénieurs. Ces solutions pouvaient représenter la formation de vagues scélérates [82]. En effet, elles fondent une seule famille de paramètres de solutions spatio-temporelles avec la propriété qu'elles s'approchent de la solution de l'onde plane quand $T \rightarrow \pm\infty$ [153]. La solution prédite dès 1983 par Peregrine possède des propriétés atypiques, contrairement à d'autres classes de solitons.

En outre, les solutions de l'équation non linéaire de Schrödinger présentent un intérêt particulier dans le cadre des vagues extrêmes, en particulier, dans le cadre des vagues scélérates. Il s'agit de solutions qui satisfont localement dans le temps et dans l'espace le critère de vague scélérate ($H > 2.2H_S$) où H est la hauteur de la mer et H_S la hauteur significative d'un état de mer.

Au-dessous, nous présentons une solution analytique exacte d'équation (2.82) laquelle est l'analogie de la structure de Peregrine [154] :

$$q(X, T) = q_0 \exp(i\xi q_0^2 T) \left[1 - \frac{4\alpha(1 + i2\xi q_0^2 T)}{\alpha + 4\alpha\xi^2 q_0^4 T^2 + 2\xi q_0^2 X^2} \right] \quad (3.39)$$

La relation (3.39) peut être mise sous la forme de :

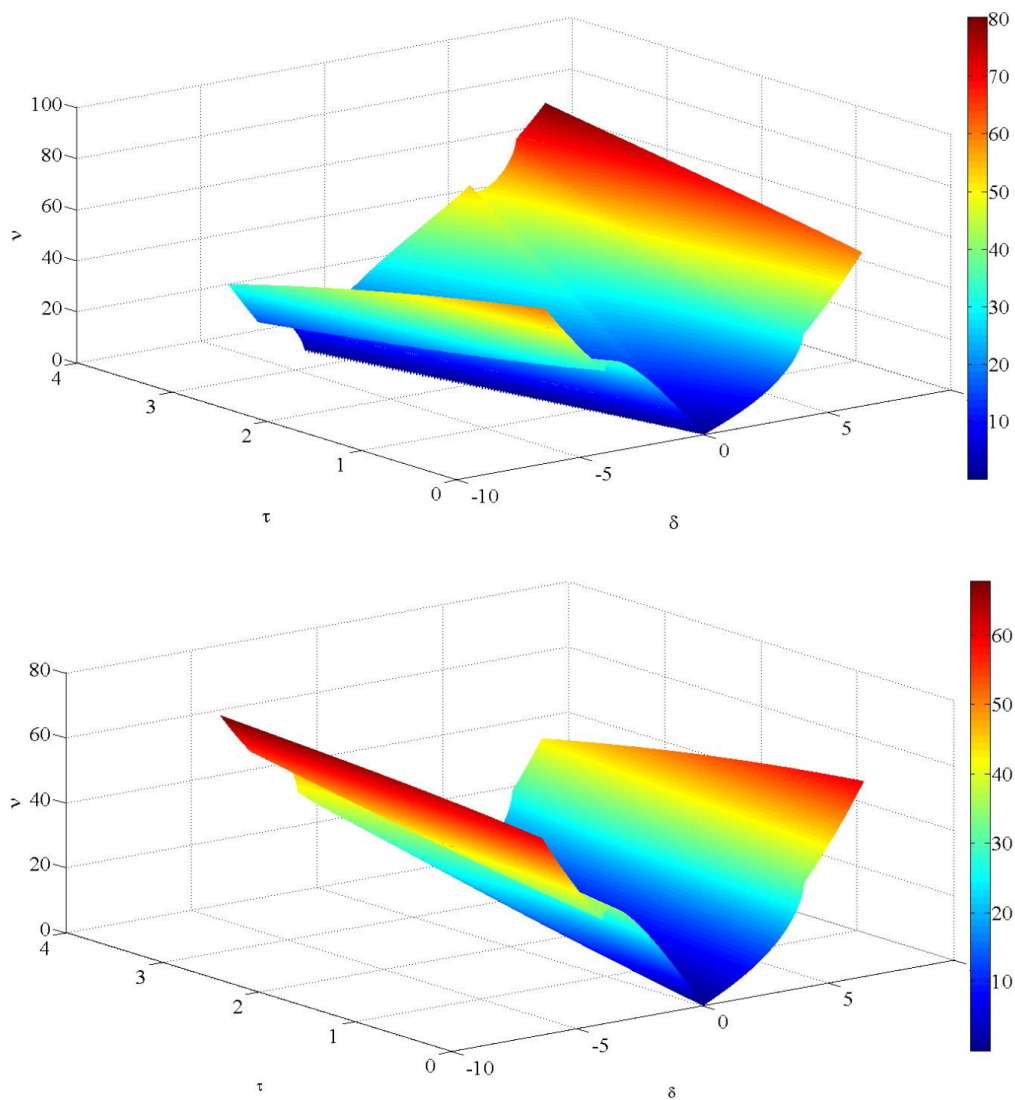


FIGURE. 3.10 – Taux de croissance en fonction des composantes du vecteur d'onde - : $a - k = l = 4$; $b - k = 4$ et $l = 2$

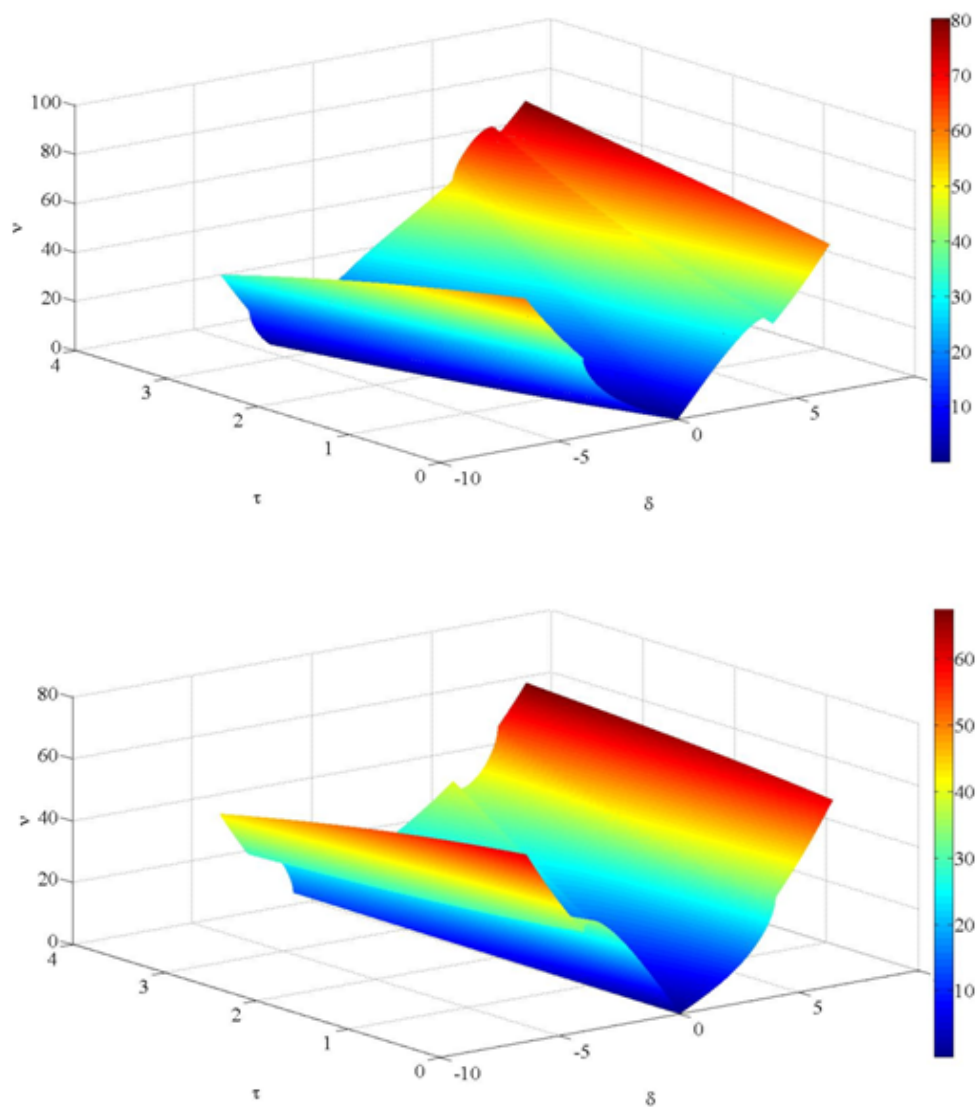


FIGURE. 3.11 – Taux de croissance en fonction des composantes du vecteur d'onde k : a - $k_x = 4$ et $l = 4$; b- $k_x = 4$ et $l = 2$

$$q(X, T) = q_0 \exp(i\xi q_0^2 T) \left[1 - \frac{4\alpha}{\alpha + 4\alpha\xi^2 q_0^4 T^2 + 2\xi q_0^2 X^2} - \frac{i8\alpha\xi q_0^2 T}{\alpha + 4\alpha\xi^2 q_0^4 T^2 + 2\xi q_0^2 X^2} \right] \quad (3.40)$$

Afin que les fonctions de la modulation soient écrites :

$$N(X, T) = -\frac{4\alpha}{\alpha + 4\alpha\xi^2 q_0^4 T^2 + 2\xi q_0^2 X^2} \quad (3.41)$$

et

$$S(X, T) = \frac{8\alpha\xi q_0^2 T}{\alpha + 4\alpha\xi^2 q_0^4 T^2 + 2\xi q_0^2 X^2} \quad (3.42)$$

Maintenant, nous construisons l'amplitude de la surface libre en tenant compte des fonctions de la modulation.

Alors

$$q(X, T) = q_0 \exp(i\xi q_0^2 T) [1 + N(X, T) - iS(X, T)] \quad (3.43)$$

Nous écrivons ces résultats précédents sous la forme dimensionnelle :

$$N(x, t) = -\frac{16\alpha}{4\alpha + \alpha.\xi^2 k_0^2 a_0^4 .\omega_0^2 .t^2 + 16.\xi.k_0^4 a_0^2 (x - \frac{\omega_0}{2k_0} t)^2} \quad (3.44)$$

$$S(x, t) = -\frac{8\alpha.\xi.k_0^2 a_0^2 \omega_0 t}{4\alpha + \alpha.\xi^2 k_0^2 a_0^4 .\omega_0^2 .t^2 + 16.\xi.k_0^4 a_0^2 (x - \frac{\omega_0}{2k_0} t)^2} \quad (3.45)$$

$$a(x, t) = a_0 \exp(-i\frac{\xi k_0^2 a_0^2 \omega_0 t}{4}) \times \left[1 - \frac{16\alpha}{4\alpha + \alpha.\xi^2 k_0^2 a_0^4 .\omega_0^2 .t^2 + 16.\xi.k_0^4 a_0^2 (x - \frac{\omega_0}{2k_0} t)^2} + \right. \\ \left. i\frac{8\alpha.\xi.k_0^2 a_0^2 \omega_0 t}{4\alpha + \alpha.\xi^2 k_0^2 a_0^4 .\omega_0^2 .t^2 + 16.\xi.k_0^4 a_0^2 (x - \frac{\omega_0}{2k_0} t)^2} \right] \quad (3.46)$$

et l'élévation de surface libre est donnée par : $\eta(x, t) = a(x, t) \exp(i(k_0 x - \omega t))$, alors il vient :

$$\eta(x, t) = a_0 \exp(-i\frac{\xi k_0^2 a_0^2 \omega_0 t}{4}) \times \left[1 - \frac{16\alpha}{4\alpha + \alpha.\xi^2 k_0^2 a_0^4 .\omega_0^2 .t^2 + 16.\xi.k_0^4 a_0^2 (x - \frac{\omega_0}{2k_0} t)^2} + \right. \\ \left. i\frac{8\alpha.\xi.k_0^2 a_0^2 \omega_0 t}{4\alpha + \alpha.\xi^2 k_0^2 a_0^4 .\omega_0^2 .t^2 + 16.\xi.k_0^4 a_0^2 (x - \frac{\omega_0}{2k_0} t)^2} \right] \exp(i(k_0 x - \omega t)) \quad (3.47)$$

Cette dernière expression est ce qui devrait être utilisé pour déplacer un paquet d'ondes pour produire la seule onde de surface des océans. Bien sûr, nous pouvons emporter cette approche pour en déduire d'autres solutions spéciales de l'équation non linéaire de Schrödinger.

La relation (3.46) montre que l'amplitude est une fonction complexe.

Nous simulons numériquement nos relations précédentes et nous recherchons l'évolution des ondes fondamentales de tornades qui se produisent généralement même loin de la côte et malheureusement, quelquefois près de grands bateaux ou des plates formes pétrolières.

La **Figure 3.12 (a-c)** représente les simulations des ondes de gravité associées aux tornades pour différents nombres d'onde . Elle exhibe les configurations variées des ondes fondamentales de tornades. Elle montre clairement l'influence du nombre d'onde "k₀" et peut être tourné d'après notre désir (**Figure 3.12(b-c)**). Elle présente également le phénomène caractérisé par des séries de cycles de modulation-démodulation dans lesquelles les trains d'ondes uniformes initialement, deviennent modulé et puis démodulé. En effet, lorsque $t \rightarrow \pm\infty$, on constate que l'enveloppe du train d'ondes tend vers une constante, ce qui correspond au champ d'ondes d'amplitude constante, et d'extension infinie dans l'espace. Au voisinage de $t = 0$, et en $x = 0$, on observe un cycle de modulation-démodulation de ce train d'ondes. Ce phénomène observé peut être assimilé aux phénomènes des vagues scélérates. Cela est dû à la forte compression et à la disparition sans laisser de trace. Évidemment, elles sont produites par filamentation ou intervention des ondes primaires de tornade dont les directions de propagations sont presque parallèles.

3.3.2 Analyse de la stabilité des ondes de gravité à la surface d'une nappe d'eau étendue et profonde

Afin de réaliser une étude de stabilité des ondes non linéaires de surface, on peut chercher des solutions à l'équation précédente (la relation (2.82)) sous la forme :

$$q(X, T) = q_0(1 + p(X, T)) \exp(2iq_0^2 T) \quad (3.48)$$

où p est une grandeur complexe petite devant q_0 qui doit être déterminée. Physiquement, $p(X, T)$ correspond à une modulation de l'onde de Stokes, dont on s'interroge sur la stabilité.

En introduisant la relation (3.48) dans la relation (2.82) (en prenant $\alpha = 1$ et $\xi = 2$), et

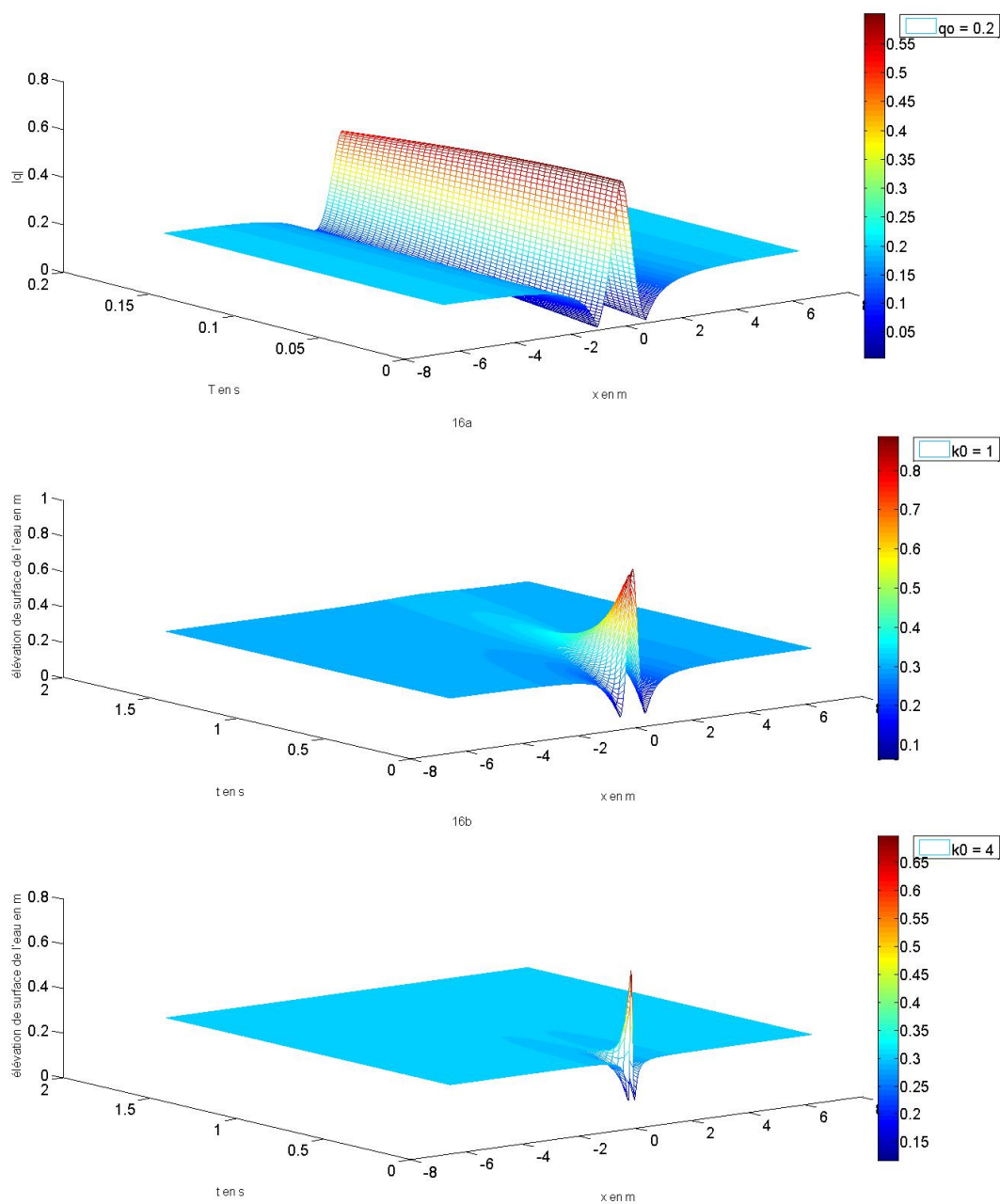


FIGURE. 3.12 – *Simulations des ondes de gravité associées aux tornades pour différents nombres d'onde.*

en ne conservant que les termes d'ordre (p), on constate que p doit satisfaire l'équation :

$$i \frac{\partial p}{\partial T} + \frac{\partial^2 p}{\partial X^2} + 2q_0^2(p + p^*) = 0 \quad (3.49)$$

Cherchons maintenant des solutions à cette nouvelle équation sous la forme :

$$p(X, T) = p_1 \exp(-\Omega \cdot T + i \frac{X}{l}) + p_2 \exp(-\Omega^* T - i \frac{X}{l}) \quad (3.50)$$

où p_1 et p_2 sont des constantes complexes, $l = \frac{n}{m}$ représente le nombre d'ondes dans la modulation et Ω un réel positif qui correspond au taux de croissance. n et m peuvent prendre respectivement $4 < n < 16$ et $m = 1$ ou 2 .

En substituant la relation (3.50) dans la relation (3.49), en regroupant les termes de même amplitude, on obtient les équations d'amplitude tronquées qui s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{dp_1}{dT} = -i\Omega \cdot p_1 - \frac{p_1}{l^2} + 2q_0^2(p_2^* + p_1) \\ \frac{dp_2}{dT} = -i\Omega \cdot p_2 - \frac{p_2}{l^2} + 2q_0^2(p_1^* + p_2) \end{cases} \quad (3.51)$$

Ces équations décrivent la résonance paramétrique dans une proportion de l'espace. Elles décrivent également l'effet de force paramétrique sur la compétition entre les ondes propagatrices et stationnaires.

Or p_1 et p_2 étant des constantes complexes, il vient alors :

$$\frac{dp_1}{dT} = \frac{dp_2}{dT} = 0 \quad (3.52)$$

Le système d'équations précédent devient :

$$\begin{cases} -i\Omega \cdot p_1 - \frac{p_1}{l^2} + 2q_0^2 \cdot p_2^* + 2q_0^2 \cdot p_1 = 0 \\ -i\Omega \cdot p_2 - \frac{p_2}{l^2} + 2q_0^2 \cdot p_1^* + 2q_0^2 \cdot p_2 = 0 \end{cases} \quad (3.53)$$

En prenant l'expression conjuguée de la dernière équation, le système devient :

$$\begin{cases} -i\Omega \cdot p_1 - \frac{p_1}{l^2} + 2q_0^2 \cdot p_2^* + 2q_0^2 \cdot p_1 = 0 \\ -i\Omega \cdot p_2^* - \frac{p_2^*}{l^2} + 2q_0^2 \cdot p_1 + 2q_0^2 \cdot p_2^* = 0 \end{cases} \quad (3.54)$$

Ces équations admettent des solutions si et seulement si la condition suivante est satisfaite : le déterminant de la matrice des coefficients de ce système d'équations est nul. Autrement dit :

$$\begin{aligned} & \left| \begin{array}{cc} -i\Omega - l^{-2} + 2q_0^2 & 2q_0^2 \\ 2q_0^2 & -i\Omega - l^{-2} + 2q_0^2 \end{array} \right| = 0 \\ \Leftrightarrow & (-i\Omega - l^{-2} + 2q_0^2)(-i\Omega - l^{-2} + 2q_0^2) - 4q_0^4 = 0 \\ \Leftrightarrow & \Omega^2 + l^{-4} - 4q_0^2 l^{-2} = 0 \\ \Leftrightarrow & \Omega^2 = l^{-2}(4q_0^2 - l^{-2}) \end{aligned}$$

On obtient alors la relation de dispersion :

$$\Omega = l^{-2} \sqrt{4 \cdot q_0^2 l^2 - 1}. \quad (3.55)$$

Cette relation permet de mettre en évidence les limites du domaine d'instabilité et que sa pulsation dépend non seulement de son vecteur d'onde, mais aussi de son amplitude q_0 . Elle a tendance à se moduler avec le vecteur d'onde correspondant en donnant le maximum de Ω qui correspond au taux de croissance maximal. Elle est $Re(\Omega) = a_0^2 k_0^2 = 2q_0^2$ et est atteinte le long des courbes. En termes de variables dimensionnelles, cela correspond à une limite marginale de stabilité :

$$\frac{\Delta k}{k_0} \leq 2\sqrt{2} a_0 k_0 \quad (3.56)$$

et à un maximum d'instabilité pour :

$$\frac{\Delta k}{k_0} = 2a_0 k_0 \quad (3.57)$$

où Δk correspond au nombre d'onde dimensionnel de la perturbation, avec le taux de croissance maximal égal à :

$$\frac{\omega_0(k_0 a_0)^2}{2}. \quad (3.58)$$

Les constantes complexes p_1 et p_2 donnent alors :

$$p_1 = (il^{-2} - \Omega) \exp(i\alpha) \cdot \frac{\epsilon \cdot b \cdot l}{2\Omega} \quad (3.59)$$

et

$$p_2 = -(il^{-2} - \Omega) \exp(-i\alpha) \cdot \frac{\epsilon \cdot b \cdot l}{2\Omega} \quad (3.60)$$

où $b = a_0 k_0 \sqrt{2}$

L'expression de $p(X, T)$ devient alors :

$$\begin{aligned} p(X, T) &= \frac{\epsilon \cdot b \cdot l}{2\Omega} (il^{-2} - \Omega) \exp(i\alpha) \exp(-\Omega \cdot T + i \frac{X}{l}) - \frac{\epsilon \cdot b \cdot l}{2\Omega} (il^{-2} - \Omega) \exp(-i\alpha) \exp(-\Omega \cdot T - i \frac{X}{l}) \\ &= \frac{\epsilon \cdot b \cdot l}{2\Omega} (il^{-2} - \Omega) \exp(-\Omega T) [\exp(i(\frac{X}{l} + \alpha)) - \exp(-i(\frac{X}{l} + \alpha))] \\ p(X, T) &= \frac{\epsilon \cdot b \cdot l}{\Omega} (l^{-2} - i\Omega) \exp(-\Omega T) \sin(\frac{X}{l} + \alpha) \end{aligned} \quad (3.61)$$

En utilisant l'expression :

$$\sin(2\beta) \cos(\frac{X}{l}) = \frac{1}{2} \sin(\frac{X}{l} + \alpha) + \frac{1}{2} \sin(2\beta + \frac{X}{l}) \quad (3.62)$$

Le second terme de droite de l'équation précédente peut être négligé comme celui-ci n'a aucun effet sur le train de la vague de base. Donc, nous pouvons écrire :

$$\sin(2\beta) \cos(\frac{X}{l}) = \frac{1}{2} \sin(\frac{X}{l} + \alpha) \quad (3.63)$$

Alors l'expression de $p(X, T)$ devient :

$$p(X, T) = \frac{2\epsilon \cdot b \cdot l}{\Omega} (l^{-2} - i\Omega) \exp(-\Omega T) \sin(2\beta) \cos(\frac{X}{l}) \quad (3.64)$$

Par conséquent, la relation (3.48) devient :

$$\begin{aligned} q(X, T) &= q_0(1 + p(X, T)) \exp(2iq_0^2 T) \\ q(X, T) &= q_0(1 + \frac{2\epsilon \cdot b \cdot l}{\Omega} (l^{-2} - i\Omega) \exp(-\Omega T) \sin(2\beta) \cos(\frac{X}{l})) \exp(2iq_0^2 T) \end{aligned} \quad (3.65)$$

et encore, dans le système de coordonnées fixes :

$$\begin{aligned} a(x, t) &= a_0 [1 + \frac{\sqrt{2}\epsilon \cdot a_0 \cdot k_0 l}{\Omega} (l^{-2} - i\Omega) \sin(2\beta) \exp(-\Omega \omega_0 \frac{t}{2}) \\ &\quad \cos(\frac{(2k_0 x - \omega_0 \cdot t)}{l})] \exp(ik_0^2 a_0^2 \omega_0 \frac{t}{2}) \end{aligned} \quad (3.66)$$

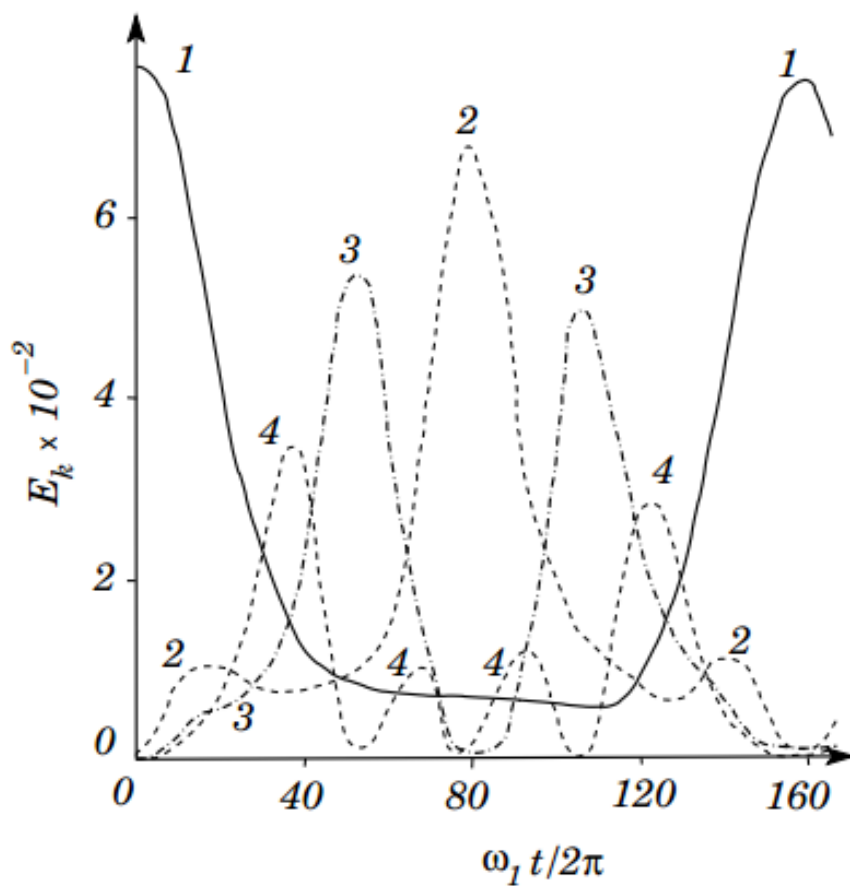
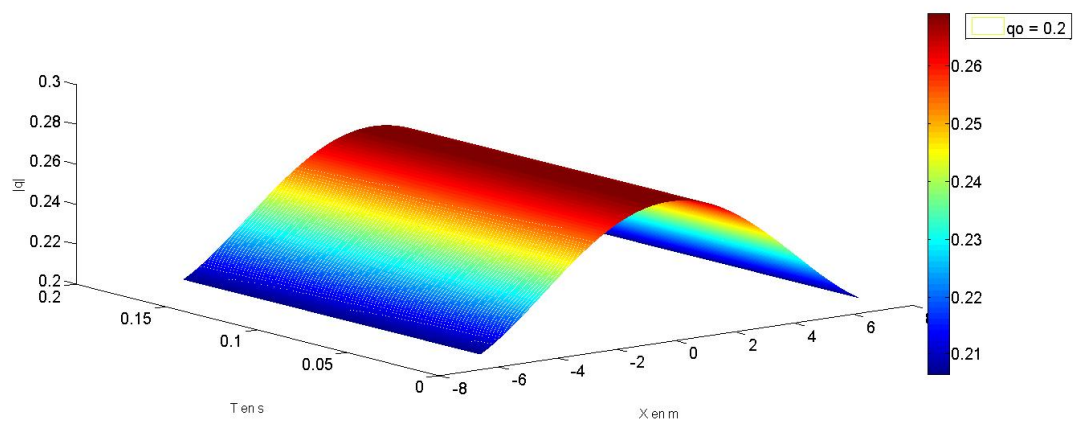


FIGURE. 3.13 – *Processus fondamentaux de la démodulation de la vague de chacun des cinq premiers modes normaux. Initialement seul le mode 1 était excité.*

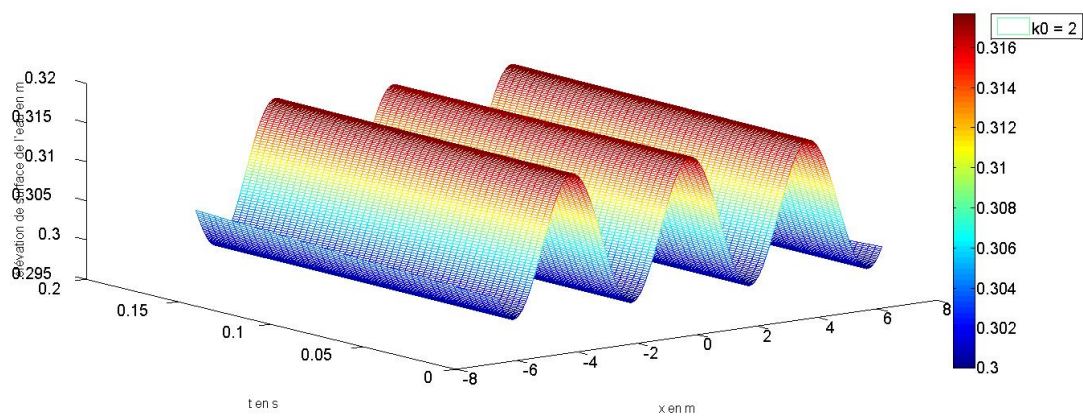
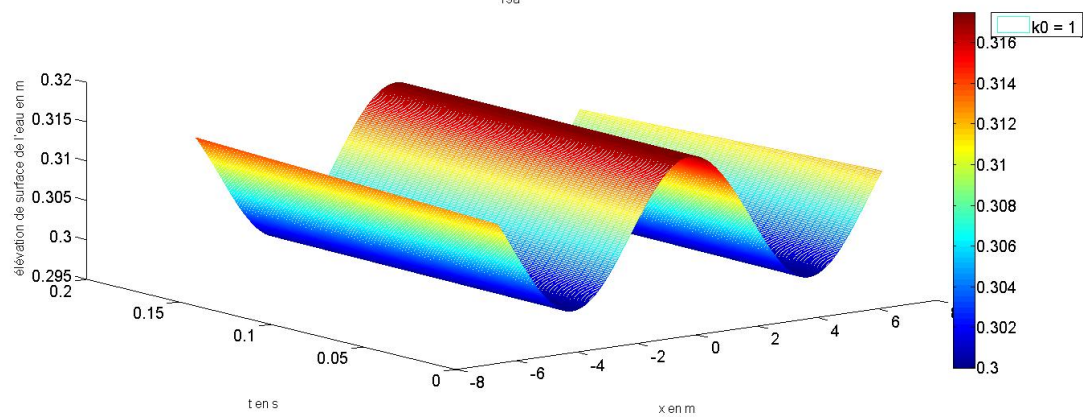
L'équation non linéaire de Schrödinger, qui a été dérivée il y a environ 40 années, joue un rôle primordial dans la compréhension de dynamique non linéaire de vagues scélérates de l'eau. Il est connu qu'un train d'ondes uniforme d'amplitude a_0 est instable à l'instabilité de Benjamin–Feir (instabilité B-F ou l'instabilité modulationnelle) correspond à la perturbation de nombre d'onde Δk , de l'enveloppe de la vague [155-156].

La **Figure 3.13** présente les résultats les plus pertinents pour élucider le phénomène de récurrence de Fermi Pasta Ulam observé de la dynamique des vagues qui se propagent en eau profonde. On observe que l'enveloppe de l'onde se brisait pour évoluer vers un train d'impulsions de type "solitons". Ce comportement témoignait de *l'instabilité modulationnelle* des ondes continues en eau profonde, qui tendent à se moduler spontanément lorsqu'elles sont soumises à certaines perturbations de leur enveloppe. Elle montre également qu'une onde continue initialement modulée par un seul mode qui évolue spontanément en un train de solitons. Le système se retrouve progressivement dans son état initial. La perturbation correspondante croît exponentiellement, tandis que l'énergie initialement confinée dans le mode fondamental (c'est - à - dire à la fréquence de la porteuse d'enveloppe continue) est progressivement transférée vers le mode de la perturbation et quelques-unes de ses premières harmoniques. Elle atteint un maximum et diminue, alors que toute l'énergie (ou quasiment) retourne vers la composante spectrale correspondant à l'enveloppe continue, qui était le mode initialement excité. Ce processus de croissance puis décroissance se poursuit de manière (quasi) périodique. Cette évolution caractérisée par un retour périodique à l'état initial non modulé est précisément la récurrence de Fermi Pasta Ulam d'une onde continue soumise à l'instabilité de modulation.

La **Figure 3.14(a-d)** présente la simulation de propagation des ondes de gravité pour différents nombres d'onde. Ces ondes peuvent être considérées comme les ondes à la surface de l'océan et elles sont semblables aux ondes de Stokes qui sont modulationnellement instables. Le phénomène d'instabilités modulationnelles correspond à une localisation d'énergie induite par la non linéarité des ondes de surface. Par conséquent, la modulation est due aux échanges d'énergie entre la composante fondamentale du spectre et les nombres d'onde voisins (les satellites) et il donne naissance à des vagues scélérates qui correspondent à la modulation de trains d'ondes de Stokes.



19a



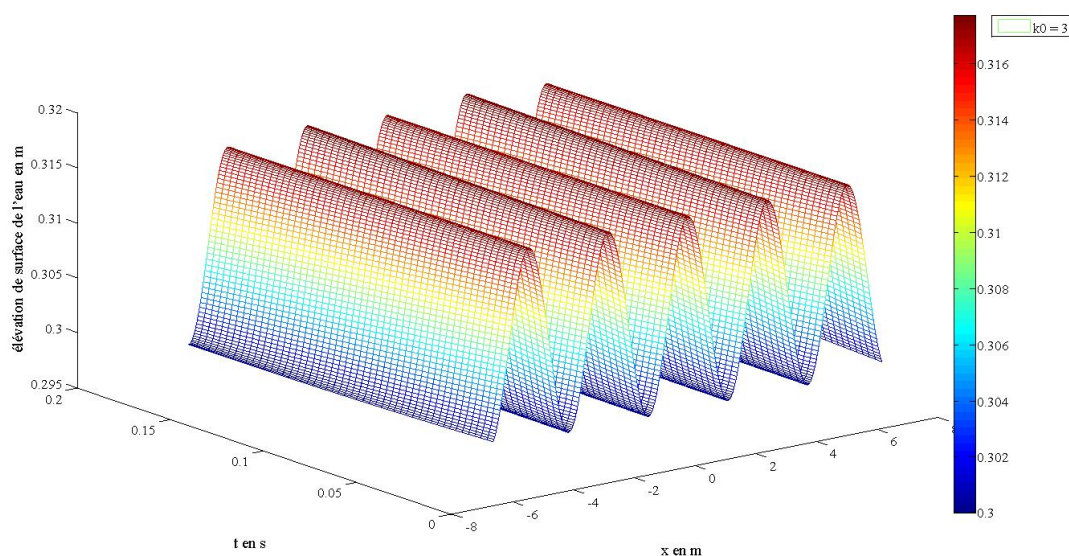


FIGURE. 3.14 – *Simulation de propagation des ondes de gravité pour différents nombres d'onde.*

3.4 Commentaires sur les connaissances acquises grâce au progrès de la physique non linéaire

Les physiciens modernes puisent abondamment dans la logique qui illustre l'assurément de la poursuite par John Scott Russel d'une vague produite dans le sillage d'un bateau lorsqu'il se promenait à cheval le long d'un canal près d'Edimbourg, il y a plus d'un siècle et demi. Cette vague se propageait dans ce canal sans se déformer. Il s'agissait de la première observation de l'impulsion non linéaire permanente (soliton) qui allait jouer un rôle central dans le développement des physiques non linéaires plus de cent ans après. Il fut surpris par la vision de ce qu'il nomma : « Great Wave of Translation » plus connue sous le nom de grande onde solitaire. Les physiques non linéaires connurent alors une fabuleuse efflorescence, multipliant les succès et apportant un flot continu de découvertes. Bien entendu, les physiciens avaient identifiés l'importance des phénomènes non linéaires qui apparaissaient dans les équations de Navier-Stokes de l'hydrodynamique, la théorie de gravitation, les effets collectifs associés aux interactions entre les particules en physique des solides, etc. Cependant, dans la plupart des cas, on cherchait à éviter les non linéarités ou à les traiter comme des perturbations des théories linéaires. Aujourd'hui, elles ne sont pas à éviter ni à les traiter comme des perturbations des théories linéaires. En effet, les ondes de gravité sont des ondes non linéaires et, si une théorie

linéaire peut souvent être obtenue, de nombreux phénomènes ne peuvent être décrits dans ce contexte. Ainsi, lorsque l'amplitude des vagues augmente, des phénomènes de transfert d'énergie, d'interaction fluide structure ou de hauteur de submersion peuvent être mal, voire pas du tout prédits par les modèles linéaires.

Raison pour laquelle dans cette thèse, la physique non linéaire des systèmes atmosphériques hors équilibre est développée dans le cas spécifique des fortes agitations (capables de donner naissance aux vagues scélérates) constamment observées à la surface des nappes d'eau étendues et profondes (océans et mers), traversées par une dépression atmosphérique (tornades, cyclones, ouragans, etc.). En effet, les équations de Navier-Stokes permettent de démontrer que les vagues peuvent se former à la surface libre d'une nappe d'eau par réaction aux perturbations de pression imposées par l'atmosphère à cette interface. Il s'agit précisément dans ce cas de figure, de la matérialisation du principe de l'action et de la réaction ou alors, d'une manifestation (parmi plusieurs autres) de l'irréfutable *couplage Atmosphère-Océan*. Ces résultats sur la physique non linéaire ont amélioré notre compréhension de la façon dont les vagues meurtrières agissent sur les objectifs (bateaux, les plateformes pétrolières, les habitations côtières) et ont montré combien il est difficile de construire des clôtures pour se prémunir contre ces tueuses. Quoique ce sujet soit très vaste, et les difficultés inhérentes à cette compréhension soient multiples. En effet, les vagues, au sens large, sont des ondes de caractères très variés.

En somme, ce chapitre est consacré à la simulation numérique du comportement des vagues meurtrières associées aux systèmes dépressionnaires de leur naissance à la dissipation. Ce travail montre que les vagues scélérates sont une combinaison de processus multi-spectrale qui se produisent dans les conditions de précision thermodynamiques et dynamiques. Elles sont générées par des interférences entre les ondes fondamentales des systèmes atmosphériques hors équilibre dont les directions de propagation sont presque parallèles grandissant en conséquence leur caractère inattendu. Selon l'équation non linéaire de Schrödinger (NLSE), l'évolution du groupe d'ondes instables de ces systèmes peut générer une seule vague qui peut atteindre jusqu'à 3 fois, voire 5 fois l'amplitude de la première onde porteuse. En outre, ce chapitre présente les résultats pertinents pour élucider l'action de la force du vent sur les vagues extrêmes. Ces vents sont une menace sérieuse pour les activités sur les océans et le littoral. Ils déplacent les ondes qu'ils rencontrent sur leur chemin et créent les vagues relativement hautes quand ils provoquent une dépression sévère sur les océans (par exemple, les tornades ou cyclones de vagues meurtrières). Ces résultats ont amélioré notre compréhension de la façon dont les vents agissent

sur les objectifs granulaires et ont montré combien il est difficile de construire des clôtures pour se prémunir contre les vagues extrêmes.

Conclusion Générale

Cette étude porte sur les instabilités modulationnelles des ondes de gravité générées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes et plus particulièrement dans le cas des vagues scélérates. L'objectif étant de mieux comprendre les processus physiques responsables de la formation et la propagation de ces phénomènes extrêmes en milieu océanique ainsi que l'effet du vent et des brise-vagues sur la propagation de ces vagues et les modulations des paquets d'ondes provoquant leur apparition. Cette compréhension des processus physiques responsables de cette genèse est un enjeu primordial pour appréhender la dynamique et le couplage de deux milieux (l'un gazeux et l'autre liquide), pour percevoir le climat et ses processus, mais aussi pour maîtriser la modélisation du système couplé Atmosphère – nappe d'eau étendue et profonde. Il s'agit précisément dans ce cas de figure, de la matérialisation de *l'action qui déclenche le principe physique de la réaction et d'une manifestation parmi tant d'autres de la preuve du couplage atmosphère-océans*. Les contraintes de naissances des vagues scélérates sont principalement à la fois de l'eau conforme (c'est-à-dire nappes d'eau étendues et profondes) et potentiel de vitesse de débit de domaine. Ce travail est un outil crucial de plus pour acquérir des informations sur les raisons scientifiquement envisageables pour la formation de différents types de vagues extrêmes et plus particulièrement les vagues scélérates et pour l'effet de la force de frottement du vent sur la propagation de ces vagues.

Pour cela, dans un premier temps, nous avons présenté une étude détaillée des systèmes atmosphériques hors équilibre en décrivant les deux grandes familles de ces systèmes avec précisément des noms qui varient dans l'une des familles. Ceux-ci permettront de mieux appréhender les processus physiques responsables de la génération des ondes de gravité produites par ces systèmes, qui se propagent suivant la verticale issue de la source de chaleur. Ces ondes sont bien souvent à l'origine de nombreuses catastrophes naturelles et se présentent sur différentes figures qui illustrent les trois phénomènes de natures. Il s'agit particulièrement des vagues scé-

lérates, des tsunamis et plus généralement des événements extrêmes liés à la propagation de l'onde en zone côtière. Contrairement aux vagues scélérates, les tsunamis sont bien connus et ce depuis très longtemps. En effet, leurs effets majeurs ne peuvent en aucun cas passer inaperçus à la vigilance des hommes car depuis les tsunamis géants, survenus dans l'océan pacifique (du Nord-est du Japon) le 11 mars 2011 et dans l'océan Indien le 26 décembre 2004, suscitent un intérêt particulier du fait de l'importance que peuvent avoir leur raz de marée et les dégâts qu'ils peuvent occasionner. Les vagues scélérates et les événements extrêmes liés à la propagation de l'onde en zone côtière sont aussi considérés comme des vagues extrêmes. Ces dernières sont à la fois exceptionnelles et meurtrières, car leurs impacts peuvent dévier les ondes sur les navires, les plates-formes pétrolières ou les infrastructures côtières.

Dans un second temps, nous avons exhibé la formulation mathématique des ondes de gravité générées par les interactions atmosphère-nappes d'eau étendues et profondes dans le cas particulier des vagues meurtrières. Il était question de dévoiler les théories non linéaires sur les principes de la physique. Celles-ci constituent les équations de base du modèle de notre étude qui sont un ensemble d'équations non linéaires, décrivant les ondes à la surface d'un fluide idéal, avec une profondeur arbitrairement infinie. Ce fluide est également considéré irrotationnel. Ce chapitre présente la méthodologie pour transformer l'équation intégrale de Benjamin-Feir en une équation non linéaire de Schrödinger modifiée, qui a une grande classe de modèles mathématiques utilisée en physique de phénomènes spectaculaires comme les vagues meurtrières observées à la surface des nappes d'eau étendues et profondes et les méthodes de la résolution du problème.

Enfin, nous avons simulé numériquement le comportement de ces tueuses sur la surface libre des nappes d'eau étendues et profondes associées aux systèmes dépressionnaires de leur genèse à leur dissipation. Ces ondes sont généralement nées très loin de la côte et malheureusement, parfois à proximité de bateaux ou navires. En tenant compte du fait que les transformations mécaniques qui se produisent sur ces monstres dépendent du milieu de propagation au cours de leur évolution spatio-temporelle ; nos simulations permettront aux observations de la technologie spatiale de voir comment ces systèmes déclenchent les vagues meurtrières et sont imprévisibles. À l'avenir, la nécessité de la technologie spatiale comme le lancer d'une boussole et d'un GPS pourrait alors être utilisée de manière efficace, comme outils de décision pour la prédiction des systèmes dépressionnaires liés aux vagues scélérates. Par ailleurs, dans le désert du Sahara par exemple, les dunes de sable sont progressivement érodées et déplacées par le vent sur

des dizaines de mètres. Cette expérience met en évidence l'action du vent sur les objectifs granulaires (amas de sable ou toboggans) et motive des études semblables à la nôtre, où nous voulons simuler l'impact de la force de frottement du vent et de l'efficacité des barrières sur l'évolution spatio-temporelle de l'enveloppe des vagues meurtrières à la surface d'eau conforme, élaborée à partir de la méthode de la phase stationnaire. Donc, les vents, tel que confirmé par les résultats obtenus dans ce travail, ont une menace sérieuse pour les activités sur les nappes d'eau étendues et profondes et le littoral. Ils déplacent les ondes qu'ils rencontrent sur leur chemin et créent les ondes relativement hautes. Ces résultats ont amélioré notre compréhension de la façon dont le vent agit sur les objectifs granulaires et ont montré combien il est difficile de construire des clôtures pour se prémunir contre ces tueuses.

Cette étude montre que la physique de phénomène spectaculaire comme les vagues meurtrières n'est pas facile à obtenir par la seule utilisation de données préalables fournies par des équipements de haute technologie comme : ordinateurs puissants ; SIO sophistiqués ; Profileurs de vent ; Drones de radar ; Drones lidar ; satellites ; etc. En effet, ces vagues sont des combinaisons de processus multi-spectrales qui se produisent dans les conditions de précision thermodynamiques et dynamiques. Elles sont générées par des interférences entre les ondes fondamentales des systèmes atmosphériques hors équilibre dont les directions de propagation sont presque parallèles, grandissant en conséquence leur caractère inattendu. Les modèles mathématiques offrent plus de possibilités énormes pour la compréhension des systèmes dont la physique est, au niveau actuel de nos connaissances, difficile à obtenir. Pour permettre une meilleure appréhension du comportement de ces phénomènes déclenchés par ces systèmes en fonction de leur origine et l'évolution spatio-temporelle, c'est-à-dire leur mouvement et aussi en termes de transformations mécaniques dont ces systèmes peuvent souffrir dans leurs relations avec d'autres systèmes. La physique non linéaire des interactions atmosphère- nappes d'eau étendues et profondes est développée dans le cas spécifique des fortes agitations constamment observées à la surface des nappes d'eau étendues et profondes , quand elles sont traversées par un système dépressionnaire de l'atmosphère (tornades, cyclones, ouragans, etc). Un modèle mathématique basé sur des équations couplées à des hypothèses tirées de la littérature sur la nature des lieux de naissance de vagues scélérates, de Navier-Stokes et Euler Lagrange a été développé pour améliorer la physique des processus responsables de la formation (ou d'origine) des ondes associées aux systèmes de basse pression de l'atmosphère. En effet, les équations de Navier-Stokes et d'Euler Lagrange montrent que les ondes peuvent se former sur la surface de

l'eau en tant que réaction à l'incidence des pressions décroissantes de la limite basse atmosphère. Elles ne sont pas des vagues qui n'ont pas une origine inconnue voire mystérieuses contrairement aux témoignages des marins. Selon l'équation non linéaire de Schrödinger (NLSE), l'évolution du groupe d'ondes instables peut générer une seule onde qui peut atteindre jusqu'à 3 fois, voire 5 fois l'amplitude de l'onde porteuse initiale.

Parmi les perspectives, il serait intéressant de considérer le cas des ondes de surface en eau peu profonde. Cette étude visera à protéger les vies humaines ainsi que les infrastructures qui seront mises en danger à cause des phénomènes hydrodynamiques associés aux événements météorologiques extrêmes comme les changements climatiques et les phénomènes connexes. De la même manière, nous devons raisonnablement envisager des études sur les processus responsables de la génération de ce type de vagues comme la focalisation d'énergie.

Références Bibliographiques

- [1] **J. Oldani** (2000), *Météorologie, connaître et prévoir le temps*, *Éditions de Vecchi*, Paris, 124 pages.
- [2] **D.R. Günther**(2001), *Guide de la météorologie, observer, comprendre, prévoir*, *Collection Les guides pratiques du naturaliste*, Delachaux et Niestle, Lausanne, 285 pages.
- [3] **D.M. Ludlum et R. Chaboud**(2001), *Photo-guide de la météorologie*, *Collection Les guides pratiques du naturaliste*, Delachaux et Niestle, Lausanne, 663 pages.
- [4] **S.Costa, O. Cantat, P. A. Pirazzoli , M. Lemaître, D. Delahaye**(2004), *Vents forts et submersions de tempête en Manche Orientale : analyse météo-marine sur la période historique récente*, *Actes du Colloque de l'Association Internationale de Climatologie « Climat, mémoire du temps. Les relations climat-espace-société »*, p. 277-280.
- [5] **M. S.Longuet Higgins , R. W. Stewart** (1963), *A note on wave set-up*, *Journal of Marine Research* , vol. 21, n 1, p. 4-10.
- [6] **M.A.Tonnerre Guerin** (2003), *Les tempêtes, un concept et une genèse revisités : l'exemple de la façade occidentale de l'Europe*, *Annales de géographie*, vol. 112, n 633, p. 451-470.
- [7] **B.C.Mbané** (2005), *La Convection Naturelle et ses Manifestations dans une Atmosphère Humide*,*Thèse de Doctorat d'Etat*, 116 pages.
- [8] **C.A. Riegel** (1992), *Fundamentals of Atmospheric Dynamics and Thermodynamics*. **World Scientific Publishing Co.** Pte. Ltd. P. 496.
- [9] **S.Costa** (1997), *Dynamique littorale et risque naturel : l'impact des aménagements, des variations du niveau marin et des modifications climatiques entre la baie de Seine et la baie de Somme*, *Thèse de doctorat*, Université de Paris-1, 376 pages.
- [10] **N E. Chaumillo** (2010), *Levé de profils topographiques et de MNT sur la plage de Saint-Trojan au lendemain de la tempête Xynthia*. UMR LIENSs, *Université de la*

Rochelle-CNRS 6250.

- [11] **B.C. Mbané** (2014), Physics as Final Opportunity to Prevent Harms Related to Theatricalization of Meteorology, *Atmospheric and Climate Sciences*, Vol. 4, No. 1 , pp. 131-136. <http://dx.doi.org/10.4236/acs.2014.41015>
- [12] **J. Wolf** (2009), Coastal flooding : impacts of coupled wave-surge-tide models, *Natural Hazards*, vol. 49, p. 241-260.
- [13] **B.C. Mbané** (2013), Hurricanes and Cyclones Kinematics and Thermodynamics Based on Clausius-Clapeyron Relation Derived in 1832, *International Journal of Physical Sciences* , Vol. 8, No. 23, pp. 1284-1290.
- [14] **B.C.Mbané** (2012), Physics of Atmosphere Dynamic or Electric Balance Processes Such as Thunderclouds and Related Lightning Flashes. *Geosciences*. 2(1) :pp. 6-10.
- [15] **A. Daïka, H. M. Etoundi, C. M. Ngabireng and B.C. Mbané** (2012), Application of Benjamin-Feir Equations to Tornadoes' Rogue Waves Modulational Instability In oceans, *International Journal of Physical Sciences* , Vol. 7, No. 46, pp. 6053-6061.
- [16] **M.C.Mbané** (2015), Earth's Atmosphere Dynamic Balance Meteorology, *Scientific Research Publishing*, 110 pages
- [17] **OMM** (1992), Vocabulaire météorologique international. OMM, Genève, Suisse, n° 182, 784 pages.
- [18] **C.G. Rossby** (1939), Relation between variations in the intensity of the zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semi-permanent centers of action, *Journal Marine Research*, pp. 38- 55 ,
- [19] **G. Platzman** (1968), The Rossby wave, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., Royal Meteorological Society*, vol. 94, p. 94 - 248 DOI 10.1002/qj.49709440102
- [20] **R. E. Dickinson** (1978), Rossby waves - long-period oscillations of oceans and atmospheres, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, vol. 10, p. 10-195 DOI 10.1146/annurev.fl.10.010178.001111,
- [21] **M. Blackmon, J. Wallace, N. Lau, and S. Mullen** (1977), An observational study of the northern hemisphere wintertime circulation. *Atmos. Sci.*, 34, pp.1040–1053.
- [22] **B. J. Hoskins, and P. J. Valdes** (1990), On the existence of storm-tracks. *J. Atmos. Sci.*, 47, pp.1854–1864
- [23] **G. Tezloff ,M. Peters** (1986), The atmospheric transfert potential for water vapour and dust in the Sahel region. *Geo.Journal*, 12,pp.387-398.
- [24] **G.Tezloff , M. Peters**(1988), A composite study of early summer squall lines and

- their environment over West Africa. *Meteor. Atmos. Phys.* 38, pp.153-163
- [25] **C. I. Aspliden** (1976), A classification of the structure of the tropical atmosphere and related energy fluxes. *J. Appl. Meteor.*, 15, 692-697.
- [26] **G. O. P. Obasi** (1974), The environment structure of the atmosphere near West African disturbances lines. *Inter. Trop. Met. Meeting*, Nairobi, Kenya.
- [27] **M. Chong and D. Hauser** (1990), A tropical squall line observed during the COPT 81 experiment in West Africa. Part III : Heat and moistures budgets. *Mon. Wea. Rev.* 118, pp. 1826-1854.
- [28] **J. F. Garnache and R. A. Houze** (1982), Mesoscale air motions associated with a tropical Squall line. *Mon. Wea. Rev.*, 110, pp.118-135.
- [29] **M. Chong, P. Amayenc, G. Scialom, and J. Testud** (1987), A tropical squall line observed during the COPT81 experiment in West Africa. Part 1 : Kinematic structure inferred from dual-Doppler radar data. *Mon. Wea. Rev.*, 115, pp. 670-694.
- [30] **R. H. Hamilton and J. W. Archbold** (1945) Meteorology of Nigeria and adjacent territory. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 71, pp.231-263
- [31] **E. J. Zipser** (1969) The role of organised unsaturated convective downdrafts in the structure and rapid decay of an equatorial disturbance. *J. Appl. Meteor.*, 8, pp.799-814
- [32] **E. J. Zipser** (1977) Mesoscale and convective-scale downdrafts as distinct components of squall line circulation. *Mon. Wea. Rev.*, 105, pp.1568-1589
- [33] **R. A. Houze** (1977), Structure and dynamics of a tropical squall-line system. *Mon. Wea. Rev.*, 105, pp.1540-1567
- [34] **O. M. Phillips** (1957) On the generation of waves by turbulent wind. *J. Fluid Mech.* 2, pp. 417-445. 29, 32.
- [35] www.cyclonextreme.com
- [36] **M. Hontarrede et F. L. Galli** (2001), Des inondations meurtrières, exemples de marées de tempêtes à travers le monde, *Met Mar*, n 190, p. 18-21.
- [37] **J. Chambarel** (2009), Étude des vagues extrêmes en eaux peu profondes, Thèse de Doctorat.
- [38] **F. Dias** (2001), Quand les vagues deviennent déviantes, *La recherche*, 345, pp.50-51
- [39] **P. A. Madsen, H. B. Bingham and H. A. Schaffer** (2003), Boussinesq-type formulations for fully nonlinear and extremely dispersive water waves : derivation and analysis. *Proc. R. Soc. Lond. A.* 459, pp. 1075–1104. 39, 48

- [40] **Diego Arcas and Harvey Segur** (2012), Seismically generated tsunamis ; *Phil. Trans. R. Soc. A 370* , pp.1505-1542
- [41] **GLOSSAIRE SUR LES TSUNAMIS** , Centre International d'Information sur les Tsunamis (CIIT), Commission Océanographique Intergouvernementale de l'Organisation des Nations Unies pour la Science et la Culture.
- [42] **E. N.Pelinovsky and A.Poplavsky** (1996), Simplified model of tsunami generation by submarine landslides, *Phys. Chem. Earth, 21* , pp. 13–17.
- [43] **S.Tinti, E.Bortolucci and C.Chiavettieri** (2001), Tsunami excitation by submarine slides in shallow-water approximation, *Pageoph* , 158, pp. 759–797.
- [44] **T.Murty** (1977), Seismic Sea waves – Tsunamis, *Bull. Fish. Res. Board; Canada, Ottawa*, p.198.
- [45] **P.Heinrich, R.Roche, A.Mangeney ,G. Boudon** (1999), Modéliser un raz-de-marée créé par un volcan, *La recherche 3018*, 66-71
- [46] **E. Pelinovsky, T. Talipova, A. Kurkin and C. Kharif** (2001), Nonlinear mechanism of tsunami wave generation by atmospheric disturbances ; *Natural Hazards and Earth System Sciences* : pp.243–250 © European Geophysical Society
- [47] **T. B. Benjamin** (1967), Instability of Periodic Wave Trains in Nonlinear Dispersive Systems, *Proceedings of the Royal Society of London*, Vol. 299, No. 1456, pp. 59-75.
- [48] **J. Touboul**(2007), On the Influence of Wind on extreme Wave events, *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.* , 7, pp.123-128.
- [49] **B. S. White and B. Fomberg** (1998), On the Chance of Freak Waves at Sea, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 355, pp. 113-138.
- [50] **J. Touboul, C. Kharif, E. Pelinovsky and J. P. Giovanangeli** (2008), On the Interaction of Wind and Steep Gravity Wave Groups Using Miles' and Jeffreys' Mechanisms, *Non linear Processes in Geophysics*, Vol. 15, pp. 1023- 1031. <http://dx.doi.org/10.5194/npg-15-1023-2008>
- [51] **T P Horikis** (2014), Rogue Waves : Extreme Waves of Water and Light, *J Appl Computat Math 3* e137. doi : 10.4172/2168-9679.1000e137
- [52] **A. Chabchoub, N. P. Hoffmann, and N. Akhmediev**(2011), Rogue Wave Observation in a Water Wave Tank, *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, PRL 106, 204502, DOI :10.1103/Phys RevLett.106.204502
- [53] **T. Karsten and K. Igor** (2000), On Weakly Nonlinear Modulation of Waves on Deep

- Water, *Physics of Fluids* , Vol. 12, No. 10, pp. 24-32.
- [54] **M. Onorato, A. R. Osborne, M. Serio, L. Cavaleri and T. C. Stanberg** (2004), Observation of Strongly Non-Gaussian Statistics for Random Sea Surface Gravity Waves in Wave Flume, *Physical Review E* , Vol. 70, No.6, Article ID : 067302. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.70.067302>.
- [55] **H. Socquet, A. Juglar, K. Dysthe, K. Trulsen, H. E. Krogstad and J. Liu** (2005), Probability Distributions of Surface Waves during Spectral Change, *Journal of Fluid Mechanics* , Vol. 000, pp. 1-21. <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112005006312>.
- [56] **A. L. Dyachenko and V. E. Zakharov** (2005), Modulation Instability of Stokes Wave- Freak Wave, *Journal of Experimental and Theoretical Physics* , Vol. 81, No. 6, pp. 318-322.
- [57] **C. Kharif and E. Pelinovsky** (2003), Physical Mechanism of the Rogue Wave Phenomenon, *European Journal of Mechanics/B-Fluid* , Vol. 22, No. 6, pp. 603-634.
- [58] **C. H. Wu and A. Yao** (2004), Laboratory Measurements of Limiting Freak Waves on Current, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 109, pp. 1-18.
- [59] **H. Hasimoto and H. Ono**(1972), Nonlinear modulation of gravity waves. *J. Phys. Soc. Japon.* 33 :pp. 805-811.
- [60] **S.R.Massel** (1996), Ocean surface waves : Their Physics and prediction. *Word Scientific (Singapore)*,10
- [61] **H.U. Sverdrup and W.H.Munk**(1947) Wind, sea, and swell ; theory of relations for forecasting. *Tech. Rep.. U. S. Navy Hydrographic Office*.10
- [62] **C. Kharif, E. Pelinovsky, and A. Slunyaev** (2009), Rogue Waves in the Ocean. *Advances in Geophysical and Environmental Mechanics and Mathematics*, ed. P.K. Hutter. : Springer.
- [63] **M. Olagnon**(2011), Vagues Scélérates : Quelles préoccupations pour l'ingénieur, ifremer, ATMA 2011
- [64] **T.B.Johannessen and C. Swan** (2003), On the nonlinear dynamics of wave groups produced by the focusing of surface waves. *Proc. R. Soc. Lond. A* 459,14 , pp. 1021–1052.
- [65] **T.E.Baldock, C.Swan and P.H.Taylor**(1996), A laboratory study of surface waves on water. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* 354,14, 16 , pp. 649–676.
- [66] **W.J.D.Bateman, C. Swan and P.H.Taylor** (2001), On the efficient numerical simulation of directionally spread surface water waves. *J. Comp. Phys.* 174 ,16, pp.277–305.

- [67] **C.Fochesato, S.Grilli and F.Dias** (2007), Numerical modeling of extreme rogue waves generated by directional energy focusing. *Wave Motion* 44 ,16, pp.395–416.
- [68] **G.B.Whitham** (1974), Linear and nonlinear waves. *John Wiley and Sons*.14 , 15, 17.
- [69] **M.Onorato ,S.Residori,U.Bortolozzo,A.Montina,F.T.Arecchi**(2013), Rogue waves and their generating mechanisms indifferent physical contexts, *Physics Reports*, Volume 528, Issue 2, 10, Pages 47–89 doi :10.1016/j.physrep.2013.03.001
- [70] **J.K. Mallory** (1974), Abnormal waves on the south-east africa. *Int. Hydrog. Rev.* 51 , 11, pp. 89–129.6
- [71] **R.Smith** (1976), Giant waves. *J. Fluid Mech.* 77, pp. 417–431. 11
- [72] **I.V.Lavrenov** (1998), The wave energy concentration at the aguhlas current of south africa. *Natural hazards* 17 ,11, pp. 117–127. 6
- [73] **D.H.Peregrine** (1976), Interaction of water waves and currents. *Advanced Applied Mech.*, vol.16, pp. 9-117.
- [74] **D.H.Peregrine and R.Smith** (1979), Nonlinear effects upon waves near caustics. *Phil. Trans. Royal Soc. London*, vol. A292, pp.341 – 370.
- [75] **D.H.Peregrine**(1983), Wave jumps and caustics in the propagation of finite-amplitude water waves. *J.Fluid Mech.* , vol. 136, pp. 435 – 452.
- [76] **T.B. Benjamin and J.E. Feir** (1967), The disintegration of Wave Trains on Deep Water. Part I. Theory., *Journal of Fluid Mechanics* 27 , pp.417-430.
- [77] **Atock à Nwatchok Stéphane** (2014), Instabilité modulationnelle des ondes de gravité à l'interface atmosphère-nappe d'eau étendue et profonde : le cas des vagues scélérates, Thèse de Doctorat/Ph.D
- [78] **M. J. Lighthill** (1965), Contributions to the Theory of Waves in Nonlinear Dispersive Systems, *J. Inst. Math. App. I*, p. 269.
- [79] **V.E.Zakharov** (1966), Instability of waves in nonlinear dispersive media. *J. Exp. Theor.* , *Phys.* 51,17 pp.1107–1114.
- [80] **V.I.Karpman and E. M. Krushkal** (1969), Modulated Waves in Nonlinear Dispersive Media, *Soviet Physics- JETP* , 28, pp.277-281.
- [81] **K.L.Henderson, D.H.Peregrine and J.W. Dold** (1999), Unsteady water wave modulations : Fully nonlinear solutions and comparison with the nonlinear Schrödinger equation. *Wave Motion* 29, pp.341-361.
- [82] **K.B.Dysthe and K.Trulsen** (1999), Note on breather type solutions of the nls as a

- model for freak waves. *Phys. Scripta* 82 , pp.48-52.
- [83] **A.R.Osborne, M.Onorato, and M. Serio** (2000), The nonlinear dynamics of rogue waves and holes in deep-water gravity wave train. *Phys. Letters A* , vol. 275, pp. 386-393.
- [84] **A.Calini and C.M. Schober** (2002), Homoclinic chaos increases the likelihood of rogue wave formation. *Physics Letters A* , vol. 298, pp. 335-349.
- [85] **A.S.Atock, B.C.Mbané, Z.B.Essimbi and N.T.Nkoa** (2011), Application of Zakharov equation in three dimensions to deep water gravity waves. *International Journal of Physical Sciences* , Vol. 6, No.33, pp.7447-7455.
- [86] **P.Peterson, T.Soomere, J. Engelbrecht and E.van Groesen** (2003), Soliton interaction as a possible model for extreme waves. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 10 : pp. 503–510.
- [87] **T.Soomere and J.Engelbrecht** (2005), Extreme elevations and slopes of interacting solitons in shallow water. *Wave Motion* 41 , pp.179–192. 24
- [88] **A.V.Porubov, H.Tsuji, I.V. Lavrenov and M.Oikawa** (2005), Formation of the rogue wave due to nonlinear two-dimensional waves interaction. *Wave Motion*, 24, 42, pp. 202–210.
- [89] **D.Clamond, M. Francius, J. Grue and C.Kharif** (2006), Strong interaction between envelope solitary surface gravity waves. *Eur. J. Mech. B/Fluids* 25 (5), pp.536–553. xiii, 23, 24.
- [90] **J.Miles** (1957), On the generation of surface waves by shear flows. *J. Fluid Mech.* 3, pp. 185–204. 32, 36.
- [91] **M.I.Banner and W.K.Melville** (1976), On the separation of air flow over water waves. *J.Fluid Mech.* 77 , pp. 825–842. 29
- [92] **H.C.Yuen and B.M.Lake** (1980), Instability of Waves on Deep Water. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 12 : pp. 303-334.
- [93] **V.Zakharov, L.ostrovsky** (2009), Modulation instability : the beginning, *Physica D Non linear Phenomena* 238(5), 540-548
- [94] **J. Zhang and W. K. Melville** (1987), Three-dimensional instabilities of nonlinear gravity-capillary waves. *J. Fluid Mech.* 174, 187-208.
- [95] **L. Shemer and M. Chamesse** (1999), Experiments on nonlinear gravity-capillary waves, *J. Fluid Mech.* vol. 380, pp. 205-232.
- [96] **A.N.Ganshin, V.B.Efimov, G.V.Kolmakov, L.P.Mezhov-Deglin, P.V.E.Mcclintock**

- (2008), Observation of an inverse energy cascade in developed acoustic turbulence in superfluid Helium, *Physical Review Letters* 101, 065303.
- [97] **A. Hasegawa** (1972), Theory and Computer Experiment on Self-Trapping Instability of Plasma cyclotron Waves, *The physics of Fluids* 15, pp.870-881,.
- [98] **V.I.Bespalov and V.I.Talanov** (1966) Filamentary structure of light beams in nonlinear liquids. *J.E.T.P. Lett.* 3 : pp. 307-310.
- [99] **D.V.Churkin, O.A.Gorbunov, S.V.Smirnov**(2011), Extreme value statistics in Raman fiber lasers, *Optics Letters* 36(18) 3617–3619.
- [100] **S.Vergeles, S.K.Turitsyn**(2011), Optical rogue waves in telecommunication data streams, *Physical Review* A83(6)061801.
- [101] **K.Hasselmann** (1962), On the nonlinear energy transfer in a gravity-wave spectrum. Part I : General theory, *J.Fluid Mech.*, 12, 481-500
- [102] **Y. Bludov, V.Konotop, N.Akhmediev** (2009), Matter rogue waves, *Physical Review* A, 80(3)
- [103] **K.B. Dysthe**(1979), "Note on a modification of the nonlinear Schrödinger equation for application to deep water waves", *Proc. Roy. Soc. A* 369, 105-114.
- [104] **D.R. Crawford, P.G. Saffman and H.C. Yuen**(1980), Evolution of a random inhomogeneous field of nonlinear deep water gravity waves, *Wave Motion* 2, 1-16.
- [105] **V.E. Zakharov**(1968), Stability of periodic Waves of Finite Amplitude on the Surface of a Deep Fluid *Zh. Prikl. Mekh. Tekh. Fiz.* 9, pp. 86-94, (*Translated in J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 9, 190-194).
- [106] **V.P.Krasitskii** (1990), Canonical transformation in a theory of weakly nonlinear waves with a nondecay dispersion law, *Sov. Phys. JETP* 71, pp. 921–927
- [107] **V.P.Krasitskii** (1994), On reduced equations in the Hamiltonian theory of weakly non linear surface waves. *J. Fluid Mech.* 272, pp.1–30
- [108] **S.I. Badulin, V.I. Shrira, C. Kharif, M. Ioualalen** (1995), On two approaches to the problem of instability of short-crested water waves, *J.Fluid Mech.* 303, pp.297–326
- [109] **W.Craig, P.A. Worfolk**(1995), An integrable normal form for water waves in infinite depth, *Physica D* 84, pp.513–531
- [110] **M.Stiassnie** (1984), Note on the modified nonlinear Schrödinger equation for deep water waves, *Wave Motion* 6, pp.431–433
- [111] **D.S. Jones** (1966), Generalized Functions, *McGraw-Hill*.

- [112] **V. E. Zakharov and N. G. Kharitonov** (1970), Instability of Periodic Waves of Finite Amplitude on the Surface of a Deep Fluid, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, Vol. 11, pp. 747-751.
- [113] **M. Ablowitz and H. Segur** (1981), Solitons and the inverse scattering transform, *Philadelphia, PA :SIAM*.
- [114] **M.J. Ablowitz , P.A. Clarkson** (1991), Soliton Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering. *Cambridge University Press*.
- [115] **C.H. Gu** (1990), Soliton Theory and Its Application, *Zhejiang Science and Technology Press*.
- [116] **V.B. Matveev , M.A. Salle** (1991), Darboux Transformation and Soliton. *Springer Berlin*.
- [117] **S.Y. Lou , J.Z. Lu** (1996), Special solutions from variable separation approach : Davey-Stewartson equation. *J. Phys. A. Math.* 29, pp.4209-4215.
- [118] **E. Fan** (2000), Extended tanh-function method and its applications to nonlinear equations *Phys. Lett. A.* 277, pp.212-218.
- [119] **Y. Chen , Y. Zheng** (2003), Generalized extended tanh-function method to construct new explicit exact solutions for the approximate equations for long water waves. *Int. J. Mod. Phys. C.* 14(4) pp. 601-611.
- [120] **M.L. Wang** (1996), Application of a homogeneous balance method to exact solutions of nonlinear equations in mathematical physics, *Phys. Lett. A.* 216, pp. 67-75.
- [121] **G.W. Bluman , S. Kumei** (1989), Symmetries and Differential Equations. *Springer-Verlag . New York.* 254 *K.A. Gepreel, T.A. Nofal*
- [122] **P.J. Olver** (1986), Applications of Lie Groups to Differential Equations. *Springer-Verlag . New York*.
- [123] **E.M.E. Zayed , K.A. Gepreel** (2009), The (G/G)- expansion method for finding traveling wave solutions of nonlinear PDEs in mathematical physics. *J. Math. Phys.* 50, pp.013502- 013514.
- [124] **A.S. Atock, A. Daïka and B.C. Mbané** (2014), Extended (G'/G) Method Applied to the Modified Non- Linear Schrodinger Equation in the Case of Ocean Rogue Waves. *Open Journal of Marine Science*, 4, pp. 246 -256 . <http://dx.doi.org/10.4236/ojms.2014.44023>
- [125] **Z.Y. Yan** (2003), A reduction mKdV method with symbolic computation to construct new doubly- periodic solutions for nonlinear wave equations. *Int. J. Mod. Phys. C.* 14,

- pp.661-672.
- [126] **Z.Y.Yan** (2008), The new tri-function method to multiple exact solutions of nonlinear wave equations, *Phys. Scr.* 78(3), 035001.
- [127] **D.C.Lu, B.J.Hong** (2008), New exact solutions for the (2+1)-dimensional Generalized Broer-Kaup system. *Appl. Math. Comput.* 199, pp.572-580.
- [128] **A.V.Porubov** (1996), Periodical solution to the nonlinear dissipative equation for surface waves in a convecting liquid. *Phys. Lett. A.* 221, pp.391-394.
- [129] **M. Wazwaz** (2005), The tanh and sine- cosine method for compact and noncompact solutions of nonlinear Klein Gordon equation. *Appl. Math. Comput.* 167, pp.1179-1195.
- [130] **Z.Y.Yan, H.Q.Zhang** (2001), New explicit solitary wave solutions and periodic wave solutions for Whitham–Broer–Kaup equation in shallow water. *Phys. Lett. A.* 285, pp.355- 362.
- [131] **D.A.Lu** (2005) , Jacobi elliptic functions solutions for two variant Boussinesq equations. *Chaos, Solitons and Fractals.* 24, pp.1373-1385.
- [132] **Z.Y.Yan** (2003), Abundant families of Jacobi elliptic functions of the (2+1) dimensional integrable Davey- Stewartson-type equation via a new method. *Chaos, Solitons and Fractals.* 18, pp.299-309.
- [133] **C.L.Bai, H.Zhao** (2006), Generalized method to construct the solitonic solutions to (3+1)- dimensional nonlinear equation. *Phys. Lett. A.* 354, pp. 428-436.
- [134] **F.Cariello , M.Tabor** (1991), Similarity reductions from extended Painleve expansions for non integrable evolution equations. *Phys. D.* 53, pp.59-70.
- [135] **M.Wang , X.Li** (2005), Extended F-expansion and periodic wave solutions for the generalized Zakharov equations. *Phys. Lett. A.* 343, pp.48-54.
- [136] **X.Feng**(2000), Exploratory approach to explicit solution of nonlinear evolution equations. *Int. J. Theor. Phys.* 39(1), pp. 207-222.
- [137] **J.L. Hu**(2001), Explicit solutions to three nonlinear physical models. *Phys.Lett. A.* 287, pp.81-89.
- [138] **J.L. Hu** (2001), A new method for finding exact traveling wave solutions to nonlinear partial differential equations. *Phys. Lett. A.* 286, pp.175-179.
- [139] **J.H.He , X.H. Wu** (2006), Exp-function method for nonlinear wave equations. *Chaos, Solitons and Fractals.* 30, pp.700-708.
- [140] **R. Hirota** (2004), The Direct Method in Soliton Theory. *Cambridge University Press.*

- [141] **R. Hirota and K. Suzuki** (1970), Studies on lattice solitons by using electrical networks, *J. Phys.Soc. Japan* 28, pp. 1366-1369.
- [142] **M. Talon** (2006), Ondes de Surface, *LIPTHE Paris VI-CNRS* .
- [143] **A. Chabchoub, N. Hoffmann, M. Onorato, and N. Akhmediev** (2012), Super Rogue Waves : Observation of a Higher-Order Breather in Water Waves, *PHYSICAL REVIEW X* 2, 011015, DOI :10.1103/PhysRevX.2.011015
- [144] **P. Müller, C. Garrett, and A. Osborne** (2005), Rogue Waves-The Fourteens 'Aha Huloko'a Hawaiian Winter Workshop, *Oceanography* 18, p.66.
- [145] **S. Perkins**(2006), Dashing Rogues : Freak Ocean Waves Pose Threat to Ships, Deep-Sea Oil Platforms, *Science News (Washington DC)* 170, p.328.
- [146] **N. Akhmediev and E. Pelinovsky**(2010), Rogue Waves—Towards a Unifying Concept ? : Discussions and Debates , *Eur. Phys. J. Special Topics* 185,p. 5
- [147] **A. Daïka, N.T. Nkoa and B.C. Mbané** (2014), Application of Stationary Phase Method to Wind Stress and Breaking Impacts on Ocean Relatively High Waves, *Open Journal of Marine Science* , 4, pp. 18-24.
- [148] **J. W. Miles** (1996), Surface-Wave Generation : A Viscoelastic Model, *Journal of Fluid Mechanics* , Vol. 322, pp. 131-145. <http://dx.doi.org/10.1017/S002211209600273X>
- [149] **A. Daïka and C. Mbané. Biouele** (2015), Relationship between Sea Surface Single Carrier Waves and Decreasing Pressures of Atmosphere Lower Boundary. *Open Journal of Marine Science*, 5, pp. 45-54. <http://dx.doi.org/10.4236/ojms.2015.51005>
- [150] **J. B. Song and M. I. Banner** (2002), On Determining the Onset and Strength of Breaking for Deep Water Waves, Part i : Unforced Irrotational Wave Groups, *Journal of Physical Oceanography* , Vol. 32, No. 9, pp. 2541-2558. <http://dx.doi.org/10.1175/1520-0485-32.9.2541>.
- [151] **S. Leblanc** (2008), Wind-Forced Modulations of Finite—Depth— gravity Waves, *Physics of Fluids* , Vol. 20, No. 11, Article ID : 116603. <http://dx.doi.org/10.1063/1.3026551>.
- [152] **M. I. Banner and J. B. Song** (2002), On Determining the Onset and Strength of Breaking for Deep Water Waves. Part ii : Influence of Wind Forcing and Surface Shear, *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 32, No. 9 , pp. 2559- 2570. <http://dx.doi.org/10.1175/1520-0485-32.9.2559> .
- [153] **N.N. Akhmediev, V. M.Eleonskii and N.E.Kulgin** (1987), Exact first-order solutions of the nonlinear Schrödinger equation , *Theor. Math. Phy.(USSR)* 72 , p.809.

-
- [154] **D.H. Peregrine** (1983), Water waves, Nonlinear SCHRÖDINGER equations and their solutions, *J. Austral. Math. Soc. Ser. B* 25 , pp.16-43.
- [155] **L.Shener** (2010), On Benjamin – Feir instability and evolution of non – linear wave with finite – amplitude side bands. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*10 :pp. 2421-2427.
- [156] **J.E.Feir** (1967), Discussion : some results from wave pulse experiments. *Proceeding of the Royal Society of London. Series A.* 299 :pp. 54-58.
- [157] **F. Dias and C. kharif** (1999), Nonlinear gravity and capillary gravity waves. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 31 , pp. 301-346.
- [158] **K. Batra, R. P. Sharma and A. D. Verga** (2006), Stability Analysis on Nonlinear Evolution Paterns of Modulational Zakharov Equations, *Journal of Plasma Physics*, Vol. 72, No. 5, pp. 671-6862006.
- [159] **M. J.Ablowitz and B.M.Herst** (1990), On homoclinic structure and numerically induced chaos for the nonlinear Schrödinger equation, *SIAM J. Appl. Math.* 50 , pp.339-351.
- [160] **O.M.Phillips**(1957), On the generation of waves by turbulent wind. *J. Fluid Mech.* 2, pp. 417–445. 29, 32.

ANNEXES

Annexe A : Liste des communications scientifiques

Daïka Augustin : Systèmes atmosphériques hors équilibre (ou dépressionnaires) et instabilités modulationnelles des ondes de gravité : le cas des vagues dites meurtrières, *Doctoriales de Physique et Applications*, ENS Yaoundé, 27 mars 2015

Annexe B : Liste des publications issues de la thèse

- 1 - **Daïka Augustin**, Messanga E. Honoré, Ngabireng C. Marie and C. Mbané Biouélé : Application of Benjamin-Feir equations to tornadoes' rogue waves modulational instability in oceans, *International Journal of Physical Science*, 7(46), 6053-6061, 9 December, 2012.

- 2 - **Daïka Augustin**, Nkoa Nkomom Theodule and C. Mbané Biouélé : Application of Stationary Phase Method to Wind Stress and Breaking Impacts on Ocean Relatively High Waves, *Open Journal of Marine Science*, 4, 18-24, 2014.

- 3 - Atock A. Nwachok Stéphane, **Daïka Augustin**, Mbane Biouélé César : Extended (G'/G) Method Applied to the Modified Non-Linear Schrodinger Equation in the Case of Ocean Rogue Waves, *Open Journal of Marine Science*, 4, 246 -256, 2014.

- 4 - **Daïka Augustin** and Mbane Biouélé César : Relationship between Sea Surface Single Carrier Waves and Decreasing Pressures of Atmosphere Lower Boundary, *Open Journal of Marine Science*, 5, 45-54, 2015.

Ci-jointes ces publications issues de la thèse.