REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix – Travail – Patrie
****
UNIVERSITE DE YAOUNDE I
FACULTÉDES SCIENCES DE L'ÉDUCATION
DEPARTEMENT DE D'INGENIERIE EDUCATIVE
****
CENTRE DE RECHERCHE ET DE FORMATION DOCTORALE (CRFD) EN « SCIENCES HUMAINES, SOCIALES ET ÉDUCATIVES »

REPUBLIC OF CAMEROUN
Peace – Work – Fatherland
****
UNIVERSITY OF YAOUNDE I
FACULTY OF SCIENCES OF EDUCATION
DEPARTMENT OF OF EDUCATIONAL ENGINEERING
****
POST COORDINATE SCHOOL FOR SOCIAL AND EDUCATIONAL SCIENCES

Sciences de l'Éducation

L'ENSEIGNEMENT DU PARALLÉLISME EN GÉOMÉTRIE EN CLASSE DE 4emeAU CAMEROUN :
Quelles stratégies didactiques pour permettre aux élèves de s'approprier les propriétés et les mettre en œuvre

Mémoire présenté en vue de l'obtention du Diplôme de Master en Sciences de l'Éducation et Ingénierie éducative.

Par : **TCHONANG YOUKAP Patrick**
Master en Mathématiques

Sous la direction de
BELINGA BESSALA Simon
Maitre de conférences
SADJA KAM Judith
Chargé de cours

Année Académique : 2014-2015

A mon père YOUKAP

A la mémoire de ma mère DJAMFA Tabie Nanine

A mon épouse TCHONANG née MEUKOA Emeline

A ma fille DJAMFA TCHONANG Grâce Hadassah

REMERCIEMENTS

Je remercie infiniment mes deux directeurs de mémoire Pr BELINGA BESSALA Simon, et Dr SADJA Judith, qui ont accepté de codiriger ce travail et qui n'ont pas cessé de m'encourager tout au long de cette année. Je été très impressionné par leur grande compétence, leur capacité de travail et la finesse de leurs jugements. Je les remercie profondément.

Je suis très reconnaissant à Monsieur Jean Luc DORIER, didacticien de mathématiques et Professeur à l'Université de Genève, pour avoir lu et apporté quelques suggestions à ce travail, et pour m'avoir encouragé à en sortir un article.

Toute ma gratitude va également à mon épouse Madame TCHONANG Emeline qui a contribué à la mise en forme de ce document et m'a soutenu tout au long de cette année.

Je suis très reconnaissant au Pr FONKOUA Pierre, coordonnateur de l'URFD[1] Science de l'éducation et Ingénierie éducative, pour la confiance qu'il a donnée à ce travail.

Il m'est agréable de remercier Pr TIEUDJO Daniel, pour m'avoir encouragé à poursuivre mes études.

Mes remerciements les plus profonds vont à mes enseignants de Master 2 qui ont contribué à repousser l'ignorance loin de moi.

Je remercie également mes frères et sœurs : TIOKOU Micael, Monsieur et Madame TABOT, CHAMOUO séraphin, DJAMFA Priscille qui m'ont encouragé moralement et matériellement tout au long ce travail.

J'adresse une sincère reconnaissance à tous les étudiants de master du laboratoire de didactique des disciplines.

Je remercie mes collègues enseignants de Mathématiques, au lycée Bilingue d'Ekorezok qui ont su m'aider lorsque cela était nécessaire.

Un grand merci aux enseignants et aux élèves qui ont contribué à toutes les expérimentations que nous avons menées.

Je remercie enfin mes fidèles amis KENGNE Augustin, TANGUENA Tao, KOUAMOU Mérimé ainsi que ceux qui de près ou de loin m'ont soutenu tout au long de ce travail.

[1]URFD : Unité de Recherche et de Formation Doctorale

TABLE DES MATIERES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

RESUME

L'objet de notre étude porte sur l'enseignement du parallélisme en classe de quatrième, le sens que ce concept a aux yeux des élèves et l'utilisation de ses propriétés dans la résolution des problèmes.

De nombreuses difficultés émergent des productions des élèves en mathématiques dont certaines concernent l'utilisation des propriétés associées aux droites parallèles.

La thèse que nous défendons est que, pour une mise en fonctionnement des propriétés des droites parallèles chez les élèves de la classe de quatrième, il faut que le concept ait acquis un sens chez ces derniers.

Pour défendre notre thèse, nous avons divisé notre travail en deux parties. Dans la première partie, nous présentons une revue des travaux antérieurs en relation avec notre problématique, nous présentons également les éléments théoriques nécessaires à notre travail. Dans la deuxième partie nous présentons les résultats d'une expérimentation menée avec les élèves de la classe quatrième d'un Lycée de la ville de Yaoundé. Elle s'est déroulée en deux temps, nous avons passé un questionnaire portant sur les droites parallèles aux élèves hors classe. À la suite de ce questionnaire, nous avons construit une situation didactique que nous avons dévolue à un groupe d'élèves qui commence la classe de quatrième.

Le questionnaire nous a permis de repérer les différentes représentations des élèves concernant le concept de droites parallèles. La situation didactique a permis de provoquer des débats et de faire émerger les difficultés liées à la découverte de l'objet en jeu. Les résultats de cette situation nous ont ensuite orienté vers une approche de l'enseignement du parallélisme qui de notre point de vue, permettra aux élèves de s'approprier les connaissances sur le concept et de les mobiliser en situation de résolution des problèmes.

MOTS-CLES: droites parallèles, didactique, géométrie, obstacle, enseignement.

ABSTRACT

The object of our study concerns the teaching of parallelism in third year of secondary school, the sense that this concept has in the pupils eyes and the use of its properties in problems solving.

Many difficulties are met in productions of the pupils in mathematics which some concern, the use of the properties relative to the parallel line.

The thesis which we defend is that, for putting in functioning parallel line properties to the pupil of the third year of secondary school, the concept of parallel line had to acquire a sense to them.

To defend our thesis we have divided our work into two parts. In the first part, we present reviews of former work in relation to our problem; we also present the theoretical elements necessary for our work. In the second part we present the results of an experiment conducted with pupils of third year class of secondary School in Yaoundé.

It took place in two phases; we propose a questionnaire to pupils outside class on parallel lines. Following this questionnaire, we have built a didactic situation that we have devoted to a group of pupils beginning the third year class of secondary school.

The questionnaire allowed us to identify the representations of pupils about the concept of parallel lines. The didactic situation helped to cause debate and bring out the difficulties related to the discovery of the object in. The results of this situation directed us to an approach to the teaching of parallelism that from our point of view will enable pupils to acquire the knowledge on the concept and to mobilize them in problem-solving situation.

KEY WORDS: parallel line, didactics, geometry, obstacle, teaching.

INTRODUCTION

La géométrie occupe une grande place dans l'enseignement des mathématiques au collège, nous entendons par collège le premier cycle de l'enseignement secondaire général où l'âge des élèves varie entre 11 à 14 ans. En effet, près de la moitié des contenus des programmes de mathématiques en 2014 au Cameroun y est consacrée (Programme, 1994-1997). Plusieurs travaux en didactique des mathématiques (Walter(2001), Robert (2003), etc.) montrent que tant sur le plan des enseignements que sur le plan des apprentissages, la géométrie est à l'origine de nombreuses difficultés :

Chez les enseignants :

- L'enseignement du tracé constitue une difficulté, car l'enseignant doit pouvoir contrôler l'aptitude des élèves et parfois individuellement à reproduire fidèlement la figure Walter (2001). Cette façon de procéder pourrait bien vite engendrer l'ennui chez la plupart des élèves et surtout chez ceux qui réussissent le moins ;
- la géométrie du tracé est impopulaire chez les élèves. C'est ce constat qui est à la base des travaux de Mercier et Tonnelle (1993). À notre avis, cela s'observe dans la classe de mathématiques à travers les somnolences et les distractions pendant les enseignements.

Chez les élèves :

- Les élèves éprouvent un sentiment de rejet vis-à-vis de géométrie, ils éprouvent des difficultés au démarrage des problèmes (Robert, 2003).
- Si le seul problème à résoudre est de tracer, selon Walter (2001), la prépondérance du tracé agit alors comme un obstacle lorsqu'il s'agit d'introduire le raisonnement déductif et cette façon de procéder engendre l'ennui chez les élèves.
- Les élèves ont des difficultés à passer du dessin à la figure à reconnaitre le statut de la figure dans le résonnement (Walter, 2001).

Dans le cadre de ce mémoire, nous nous sommes intéressés au parallélisme des droites, du fait qu'il est très présent en géométrie plane dans l'étude des quadrilatères, des angles, des triangles, la liste n'étant pas exhaustive.

Des nouvelles propriétés et théorèmes sur le parallélisme sont enseignés en tout début de collège, et ils vont enrichir les connaissances acquises au primaire. Ainsi, nous avons, l'enrichissement des savoirs sur les figures élémentaires, ainsi que leur hiérarchisation et leur structuration. Comme figures élémentaires nous citons : les figures planes (les droites, les cercles, les triangles, les quadrilatères et quelques polygones réguliers) et les solides de l'espace (les prismes droits et les cylindres de révolution, les pyramides et les cônes de révolution).

Le constat naturaliste que nous faisons sur les années 2013 et 2014 en tant qu'enseignants de mathématiques en classe de quatrième, est que les élèves de la classe de quatrième où le concept de parallélisme est développé éprouvent des difficultés à mobiliser les propriétés qui en découlent. En situation ils mobilisent généralement la définition des droites parallèles enseignée en classe de sixième et cela les conduit souvent à l'échec. Nous faisons les hypothèses suivantes :

- le fait de connaitre la définition de deux droites parallèles enseignée en classe de sixième n'est pas suffisant pour résoudre les problèmes relatifs à ce concept, du fait que la définition n'est pas en général opératoire ;
- la maitrise des théorèmes et propriétés passe par la résolution des situations où ces éléments sont mis en œuvre. Les élèves doivent être capables d'identifier les situations « simples » où ils doivent mobiliser les différents théorèmes et propriétés sur le parallélisme puis se familiariser avec des situations beaucoup plus complexes. Nous entendons par situations « simples », des situations dont la résolution consiste à appliquer une propriété ou un théorème sans transformer les données. Par exemple si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles.

Ces hypothèses nous conduisent à la question de recherche suivante :

« Quelle approche peut-on avoir pour l'enseignement du parallélisme afin que les élèves puissent mobiliser les propriétés des droites parallèles énoncées au cours des enseignements ? »

Cette question se décline en les sous-questions suivantes:

1) quelle idée les élèves se font du concept de parallélisme ?
2) Comment aider les élèves à s'approprier les propriétés et les théorèmes relatifs au parallélisme ?

Pour apporter des éléments de réponse à ces questions, nous avons articulé notre travail autour de quatre chapitres que nous avons regroupés en deux parties:

La première partie contient les chapitres un et deux. Dans le premier chapitre, nous présentons le contexte de notre étude, formulons les objectifs de notre travail, présentons l'intérêt de cette étude et sa délimitation.

Comme nous l'avons dit précédemment, plusieurs auteurs ont travaillé sur la question de l'enseignement de la géométrie au collège. Dans le chapitre deux, nous présentons les résultats pertinents qui ont contribué à nourrir notre recherche.

La dernière question de recherche à savoir « comment aider les élèves à s'approprier les propriétés et les théorèmes relatifs au parallélisme ?» est en relation avec les pratiques d'enseignement. Aussi avons-nous choisi comme cadre théorique de notre travail d'une part, la théorie des situations didactiques de Guy Brousseau (2004) et d'autre part, la théorie des champs conceptuels de Gérard Vergnaud (1991). Nous en développerons la pertinence dans le chapitre deux.

La deuxième partie regroupe les chapitres trois et quatre. Dans le chapitre trois, nous présentons le questionnaire visant à identifier les difficultés que rencontrent les élèves concernant le parallélisme des droites. Nous y présentons également un travail expérimental portant sur la construction d'une situation qui leur permettra de mobiliser des propriétés enseignées et découvrir de nouvelles propriétés sur le parallélisme.

Dans le chapitre quatre qui est le dernier, nous présentons les résultats de notre expérimentation et nous proposons enfin une réponse à notre question de recherche.

Nous concluons par une synthèse du travail réalisé et des résultats obtenus, et nous proposons quelques perspectives.

PARTIE 1 : PROBLÉMATIQUE DE LA RECHERCHE, CADRE THÉORIQUE ET REVUE DE LA LITTÉRATURE

CHAPITRE 1: Problématique de la recherche.

Dans ce chapitre nous présentons le contexte de l'étude, formulons la problématique de cette recherche et énonçons ses objectifs. Nous entendons par objectifs, des déclarations affirmatives qui expliquent ce que nous visons, cherchons à atteindre. Ils expriment le but de notre recherche et spécifient les opérations ou actes que nous devrons poser pour atteindre les résultats escomptés. Enfin, nous délimitons notre étude.

1.1. Contexte de l'étude

Des nouvelles approches pédagogiques ont été mises sur pied au Cameroun, dans le but d'améliorer la qualité des enseignements et des apprentissages au secondaire ; la discipline mathématique n'est pas exclue dans ce processus.

On est passé de la pédagogie centrée sur le contenu à la pédagogie par objectif (PPO) qui privilégie l'objectif à atteindre par l'enseignant et l'élève, puis tout récemment à l'approche par compétences (APC). La définition du concept de compétence par les inspecteurs pédagogiques n'a pas encore atteint sa forme définitive.

Les conditions dans lesquelles les enseignements sont dispensés (effectif pléthorique dans les salles de classe, insuffisance d'infrastructures, etc.) pourraient être à l'origine de nombreux échecs observés sur le terrain (moins de 50 % de réussite en mathématiques au brevet 2011). Ces échecs sont plus importants dans le premier cycle des enseignements secondaires où les enfants sont très jeunes et devraient bénéficier d'un suivi personnalisé de la part des enseignants.

Nous nous intéressons dans le cadre de ce mémoire à la classe de quatrième, une classe où on initie les élèves à la démonstration. Un principe majeur en mathématiques est que toute affirmation doit être prouvée. Le constat est que dans la plupart de nos établissements scolaires les élèves éprouvent des difficultés dans la résolution des problèmes relevant de la géométrie. Aussi chaque enseignant essaie autant que possible de justifier cette situation en évoquant les raisons suivantes : les élèves n'ont pas de niveau, ils n'étudient, pas ils n'ont pas de matériel de géométrie, les effectifs sont pléthoriques, l'établissement n'a pas d'infrastructure, etc.

Des stratégies pour remédier à la situation d'échec ont été mises sur pied (cours de remise à niveau, cours de répétition, etc.) dans certains collèges, mais les résultats ne sont jusque-là pas visibles.

D’après Bossez (2013), une partie importante du travail mathématique consiste à imaginer des preuves. La preuve constitue une démonstration. La façon la plus ordinaire de penser à une démonstration est de la définir comme une progression par étapes de prémisses vers une conclusion. Si les prémisses sont vraies et si la progression est logique alors la conclusion est prouvée. Définies de la sorte, les démonstrations sont des moyens pour trouver de nouvelles vérités à partir des vérités connues. Chaque étape du raisonnement doit être justifiée par référence à une connaissance acquise ou une hypothèse figurant dans l’énoncé. Une fois le problème résolu, on doit en communiquer la solution par l'intermédiaire d’une rédaction claire, précise et argumentée. Cette rédaction constitue en elle-même un exercice difficile qu’il convient de ne pas négliger. Au Cameroun le raisonnement tel que nous décrivons ici s’enseigne à partir de la classe de quatrième.

1.2. Problématique de la recherche

L’enseignement de la géométrie est une composante essentielle de la formation de l’élève au collège. Elle intervient par ses objets, par ses énoncés, par ses méthodes, et par les représentations qu’elle propose dans de très nombreuses branches des mathématiques et des sciences quelquefois inattendues (Salin et Berthelot, 1992). De plus, l’enseignement de la géométrie entraine les élèves au raisonnement mathématique, en d’autres termes, à un mélange de raisonnement déductif et d’imagination inductive activée par une manipulation d’images (Brousseau, 2004). Les élèves rencontrent des difficultés dans le travail géométrique ; d’après Robert(2003) ces difficultés apparaissent au démarrage des exercices et sont généralement dues à la démarche utilisée.

L’objet de ce mémoire est de proposer une approche pour l’appropriation des propriétés du parallélisme en géométrie, pour permettre aux élèves de se l’approprier et de réinvestir ces connaissances en situation de résolution de problème. Situer ce travail en classe de quatrième permet d’observer la mise en œuvre des propriétés par les élèves comme outil de résolution des problèmes à l’issue des enseignements.

Notre travail est bâti autour d’une question principale de recherche qui fait référence à l’enseignement du parallélisme qui est notre sujet de réflexion. Des questions secondaires opérationnalisent la question principale de recherche pour la rendre pertinente et réalisable.

1.2.1 Question principale de recherche

Notre question principale de recherche est la suivante :
Quelle approche peut-on avoir pour l'enseignement du parallélisme afin que les élèves puissent mobiliser les propriétés et théorèmes énoncés au cours des enseignements ?

1.2.2 Questions secondaires

De la question de recherche précédente, découle les questions secondaires suivantes :

- Quelle idée les élèves se font du concept de parallélisme ?
- Comment aider les élèves à s'approprier les propriétés et les théorèmes relatifs au parallélisme ?

Tout au long de notre travail, nous essaierons d'apporter des éléments de réponses à ces questions.

1.3. Objectif de l'étude.

Cette étude présente un objectif général et des objectifs spécifiques.

1.3.1. Objectif général

Notre objectif général est de proposer une approche pour l'enseignement du parallélisme qui permettra aux élèves de se l'approprier et de mobiliser les connaissances acquises (propriétés et théorèmes) en situation de résolution de problème.

1.3.2. Objectifs spécifiques

Nous présentons ici les opérations concrètes à mener afin de réaliser ce projet de recherche. Ce sont les objectifs opérationnels qui décrivent le travail pratique qui sera accompli. Nous avons comme objectifs spécifiques poursuivis par cette recherche:

- Identifier les difficultés que rencontrent les élèves de quatrième à mobiliser les propriétés des droites parallèles. Nous proposerons pour cela un questionnaire aux élèves ;
- Construire une situation didactique qui permette de mettre en œuvre les propriétés du parallélisme des droites, la proposer à un groupe d'élèves dans le but de provoquer un débat entre eux. Ce débat permettra des échanges de points de vue entre eux et l'identification des difficultés dans la découverte des propriétés de la droite des milieux. La collecte des données se fera à l'aide des caméras et des enregistreurs

audios. La situation que nous proposons est une situation « simple » où ils doivent mobiliser les différents théorèmes et propriétés sur le parallélisme.

- À la suite des analyses des données issues du questionnaire et de l'expérimentation. Nous proposerons des stratégies pour améliorer l'enseignement et l'acquisition de ce concept en classe de quatrième.

1.4. Intérêt de l'étude.

L'intérêt de cette étude se situe sur trois plans : le plan didactique ; sur le plan social, et dans d'autres disciplines scientifiques enseignées au collège.

1.4.1. Au niveau didactique :

Les résultats de cette investigation offrent aux enseignants des pistes pour construire des nouvelles stratégies dans l'enseignement des propriétés sur le parallélisme.

Cette recherche offre aux enseignants des astuces pour orchestrer la salle de classe, pour analyse le rôle de l'enseignant, analyser les tâches de l'élève avant et après chaque enseignement. En effet, pour qu'il y ait enseignement, un travail préliminaire doit être fait par l'enseignant. Cette recherche propose un exemple d'une situation didactique qui peut être conduite dans la classe.

En outre, elle donne les éclaircies sur la notion de compétence en mathématiques. L'approche par les compétences est très récente au Cameroun et suscite beaucoup d'interrogation de la part de nombreux enseignants. Elle donne des éléments permettant de comprendre ce concept. Nous pensons qu'une fois que ce concept aura un sens chez l'enseignant, ce dernier pourra dispenser ces enseignements en utilisant cette approche.

Cette recherche présente également les deux formes sous lesquelles les élèves expriment leurs connaissances sur le parallélisme: forme opératoire, et forme prédicative.

1.4.2. Sur le plan social :

Les arguments en faveur de l'enseignement de la géométrie sont nombreux et on peut les regrouper comme suit:

L'enseignement de la géométrie contribue à la formation du citoyen. Au collège elle initie les élèves au raisonnement déductif, elle leur inculque l'esprit du raisonnement qui leur est utile au quotidien.

Le parallélisme est présent dans de nombreux secteurs de la société, il est indispensable dans de nombreux métiers. On pourrait citer l'ingénierie où il aide l'ingénieur dans ses dessins techniques. En effet, avant toute réalisation sur le terrain, une étude préliminaire doit être conduite sur le plan.

Le parallélisme se retrouve également en menuiserie, en maçonnerie, dans l'art et l'artisanat. Dans l'architecture, car grâce aux droites parallèles l'architecte sublime ses dessins.

1.4.3. Sur le plan de la transdisciplinarité

Le parallélisme est un concept qui est utilisé dans plusieurs champs disciplinaires au lycée.

- En technologie en classe de quatrième et troisième on le retrouve lorsqu'on veut réaliser les perspectives cavalières, mais aussi les représentations des différentes vues d'une figure.
- En physique, à partir des droites parallèles, les élèves pourront représenter les trajectoires des objets. Les forces sont représentées par des vecteurs. Les vecteurs sont caractérisés par leurs directions, un vecteur a donc un support qui est représenté par une droite. De ce fait, deux forces égales sont donc représentées par des vecteurs à supports parallèles.
- En maçonnerie, on apprend aux élèves à faire des dessins techniques, à placer les carreaux, à faire des fondations des maisons rectangulaires à partir du parallélisme,.

On retrouve également la notion de parallélisme en géographie et dans d'autres disciplines dont nous n'avons pas fait mention. L'on peut donc affirmer que les connaissances sur le parallélisme sont d'une grande utilité pour les élèves.

1.5. Délimitation de l'étude

Toute recherche doit être menée dans un cadre bien précis. Dans le cas d'espèce il s'agit de délimiter ce travail sur trois plans : le plan thématique, les plans géographique et temporel. Délimiter l'étude c'est fixer ses frontières, en d'autres termes les bornes du degré d'approfondissement de nos investigations, en effet un travail scientifique ne pourrait être complet.

1.5.1. Au plan thématique

Notre étude se situe dans les domaines de l'enseignement et de l'apprentissage. Elle pose un problème dont on observe les manifestations sur le terrain. Cette étude concerne l'enseignement de la géométrie du plan en classe de quatrième. Nous étudions les stratégies à mettre en œuvre pour l'enseignement des droites parallèles. Comment provoquer l'acquisition et la mise en œuvre de ces connaissances (définition, propriétés et théorèmes) sur les droites parallèles.

Elle concerne l'apprentissage, l'appropriation des connaissances (propriétés et théorèmes), l'acquisition d'un savoir-faire qui sera utile en situation de résolution des problèmes. Elle s'intéresse à la démarche pour élaborer la preuve au niveau du collège. Comme disait Boileau(1674) « *ce qui se conçoit bien s'énonce clairement et les mots pour le dire arrivent aisément* ».

Nous ne prétendons pas dans cette étude mesurer les difficultés des élèves en géométrie dans son ensemble. Notre recherche portera essentiellement sur l'enseignement des droites parallèles, dans la mesure où elle est la représentation théorique de nombreux outils du quotidien.

1.5.2. Au plan géographique et temporel :

Pour notre recherche, nous avons choisi un établissement secondaire public francophone de la ville de Yaoundé (7e arrondissement). Il s'agit du Lycée Bilingue D'Ekorezok, parce que les conditions sont réunies pour une investigation dans ce lieu.

Sur le plan temporel, cette étude couvrira les années scolaires 2013-2014(fin d'année), et 2014-2015(début d'année), d'une part, parce qu'elle couvre notre année académique d'autre part, parce qu'elle cadre avec les différents objectifs des expérimentations à mener.

1.6. Définition des concepts

Pour mener à bien notre recherche, nous avons jugé approprié de définir quelques concepts que nous allons utiliser tout au long de ce travail.

1.6.1. Didactique des mathématiques

Nous donnons ici deux définitions selon deux auteurs :

Selon Régine Douady (1992)**,** la didactique des mathématiques est l'étude des processus de transmission et d'acquisition des différents contenus de cette science, et qui se propose d'écrire et d'expliquer les phénomènes relatifs aux rapports entre son **enseignement** et son **apprentissage**. Elle ne se réduit pas à chercher une bonne manière d'enseigner une notion fixée.

Guy Brousseau, dans ses travaux définit la didactique des mathématiques comme la**«** Science s'intéressant à la production et à la communication des connaissances mathématiques dans ce que cette production et cette communication ont de spécifique de ces connaissances. La didactique des mathématiques étudie la façon dont les connaissances sont créées, communiquées et employées pour la satisfaction des besoins des hommes vivants en société.»(Brousseau, 2004)

1.6.2. Géométrie

La géométrie peut être définie de plusieurs manières. On peut percevoir la géométrie comme étant la mesure de la terre. Cette définition renvoie à deux champs de connaissances :

- la connaissance que l'on qualifie de spatiale (macro-espace, méso-espace et micro-espace) ;
- la connaissance que l'on qualifie de géométrique c'est-à-dire celle qui renvoie au savoir mathématique relatif à des concepts théoriques, organisés autour de définitions et théorèmes.

Dans le livre les éléments d'Euclide, Euclide définit la géométrie comme, la science des figures de l'espace. Il ajoute que c'est la science qui étudie les relations entre les points, les droites, les courbes, les surfaces et les volumes.

1.6.3. Droites parallèles

La définition que nous retenons dans le cadre de ce mémoire est celle tirée du manuel de sixième de la collection inter africaine de mathématique(CIAM), édition 1994 : **« *deux droites sont parallèles lorsqu'elles ne se touchent pas même en les prolongeant à l'infini* »**.

1.6.4. Situation didactique

Guy Brousseau dans la théorie des situations didactiques qu'il développe de 1970 à 1990 définit une situation didactique comme une situation qui sert à enseigner. Une situation est didactique dès lors qu'un individu a l'intention d'enseigner à un autre individu un savoir donné.

1.6.5. Situation d'apprentissage

Selon Brousseau (2000), les situations d'apprentissage sont des situations qui non seulement nécessitent de la part du sujet la mise en œuvre d'une connaissance, mais encore l'incitent et lui permettent de la développer s'il ne l'a pas déjà acquise.

1.6.6. Champ conceptuel

Vergnaud (1991) définit le champ conceptuel comme « un espace de problèmes ou de situations problèmes dont le traitement implique des concepts et des procédures de plusieurs types en étroite connexion, ainsi que les représentations langagières et symboliques susceptibles d'être utilisées pour les représenter »

1.6.7. Cadres

Régine Douady (1986), définit le cadre de la façon suivante : « Un cadre est constitué des objets d'une branche des mathématiques, des relations entre ces objets, de leurs formulations éventuellement diverses et des images mentales associées à ces objets et ces relations ».

C'est ainsi que l'on parle de cadres algébrique, numérique, géométrique, fonctionnel, de la démonstration. Un cadre apparaît comme un système de connaissances locales (qui évoluent avec le temps et suivant le sujet considéré)

Conclusion du chapitre 1

Le travail dans ce chapitre consistait à présenter la problématique de la recherche que nous menons. Pour ce faire, nous avons présenté le contexte de cette recherche qui nous a permis de situer les difficultés que rencontre l'enseignement de la géométrie au Cameroun. Nous avons également présenté les objectifs de cette recherche. Nous avons délimité notre travail sur le plan thématique et géographique. Il nous a semblé judicieux dans ce chapitre de définir quelques concepts qui facilitent la compréhension de ce travail.

CHAPITRE 2: Revue de la littérature et contexte théorique de la recherche

Dans ce chapitre nous faisons une étude épistémologique du concept de droites parallèles, nous présentons également les résultats de quelques auteurs portant sur l'enseignement de la géométrie au collège et qui sont en relation avec notre problématique et enfin nous définissons les cadres théoriques retenus pour ce travail.

2.1. Étude épistémologique

Les travaux de plusieurs auteurs à l'instar de Robert (1998) ont mis en évidence les difficultés dans l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie dans la classe de quatrième. Nous pensons que le parallélisme des droites qui est un objet de géométrie est sujet à ces difficultés dans la classe de mathématiques. Ce concept qui a connu ses premiers développements par Euclide a été l'objet de plusieurs discussions. Nous présentons dans ce chapitre une brève étude épistémologique sur la question du parallélisme. Cette étude permet d'une part de mettre en exergue les difficultés relatives à la construction du concept de droites parallèles, et d'autre part de se détacher de l'illusion de transparence de cet objet d'enseignement.

2.1.1. Aspects épistémologiques et didactiques du parallélisme en géométrie

L'épistémologie est une science qui vient éclairer l'origine et l'évolution des savoirs à travers ses deux perspectives. Elle se définit d'après Belinga (2013) comme « l'étude de la façon dont les êtres humains construisent leur savoir ».

Au III^{e} siècle avant J-C, Euclide mathématicien de la Grèce antique, souvent désigné comme le père de la géométrie, organise les savoirs géométriques de manière logique à partir des définitions, d'axiomes et de propriétés démontrées. Ces savoirs sont regroupés dans l'ouvrage appelé *Les Éléments d'Euclide* qui constituent sans doute d'après Berthelot et Salin, (2001) le plus célèbre ouvrage de l'histoire des mathématiques et rassemblent tous les savoirs mathématiques de son époque. Les éléments d'Euclide comportent 13 livres portant sur des thèmes différents : la géométrie plane, la théorie des nombres et la géométrie des solides. Le mot *axiome* est ici à prendre au sens du Dictionnaire Le Robert (2001), comme une « *vérité indémontrable, mais évidente pour quiconque en comprend le sens, principe premier, et considérée comme universelle.* »

2.1.2. Le parallélisme dans les Éléments d'Euclide

La notion de parallélisme est introduite dans le livre I des Éléments d'Euclide. Pour Euclide, une droite s'apparente à un segment, conception dépassée de nos jours. Actuellement la droite est représentée sur un support par un segment avec la possibilité de la prolonger autant que possible. La représentation physique d'une droite sur un support se ramène à un segment de droite. Les définitions de droites parallèles que nous avons retenues et qui sont en relation avec notre problématique sont celles qui se trouvent dans le paragraphe suivant.

2.1.3. Définition :

Dans la définition 35 de son Livre I, Euclide formule sa définition de la façon suivante : « *des droites, qui, étant situées dans un même plan, et étant prolongées à l'infini de part et d'autre, ne se rencontrent ni d'un côté ni de l'autre.* »

Euclide met l'accent dans cette définition sur plusieurs aspects qui ne sont pas inutiles à préciser. Les conditions qu'Euclide évoque pour qu'il y ait parallélisme sont : les deux droites doivent appartenir à un même plan (nous sommes là dans la géométrie plane), ne doivent pas se rencontrer, bien que prolongées de chaque côté et à l'infini. Il est à remarquer que des droites prolongées jusqu'à un certain point peuvent ne pas se toucher, mais rien ne garantit qu'elles ne pourront se toucher en les prolongeant à l'infini de chaque côté. En effet deux droites peuvent remplir la condition c'est-à-dire être non sécantes d'un côté même en les prolongeant sans toutefois l'être de l'autre côté d'où la précision.

2.1.4. Axiomes et postulats

Au dix-septième siècle, les mathématiciens commencent à questionner la théorie géométrique qui s'appuie sur les Éléments d'Euclide. La question qui se pose est de savoir si l'on peut ou non démontrer le *postulat* 5 d'Euclide : *« par un point extérieur à une droite on peut mener une parallèle à cette droite et une seule* ». Ce postulat est le fondement de la géométrie euclidienne. Il est admis, car il n'a pas pu être démontré. Cependant, les mathématiciens Lobatchevski, Bolyai et Gauss affirmeront sa négation. À partir des travaux d'Euclide, ils construisent ainsi une nouvelle géométrie complète et cohérente, ce que l'on a appelé la première géométrie non-euclidienne.

Les propositions 27 et 29 formulées par Euclide dans son livre, utilisent la notion d'angles alternes. Nous entendons par angles alternes deux angles situés de part et d'autre d'une droite sécante à deux autres droites comme l'illustre la figure ci-dessous.

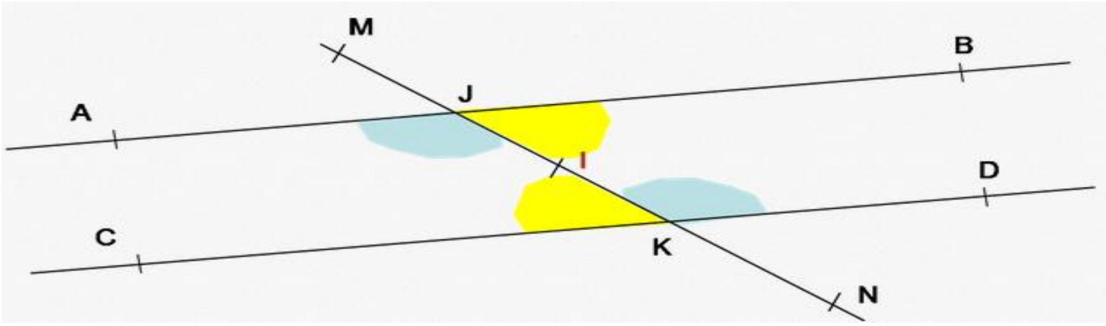


***Figure 1** : droites parallèles et angles alternes internes*

Les droites (AB) et (CD) sont parallèles. La droite (MN) est sécante aux droites (AB) et (CD) et les angles $\widehat{CKM}$ et $\widehat{NJB}$ sont alternes-internes et ont la même mesure.

Les angles externes sont les angles qui ne sont pas entre les droites parallèles. Les angles internes sont ceux qui sont à l'intérieur des droites parallèles.

Les propositions énoncées par Euclide dans son livre 1 de ses éléments, en rapport avec les droites parallèles sont les propositions suivantes :

- Proposition 27 : « Si une droite, tombant sur deux droites, fait des angles alternes égaux entre eux, ces deux droites seront parallèles. »
- L'unicité de la parallèle à une droite donnée passant par un point donné.
- La proposition 29 : « Si deux droites sont parallèles, toute droite coupant l'une et l'autre, forme avec celles-ci des angles alternes égaux. »
- La proposition 30 : « Deux droites distinctes parallèles à une même droite sont parallèles entre elles. »
- Proposition 31 : « Par un point donné, il passe au moins une parallèle à une droite donnée. »

Ces propositions ont été reformulées dans la langue actuelle et sont enseignées de nos jours au collège au Cameroun. Ce sont ces propriétés qui une fois acquise par l'élève deviennent des connaissances opératoires, et qu'ils devront mobiliser en situation de résolution des problèmes. D'autres auteurs ont contribué à faire évoluer le concept de droites parallèles.

2.1.6. Le parallélisme dans les éléments de géométrie de Clairaut.

Dans ses Éléments de géométrie, Clairaut(1765) définit deux droites parallèles comme deux droites équidistantes l'une de l'autre.

Cette définition se distingue de celle d'Euclide. En effet dans ce cas précis, deux droites parallèles peuvent avoir plusieurs points en commun chose que Euclide ne mentionne pas dans la sienne.

Il introduit le concept de droites équidistantes l'une de l'autre. D'après lui deux droites sont dites équidistantes l'une de l'autre lorsque l'espace qui les sépare est le même. En d'autres termes, deux droites sont équidistantes lorsque les distances des points de l'une des droites à l'autre droite sont les mêmes. À cet effet, il introduit la notion de perpendicularité pour soutenir ses idées. Pour Clairaut tracer deux droites parallèles nécessite la construction d'un rectangle. Selon lui la notion de perpendicularité est liée à la notion de distance. La distance d'un point M à une droite (L) est la longueur du segment d'extrémités M et le point d'intersection de la perpendiculaire à la droite (L) passant par M. C'est de cela que découle la propriété des droites qui dit : « deux droites sont parallèles lorsqu'elles sont perpendiculaires à une même droite»

Clairaut construit une droite (D_1) parallèle à une autre droite (D) et passant par un point A extérieure à la droite (D) selon le programme suivant :

- construire une première droite (L) perpendiculaire à la première droite (D);
- construire la droite (D_1) perpendiculaire à la droite (L) et qui passe par le point A.

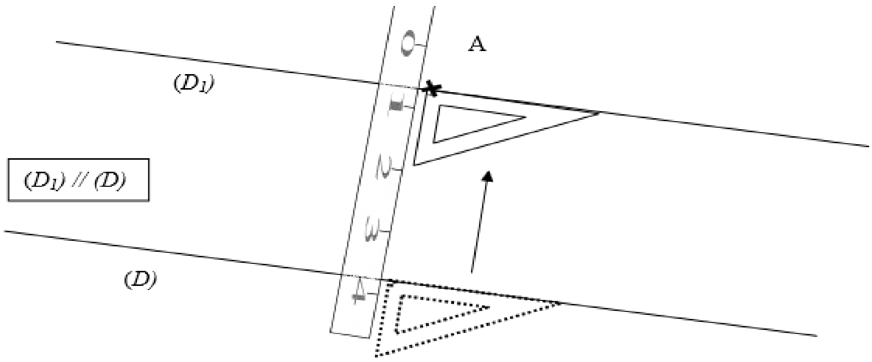


Figure 2 : *illustration de la construction des droites parallèles en utilisant la perpendiculaire*

Ce schéma de construction est une conséquence de la proposition 27 d'Euclide dans la mesure où elle utilise la notion d'angles alternes dont la mesure est 90 °. Ce programme de construction est celui qui est suivi par les enseignants de mathématiques pour construire les droites parallèles en classe de sixième. Les instruments de géométrie utilisés pour représenter ces droites sont l'équerre et la règle.

2.1.7. Le parallélisme dans la classe actuelle.

Comment est enseigné le parallélisme au collège ? À cette question nous pouvons dire que depuis sa conception par Euclide, certaines choses n'ont pas subi de modification et ont juste été reformulées avec le langage actuel.

Au collège on introduit la notion de droites parallèles par la définition suivante : *« Deux droites (d) et (d') sont parallèles si elles n'ont pas de point d'intersection, même en les prolongeant indéfiniment »*.Cette définition est tirée du livre de mathématiques de la classe de 6^{e} de la Collection interafricaine de mathématique (CIAM).

Cette définition est à rapprocher avec celle d'Euclide. Elle pose deux problèmes :

- le problème de prolongement à l'infini : sur une feuille le prolongement d'une droite ne peut se faire à l'infini, étant donné que le support papier est limité. Cette situation peut provoquer chez le sujet une certaine difficulté pour différencier les droites parallèles des droites sécantes, surtout lorsque le point de rencontre des deux droites sécantes n'est pas visible sur le dessin comme le montre la figure ci-dessous où les deux droites ont l'air d'être parallèles.

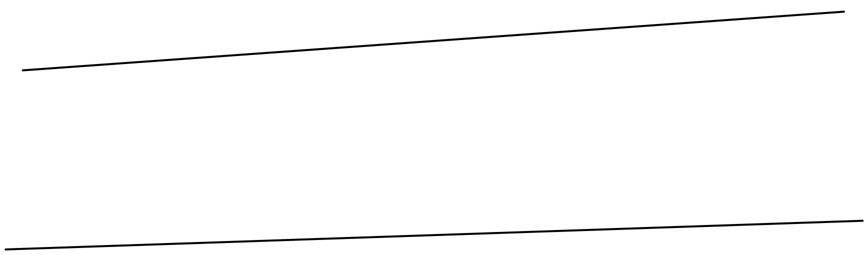


***Figure 3** : droites qui ne se touchent pas, mais non parallèles*

  De ce fait, pour représenter deux droites parallèles, les élèves peuvent être amenés à le faire par tâtonnement sur sa feuille.

- le problème de droites confondues : une droite peut être nommée par deux points qui lui appartiennent et par conséquent la même droite peut être nommée de plusieurs façons. Notons qu'une droite possède une infinité de points. Cet aspect a été traité par Clairaut dans ses Éléments de géométrie. Il considère que deux droites confondues sont deux droites qui ont une distance nulle entre elles, par conséquent elles sont parallèles. Cela signifie que deux droites peuvent être parallèles et avoir des points en commun. Les droites confondues ne satisfont pas à la définition d'Euclide des droites parallèles.

Cette considération apporte un nouvel élément à la définition des droites parallèles et ne figure pas dans la définition enseignée en tout début de collège. Une association de ces deux conceptions conduit à la définition suivante : « *Deux droites sont parallèles lorsqu'elles sont confondues ou elles ne se rencontrent pas même en les prolongeant à l'infini* ».

Lorsqu'on veut préciser que deux droites parallèles sont distinctes, on dit qu'elles sont strictement parallèles. Dans un plan affine, deux droites du plan sont parallèles si et seulement si elles n'ont aucun point commun ou si elles sont confondues. Deux droites ayant un et un seul point commun sont dites sécantes.

Les droites parallèles dans les programmes de sixième, cinquième et quatrième.

Les élèves ne découvrent pas les droites parallèles au collège, cet objet géométrique a été déjà abordé à l'école primaire où ils sont amenés à distinguer deux droites parallèles et à tracer une droite parallèle à une donnée. La définition de ce concept est enseignée en classe de sixième, cette définition est inspirée de celle d'Euclide qui fait allusion aux droites qui ne se rencontrent pas même en les prolongeant indéfiniment de part et d'autre. Des propriétés sont enseignées pour donner du sens à ce concept et pour le rendre opératoire. À partir des propriétés et théorèmes sur les droites parallèles, les élèves mettent au point des théorèmes-en-acte et des règles d'action qui leur permettent d'agir en situation.

Le tableau ci-dessous présente les contenus sur les droites parallèles enseignés en classe de sixième, cinquième et quatrième, ainsi que les savoirs-faire que les élèves sont supposés acquérir à ces différents niveaux.

Tableau 1 *: les droites parallèles en sixième et cinquième quatrième*

Contenue sixième	**Savoir-faire**
Droites parallèles - Symbolisme - Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles. - Par un point donné, il passe une et une seule parallèle à une droite donnée. - Lorsque deux droites sont parallèles, toute parallèle (sécante, perpendiculaire) à l'une est parallèle (sécante, perpendiculaire) à l'autre.	• Construire à l'aide des instruments (règle, équerre) la droite passant par un point donné et parallèle à une droite donnée. •**Construire à main levée une parallèle à une droite donnée**. **« *ce dernier savoir-faire vient tout juste d'être supprimé du programme de la classe de sixième* »**
Contenue quatrième	**Savoir-faire**
• Distance de deux droites parallèles Définition. Translation et vecteur Vecteurs - Égalité de vecteurs Triangle • Droite des milieux - Propriété directe - Réciproque	•Utiliser la propriété directe pour justifier que deux droites sont parallèles. •Utiliser une translation pour justifier le parallélisme de deux droites, •Utiliser l'égalité de deux vecteurs pour justifier le parallélisme de deux droites. •Utiliser la propriété directe pour justifier que deux droites sont parallèles. • Utiliser la réciproque pour justifier qu'un point est milieu d'un segment.

Les contenus ci-dessus, tirés des programmes officiels de mathématiques en vigueur au Cameroun depuis 1994 pour la sixième 1995 pour la cinquième et 1996 pour la quatrième, présentent les savoirs sur les droites parallèles que les enseignants sont supposés enseigner dans ces classes respectives.

L'observation du programme de mathématiques de la classe de cinquième montre que les nouveaux savoirs portant sur les droites parallèles n'y sont pas explicitement définis. Cependant, au sortir cette classe les élèves devront s'approprier les savoirs suivants : si deux droites portent les côtés opposés d'un parallélogramme alors elles sont parallèles; deux angles correspondants ou alternes-internes égaux déterminent deux droites parallèles et l'image d'une droite par une symétrie centrale est parallèle à celles-ci. Dans la mesure où les enseignants n'insistent pas sur ces ajouts, ils peuvent passer inaperçus ; ce sont des éléments indispensables pour faire des justifications.

Les connaissances opératoires des élèves reposent donc sur les propriétés enseignées en classe de sixième et cinquième. Les instruments privilégiés dans le cas des droites parallèles sont la règle et l'équerre. L'utilisation du compas n'est pas mentionnée dans ces programmes. Il est laissé aux bons soins de l'enseignant. Le compas et la règle ont été les instruments privilégiés d'Euclide, car, avec un compas et une règle, on trace deux droites parallèles. Or selon Robert(2001), la géométrie au collège s'appuie profondément sur les travaux d'Euclide.

La classe de quatrième est le niveau où des nouvelles propriétés des droites parallèles sont enseignées. Ces propriétés viennent faire évoluer les compétences des élèves dans le tracé par leur application, et donne des outils aux élèves pour faire évoluer leur compétence dans le changement de cadre, c'est-à-dire, pouvoir passer du cadre de la figure au cadre de la justification et des démonstrations. Ce niveau est celui sur lequel porte notre étude.

Ces éléments fournis par cette partie nous permettront d'enrichir nos analyses *a priori* des situations que nous avons construites pour notre recherche.

2.2. Revue de la littérature

Les articles que nous avons retenus pour la revue de littérature sont intitulés :

- «*Un point de vue sur les spécificités du travail géométrique des élèves à partir de la quatrième : l'organisation des connaissances en niveau de conceptualisation* » de Aline Robert. Cet article a été publié en 2003 dans la revue *Petit x*.
- «*Quelle géométrie pour l'enseignement en collège ?* » d'Anne Walter, publié en 2000 dans la revue *Petit x*.
- « *Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire : l'étude de l'espace et de la géométrie* » de Guy Brousseau publié dans les actes de l'université de Crète à Réthymon en 2000.
- « *Autour de l'enseignement de la géométrie au collège* : Troisième partie » d'Alain Mercier publié en 1993 dans la revue *Petit x*.

2.2.1. L'organisation des connaissances en niveau de conceptualisation (Robert, 2003)

Aline Robert se propose d'éclairer les éléments liés aux difficultés des élèves devant le travail géométrique. Elle se restreint à la résolution des problèmes de géométrie mettant en jeu des démonstrations. Elle interroge les activités que les élèves ont à conduire à partir des énoncés proposés et des outils à leurs dispositions. Pour cela elle présente quelques spécificités du travail géométrique liées à la nature même de ce qui est en jeu et définit les niveaux de conceptualisations.

2.2.1.1 Quelques spécifications du travail géométrique des élèves

L'auteure fait le constat selon lequel, les élèves ont une réaction de rejet vis-à-vis de la géométrie et expriment des difficultés spécifiques, notamment celles liées au démarrage des problèmes (p.8). Elle considère que le problème du passage de ce que l'on voit à ce que l'on sait est une difficulté au collège.

Quelles peuvent donc être les causes de ces difficultés ? Selon l'auteure, ce n'est pas le sens de l'objet manipulé qui est en cause, mais la démarche c'est-à-dire le travail du géométrique.

En effet, les objets géométriques ont un sens pour les élèves. Ils se réfèrent généralement à leur expérience du quotidien. Ce n'est pas généralement le cas dans d'autres champs mathématiques, ce qui peut être une source de difficulté. Elle considère que ce qui peut être en cause est le statut du travail mathématique sur ces objets, dans leur vision mathématisée, plus que les objets eux-mêmes.

L'auteure regroupe les causes des difficultés rencontrées en deux catégories, le manque de définition des objets et le manque de spécificités des démarches géométriques. Elle dénonce une démarche peu algorithmisée, avec de nombreuses adaptations et des choix à faire pour les élèves, peu explicités. À cet effet, elle présente les adaptations (au nombre de 5), et un certain nombre de choix émaille le travail en géométrie au collège.

- Le peu d'adaptations immédiates simples et isolées des théorèmes du cours**.** Cette adaptation dépend du niveau scolaire des élèves. « *Les énoncés de géométrie […] sont rarement réduits à des adaptations simples et isolées de théorèmes* ». (p.10)
- Des adaptations dans le travail de la figure. Selon l'auteure :« *On trouve des adaptations liées au travail même de la figure, par rapport au dessin réalisé par l'élève, travail de reconnaissance de figures élémentaires dans un dessin complexe, ou repérage de cas particulier ou de cas de figure*. » (p.10)
- Le changement de cadre pour passer de la figure à la démonstration.

L'auteure met l'accent sur les pièges de la perception, les insuffisances rencontrées par l'adaptation liées au passage de la figue à la démonstration. Ce changement est rendu d'autant plus difficile que le travail dans le premier cadre (géométrique) n'est pas toujours porteur d'indicateurs pour démarrer le travail dans le deuxième cadre (démonstration). Il y a certes des problèmes où la figure renseigne sur la démarche géométrique à tenter. De notre point de vue nous l'illustrons par l'exemple ci-après : la prise en compte d'une droite parallèle à un des côtés d'un triangle et qui passe par le milieu d'un autre côté, renseigne sur la manière d'utiliser la propriété de la droite des milieux en quatrième et du théorème de Thales en classe de troisième.

- Des changements de point de vue.

  Selon l'auteure, les élèves doivent effectuer en géométrie plusieurs changements de point de vue. Nous l'illustrons par l'exemple suivant :

  « *Les droites (d) et (d') n'ont aucun point en commun* » *qui a la même signification que « les droites (d) et (d') sont perpendiculaire à une même droite »*. De notre point de vue, les deux énoncés seront selon la situation à résoudre, opératoires ou non. Ce changement de point de vue peut s'avérer indispensable pour démarrer une stratégie et n'est pas acquis instantanément pas les élèves.

- Des choix de domaines de travail peu préparés, du fait des programmes dans lesquels la clarté n'est pas faite sur les liens et les différences de ces domaines: elle l'illustre parfaitement lorsqu'elle dit :

  « *Alors même qu'on change de domaine de travail entre le lycée et le collège [...], ou même déjà entre le géométrique et l'analytique au collège, les programmes invitent à des juxtapositions, voire à des mélanges plutôt qu'à une organisation. Ceci ne facilite peut-être pas le choix des élèves, choix qui peut du coup devenir aléatoire* » (p. 13)

L'auteure explique ces difficultés dans une perspective d'amélioration du travail des élèves, à partir de la prise en compte de l'existence de plusieurs niveaux de conceptualisation en géométrie. Elle entend par niveau de conceptualisation, le domaine de travail en géométrie. D'après elle, la nature des types des problèmes à résoudre et les démarches correspondantes est une cause intrinsèque, presque épistémologique des difficultés. Elle pense que ces difficultés ne peuvent être supprimées totalement que par des choix pédagogiques, mais peuvent être questionnées, éclairées, travaillées en tant que telles et que cela peut amener à des décisions spécifiques de l'enseignant (p.14).

2.2.1.2. Niveau de conceptualisation en géométrie

L'auteure, caractérise un niveau de conceptualisation en géométrie comme un domaine assez important, relativement auto-consistant, cohérent, enseigné (ou pouvant être enseigné) au moins en partie : elle cite ici quelques spécificités :

- Des fondements (axiomes originaux ou empruntés à d'autres champs mathématiques comme le numérique ou l'ensembliste) ; fondements qui peuvent rester implicites, mais qui peuvent être dégagés ;
- Un corps de définition (objet), théorème, proposition (c'est ce que l'auteure appelle l'arsenal du niveau) ;
- Des modes de raisonnements, des démarches et un niveau de rigueur, et enfin un corps de problèmes que l'on peut résoudre en son sein.

Le travail dans un même niveau de conceptualisation peut se faire dans plusieurs cadres, ponctuels, vectoriel, numérique, analytique, figure

Pour l'auteure, les connaissances du niveau de conceptualisation d'un concept donne des moyens à l'enseignant pour organiser transversalement les connaissances à acquérir et caractériser le travail géométrique attendu à chaque niveau.

2.2.1.3. Niveau de conceptualisation en géométrie d'Euclide au collège

L'auteure présente quelques caractéristiques de cette géométrie organisées selon les rubriques relatives au niveau de conceptualisation :

<u>Les fondements et emprunts</u>, d'après l'auteure, ils sont basés sur des axiomes et des postulats explicites chez Euclide, permettant de bâtir une géométrie déductive, avec des raisonnements complets.

<u>L'arsenal à la disposition du géomètre</u> chez Euclide, consiste en un certain nombre de figures de base et des grandeurs, un certain nombre de théorème sur l'égalité et comparaison de ces grandeurs, particulièrement le théorème de Pythagore et le théorème de Thales.

<u>Le mode de raisonnement</u> qui prévaut selon l'auteure, est dans le domaine du déductif c'est-à-dire qu'à partir de ce qui est établi et des fondements, on construit des preuves. La rigueur d'après elle est presque inexistante; le raisonnement se fait à partir des figures qui sont en réalités incomplètes. Les types de problèmes proviennent de l'étude des situations spatiales et des trajectoires des corps solides, tout un travail sur les mesures des grandeurs géométriques.

Au collège on apprend une partie de l'arsenal de la géométrie grecque introduite dans un ordre, des figures de base, des transformations initiales introduites explicitement, des éléments admis qui remplacent les axiomes. Les théorèmes que l'on peut démontrer restent inchangés et sont le théorème de Pythagore et celui de Thalès. Les démonstrations sont reformulées et actualisées par rapport à celles d'Euclide.

Les difficultés rencontrées au collège que l'auteure évoque (pp.19-20), peuvent provenir du fait que le niveau de rigueur attendu en géométrie est quelquefois caché, quelquefois ignoré et cela semble tenir à certaines élaborations du niveau de conceptualisation. Les difficultés que l'auteure souligne sont les suivantes :

- Une grande absence des problèmes d'existence (même Euclide admettait parfois que ce qu'il voyait existait) : « *ce n'est pas parce qu'on parle d'un objet qu'il existe…* » (p.20) ;
- Une transparence totale de l'existence de points liés à des propriétés de convexité de région du plan ou de l'espace (implicitement admise) ;
- Une ignorance généralisée des problèmes d'unicité (notamment dans le travail sur des constructions ou dans l'usage de définition) ;
- Des problèmes liés à l'utilisation de la contraposée de théorèmes(ou de raisonnement par l'absurde). Par exemple, un triangle dont les côtés ont pour mesures respectives 4cm, 5 cm, 6 cm n'est pas rectangle : en effet, le carré de la longueur du côté ayant la plus grande longueur (36) est différent de la somme des carrés des longueurs des deux autres(25+16), donc d'après le théorème de Pythagore (partie directe),le triangle n'est pas rectangle(utilisation de la contraposée ou d'un raisonnement par l'absurde). Beaucoup d'élèves évoquent la réciproque du théorème.

En conclusion, l'auteure présente quelques causes des difficultés rencontrées en géométries, celle qui a retenu notre attention est la démarche en géométrie. Ici, un accent est mis sur le rôle de la figure et la rigueur dans la démonstration. Ces aspects sont à prendre en considération par l'enseignant dans chaque niveau d'étude.

Nous faisons l'hypothèse que la connaissance des difficultés rencontrées par les élèves est une étape dans la conception d'une activité d'apprentissage.

Aline Robert suggère que la mise en évidence des niveaux de conceptualisation donne à l'enseignant que nous sommes, des moyens pour organiser transversalement les connaissances à acquérir et caractériser le travail géométrique attendu à chaque niveau.

2.2.2. Quelle géométrie pour l'enseignement au collège ? (Walter, 2001)

Walter se propose d'une part d'essayer de comprendre le choix didactique fait par l'enseignement actuel de la géométrie au collège et d'autre part, à relancer le débat sur les principales difficultés relatives à cet enseignement. En ce qui concerne la question des savoirs géométriques au collège, elle propose une approche épistémologique mettant l'accent sur les notions de point, d'espace et de déplacement de figure. Elle s'intéresse également à l'enseignement des transformations au collège : leur lien avec la géométrie d'Euclide, les problèmes qu'elles soulèvent. Elle propose enfin quelques remarques sur l'apprentissage de la démonstration et le statut de la figure dans le raisonnement.

2.2.2.1. Les objets de la géométrie depuis Euclide

Anne Walter (p. 33) présente la figure comme « *l'objet abstrait sur lequel porte le raisonnement du géomètre* ». Selon elle la figure se distingue du dessin qui n'est autre que la représentation concrète imparfaite de la figure que l'on trace sur une feuille ou sur un écran d'ordinateur. La distinction explicite que l'auteur fait de la figure et du dessin est un des apports majeurs en didactique de la géométrie. Selon elle, la figure est : « *un objet idéalement abstrait, construit intellectuellement comme modèle d'objets concrets de la réalité, accessible à notre perception.* » (p.33). L'auteure présente donc la géométrie élémentaire comme d'abord une science des figures situées dans un plan ou dans l'espace.

2.2.2.2. Objet espace et modèle géométrique

L'objet géométrique est perçu par Walter (p.34) comme une construction de l'esprit humain. Même si, elle tire son origine de la confrontation de l'homme avec le monde, elle n'en reste pas moins qu'une construction rationnelle, où l'espace de la géométrie s'élabore à travers des concepts mathématiques.

Le déplacement correspond à un changement de lieu d'une figure, sans modification de la forme de cette figure. L'espace ou plus particulièrement la figure est alors constitué par des ensembles de points.

2.2.2.3. Sur quel savoir s'appuyer pour l'enseignement de la géométrie au collège

L'auteure pense que c'est de la responsabilité des élèves de dégager la signification des objets de la géométrie et leurs premières propriétés. La géométrie d'Euclide selon Walter est faite « *des descriptions d'objets perceptibles par le biais des sens est celle qui se rapproche le plus de l'appréhension de l'espace qu'ont les enfants* ». (p.37)

L'enseignement de la géométrie au collège qu'elle évoque s'appuie sur l'étude des figures et des configurations avec la construction d'objets simples, l'étude des relations entre ces objets, leurs propriétés communes. Selon l'auteure, les théorèmes sont issus des petits raisonnements déductifs qui suivent l'apprentissage de la démonstration. L'étude des configurations et des transformations constitue pour l'auteure l'essentiel des contenus des programmes de géométrie du collège.

2.2.2.4. L'enseignement des transformations au collège

Selon l'auteure, les programmes de géométrie au collège accordent une place importante à l'étude des transformations qui comprend la symétrie axiale en sixième, la symétrie centrale en cinquième, la rotation et la translation en quatrième. La notion de transformation intervient pour permettre en théorie la comparaison de deux figures. De la sixième en troisième, les élèves n'étudient que les isométries. Il est important avant tout que la notion de transformation ait un sens pour les élèves. Qu'en est-il ? Selon Walter (p.38), la réponse à cette question est loin d'être évidente : en effet la notion de transformation est récente et présente encore de nombreuses difficultés pour son enseignement.

Les limites des transformations existent, notamment dans la mesure où leur utilisation comme outil de résolution de problème et de démonstration semble difficilement maitrisée et rejetée par les élèves du collège et parfois par leurs enseignants.

D'après l'auteure il ne suffit pas qu'une propriété soit démontrée pour être mobilisable par les élèves. Elle vient ainsi en écho à Daniel (1995, p.76) qu'elle cite, car selon lui, il faut que l'élève se soit construit une image mentale, y compris une représentation figurée de ces propriétés :

> « *Le processus mental qui permet, à partir de la lecture d'un énoncé et/ou d'une figure, de réinvestir les connaissances adéquates en vue de la résolution d'un problème ou de l'élaboration d'une démonstration constitue une réelle difficulté pour les élèves, pour lesquels la traduction d'une compréhension perceptive de propriétés géométriques en une connaissance théorique est un enjeu cognitif très fort » (p.40)*

2.2.2.5. Apprentissage de la démonstration, le sens en géométrie.

Anne Walter souligne l'importance de la démarche dans l'enseignement des mathématiques, son rôle sur l'intelligence des élèves et du citoyen, elle renforce donc les objectifs visées par le ministère de l'Éducation nationale français qui stipule que :

> « *La démarche suivie dans l'enseignement des mathématiques renforce la formation intellectuelle des élèves et concourt à celle de citoyen, en développant leur aptitude à chercher, leur capacité à critiquer, justifier ou infirmer une affirmation, en les habituant à s'exprimer clairement aussi bien à l'oral qu'à l'écrit »* (p.44).

D'après l'auteure l'un des objectifs explicites de l'apprentissage de la géométrie au collège est d'apprendre aux élèves à démontrer, ce qui de notre point de vue est en accord avec l'un des objectifs de notre système éducatif au Cameroun. C'est pour cette raison que généralement on assimile la géométrie à la science du raisonnement. L'auteure entreprend donc une série de questions pour savoir le rôle et le statut de la figure dans la démonstration :

« *Comment un élève du collège appréhende-t-il une figure ? La figure représente-t-elle une aide ou au contraire un obstacle à la compréhension et à l'élaboration de la démonstration ?* » (p.45)

L'évolution du statut des objets géométriques est selon l'auteure une nécessité pour une initiation au raisonnement déductif, avec comme perspective l'apprentissage de la démonstration. Elle présente les différents statuts, selon les niveaux au collège.

Dans les classes de sixième et cinquième, l'élève doit commencer par observer, construire, mesurer. Un accent est mis sur l'exactitude et la précision des tracés et des mesures, car eux seuls suffisent pour résoudre un problème, valider un résultat. À ce niveau, raisonner pour l'élève consiste à faire quelques déductions pratiques basées sur un rapport perceptif aux objets dessinés. L'élève raisonne sur les dessins et pas sur la figure en tant qu'objet abstrait idéal.

En quatrième et troisième, l'élève doit faire évoluer la perception qu'il a des objets sur lesquels il est amené à raisonner, déduire, puis démontrer. À la différence de la sixième, les objets dans ces niveaux sont abstraits, porteurs de propriétés théoriques (p.45). Nous pouvons donc dire qu'au collège l'objet passe du statut du concret (d'observation, le tracé et la construction, la mesure) au statut d'objet abstrait (figure, etc.)

Le changement de statut du dessin vers celui de la figure, que l'on peut aussi selon l'auteure qualifier de rupture épistémologique, constitue une réelle difficulté dans l'enseignement-apprentissage de la démonstration :

- La réorganisation de la pensée chez les élèves sur la base de notions abstraites est précoce quand ils ont encore un rapport direct avec l'objet ;
- Les enseignants ne peuvent pas rendre explicite ce nouveau statut de la figure par un discours accessible à l'élève, ni situer précisément dans le temps ce processus d'abstraction.
- L'utilisation des figures dans l'élaboration d'un raisonnement pose en particulier deux problèmes importants auxquels se heurtent de nombreux élèves au collège :
  la prégnance de la figure peut rendre inutile ou vaine aux yeux de l'élève, la recherche d'une démonstration.

Dans la mise en place de son raisonnement, l'élève peut être gêné par la figure elle-même, par la difficulté qu'il a à l'appréhender, la décrypter, l'analyser.

Le problème de géométrie à ce niveau peut être assimilé à une figure et un énoncé s'y attachant. La complexité d'une figure peut occulter l'idée centrale d'une démonstration. Par exemple, l'élève qui a une vision trop globale de la figure ne perçoit pas séparément telle partie éventuelle qui mettrait en évidence la solution.

En conclusion, l'auteur dans cet article présente l'épistémologie de certains concepts comme celui de la figure qui est un concept très important en géométrie, elle présente également l'enseignement des transformations et les difficultés qu'il rencontre au collège.

Pa ailleurs le concept de figure tout comme celui de dessin est un élément clé dans l'initiation au raisonnement. La distinction entre les deux et le changement de statut des objets manipulés du dessin à la figure, constitue une réelle difficulté dans l'enseignement-apprentissage de la démonstration. En effet, des classes de sixième et cinquième aux classes de quatrième et troisième, l'élève doit faire évoluer la perception qu'il a des objets sur lesquels il travaille.

Les résultats de cet article nous intéressent dans la mesure où ils nous permettent de comprendre les difficultés liées à l'utilisation des objets géométriques pour démontrer. Cet article nous éclaire sur le statut de l'objet en géométrie au collège et l'évolution qu'il subit. Ce résultat nous intéresse, car pour tester la mobilisation des connaissances des élèves sur le parallélisme, envisageons de faire construire des figures aux élèves, sur lesquelles ils vont raisonner. La compréhension de la différence qui est faite entre la figure et le dessin est un apport majeur dans la démarche que nous voulons entreprendre.

2.2.3. Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire (Brousseau, 2000)

Selon Brousseau la géométrie intervient par ses objets, par ses méthodes et par les représentations qu'elle propose dans de nombreuses branches des mathématiques et des sciences (p.1). Son enseignement entraine les élèves au raisonnement mathématique, c'est-à-dire à un mélange de raisonnement déductif et d'imagination inductive.

Comme propriétés didactiques, la géométrie offre aux professeurs une possibilité de provoquer chez leurs élèves une activité reconnue comme authentiquement mathématique par la plupart des mathématiciens eux-mêmes.

2.2.3.1. La situation comme modèle

De nombreux problèmes sont posés au sujet de la géométrie et son enseignement au collège. On pourrait citer son influence sur d'autres branches des mathématiques, la place du raisonnement en géométrie dans le raisonnement mathématique, les conséquences que peuvent avoir les ramifications des méthodes didactiques développées au collège et dans les autres secteurs. C'est à ces problèmes que l'auteur s'intéresse. Il propose une méthode pour comprendre la géométrie en tant que science, en tant que pratique et en tant qu'objet d'enseignement. La méthode proposée ici est celle de l'analyse de situation, pour l'auteur : « *Les situations sont les modèles minimaux qui expliquent comment telle connaissance intervient dans les rapports particuliers qu'un sujet établit avec un milieu pour y exercer une influence déterminée.* » (p.2)

L'auteur présente comme exemple de situation scolaire, un exercice ou un problème et comme milieu, un certain ensemble de questions, de calculs mentaux ou de figures planes.

Certaines situations sont des situations d'apprentissage, c'est-à-dire qu'elles nécessitent de la part du sujet la mise en œuvre d'une connaissance, mais encore elles l'incitent et lui permettent de la développer s'il ne l'a pas déjà acquise (p.3). Les situations didactiques sont ici celles qui exigent divers modes d'intervention d'un tiers habité d'une volonté d'enseigner la connaissance en question, pour produire leur effet.
Une des approches de la didactique des mathématiques selon l'auteur (p.3) consiste à modéliser non seulement les connaissances que l'on veut enseigner ou celles qu'un sujet apprend, mais aussi les conditions dans lesquelles elles se manifestent. L'auteur propose une classification générale des situations déterminées par :

> « *les rapports que le sujet établit avec son milieu (action, communication, justification, institutionnalisation, didactique) ; le type des systèmes en présence dans ce milieu (matériel, joueur, antagoniste, opposant, partenaire coopérant, autorité, enseignant), la forme sous laquelle la connaissance du sujet se manifeste (décision, message, assertion, convention, référence) ; la forme de la connaissance elle-même (connaissance implicite (ou schème), langage, savoir pratique, technique, technologique ou théorique), les types d'apprentissages (didactique, sous la conduite d'un enseignant ou non didactique).* » (p.4)

Pour l'auteur, les situations évoquées ci-dessus ne sauraient suffire à expliquer les relations étroites qui existent entre la cause de l'adaptation du sujet et leur résultat, entre la nature de ces connaissances apprises et leur sens, entre les raisons de leur mise en œuvre et leurs places dans la culture. D'après l'auteur il n'y a aucun mal à utiliser des connaissances géométriques mêmes avancées pour déterminer les situations propres à faire construire des connaissances même élémentaires par un sujet, à la condition évidente que ces connaissances avancées ne soient pas nécessairement au sujet même. Selon l'auteur l'idée qu'une même connaissance puisse différer suivant les types de situations dans lesquelles elle apparaît et suivant les alliés de ces situations est un axiome important de cette approche. Le sens concret des éléments de mesure pour des propriétés des connaissances a été permis par la modélisation des conditions d'apprentissage ou d'enseignement par des situations formelles. Il cite alors la consistance interne, la comptabilité ou la dépendance par rapport aux activités antérieures.

2.2.3.2. L'espace

L'enseignement de la géométrie est souvent justifié par le fait qu'elle est la science de l'espace. Guy Brousseau s'interroge sur le lien qui existe entre l'espace et la géométrie. Selon lui les connaissances spatiales d'un sujet sont celles qui lui permettent de résoudre des problèmes spatiaux, qu'il ait ou non la possibilité de les formuler. D'après l'auteur, « *Un problème spatial est un problème dont la résolution requièrt effectivement la mise en œuvre d'une connaissance qu'un observateur reconnait comme bien décrite par un savoir de nature spatiale et plus particulièrement géométrique.* » (p.5)

L'auteur propose trois formes de connaissances spatiales :

Les modèles implicites : d'après l'auteur, nous modélisons les connaissances spatiales implicites par l'espace lui-même, tel que nous le percevons et tel que la culture le représente.

Nous associons à ces modèles les noms de visions spatiales, représentations ou images mentales.

Les langages : l'auteur met l'accent sur la situation de communication, d'informations spatiales sous laquelle se manifeste la description de l'espace.*« Les messages oraux, écrits ou graphiques se réfèrent à des systèmes de représentation plus ou moins analogiques ou à des systèmes plus ou moins arbitraires.»(p.7)*

D'après lui, parmi les informations spatiales et les images de toutes sortes qu'utilisent les humains, bien peu relèvent de la description géométrique, par contre les transformations que doivent subir ces images sont beaucoup plus souvent de nature géométrique.

Les énoncés représentent une forme des connaissances spatiales. Selon lui les connaissances véritables au sujet de l'espace trouvent leur manifestation dans des anticipations ou des inférences qui dépassent la perception, la description de l'environnement. Ces connaissances peuvent se manifester dans des décisions et des communications.

2.2.3.3. Situation fondatrice de l'étude de la géométrie

En considérant l'approche en termes de situation, Brousseau définit la géométrie comme la collection des connaissances spécifiques de la vérification, de la consistance des énoncés sur l'espace. (op. cit, p.8)

La distinction entre la géométrie et l'espace tend à s'éteindre dans la culture devant l'efficacité des mathématiques dans ce domaine, et réciproquement devant l'intérêt des modèles géométriques pour toute sorte d'études mathématiques. La distinction que l'auteur souligne n'apparaît pas bien aux élèves, ce qui fait qu'elle n'est pas présente dans l'esprit des professeurs. Selon l'auteur, cette distinction est pourtant très précieuse dès lors que l'on prend la géométrie non plus comme une connaissance utile par elle-même, mais comme un moyen pour l'enseignement d'initier l'élève au raisonnement déductif ou comme initiation à l'usage d'une théorie mathématique. La confusion entre les différentes fonctions de la géométrie comme moyen de représentation de l'espace ou comme modèle d'une activité mathématique est selon l'auteur, une source d'erreurs, de malentendus et d'échecs. Pour cela, l'auteur pose les fondements de l'étude de la géométrie :

> « *Il s'agit de marquer dès son apprentissage quelle est la fonction, la nature et le sens des activités géométriques ? Quels rapports il y a entre une figure, comme objet de la théorie mathématique, le dessin de cette figure et la figure envisagée par un sujet devant un dessin.* » (p.8)

En guise de conclusion, Brousseau donne des éclaircissements sur les rapports que la géométrie entretient avec d'autres branches des mathématiques. Ces résultats nous permettent de comprendre le rapport qui existe entre l'espace et la géométrie au collège, les formes de connaissances spatiales (modèles implicites, les langages et les énoncés). Il propose une démarche pour résoudre les problèmes de la géométrie, l'analyse des situations, qui permet d'améliorer les méthodes d'enseignement de la géométrie. Il attire notre attention au sujet de l'erreur due à la confusion entre les différentes fonctions de la géométrie comme moyen de représentation de l'espace ou comme modèle d'une activité mathématique.

Pour notre travail, nous considérons la géométrie comme modèle d'une activité mathématique : la construction d'une situation didactique pour amener les élèves à acquérir les connaissances sur le parallélisme va les conduire à une activité de modélisation. Cette analyse de situation que Brousseau propose facilite la construire d'une situation didactique permettant aux élèves de s'approprier la propriété visée par l'enseignant. Cela constitue l'un des objectifs de notre travail.

2.2.4. En géométrie, les élèves s'ennuient, le tracé est prépondérant (Alain Mercier et Jacques Tonnelle, 1992-1993)

Les auteurs distinguent trois aspects des constructions géométriques qui sont distinctes les unes des autres : la preuve de constructibilité, l'algorithme de construction et le procédé de tracé (p.6).Selon eux, il convient de tenir compte des diverses fonctions des objets graphiques (schéma, figure, épure) en géométrie afin de mieux les articuler.

À ce sujet, les auteurs font la remarque selon laquelle, si les problèmes soumis aux élèves pour résolution sont essentiellement les problèmes de tracé, cela induit deux types de difficultés :

> « *-d'une part, la prépondérance du tracé aura un effet néfaste et fonctionnera en obstacle épistémologique dès lors que, plus tard (dans l'année ou dans le cursus), l'on voudra faire l'apprentissage du raisonnement déductif même par « de courtes séquences déductives », comme le stipulent les commentaires des programmes de*
> *Sixième -et de la démonstration en géométrie;*
> *-d'autre part, il est à craindre que cette façon de procéder n'engendre bien vite l'ennui chez la plupart des élèves y compris -et peut-être même surtout -chez ceux qui réussissent le moins.* » (p.6)

Les auteurs, dans cet article, font le constat selon lequel la géométrie du tracé est impopulaire chez les élèves. En effet, la demande d'une grande précision des figures qu'ils doivent réaliser est pour eux une source renouvelée d'échec. « *Ils y voient l'effet d'un ''tour de main'' technique qu'ils ont échoué à acquérir et dont le manque les poursuit d'année en année.* » (p.6)

Les auteurs pensent que les difficultés en géométrie ne sont pas, pour les élèves l'effet d'un manque de connaissance théorique sur l'espace, mais sont les dupes du contrat didactique primitif de la géométrie du dessin.

Pour confirmer cette hypothèse et les idées qu'ils soutiennent, ils ont organisé une expérimentation.

Il ressort de cette expérimentation la proposition suivante pour pallier aux difficultés que l'on observe dans l'enseignement de la géométrie au collège: il faut que la géométrie donne des outils de modélisation de l'espace, et c'est seulement à ce prix que la géométrie pourra ne plus être pour les élèves du collège, l'occasion d'un travail purement matériel ou symétriquement l'occasion d'un travail purement formel.

Ces différents travaux ont permis de révéler les difficultés que rencontrent les élèves en géométrie, que ce soit dans le raisonnement ou dans la construction des objets. Ces travaux fournissent des éléments qui nous permettront de construire des situations appropriées pour recueillir les données dont nous avons besoin. Les travaux de Brousseau nous orientent dans la construction de la situation didactique qui permettra aux élèves de découvrir les propriétés des droites parallèles.

2.3. Approche théorique

Dans la suite, nous définissons les cadres théoriques que nous avons choisis pour conduire notre travail. Nous nous appuierons ainsi sur les éléments de ces cadres pour conduire nos réflexions.

2.3.1. Théorie des champs conceptuels (Gérard Vergnaud, 1991)

Pour développer nos propos, nous nous intéressons dans ce mémoire aux articles de Gérard Vergnaud : « *La théorie des champs conceptuels* » paru en 1991 dans la revue Recherche en Didactiques des Mathématiques, Vol. 10/2.3,pp.133-170 ; et *« Forme opératoire et forme prédicative de la connaissance »,* publié dans les Actes du Colloque GDM-2001.

Gérard Vergnaud(1991) définit la théorie des champs conceptuels comme :

> *« Une théorie cognitiviste, qui vise à fournir un cadre cohérent et quelques principes de base pour le développement et l'apprentissage des compétences complexes, notamment de celles qui relèvent des sciences et des techniques » (*p.2).

L'apprentissage du parallélisme relève des compétences complexes. En effet :

- plusieurs formulations peuvent renvoyer à la même signification : « deux droites sont parallèles », « deux droites sont perpendiculaires à une même droite », « la droite (d) est parallèle à la droite (d') », « les droites (d) et (d') ne se rencontrent pas ». Il faut que l'élève puisse établir des liens entre ces formulations et sache à quel moment il doit les utiliser;
- La représentation de deux droites parallèles ne va pas de soi : le tracé à la règle et au compas mobilise des propriétés que l'élève doit connaitre, les dimensions du papier ne garantissent pas que les droites ne se rencontrent pas.

Les buts de la théorie des champs conceptuels sont d'une part de fournir un cadre qui permet au didacticien de saisir les différentes liaisons, enchainement et des divergences entre les connaissances ici considérées comme « *savoir-faire et savoir exprimé* », et d'autre part, de donner les éclaircissements sur la façon dont sont conçus les concepts des structures géométriques. Comme le souligne Vergnaud, la théorie des champs conceptuels:

- fournit un cadre permettant de comprendre les filiations et les ruptures entre les connaissances;
- rend compte du processus de conceptualisation des structures mathématiques.

L'hypothèse que nous faisons est que, l'acquisition du sens du concept de parallélisme (ou d'une connaissance) se fait à partir de la confrontation à des situations problématiques qui mettent en jeu ce concept.

2.3.1.1. Opérationnalité de la connaissance.

Vergnaud (2001) définit une connaissance opératoire comme une connaissance qui « *permet de faire et de réussir* ». Un concept est utilisé dans diverses situations, et dans chacune d'elle, elle n'est pas mise en œuvre de la même manière, comme nous l'illustrons dans le questionnaire que nous avons proposé. Un concept peut avoir plusieurs propriétés qui doivent être mobilisées pour résoudre un problème, et dont la pertinence varie selon les situations à traiter. Comme le dit Vergnaud : « *C'est à travers des situations et des problèmes à résoudre qu'un concept acquiert du sens pour l'enfant.* » (op. cit. pp.135-136)

Il parle d'un « *processus d'élaboration pragmatique* » du concept. Il souligne que ce processus est essentiel pour la didactique et la psychologie, comme il est d'ailleurs essentiel pour l'histoire des sciences.

2.3.1.2. Les invariants opératoires.

D'après Vergnaud ce sont essentiellement les invariants opératoires que la didactique des mathématiques a investis pour ses recherches. Vergnaud (1991) distingue des invariants opératoires de trois types logiques qui sont les suivantes:

- des invariants de type « propositions » : les théorèmes-en-acte. Ces invariants peuvent être vrais ou faux. Un théorème-en-acte désigne les propositions que les élèves utilisent généralement en situation de résolution des problèmes, cela ne signifie pas qu'ils soient capables de les justifier ou les démontrer ;
- des invariants de type « fonction propositionnelle » : ils sont indispensables à la construction des propositions. Les concepts-en-acte ou les catégories-en-acte en font partie ;
- des invariants de type « argument » : en mathématiques, les arguments peuvent être des objets, des nombres.

Ces invariants opératoires, *règles d'action et théorème-en-acte*, ont leur domaine d'application, c'est-à-dire l'ensemble des situations où ils peuvent apporter une réponse (qu'elle soit vrai ou fausse comme par exemple tracer deux droites parallèles en considérant qu'elles ne se touchent pas) et leur domaine de validité, c'est-à-dire l'ensemble des situations où ils produisent une réponse exacte (tracer les deux droites parallèles telles qu'elles ne se touchent pas en utilisant les lignes du cahier). Généralement, ce domaine de validité est non vide. Il peut même sembler très grand à l'élève parce que les situations qu'il rencontre le renforcent. Vergnaud considère donc qu'une production erronée (une erreur) provient de l'application d'une *règle d'action* ou d'un *théorème-en-acte* à l'extérieur de son domaine de validité. Notons que l'erreur est constitutive la connaissance. La connaissance à tout niveau est locale et on ne peut connaitre son domaine de validité si l'on n'a pas établi ses limites.

On comprend à travers cette théorie qu'un concept se construit pour l'élève, à travers des familles de situations distinctes qui l'utilisent. Et le sens qui se construit est lié à ces familles de situations. On peut aussi faire la remarque selon laquelle le sens d'un concept n'est pas entièrement contenu dans les situations, ni dans les seuls symboles associés. Le langage et les autres signifiants (représentations graphiques ou géométriques, tableaux, équations caractéristiques, etc.) participent de la construction du sens du concept et ils ont une double fonction de communication et de représentation. Par conséquent, ce n'est pas parce qu'on dispose d'un ensemble de définitions, propriétés, théorèmes, d'un concept que l'on est sûr d'en maîtriser le sens.

L'auteur souligne le fait que les questions de difficultés et d'échecs de l'enseignement scolaire rencontrés depuis des décennies sont là pour l'attester : un cours savamment élaboré par l'enseignant ne peut assurer à lui seul l'apprentissage.

D'après Vergnaud (1991) un concept est défini par un ensemble de trois ensembles G={S, I, s} : l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept noté S ; l'ensemble des invariants sur lesquels repose l'opérationnalité des schèmes(le signifié) notés I ; l'ensemble des formes langagières et non langagières qui permettent de représenter symboliquement le concept, ses propriétés, les situations et les procédures de traitement (le signifiant) noté s.

En ce qui concerne les droites parallèles en géométrie euclidienne, elle se construit dans des situations aussi diverses que des problèmes d'identification, de construction ou de reconnaissance, l'utilisation des propriétés du concept pour résoudre d'autres questions.

Les invariants opératoires sont les axiomes, définitions, propriétés caractéristiques et théorèmes qui concernent le concept de droites parallèles ; chacun de ces invariants est plus ou moins fonctionnel selon le type de situation considéré.

Les signifiants sont les équations de droite, les représentations graphiques, la règle, l'équerre, le compas comme outils de construction, etc.

2.3.1.3. Forme opératoire et forme prédicative de la connaissance

Comment exprime-t-on sa connaissance ? Gérard Vergnaud distingue deux formes d'expression de la connaissance : la forme opératoire et la forme prédicative.

La forme opératoire : c'est celle qui permet d'agir en situation. Elle est souvent implicite et inconsciente.

La forme prédicative : c'est la forme verbale ou l'expression des objets avec ses propriétés.

La compétence s'observe dans l'action en situation de résolution de problème, c'est la manifestation des connaissances opératoires dont dispose le sujet. Les compétences traduisent l'opérationnalité des connaissances. A ce sujet Vergnaud (2010) déclare :

> « *La plus grande partie de nos connaissances se situent dans nos compétences, souvent de manière implicite, voire inconsciente. C'est ce qu'on peut appeler « la forme opératoire de la connaissance », celle qui permet d'agir en situation. Elle ne s'oppose pas aux connaissances académiques classiquement transmises par l'école et l'université, mais il existe un décalage parfois impressionnant entre ce qu'une personne peut faire en situation, et ce qu'elle est capable d'en dire. La forme opératoire de la connaissance est en général plus riche, plus subtile, que « la forme prédicative », celle qui énonce les propriétés et les relations des objets de pensée.*» (op cit., p.4)

C'est par le mécanisme de vas et vient entre la forme prédicative (description de l'action) et la forme opératoire (l'action en elle-même), qu'il sera possible d'enclencher un processus de conceptualisation de l'action efficace. Vergnaud ajoute qu'il faut se méfier des termes « compétences », « pratiques », « expérience », car aucun de ces trois mots n'est à lui seul un concept scientifique.

Pour évaluer qu'un élève est plus ou moins compétent, il faut recueillir des observables. La notion de « concept pragmatique » est différente de celle de «concept scientifique ». Il est à retenir que la forme prédicative de la connaissance est toujours moins riche que la forme opératoire de la connaissance. On peut citer en exemple la rédaction d'un guide méthodologique qui explique ce qu'il faut faire, mais ne mentionne ni les raisonnements opératoires ni les obstacles épistémologiques.

La compétence réside dans la forme opératoire de la connaissance elle constitue une reconnaissance nécessaire des formes opératoires de la connaissance et un dépassement de la scission habituelle entre les connaissances. Selon Vergnaud (op. cit), il existe un rapport non négligeable entre la forme opératoire et la forme prédicative de la connaissance. La forme prédicative apporte des précisions à la forme opératoire: elle est nécessaire pour avancer et permettre aux compétences de se développer, c'est ce qui se passe dans le système éducatif. Le langage ne peut jamais épuiser la richesse du caractère opérationnel de la compétence.

La théorie des champs conceptuels s'applique à la géométrie, mais sa mise en œuvre est plus complexe qu'en algèbre. En effet la géométrie enseignée au collège prend sa source dans trois grands domaines d'expérience de l'espace, et ces domaines sont interdépendants (Vergnaud, 2001). Comme domaines nous avons la géométrie des figures, la géométrie des positions et la géométrie des transformations.

> *« Il est bien difficile de construire des situations et d'élaborer des exercices relevant de la géométrie des figures, sans toucher en même temps la question des positions relatives et la question des transformations. De même il n'y a pas de géométrie des transformations sans figures et sans positions. » (Vergnaud, 2001)*

Nous sommes donc amené à construire des situations en géométrie, en essayant de dissocier partiellement au moins, les compétences distinctes qui interviennent ensemble.

2.3.2. Théorie des situations didactiques (Guy Brousseau, 2004).

Nous nous appuyons dans cette partie sur les textes fondateurs de Guy Brousseau qui portent sur les situations didactiques publiées de 1970 à 1990. Ces articles ont été rassemblés et préparés par Nicolas Balacheff, Martin Cooper, Rosamund Sutherland, Virginia Warfield, dans l'ouvrage intitulé « Théorie des situations didactiques » publié par les éditions la pensée sauvage en 2004.

La théorie des situations didactiques est une théorie développée par Guy Brousseau dans les années 80, qui fournit un cadre cohérent à la recherche en didactique. Elle ne s'inscrit pas strictement dans la théorie piagétienne, mais les caractéristiques des objets sont empruntées de cette théorie. La théorie des situations didactiques, propose une modélisation du savoir, des situations d'enseignement et des rôles du maître et des élèves en classe. Une partie des chercheurs en didactique des mathématiques développe la théorie des situations didactiques, notamment la fonction du langage dans le processus enseignement-apprentissage des contenus mathématiques, ainsi que le rôle du professeur. Nous ne prétendons pas dans ce mémoire aborder cette théorie dans sa totalité, néanmoins nous ferons un aperçu de cette production de Guy Brousseau qui nous permettra de nourrir notre étude.

Le travail du professeur et de l'élève

Le rôle du professeur pensé par Brousseau n'est pas seulement d'exposer les savoirs et des problèmes dont la résolution met en œuvre ces savoirs. Sinon l'élève risque de ne savoir résoudre aucun problème dont il n'a pas vu la solution avant. Le professeur propose aussi des situations qui demandent à l'élève de poser des questions et de chercher à y répondre (p.49). Ces situations visent la construction de savoirs scolaires. Le professeur produit alors une contextualisation du savoir. Lorsqu'un élève reconstruit la connaissance qui permet de résoudre le problème, il y a personnalisation du savoir mathématique. Les connaissances ainsi produites en classe seront à nouveau décontextualisées et dépersonnalisées pour constituer les savoirs à retenir. Ces savoirs prendront leur place dans l'ensemble des savoirs antérieurs ou conduiront à les reconsidérer ou à les réaménager.

Le rôle de l'élève imaginé par l'auteur ne doit pas seulement se limiter à apprendre des définitions, des théorèmes et techniques, il doit pouvoir faire évoluer ses connaissances sur les droites parallèles. Il doit aussi avoir la capacité de s'emparer d'un problème complexe nouveau, de poser des questions, de discuter de la qualité des questions, de produire des réponses (des démarches, des formalisations, des preuves), et de discuter de leur pertinence :

> « *Une bonne reproduction de l'élève de l'activité scientifique exigerait qu'il agisse, qu'il formule, qu'il prouve, qu'il construise des modèles, des langages, des concepts, des théories, qu'il les échange avec d'autres, qu'il reconnaisse celles qui sont conformes, à la culture, qu'il lui empreinte celles qui lui sont utiles, etc.* » (p.50)

Pour mener à bien ces études, l'auteur oppose la maïeutique socratique au processus psychogénétique piagétien. Il présente la maïeutique chez Socrate comme une méthode d'enseignement qui permet à l'enseignant, par un jeu de bonnes questions, de faire produire à l'apprenant le savoir visé (pp. 58-59). La responsabilité de l'apprentissage est ici du côté du maître. Pour Piaget, l'enfant apprend en s'adaptant à un milieu. Le savoir, construit par l'élève comme un fruit de l'adaptation, se manifeste par des réponses nouvelles qui sont la preuve de l'apprentissage. La responsabilité de l'apprentissage est ici du côté de l'élève. Brousseau propose une conception de l'enseignement où le maître, par des problèmes bien choisis, provoque chez l'élève des adaptations productrices des apprentissages visés.

Situation d'action

Dans ce premier type de situations, et selon l'auteur, le sujet est confronté à un milieu qui interagit avec lui. Agir consiste pour le sujet à choisir des états du milieu en fonction de ses propres motivations. Le milieu est présenté comme antagoniste, car il doit réagir aux propositions de l'élève dans une perspective d'apprentissage.

Situation de formulation

Brousseau met l'accent ici sur la communication qui doit exister entre le sujet et éventuellement un interlocuteur. Selon lui pour dépasser l'action, il est nécessaire de développer des situations de formulation, souvent appuyées sur l'obligation faite à l'élève de communiquer avec un autre interlocuteur. La formulation des connaissances utiles pour maîtriser l'action met en œuvre des répertoires linguistiques et facilite également leur acquisition.

Situation de preuve (ou de validation)

À la différence les deux premiers types de situations où il existait des corrections et des régulations empiriques, l'auteur, dans la construction du savoir, introduit un nouveau type de formulation. Il ne s'agit pas tout simplement d'échanger des informations, mais de les partager avec un collaborateur pour rechercher la vérité.

2.3.2.5. Contrat didactique et effets de contrat

La notion de *contrat didactique* est l'une des notions importantes de la théorie des situations didactiques. Il est de la responsabilité de l'élève de chercher à résoudre le problème et il est de la responsabilité du maître que l'élève apprenne : il y a une relation contractuelle entre le maître et l'élève. Le contrat didactique est perçu comme l'ensemble des obligations (spécifiques) du maître attendues par l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève attendus par le maître.

Le contrat didactique va se déterminer par la répartition, explicite ou implicite, des responsabilités de prise de décisions par rapport à l'apprentissage entre le professeur et les élèves. Il comporte donc par essence une partie implicite, celle qui concerne directement le savoir visé : « si le maître dit ce qu'il veut, il ne peut plus l'obtenir » (p.50). Pour l'auteur, le contrat didactique n'est pas exactement un contrat ; il fait remarquer que lorsqu'un enseignement échoue ou rencontre des difficultés, chaque partie se comporte comme si le contrat avait été rompu. De ce fait, de nombreux paradoxes président à l'existence du contrat didactique qui repose sur un grand nombre d'incertitudes : le professeur n'est pas assuré du taux de réussite de ses élèves dans une situation donnée. Des « effets » de contrat sont constatés lorsque les élèves ne comprennent pas l'attente du maître, lorsque le maître surmonte la difficulté à la place de l'élève ou lorsque le maître interprète une réponse banale comme la manifestation d'un savoir, etc.

La dévolution

Tout l’art du professeur va être de faire accepter à l’élève d’entrer dans une situation adidactique. Brousseau définit donc la dévolution comme :« *L’acte par lequel l’enseignant fait accepter à l’élève la responsabilité d’une situation d’apprentissage (adidactique) ou d’un problème et accepte lui-même les conséquences de ce transfert.* » (op.cit., p.303)

Il doit ainsi parvenir à ce que la résolution du problème soit de la responsabilité de l’élève, en prenant le risque et la responsabilité de ses actes dans des conditions incertaines. Le professeur s’efforce d’exclure de ses interventions celles qui conduisent d’une manière ou d’une autre à la solution. La conception et la gestion de l’incertitude des situations adidactiques sont les parties les plus difficiles de l’acte didactique. Le premier paradoxe de la dévolution est que le maître souhaite que l’élève ne veuille tenir la réponse que de lui-même, mais en même temps il veut, il a le devoir social de vouloir que l’élève donne la bonne réponse. Selon Brousseau les difficultés posées par la dévolution sont souvent analysées en terme de motivation et les solutions préconisées sont alors de natures psychologique, psychoaffective ou pédagogique. Il insiste sur le rôle spécifique de la didactique dans une phase où la signification de la connaissance et de la situation joue un rôle important.

L’institutionnalisation

Brousseau pensait qu’une épistémologie génétique de chaque notion mathématique était possible, il avait imaginé que les situations pouvaient provoquer des apprentissages constructivistes en quelque sorte autodidactes (p.310). L’institutionnalisation est le passage pour une connaissance, de son rôle de moyen de résolution d’une situation, de formulation ou de preuve, à un nouveau rôle, celui de référence pour des utilisations futures, collectives ou personnelles. Cette phase est indispensable pour assurer le passage d’une connaissance reliée à une situation vécue individuellement et très contextualisée à un savoir décontextualisé actif dans une institution donnée.

Conclusion du chapitre 2

Dans ce chapitre nous avons présenté quelques travaux antérieurs à notre travail, et le cadre théorique dans lequel nous allons conduire notre recherche.

Une lecture de ces travaux permet de relever que les réflexions sont menées pour pallier aux difficultés que rencontrent les élèves du collège en géométrie dans l’enseignement obligatoire. Parmi les propositions de remédiassions, nous avons :

- la prise en compte des niveaux de conceptualisation qui doivent être effective dans l’enseignement : selon Aline Robert la mise en évidence des niveaux de conceptualisation donne des moyens à l'enseignant pour organiser transversalement les connaissances à acquérir et caractériser le travail géométrique attendu à chaque niveau.

- La différence entre dessin et figure : un accent est mis sur l'évolution du statut de l'objet lors du passage d'un niveau d'étude à l'autre au collège.
- Des situations pour comprendre et améliorer l'enseignement de la géométrie : Guy Brousseau définit le concept de situation, donne une classification des situations et établit le lien entre la géométrie et l'espace.

La complexité de l'enseignement des concepts de géométrie étant mise en exergue par les différents travaux, nous avons montré en quoi le cadre des champs conceptuels se révélait être une cadre idoine pour notre travail : d'une part pour l'analyse des réponses des élèves au questionnaire que nous leur avons proposée et d'autre part, pour observer les sujets en situation d'apprentissage avec un accent mis sur les formes opératoires et prédicatives des connaissances. En outre, l'organisation des séquences didactiques dont le but est d'amener les élèves à s'approprier le concept de parallélisme s'insère bien dans le cadre des situations didactiques.

PARTIE 2 : MÉTHODOLOGIE DE LA RECHERCHE, PRÉSENTATION DES RÉSULTATS ANALYSE ET VALIDATION DES DONNÉES

CHAPITRE 3 : Méthodologie de la recherche

L’objet de ce chapitre est d'une part de présenter le questionnaire qui nous permettra de déterminer le niveau d’utilisation des connaissances (propriétés) sur les droites parallèles, de repérer le sens que les élèves donnent aux droites parallèles, et d’autre part, de présenter la situation didactique qui permettra de mettre les élèves en activité pour pouvoir observer la découverte de la propriété de la droite des milieux dans un triangle.

Notre objectif est de proposer des idées issues de l’analyse épistémologique, pour tenter de mieux cerner le rapport implicite des élèves aux propriétés enseignées. Cet objectif structure la mise en œuvre expérimentale et les analyses *a priori* et *a posteriori* du questionnaire.

Nous présentons la méthodologie de la recherche que nous avons choisie :

1. Revue de littérature : Nous avons commencé notre travail par une revue de littérature sur les travaux relatifs à l’enseignement de la géométrie. Ces travaux mettent en évidence les difficultés bien réelles que les élèves rencontrent dans leurs apprentissages et dont nous avons présenté quelques-uns en introduction. Nos observations naturalistes et les résultats que nous avons présentés nous ont orientés vers deux cadres théoriques en raison de notre problématique.
2. Définition des cadres théoriques
   - La théorie des champs conceptuels qui fournit quelques principes de base pour l’étude du développement et l’apprentissage des compétences complexes ;
   - La théorie des situations didactiques qui développe un cadre pour l’étude des situations d’enseignement des mathématiques.
3. Élaboration du questionnaire et construction de la séquence didactique : les informations recueillies dans la revue de littérature et les éléments d’analyse de la théorie des champs conceptuels nous ont permis d’élaborer un questionnaire qui avait pour but d’identifier les conceptions des élèves sur le parallélisme et les règles d’action mise en œuvre par ces derniers pour résoudre les items proposés.

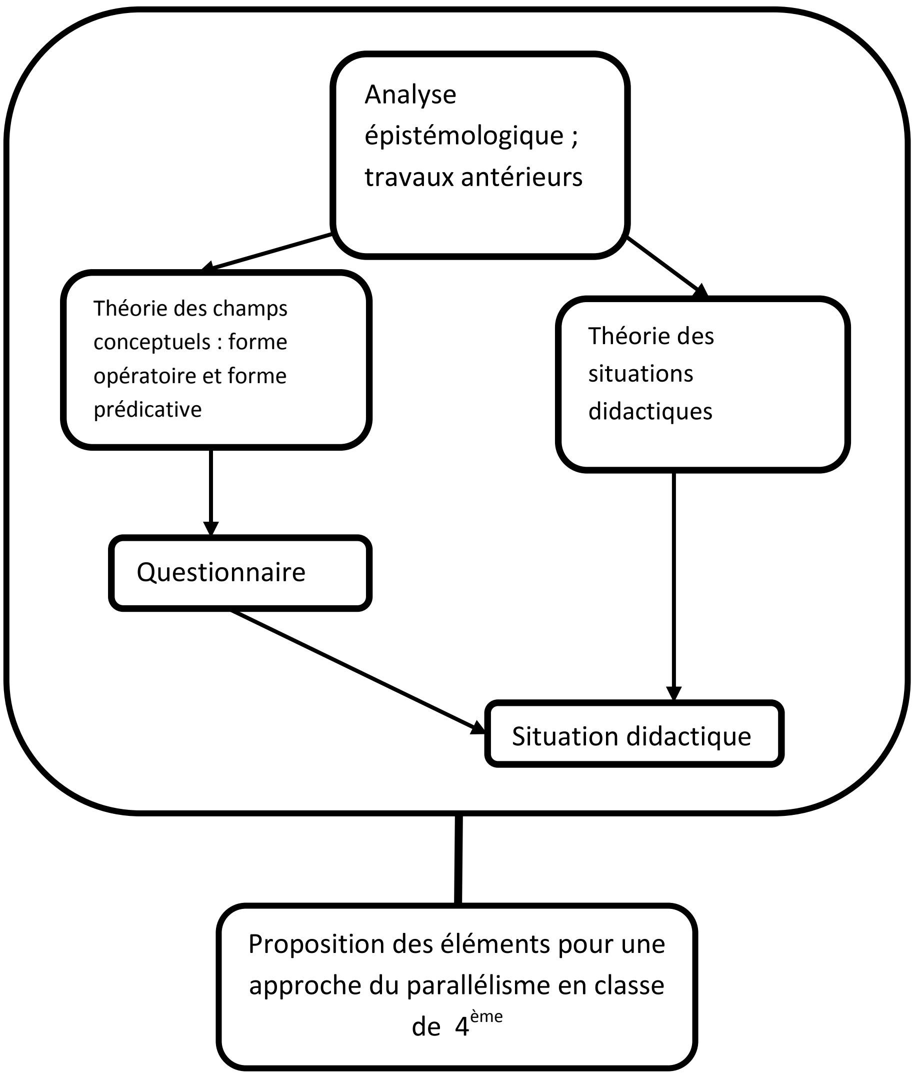
   Les résultats du questionnaire nous ont orientés dans la construction de la séquence didactique. Nous avons centré la construction de cette séquence sur les difficultés rencontrées par les élèves au cours de la résolution des items du questionnaire.
4. Les analyses a priori et a posteriori : pour les conduire, nous nous sommes appuyé

sur les cadres théoriques, l'étude épistémologique et les résultats des travaux antérieurs.

À la fin de notre travail, nous proposons des pistes pour une approche de l'enseignement du concept de parallélisme des droites en classe de quatrième.

Ce chapitre est composé essentiellement de deux parties. La première partie porte sur l'analyse *a priori*du questionnaire et la deuxième partie sur l'analyse *a priori* de la situation didactique que nous avons construite et proposée à un groupe d'élèves.

Schématisation de la méthodologie



3. 1. Analyse a priori du questionnaire

Préliminaire

Le questionnaire que nous proposons s'inscrit dans une enquête qualitative. En effet, nous voulons proposer une réponse à notre question de recherche, mais aussi explorer les différentes difficultés sur le parallélisme, rencontrées par les élèves.

Nous essaierons de dégager dans quelle mesure les connaissances des propriétés sur le parallélisme sont mobilisées, lorsque les élèves de la classe de quatrième sont en situation de résolution des tâches pour lesquelles ces connaissances sont requises. Pour répondre à cette préoccupation, nous avons construit un questionnaire composé de quatre exercices, dont la résolution requiert la mobilisation des connaissances (définition, propriétés) sur les droites parallèles.

Ce questionnaire a été proposé à un groupe de 12 élèves de la classe de quatrième dont l'âge varie entre 13 et 15 ans. Ces élèves ont répondu au questionnaire en fin d'année scolaire plus précisément au mois d'avril 2014, après que le programme de l'année en mathématiques soit achevé.

Cette enquête s'est déroulée dans la section francophone du lycée Bilingue d'Ekorézok à Yaoundé qui est un établissement secondaire du Cameroun. Les élèves qui ont répondu à ce questionnaire étaient volontaires pour le passer en dehors des séances d'enseignement. La durée de passage était d'une heure pour tout le groupe. Les élèves avaient pour consignes de travailler en silence et individuellement sur la fiche que nous leur avons remise. De plus, il leur a été indiqué qu'il était possible de commencer par n'importe quelle question.

3.1.1 Présentation du questionnaire :

Dans la suite nous présentons le questionnaire et nous expliquons les raisons du choix de chaque exercice.

Exercice 1 :

Définir deux droites parallèles.

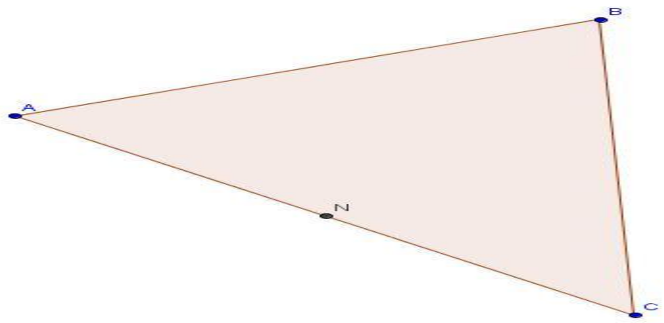
Il s'agit dans cet exercice, de vérifier la disponibilité de la définition des droites parallèles chez les élèves. Pour répondre à cette question les élèves devrons exprimer leurs connaissances prédicatives. Durand-Guerrier cité dans la thèse de Njomgang(2013), conçoit la définition de la façon suivante :

« *Une définition est une phrase ouverte, associée à une propriété d'objets, satisfaite par certains objets d'un domaine donné et pas par d'autres. Elle n'est donc ni vraie, ni fausse.* » (op.cit., p.283)

Exercice 2

Le papa de Tchado possède un champ triangulaire comme l'indique la figure ci-dessous. Il plante trois poteaux aux différents sommets et leur attribut les lettres suivantes A,B,C, ensuite il plante un autre poteau qu'il nomme N au milieu du côté [AC]. .

1. Tracer la droite (D) qui passe par N et qui et parallèle à la droite (AB).
2. Que représente le point d'intersection M de la droite (D) avec la droite (BC) ? Justifier votre réponse.

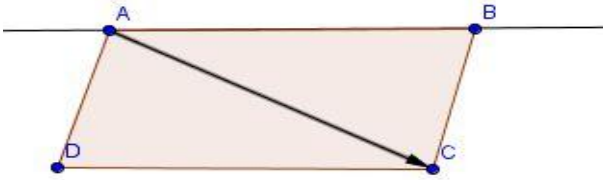


Cet exercice permet de tester la mobilisation et la mise en œuvre des propriétés de la droite des milieux dans un triangle. Ces propriétés sont utilisées pour calculer les distances dans le triangle et aussi pour justifier le parallélisme des droites. Les tâches proposées aux élèves requièrent deux compétences : réaliser le tracé d'une droite parallèle au support d'un côté du triangle ABC et passant par un point extérieur à ce support et faire un changement de cadre c'est-à-dire passer de la figure à la justification en appliquant simplement les propriétés de la droite des milieux énoncées au cours des enseignements.

Exercice 3

La figure ABCD est un parallélogramme.

1. Place le point M telque $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AC}$.
2. Que représente le point M pour le point B ?



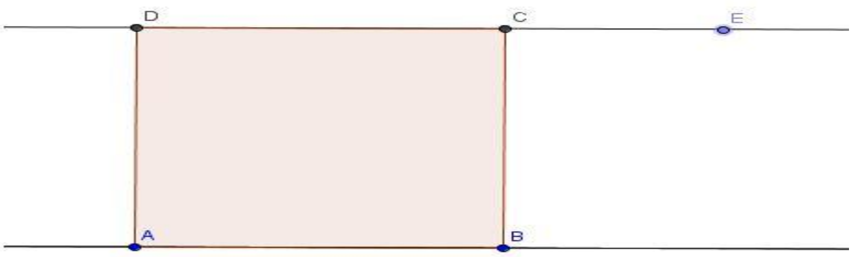
3. Que peux-tu dire des droites (AB) et (CM), et des droites (AC) et (BM) ? Justifie ta réponse.**»**

Nous voulons à travers cet exercice observer, si les élèves sont capables de tracer deux vecteurs égaux.

L'exercice 3 porte sur les translations. Il s'agit de tracer l'image d'un point par la translation de vecteur donné. Les connaissances nécessaires pour résoudre cette tâche s'acquière à ce niveau d'étude. Les devront savoir, qu'un point et son image forment une droite parallèle au support du vecteur de translation. Cet exercice vise à tester la mobilisation des connaissances opératoires sur les vecteurs chez les élèves en relation avec les droites parallèles. Les activités de l'élève reposent sur le tracé d'une parallèle à une autre donnée et le changement de cadre pour passer de la figure à la justification en appliquant simplement les propriétés des vecteurs en relation avec le parallélisme des droites.

Exercice 4

Mamadou veut fabriquer des rails comme l'indique la figure ci-dessous :



1. Tracer la droite (D) passant par E et parallèle à la droite (AD).
2. Justifier que la droite (D) est parallèle à la droite (BC).

L'exercice 4 porte sur le tracé des droites parallèles. Il vise d'une part, à tester la mobilisation des connaissances pour réaliser le tracé d'une droite parallèle à une autre donnée, en faisant une application simple d'une propriété des droites parallèles. D'autre part, à observer le changement de cadre pour passer du cadre de la figure à celui de la preuve en application simple des propriétés sur les droites parallèles.

3.1.2. Les objets mathématiques

Les objets mathématiques qui entrent en jeu dans le questionnaire sont les droites parallèles, les droites perpendiculaires, les segments de droite, les triangles, les vecteurs, les translations et les rectangles. Ces objets font partie explicitement et implicitement des programmes de la classe de quatrième de l'enseignement secondaire au Cameroun. Les translations de vecteurs que nous avons proposées dépassent les connaissances a priori acquises par les élèves en classes antérieures c'est-à-dire en sixième et cinquième, elles sont supposées connues par les élèves à ce niveau d'étude et à cette période de l'année, car c'est dans cette classe que les vecteurs et translations sont introduits dans le programme.

3.1.3. Analyse des tâches

Dans la suite nous allons décrire les différentes méthodes de résolutions des exercices proposés dans le questionnaire, ensuite, nous nous proposons décrire ce que nous attendons comme procédures de réponse des élèves, celles-ci nous permettront de reconnaître les connaissances mobilisables pour répondre aux différents items proposés dans ce questionnaire. L'inventaire des différentes variables didactiques relatives à chaque exercice nous permettra d'analyser les procédures de résolutions attendues et de les catégoriser, suivant le cadre théorique que nous avons choisi.

3.1.3.1 l'exercice 1 :

Énoncé: ***définir deux droites parallèles.***

Cette question a pour but de voir comment les élèves définissent deux droites parallèles.

Pour répondre à cette question, les élèves devront formuler une phrase ouverte satisfaite ou non par deux droites. La réponse à cette question peut se faire de plusieurs manières :

1. A1 : deux droites sont parallèles lorsqu'elles ne se rencontrent pas même en les prolongeant à l'infinie de part et d'autre. C'est la définition qui est donnée dans le manuel de mathématiques en classe de $6^{ème}$ et que les élèves utilisent encore en classe de $4^{ème}$. Elle rejoint la définition énoncée par Euclide. De cette définition on ne peut dire que deux droites confondues sont parallèles ;
2. A2 : deux droites sont parallèles lorsqu'elles n'ont aucun point en commun même en les prolongeant indéfiniment. Cette définition est une reformulation de celle qui précède, mais des éléments supplémentaires ont été introduits : les notions de point et d'intersection. Comme la première définition, elle ne permet pas de dire que deux droites confondues sont parallèles ;
3. A3 : deux droites parallèles sont deux droites équidistantes l'une de l'autre. Cette définition est dérivée de celle de Clairaud, elle est peu susceptible d'être utilisée, dans ces termes. Les élèves à la place de « équidistante » peuvent utiliser « la distance entre les droites est la même »qui a un aspect pragmatique et qui correspond

à leur niveau de formulation. Cette définition demande que soit définie « distance entre deux droites », de qui n'est pas de leur niveau.

4. A4 : Deux droites sont parallèles lorsqu'elles sont confondues ou elles ne se touchent pas même en les prolongeant à l'infini. La première condition de cette définition ne figure pas dans les manuels du premier cycle. Généralement, ce sont les enseignants qui en font le rajout.

Les définitions énoncées ci-dessus sont considérées comme correctes. Nous pouvons également considérer toute autre paraphrase de l'une de ces définitions. Nous pensons que nous pouvons avoir d'autres types de réponses que nous qualifierons de réponses incomplètes :

5. B1 : deux droites sont parallèles lorsqu'elles ne se touchent pas. Nous pouvons noter l'absence du prolongement à l'infini ce qui n'est plus la même définition que celle formulée par Euclide. En effet, si deux droites ne se touchent pas sur une feuille de papier, cela ne signifie pas que ce sera vrai lorsqu'on les prolonge indéfiniment.

On peut également avoir les réponses suivantes :

6. B2 : deux droites sont parallèles lorsqu'elles sont perpendiculaires à une même droite. Cette assertion est vraie, mais nous ne la considérons pas comme réponse correcte, car c'est une proposition, elle n'a pas le statut de définition. Il faut que noter que cette assertion est donnée en définition aux élèves[2].

3.1.4.2. Exercice 2 :

Enoncé 2 :

Le papa de Tchado possède un champ triangulaire comme l'indique la figure ci-dessous il plante trois poteaux aux différents sommets et leurattribut les lettres suivantes A,B,C, ensuite il plante un autre poteau qu'il nomme N à la moitié du côté [AC].

3. Tracer la droite (D) qui passe par N et qui et parallèle à la droite (AB).

4. Que représente le point d'intersection M de la droite (D) avec la droite (BC) ? Justifier votre réponse.

[2]Résultats de quelques investigations auprès des enseignants de mathématiques du même lycée

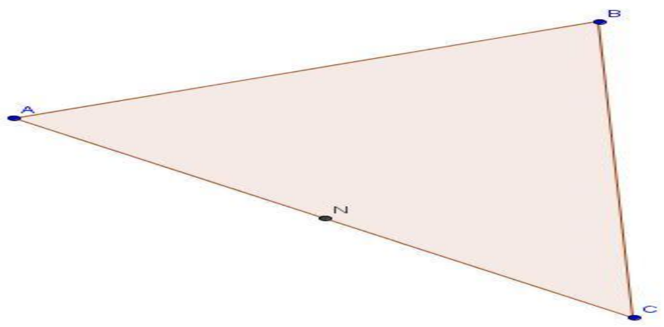


***Figure 4** : triangle de l'exercice 2*

La propriété de la droite des milieux[3] est un objet d'enseignement en classe de quatrième. Elle propose une manière de justifier le parallélisme des droites. Le but de cet exercice est de problématiser la mobilisation de cette propriété opératoire en situation de résolution de problème.

La résolution de cette tâche qui est une application simple du postula 5 d'Euclide peut avoir plusieurs variantes. Nous avons retenu les techniques suivantes:

1. **Technique 2-1** : elle consiste à suivre les étapes suivantes :

- tracer une droite perpendiculaire (D') à la droite (AB) ;
- tracer une autre droite (D) passant par le point N et qui est perpendiculaire à la droite (D'). La droite (D) ainsi tracée est parallèle à la droite (AB).

Ce niveau de technique correspond à la mise en fonctionnement de l'application de la propriété des droites parallèles qui stipule que : si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles.

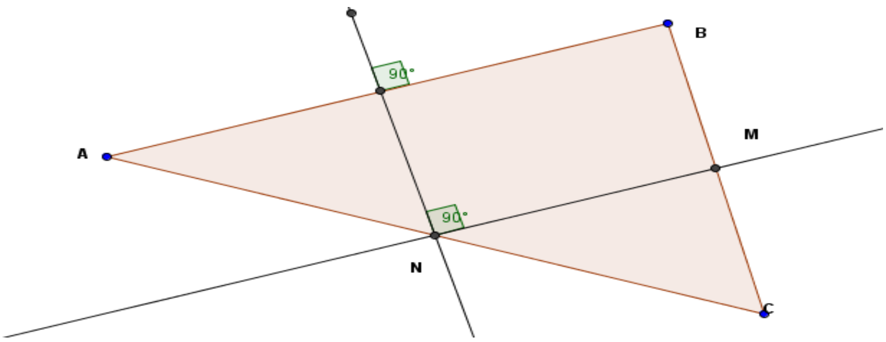


***Figure 5 :** illustration de la première technique à l'exercice 2*

La mise en œuvre de cette technique nécessite les instruments de géométrie suivants : une règle et une équerre.

[3]Dans un triangle si une droite passe par les milieux de deux cotés, alors elle est parallèle au support du troisième côté.

2. **Technique2-2** : elle consiste à représenter le quatrième point d'un parallélogramme. Le parallélogramme qui doit être tracé est le parallélogramme NFBA, ainsi les droites (AB) et (NF) sont parallèles. Les instruments de géométrie nécessaires pour cette tâche sont : un compas et une règle. Les étapes de réalisations sont :

- Tracer un arc de cercle de centre B et de rayon NA ;
- Tracer un arc de cercle de centre N et de rayon BA tel qu'il se rencontre avec le premier ;
- Placer le point F à l'intersection des deux arcs de cercle préalablement tracés.

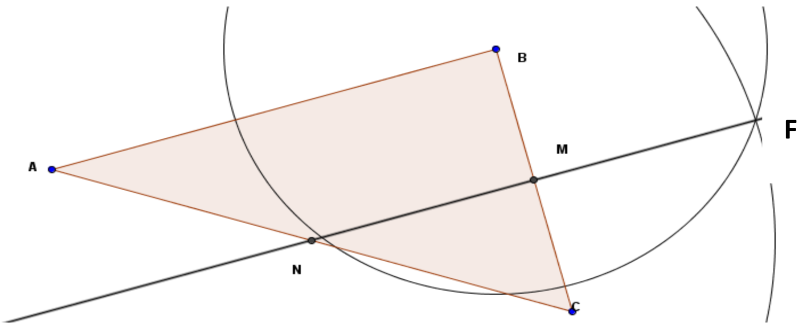


***Figure 6 :** illustration de la deuxième technique de représentation de la droite.*

3. **Technique 2-3** : consiste à faire le tracé à l'aide d'une règle, à main levée. La production dans ce cas sera approximative. Cela est souvent dû au manque de matériel chez les élèves.

On peut s'attendre à rencontrer certaines difficultés dans les productions des élèves. Une première difficulté peut provenir du choix des instruments pour le tracé de la droite.

Une deuxième difficulté pourrait provenir de la construction du milieu d'un segment, en l'occurrence le segment [BC].

Les élèves peuvent justifier le parallélisme des droites en utilisant la définition. Par exemple : les droites sont parallèles parce qu'elles ne se touchent pas. Nous considérons cette justification comme erronée, car elle est inappropriée dans cette situation.

Dans la deuxième question, la tâche demandée est de donner le statut du point M et de le justifier. Le point M, point de rencontre des deux droites (BC) et (D) est le milieu du segment [BC]. La forme de la question montre que le point M est un point particulier qui a des propriétés que les élèves connaissent. Il faut noter que cette forme de question peut conduire l'élève à donner une réponse éloignée de ce que le professeur attend, mais le contexte du travail ayant été défini, on peut penser que cela a levé les ambiguïtés de la question.

La résolution de cette tâche mobilise les connaissances sur les propriétés de la droite des milieux dans un triangle. En ce qui concerne la justification, il suffit d'adapter cette même propriété à ce contexte. Nous avons donc la justification suivante : dans le triangle ABC la droite (D) passe par le milieu N du côté [BC] et est parallèle au côté support du côté[AB] donc elle passe par le milieu du côté [AC]. Lorsque l'élève a tracé la parallèle convenablement, il peut faire la conjecture que M pourrait représenter le milieu.

Les justifications de cette réponse :

J1: C'est la propriété de la droite des milieux

J2: les distances BM et CM sont égales. Il peut le justifier avec un compas en reportant la longueur du segment [BC] sur le segment [CM], ou mesurer ces distances avec une règle graduée.

J3: l'élève ne donne aucune justification. Soit le dessin est mal fait, soit il n'a aucune idée de ce que M peut représenter.

3.2.4.3 Exercice 3

Enoncé :

La figure ABCD est un parallélogramme.

1. ***Place le point M telque$\overrightarrow{BM}$=$\overrightarrow{AC}$.***
2. ***Que représente le point M pour le point B ?***

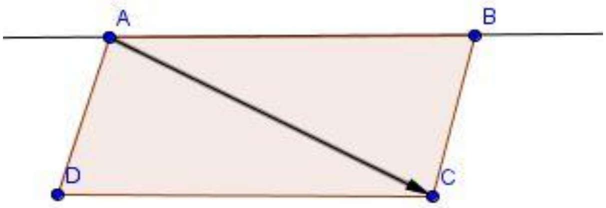


Figure 7 *: illustration du parallélogramme de l'exercice 3.*

3. ***Que peux-tu dire des droites (AB) et (CM), et des droites (AC) et (BM) ? Justifie ta réponse.»***

Précisons qu'un vecteur se caractérise par son sens, sa direction et son module. On enseigne aux élèves dans cette même classe la notion de translation et la représentation de l'image d'un point par la translation d'un vecteur. Cette transformation permet de mettre en œuvre les connaissances (propriétés) sur les droites parallèles. En effet, un point et son image forment un vecteur égal au vecteur de translation, c'est-à-dire les droites, supports de ces vecteurs sont parallèles.

Dans cet exercice nous proposons de représenter l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$. La première question consiste à placer le point M tel qu'on a l'égalité $\overrightarrow{BM}$=$\overrightarrow{AC}$ Il faut donc que l'élève revienne aux relations vectorielles qui ont été données dans l'étude

des parallélogrammes, à savoir que, si ABCD est un parallélogramme, alors$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.
L'identification des lettres qui sont en jeu peut représenter une difficulté pour lui. Par ailleurs, l'utilisation de la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$ peut ne pas être immédiate. En effet, le lien entre translation et parallélogramme doit être établi.

Répondre à cette question renvoienécessairement à un changement de point de vue (Robert,2003) :

- construire le quatrième point du parallélogramme ACMB.
- Déterminer l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$, ce qui apportera une
réponse à la deuxième question.

Pour résoudre cette tâche,on peut utiliser deux techniques de représentation s'appuyant sur des propriétés différentes :

1. **Technique 3-1 :** elle consiste à prolonger la droite (DC), car elle est parallèle à la droite (AB). Ensuite, à l'aide du compas on prend la mesure de la distance AB et on trace l'arc de cercle de centre C qui coupe la droite (DC) dans le même sens que B. Le point d'intersection de cet arc et la droite (DC) est le point M. Cette technique fait appel à la capacité de raisonnement de l'élève, elle permet à l'élève d'exprimer de façon opératoire ses connaissances. Avec le point M ainsi représenté, on peut dire que $\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AC}$.
2. **Technique 3-2 :** elle consiste à utiliser le compas et la règle selon le schéma : suivant :
   - Tracer un arc de cercle de centre B et de rayon AC ;
   - Tracer un arc de cercle de centre C et de rayon AB tel qu'il se rencontre avec le premier ;
   - Placer le point M à l'intersection des deux arcs de cercle préalablement tracés.

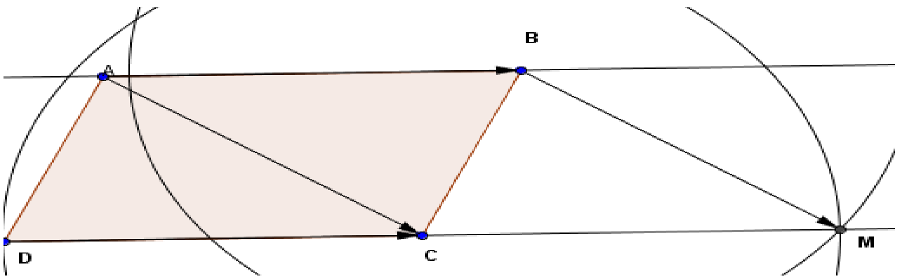


Figure 8 *: illustration de la deuxième technique du tracé du vecteur à l'exercice 3*

3. **Technique 3-3** : elle consiste à représenter par tâtonnement à l'aide de la règle.

Il s'agit de placer le point M tel que les droites (AC) et (BM) soient parallèles, les distances AC et BM soient les mêmes et que le sens de A vers C soit celui de B vers M. Comme nous l'avons souligné plus haut, le but de cet exercice est de problématiser la mobilisation des connaissances sur le vecteur pour résoudre un problème.

Il permet d'analyser la règle d'action utilisée pour représenter le point M. pour résoudre cette tâche, les élèves peuvent mettre en œuvre l'une des deux techniques que nous avons proposées dans l'exercice précédent pour tracer la droite parallèle. Le compas pourra être utilisé pour mesurer les longueurs des segments ainsi que la règle graduée.

Il s'agit dans la deuxième question de donner le statut du point M. Cela fait appel aux connaissances sur les translations par rapport à un vecteur donné. On peut s'attendre aux réponses suivantes :

- **F1:** le point M peut être considéré dans ce cas comme l'image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$, ce qui est correct car c'est l'une des caractéristiques des translations ;
- **F2 :** le point M est le quatrième point du parallélogramme ACMB. En effet, dans la classe pour justifier qu'un quadrilatère il suffit de montrer que deux vecteurs formés par ses points sont égaux;
- **F3 :** le point M est le point de la droite parallèle à (AC) et passant par B, cela se justifie par le fait que lorsque deux vecteurs sont égaux leurs supports sont parallèles, mais cette réponse n'est pas correcte.

On peut également s'attendre à d'autres réponses ou à des abstentions.

Dans la troisième question, l'élève devra interpréter le dessin. L'élève est appelé à justifier le parallélisme des droites. On peut s'attendre aux réponses suivant :

- les droites (AB) et (CM) sont parallèles, car ABMC est un parallélogramme ;
- les droites (AC) et (BM) sont parallèles, en effet, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BM}$, par conséquent leurs supports sont parallèles.

Nous considérerons ces réponses comme correctes, on peut également s'attendre à toute forme de paraphrase de ces réponses. Les réponses incomplètes sont celles dont les statuts des droites sont donnés sans justification. Par contre, les réponses erronées sont celles qui sont mal formulées, qui s'appuient sur la définition des droites parallèles et celles. Ainsi, on peut avoir les réponses suivantes :

- les droites (AC) et (BM) sont parallèles, car elles ne se touchent pas ;

- les droites (AC) et (BM) sont parallèles, car elles n'ont aucun point en commun ;
- les droites (AC) et (BM) sont perpendiculaires. Cette dernière justification peut provenir de figures erronées.
- aucune justification.

3.1.6.4 Exercice 4

Énoncé : ***Mamadou veut fabriquer des rails comme l'indique la figure ci-dessous (on fait l'hypothèse que la voie est droite) :***

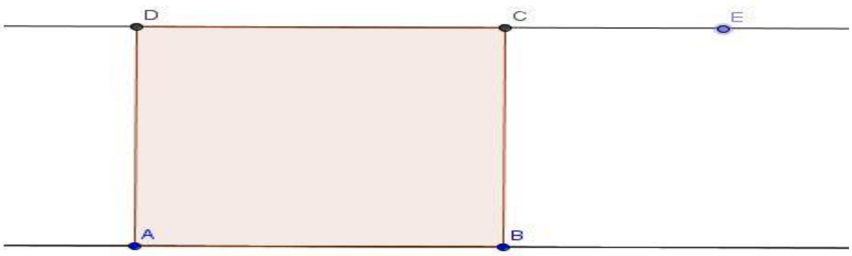


Figure 9 : style de figure sur lequel les élèves doivent faire des tracés à l'exercice4

1. ***Tracer la droite (D) passant par E et parallèle à la droite (AD).***
2. ***Justifier que la droite (D) est parallèle à la droite (BC).***

Résoudre la première question consiste à construire une droite perpendiculaire à une autre, et passant par un point donné. La résolution de la tâche dans cette question consiste à une application simple des propriétés des droites parallèles, l'accent sera mis dans ce cas précis sur la codification du dessin. Les instruments de géométrie à utiliser sont soit l'équerre, soit le compas et la règle.

Nous avons proposé la deuxième question pour juger le niveau de mise en fonctionnement des connaissances (propriétés) sur les droites parallèles. Elle consiste à faire des applications simples des propriétés appropriées.

La première question est à la portée des élèves, car ils ont eu à rencontrer cette situation en classe de cinquième et dans plusieurs autres situations de classe. On s'attend à ce que les élèves utilisent les techniques suivantes :

1. **Technique 4-1** : elle consiste à tracer la droite perpendiculaire à la droite (CD) passant par E. Cette droite est la droite (D). On utilise ici les observations faites sur le dessin de la figure proposée.

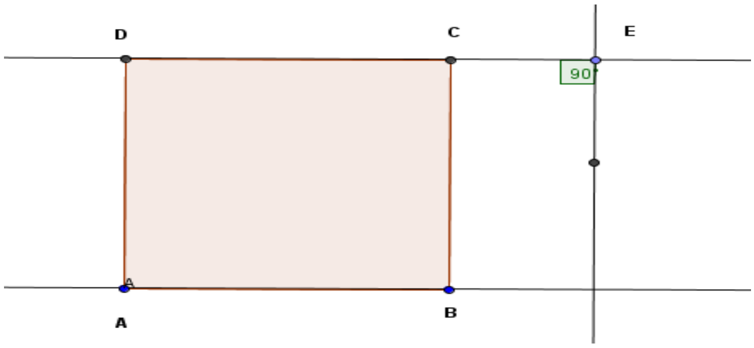


Figure 10 : *illustration de la première technique du tracé à la question 1de l'exercice 4*

2. **Technique 4-2 :** elle consiste à tracer une droite (L) perpendiculaire à la droite (AD). Ensuite, tracer une nouvelle droite perpendiculaire à la droite (L) et qui passe par le point E. Cette droite est la droite (D) demandée. Cette technique fait appel à la propriété évoquée à l'exercice 2 ;
3. **Technique 4-3 :** l'élève devra procéder par tâtonnement à l'aide d'une règle. Il suffit pour ce dernier de tracer une droite qui ne touche pas la première. Le fait que ces droites ne se touchent pas sur la feuille suffit pour lui de croire qu'elles sont parallèles, ce qui est une conception erronée.

La deuxième question consiste à justifier le parallélisme des deux droites. Pour cette tâche il suffit d'appliquer simplement la propriété nécessaire, l'adapter au contexte de la question. On peut s'attendre aux réponses suivantes :

1. **G1 :** Les droites (D) et (BC) sont perpendiculaires à une même droite (DC) donc elles sont parallèles. Cette justification est une application simple et isolée de la propriété enseignée en sixième ;
2. **G2 :** (BC) est parallèle à (AD) et (D) est parallèle à (AD) donc (D) est parallèle à (BC), car lorsque deux droites sont parallèles toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre ;
3. **G3 :** (D) est parallèle à (BC), car elles ne se touchent pas. C'est une justification erronée, car elle provient de la définition qui est inappropriée dans la situation. En effet deux droites qui ne se touchent pas sur une feuille peuvent être sécantes lorsqu'on les prolonge à l'infini.

Dans cette partie nous avons analysé le questionnaire que nous avons proposéaux élèves de la classe de quatrième. Dans ce questionnaire nous avons présenté les objets mathématiques sur lesquels les élèves ont travaillé : les droites dans un triangle, la translation et les figures géométriques. Les tâches qui sont proposées aux élèves nécessitent la mobilisation des connaissances (définition, propriétés) opératoires et prédicatives supposées acquises en classe de sixième, cinquième et quatrième.

3.2. Analyse a priori d'une situation didactique

Nous avons travaillé avec des élèves de la classe de quatrième qui ont étudié les droites parallèles dans les classes antérieures. Cette expérimentation est construite autour d'une situation didactique telle qu'on retrouve dans les manuels de mathématiques, organisée avec des élèves qui commencent leur année scolaire en classe de quatrième. Nous précisons que ces élèves ne sont pas les mêmes qui ont passé le questionnaire. Le but de cette situation didactique est de faire découvrir les propriétés de la droite des milieux dans un triangle et d'identifier les difficultés éventuelles dans la découverte de ces propriétés.

En classe de quatrième le concept de droites parallèles dans le plan intervient dans le triangle à travers les propriétés de la droite des milieux. Les propriétés de la droite des milieux permettent de tracer deux droites parallèles et justifier le parallélisme des droites.

Énoncé de la situation didactique :

Trois villages A, B et C sont représentés par les points non alignés. Deux enfants partent du village A pour le village B. Arrivés au lieu M, à mis chemin des deux villages, ils décident de rejoindre la route qui joint les villages A et C, matérialisée par le segment [AC] dans la même direction que (BC).

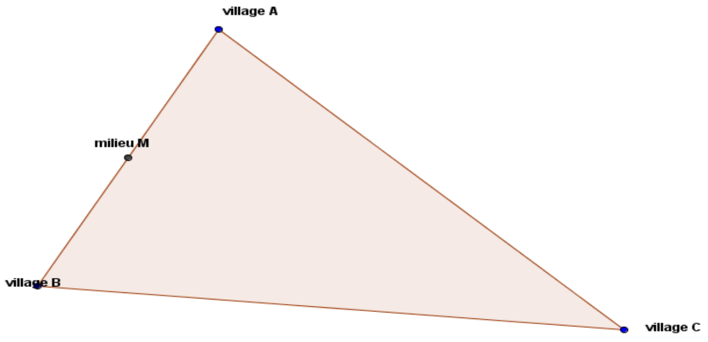


Figure 11 : illustration des trois villages

1. ***Marquer le milieu M' du segment [AC], puis tracer la droite (MM').***
2. ***Construire la droite (D) parallèle à la droite (BC) passant par le point M.***
3. ***Quel constat faites-vous par rapport aux droites (D) et (MM') ?***

Considérons le nouveau cas suivant :

4. ***Tracer la droite parallèle à la droite (BC) passant par M milieu de [AB].***

5. ***Construire le point M' milieu du segment [AC].***
6. ***Que constatez-vous ?***

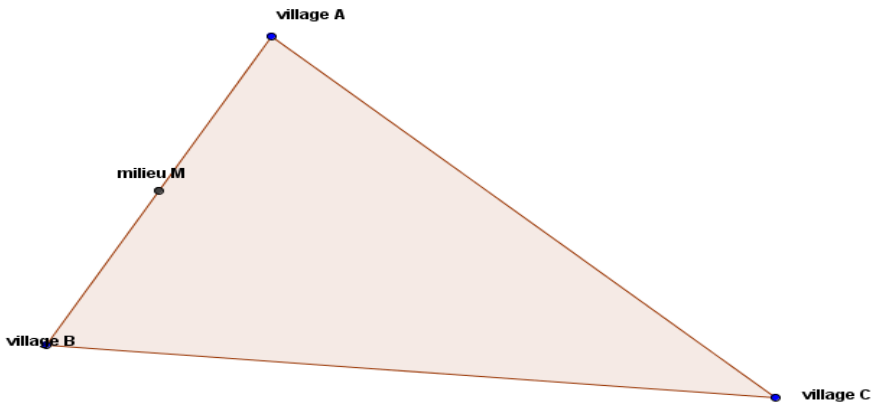


Figure 12 : deuxième figure de la situation didactique

Comment tracer la droite passant par le milieu M de [AB] et qui est parallèle à (BC) ?

Stratégies attendues du groupe des élèves

D'une part, cette activité vise à mettre en relation l'interprétation géométrique et la construction géométrique et d'autre part, à montrer aux élèves que la représentation graphique des figures, en particulier les dessins, fournit des informations et peuvent servir à faire des justifications. Il va donc falloir analyser les tâches d'une manière précise pour pouvoir anticiper au mieux les mises en fonctionnement des connaissances en jeu.

Pour cela, nous avons construit à partir de la théorie des situations didactiques de Brousseau une situation didactique qui vise à faire découvrir la propriété des milieux aux élèves. Nous avons choisi, dans notre analyse *a priori*, de nous appuyer sur la technique d'analyse des tâches et des activités développée par Robert (1998) qui propose quatre axes d'analyses de tâches pour mieux cerner ce que nous demandons effectivement aux élèves. Elle explique que

> « *Les tâches sont associées à des énoncés d'exercices (activités, problèmes), elles tendent à rendre compte d'un fonctionnement qui est décrit sur le mode mathématique. Les activités sont associées à ce que font les élèves pour résoudre une tâche (la distinction n'est pas toujours facile à faire).* » (op. cit., p. 174).

En outre, elle précise que les axes partent du général au particulier et servent à une analyse complète d'un énoncé proposé aux élèves. La méthodologie d'analyse se base sur une description de la situation globale dans laquelle s'insèrent deux axes, dont le premier consiste à caractériser le contexte géométrique et le savoir mathématique mis en fonctionnement et le second sert à décrire le scénario didactique proposé dans les deux autres axes. Nous analysons les tâches *a priori* d'une part et d'autre part, les activités attendues des élèves.

Dans la situation que nous allons proposer aux élèves, nous avons des questions qui sont en accord avec leurs acquis supposés. En effet, la représentation du milieu d'un segment et les techniques de tracé des droites parallèles sont des notions étudiées dans les classes antérieures.

La situation didactique que nous proposons contient des questions qui sont liées avec des étapes intermédiaires où les productions demandées aux élèves sont des représentations à réaliser, des conclusions à tirer. Cette activité contient essentiellement trois tâches : représenter une droite parallèle au support d'un côté du triangle passant par le milieu d'un autre côté du triangle, marquer le milieu d'un côté du triangle et conjecturer.

Les élèves peuvent construire la droite (D) parallèle à une droite et passant par un point extérieur de la droite donnée en s'appuyant sur différentes stratégies :

Stratégie 1 : La technique à mettre en œuvre pour résoudre cette tâche s'appuie sur l'application d'une propriété du cours de la classe de cinquième. Elle stipule que deux droites sont parallèles lorsqu'elles sont perpendiculaires à une même droite. Ainsi pour représenter la droite parallèle demandée on procède comme suit.

- on tracer premièrement une droite (D) perpendiculaire au côté [BC] du triangle,
- on trace une nouvelle droite passant par le point M et perpendiculaire à la nouvelle droite (D).

En se référant à la propriété précédente on conclut que les droites (D) et (BC) sont effectivement parallèles.

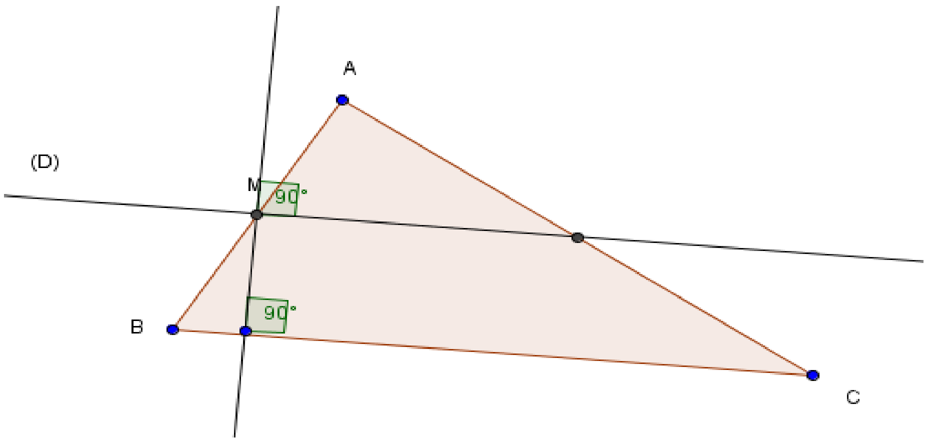


Figure 13 : *illustration de la première stratégie de tracé, questions 1,2 de la situation didactique.*

Stratégie 2

La seconde stratégie consiste à appliquer la technique qui s'appuie sur la construction du quatrième point d'un parallélogramme. Le parallélogramme en question est MBCF, avec F qui est le point à construire. Elle fait appel aux connaissances sur les propriétés du parallélogrammeet des distances. En effet les côtés opposés du parallélogramme sont parallèles et de même longueur. Pour résoudre cette tâche, on procède comme suit :

- tracer l'arc de cercle de centre M et de rayon BC ;
- tracer l'arc de cercle de centre C et de rayon BM ;
- placer le point F à l'intersection des deux arcs puis tracer la droite (ML). La droite (ML) ainsi tracée est parallèle au support du côté [BC]. En outre, ce point F est situé à la distance BM de C et BC de M.

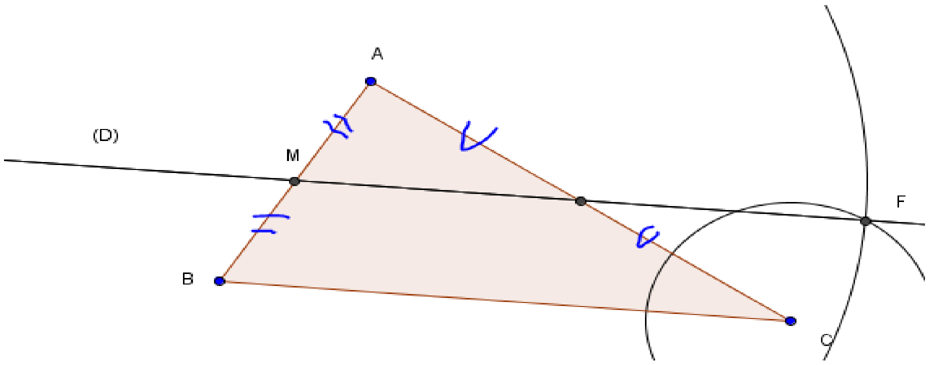


Figure 14 : *illustration de la deuxième stratégie de tracé, questions 1,2 de la situation didactique*

Les élèves peuvent être également être appelés à utiliser certaines stratégies propres à eux.

4. **Stratégie 3** : la technique utilisée ici est une technique par tâtonnement. Il s'agit de faire glisser la règle partant du segment [BC] jusqu'au point M. Sachant que les droites parallèles ne se rencontrent pas, ils devront tracer la droite (D) de sorte qu'elle ne rencontre pas (BC) sur leur feuille de papier.

La deuxième tâche consiste à placer le milieu du segment [AC]. Ce type de tâche *a priori*, ne pose aucun problème puisque ces élèves sont supposés avoir un niveau technique qui correspond à une mise en fonctionnement des connaissances portant sur le milieu d'un segment.

Stratégie 1 : La technique consiste à :

- tracer un demi-cercle de centre A de rayon qu'ils estiment être supérieur à la moitié du segment [AC] ;
- tracer un demi-cercle de centre C et de même rayon que précédemment tel que ces deux arcs se coupent en deux points ;
- tracer finement la droite (X) joignant ces deux points d'intersection. Elle coupe le segment [AC] en son milieu M'.

Stratégie 2 : La deuxième technique est élémentaire ; elle consiste à utiliser la règle graduée, pour mesurer la distance AC et la diviser par deux pour ensuite placer le milieu du segment [AC] situé à la distance AC/2 des extrémités du segment.

La troisième question consiste à interpréter ce que l'on voit. Cette question va conduire les élèves à formuler le savoir qu'ils viennent de construire : constater après observation de la figure que le point M'appartient à la droite (D). Autrement dit, la droite (D) passe par les deux milieux M et M' respectifs des segments [AB] et [AC].

On voit bien que le type de tâche demandée dans cette activité favorise la découverte d'un nouveau savoir.

Ainsi, le type de raisonnement demandé met en jeu un raisonnement qui consiste à faire une analyse synthèse permettant de conclure que la droite qui passe par les milieux de deux côtés consécutifs d'un triangle est parallèle au support du troisième coté.

Dans ce paragraphe nous avons présenté une situation didactique et son analyse *a priori.* Il s'est agi pour nous de présenter les tâches qui permettront aux élèves de construire le savoir visé. Nous avons également présenté les différentes stratégies de résolution attendues. Il n'est pas exclu que les élèves apportent des règles autres que celles que nous avons proposées.

Conclusion du chapitre 3

Dans ce chapitre nous avons expliqué le cadre méthodologique que nous avons utilisé pour mener notre expérimentation.

Tout d'abord, nous avons élaboré un questionnaire portant sur les objets géométriques enseignés en classe de quatrième en relation avec les droites parallèles, tels que les triangles, les translations et les vecteurs. Ce questionner a été conçu pour amener les élèves à mobiliser les connaissances (définition propriétés) sur les droites parallèles. Ainsi, nous avons réalisé une analyse du questionnaire. Cette analyse nous a permis de présenter les réponses et techniques attendues pour chaque tâche. Ensuite, nous avons présenté la situation didactique que nous avons conçue pour un groupe élèves de la classe de quatrième. Elle vise à faire découvrir les propriétés de la droite des milieux dans un triangle et faire émerger les difficultés liées à cette découverte. Nous avons présenté dans ce chapitre les stratégies attendues pour résoudre chaque tâche qui leur sont proposée.

Chapitre 4 : Présentation des résultats, analyse et validation des données

Dans ce chapitre nous présentons les résultats obtenus après les différentes expérimentations que nous avons menées. Notre objectif est de dégager des éléments de réponse à la question :

« Quelle approche peut-on avoir pour l'enseignement du parallélisme afin que les élèves puissent mobiliser les propriétés et théorèmes énoncés au cours des enseignements ? »

Nous commencerons par faire une analyse *a posteriori* des résultats du questionnaire. Nous procèderons ensuite à une analyse du déroulement de la situation didactique ; les données audio ont été retranscrites et les données vidéo nous ont permis d'identifier les élèves qui parlaient, compte tenu de leur nombre. De ces différentes analyses nous ferons quelques propositions sur l'enseignement du parallélisme à ce niveau d'étude.

4.1. Analyse a posteriori du questionnaire

Comme annoncé au chapitre 1, nous avons choisi comme cadre pour notre expérimentation le lycée bilingue d'Ekorézok, établissement situé dans le septième arrondissement de la ville de Yaoundé.

Le questionnaire a été proposé à 12 élèves volontaires âgés de 12 à 14 ans, un vendredi à quatorze heures, en dehors des heures de cours. Nous nous sommes chargé de la surveillance du déroulement du questionnaire, les élèves étaient répartis dans une salle de classe où ils étaient au plus deux par table-banc. Nous avons expliqué aux élèves qu'ils pouvaient commencer par n'importe quel exercice et que la durée du test était d'une heure.

L'analyse des réponses à l'issue du questionnaire s'est faite en référence à la grille d'analyse fournie par l'analyse a priori. Les différentes procédures issues de l'analyse a priori organisent notre lecture et nos commentaires de ces différents éléments.

4.1.1. Classification des différentes réponses des élèves

Nous avons regroupé les différents types de réponses en blocs. Ainsi, nous avons identifié les procédures correspondantes aux propriétés des droites parallèles mobilisées pour résoudre les différentes tâches. Le nom d'un élève sera désigné par la lettre E suivie d'un numéro i (Ei).

4.1.2. Analyse des réponses à l'exercice1.

L'analyse des réponses des élèves à cette première question montre que tous ont répondu. Elle semble être une tâche routinière.

Tableau 2 : ***distribution des réponses à l'exercice1***

Définition	**Correcte**					**Incomplète**		**Erronée**	
Catégorie	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**Autres**	**B1**	**autres**	**B2**	**Autres**
Élèves	**E1 ; E3**					**E6 ; E8**		**E7 ; E2**	**E4 ; E5 ; E0 ; E9 ; E10; E11**

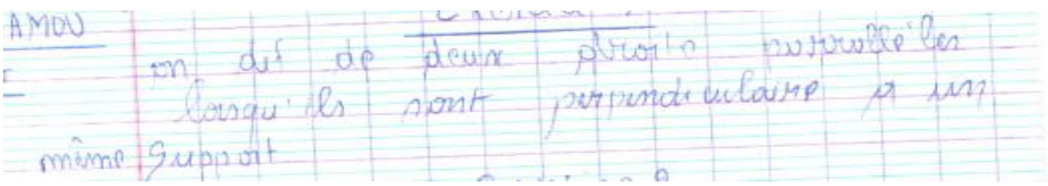
Huit élèves ont produit des réponses erronées, deux ont donné une réponse correcte à la question, en accord avec la définition proposée dans l'analyse a priori. Deux élèves ont produit des réponses incomplètes.

L'analyse des copies des élèves montre que ces derniers ont des difficultés à dissocier la figure du dessin. Ce résultat est lié au changement de statut que subit l'objet en géométrie au collège comme le souligne Walter dans ces travaux. Selon elle l'objet n'a pas le même statut que l'on soit en sixième, en cinquième ou en quatrième. Deux droites parallèles sont des objets géométriques abstraits. Le dessin n'est qu'une représentation imparfaite ce celles-ci.

E0 « *deux droites parallèles : ce sont des droites qui ont la même longueur, mais ne se touchent pas* ».

L'élève conçoit les droites parallèles par le dessin qui les représente sur une feuille de papier. À notre avis cette erreur provient d'un obstacle didactique lié à la pratique de l'enseignant qui veut bien que l'on travaille sur une feuille de papier ou sur un écran d'ordinateur. En effet, les longueurs des droites n'existent pas. Nous expliquons cette réponse par le fait que cet élève confond les droites aux segments à cause des habitudes scolaires et des supports papier disponibles, qui ne permettent pas de tracer à l'infini. Le dessin d'une droite est un segment sur le support papier ou sur l'écran de l'ordinateur.

Une autre réponse que nous avons considérée comme erronée, du fait que ce n'est pas la définition, mais une propriété des droites parallèles, est celle de**E7** :



Cet énoncé est un théorème c'est-à-dire un énoncé clos vraie et démontrable, ce qui marque la différence avec la définition du concept de définition donnée dans l'analyse a priori.

Les propriétés enseignées à ce sujet en classe de sixième et cinquième seraient donc à l'origine de cette confusion.

Nous n'avons pas pu donner une interprétationde certaines réponses, car on y retrouve des confusions d'objets et des confusions de termes ce qui relève des difficultés langagières.

E5: « *deux droites parallèles c'est une droite passant l'angle des saumets* »

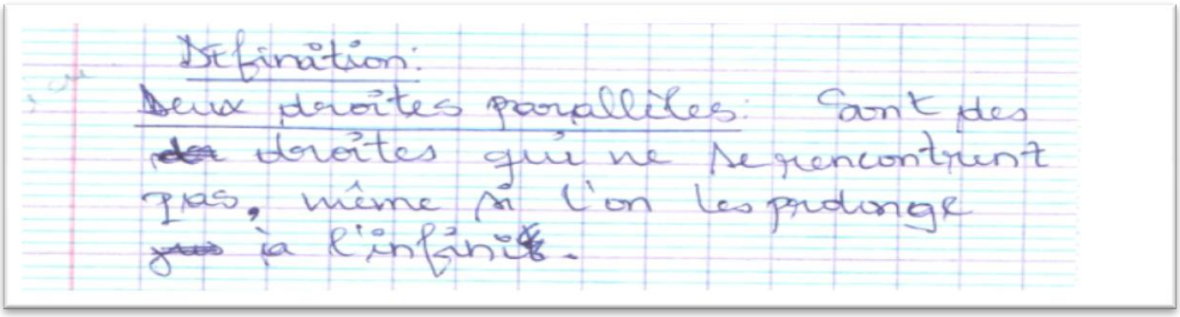
Cet élève passe d'un objet mathématique à un autre (des droites aux angles). Cette réponse montre que la représentation qu'il se fait des droites parallèles est erronée.

Les élèves qui ont produit les réponses incomplètes ont omis de mentionner le prolongement des droites à l'infini. Cela peut s'expliquer par le fait que la notion d'infini n'est pas disponible chez eux. En effet, à ce niveau d'étude, on manipule des objets mathématiques qui ont une représentation finie. Elle peut également provenir de l'obstacle didactique liée au support de représentation qui est fini.

Deux élèves ont produit une réponse correcte. L'un des élèves a reformulé la définition en ses propres termes endisant que :*« deux droites sont parallèles lorsqu'elles ne se touchent pas quelque soit les circonstances. »* L'analyse de cette réponse montre que l'élève essaie de donner un sens au prolongement à l'infini, ce qu'il traduit par quelles que soit les circonstances.

Nous retrouvons également la définition proposée dans l'analyse *a priori* :

E3



Définition:
Deux droites parallèles: sont des ~~de~~ droites qui ne se rencontrent pas, même si l'on les prolonge ~~jus~~ à l'infinité.

Nous pouvons dire en conclusion que des difficultés émergent dans la définition des droites parallèles au collèges, elles sont dues à un obstacle didactique liée aux habitudes scolaires qui veulent qu'on travaille sur des supports finis(feuille de papier, tableau) symbolisant le plan qui lui est infini. Du point de vu des champs conceptuels nous disons que les élèves éprouvent des difficultés à s'exprimer dans le langage naturel. Cette difficulté est liée à l'aspect prédicatif de la connaissance.

4.1.3. Analyse des réponses à l'exercice 2

L'énoncé de cet exercice conduit à des applications simples et isolées despropriétés en relations avec le parallélisme des droites, celle qui permet le tracé. Dans la deuxième question, l'élève doit remplacer dans une propriété, par exemple, des lettres génériques par des valeurs particulières et réaliser ainsi un changement de cadre.

Analyse de la question1

Tableau 3 : ***distribution des réponses à l'exercice 2 question1***

Réponses	Procédure 1	Procédure2	Tâtonnement	Autre
Question 1	**E3 ; E7**	**E4 ; E0**	**E1 ; E2 ; E8 E5 ; E6 ; E9 ; E10; E11**	

Il ressort des analyses des réponses à cette question que tous les élèves ont proposé une réponse. Huit ont réalisé une construction erronée de la droite parallèle. Deux d'entre eux ont réalisé une construction correcte de la droite demandée. Nous avons enregistré deux réponses incomplètes.

Les élèves ayant représenté correctement la droite des milieux se sont appuyés sur la première technique proposée dans l'analyse a priori. Le fait que ces élèves aient produit des réponses correctes à cette question, permet d'affirmer qu'ils disposent des compétences requises pour cette tâche, les connaissances mobilisées sont opératoires.

L'analyse des productions erronées montre que les élèves ont procédé par tâtonnement, ils se sont référés à la définition des droites parallèles (les droites qui ne se touchent pas) pour construire la droite demandée ce qui les conduit à l'erreur, car rien ne permet d'affirmer que cette représentation est correcte ; deux droites qui ne se touchent pas sur une feuille de papier peuvent bien se toucher si on les prolonge indéfiniment. De plus la définition des droites parallèles n'est pas opératoire. La définition des droites parallèles intervient donc comme un obstacle lorsqu'il s'agit de tracer les droites parallèles.

En conclusion, nous disons que les difficultés émergent lorsqu'il s'agit de construire les droites parallèles. Ces difficultés sont liées à la définition des droites parallèles qui intervient comme un obstacle. Nous dirons du point de vue des champs conceptuels que les connaissances mobilisées pour effectuer le tracé ne sont pas opératoires, ce qui pose le problème de compétence pour réaliser le tracé des droites parallèles.

Analyse de la deuxième question

Tableau 4 : ***distribution des réponses à l'exercice 2 question2***

Réponses	J1	J2	J3	Autre
Question 2			**E11 ; E9; E10;**	**E3 ; E7 E4 ; E1 ; E2 ; E8 E5 ; E6 ; E0**

En ce qui concerne la deuxième question de cet exercice, nous faisons également le constat que neuf élèves l'ont traitée.

L'analyse des productions des élèves à cette question montre qu'aucun élève n'a pu produire une justification correcte. Certains donnent correctement l'information sur le point M comme milieu de [BC]. On retrouve également la réponse suivante « M est le milieu de (BC) » les habitudes scolaire interviennent comme un obstacle, car la droites s'apparente au segment sur une feuille de papier.

Nous rappelons que la propriété des milieux est un objet d'enseignement en classe de quatrième et qu'à cette période de l'année cette leçon est supposée vue par les élèves. Les difficultés rencontrées ici sont également dues au choix du matériel de géométrie à utiliser en situation. Il laisse un doute sur la découverte de la propriété des milieux par les élèves. En effet, en traçant la parallèle selon la procédure 2, le compas permet de dire *a priori* que M est milieu de [BC].

Tableau 5 : illustration des justifications à l'exercice 2

E5	*Aucune*
E1	*"le point représente la perpendiculaire du (AB) et la droite du nouveau triangle représente grâce à la droite D (C,M,N) qui sont les points du triangle. »*
E7	*« les points M est situé à égale distance des droites (AB), car les droites (AB) et (D) sont perpendiculaire au point M »*
E 8	*« Le point M représente le centre de la droite (AB) »*
E 3	*« Le point M de la droite (D) représente le milieu de la droite (BC) parce qu'il est situé à égale distance des points B et C. »*
E0	*Aucune justification*
E4	*« ce point d'intersection représente le lieu de l'angle droit formé par une droite perpendiculaire »*
E2	*« Le point M représente la parallèle à la droite BC parce qu'il est situé au milieu de la droite BC*
E6	*"Le point M représente le milieu du segment [AB] »*

Dans cette question il s'agissait pour les élèves de passer de ce que l'on voit à ce que l'on sait. Ce qui relève du changement de cadre. Les élèves n'arrivent pas à passer du cadre de la figure à celui de la justification. Il s'agit d'observer la figure et appliquer simplement la propriété des milieux en remplaçant le terme général par le particulier. Du point de vue des champs conceptuels nous dirons que les connaissances mobilisées ne sont pas dans leurs domaine de vérité, d'où les compétences nécessaires pour cette tâche ne sont pas disponibles. Il se pose également le problème de langage. Ils n'arrivent pas à s'exprimer dans le langage naturel. Cela s'explique par les confusions constatées (confusion d'objets, confusion de terme), par les problèmes de vocabulaire.

4.1.4. Analyse des réponses à l'exercice 3

L'exercice 3 change un peu des autres, car il concerne un concept nouveau qui est introduit en classe de quatrième « les vecteurs ». Les énoncés conduisent à des applications simples et isolées des propriétés sur les vecteurs et de façon implicite, sur le parallélisme. Dans l'analyse a priori nous avons proposé deux techniques pour résoudre cette tâche.

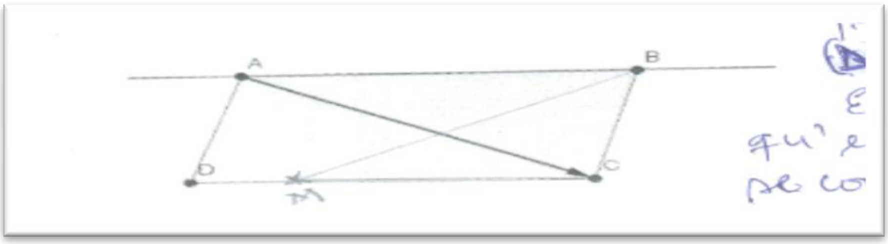
4.1.4.1. Analyse de la première question

Tableau 6: ***distribution des réponses à l'exercice3 question1***

Réponse	Technique 3-1	Technique 3-2	Technique 3-3	Autres
Elèves				**E0; E1; E2; E4; E5; E6; E7; E8**

Le dépouillement des copies permet de constater qu'aucun élève n'a réalisé une construction correcte du point M. Toutes les constructions proposées par les élèves étaient erronées. Il s'agit de faire un changement de cadre. Les élèves ne parviennent pas à mobiliser les connaissances sur les vecteurs pour construire le point M. Ils n'arrivent pas à passer du cadre des vecteurs au cadre des figures (géométrie de la figure). Nous pensons que ces connaissances ne sont pas disponibles chez ces élèves. Les difficultés ici sont liées à la mise en fonctionnement des connaissances sur les caractéristiques des vecteurs égaux, les compétences requises pour cette tâche ne sont pas disponibles chez les élèves.

Illustration par un exemple



Sur cette copie l'élève n'a pas pris en compte le sens la longueur et la direction du vecteur $\overrightarrow{BM}$. Pour cet élève le point M appartient à la droite (DC) parallèle à (AB). Mais il ignore les sens et la direction du vecteur $\overrightarrow{BM}$. Aucune technique de l'analyse a priori n'a été mise en œuvre par les élèves pour résoudre cette tâche. Par conséquent, ils ne disposent pas des compétences requises dans cette situation.

Analyse de la deuxième question

Tableau 7 : ***distribution des réponses à l'exercice 3 question2***

Réponses	F1	F2	F3	Autres
Elèves				**E0; E1; E2 ; E3; E5; E6; E8 ; E4 ; E7**

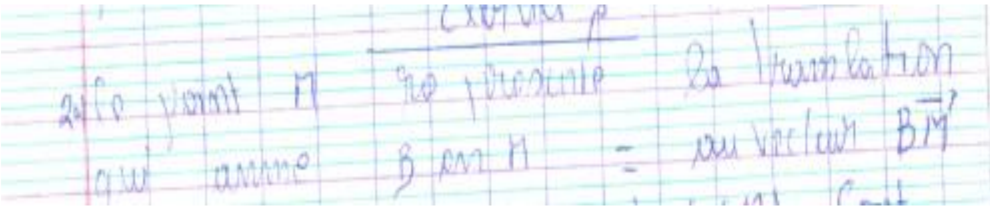
La question 3 consistait à dire ce que représente le point M pour le point B (le point M est l'image du point B par la translation de vecteur$\overrightarrow{AC}$). Parmi les réponses proposées, aucune n'est correcte. Nous avons la réponse suivante qui est celle de l'élève

E8 : « le point M est l'image de B »

Dans cette réponse, l'élève ne donne pas de précision sur la transformation qui emmène B en M, mais il sait qu'il y a eu déplacement. On pourrait dit que la notion de translation n'a pas acquis de sens pour ce dernier.

L'on retrouve des réponses qui ne correspondent à aucune des réponses suggérées dans l'analyse *a priori*. Ils n'ont pas pu faire appel aux connaissances sur les translations dans cette situation. Les transformations (translations de vecteurs) constituent un problème pour ces élèves. Ce résultat confirme celui de Walter selon qui la notion de transformation est récente et présente encore de nombreuses difficultés pour son enseignement. Les limites des transformations existent, notamment dans la mesure où leur utilisation comme outil de résolution de problème et de démonstration semble difficilement maitrisé et rejeté par les élèves du collège et parfois par leurs enseignants.

Il ressort de cette analyse que les compétences requises pour répondre correctement à cette question ne sont pas disponibles chez ces élèves. La notion de translation n'a pas encore acquis un sens à leurs yeux. Les réponses qu'ils proposent semblent être le fruit du hasard. Certaines réponses sont erronées du fait de leur formulation :


2) le point M représente la translation qui amène B en M = au vecteur $\overrightarrow{BM}$

E7

Analyse de la troisième question

Tableau 8:illustration des justifications à l'exercice3

E6	*«je peux dire des droites (AB) et (CM) qu'elles sont parallèles, et les droites (AC)(BM)qu'elles sont sécantes parce que deux droites sécantes sont les droites qui se touchent, mais qu'ils ne sont pas perpendiculaires »*
E2	*« les droites (AB) et (CM) sont parallèle parce que la droite (DA) et (BC) sont parallèles et les droites (AC) et (BM) sont sécantes parce qu'ils coupent le milieu et forment un parallélogramme »*
E4	*« (AB) et (CM) sont parallèles, car (BM) et (AC) sont des vecteurs opposé et C, M sont des projetés de B et A sur (DC). »*
E0	*« les droites (AB) et (CM) sont parallèles les droites (AC) et (BM) sont perpendiculaires »*
E 3	*Aucune justification*
E8	*« les droites (AB) et (CM) sont parallèles deux à deux c'est-à-dire qu'ils égaux, les droites (AC) et (BM) sont perpendiculaire parce qu'il coupe une droite en deux partie égale »*
E7	*« Les droites (AB) et (CM) sont parallèles, car ils sont perpendiculaires à la droite (AD)* *b) les droites (AC) et (BM) sont perpendiculaires, car ils se coupent en leur milieu ils en forment un angle droit »*
E1	*« personnellement je peux dire que ? (AB) et (CM) sont le mileiu du point du parallèlograme A B, C et D* *Quant au droites AC et BM se sont deux qui se touche en un milieu»*
E5	*« (AB) et parallèle à la droite C et (CM) et parallèle à la droite B (AC) est le milieu de la droite BM et D. parce que il appartient a la même figure »*

Le tableau ci-dessus nous présente les justifications des élèves à cette question. Aucune réponse n'est correcte. Au regard des réponses, il se pose un réel problème de vocabulaire. Les élèves ont répondu que les droites (AB) et (CM) sont parallèles. Nous pensons que cette réponse est le fruit de l'observation de la figure. Aucune justification n'est correcte, nous n'avons pas pu trouver des explications à la plupart des réponses reçues. Nous essaierons de dire quelque chose sur l'une des réponses :

E4 :*« (AB) et (CM) sont parallèles, car (BM) et (AC) sont des vecteurs opposé et C, M sont des projetés de B et A sur (DC). »*

L'élève confond les droites avec les segments, cette difficulté peut provenir du fait que la représentation d'une droite sur une feuille est un segment, et la notion de l'infini n'a pas de sens pour l'élève à ce niveau. Du point de vue des champs conceptuels le signifiant, qui est la représentation qu'il se fait des vecteurs est erronée. Il fait mention des projections, M peut être considéré comme le projeté du point B sur la droite (DC) parallèlement à (AC). Cette considération n'est pas appropriée pour justifier le parallélisme des droites en jeu.

Les élèves éprouvent des difficultés à passer de ce qu'ils voient à ce qu'ils savent. Ce changement de cadre ici est basé sur l'observation de la figure. Lorsque la figure est mal construite, il sera difficile de justifier.

Ces observations nous amènent à nous interroger sur la découverte même du concept de vecteur par les élèves. En effet le concept de vecteur semble inconnu par ces élèves. Elle pose le problème du niveau de connaissance disponible. On peut émettre l'hypothèse que pour mettre en œuvre les connaissances de certaines propriétés, il faut que les élèves disposent de ce savoir.

En guise de conclusion, l'analyse des productions des élèves à cet exercice montre des difficultés. La feuille de papier qui symbolise le plan agit comme un obstacle lorsqu'il s'agit pour l'élève d'apprendre à distinguer une droite d'un segment. Les élèves ont du mal à conceptualiser le vecteur. Les difficultés rencontrées sont également liées au changement de cadre. En effet, les élèves éprouvent des difficultés à passer du cadre de la figure à celui de la justification. Dans cet exercice se pose également le problème de disponibilité des connaissances (propriétés et définitions) des translations. En effet, la connaissance des translations est liée à celle des vecteurs. La translation de vecteur crée chez les élèves les difficultés. Ils n'arrivent pas à faire des applications simples et isolées des propriétés appropriées surtout pour remplacer le général par le particulier.

4.1.4. Analyse des réponses à l'exercice 4

En ce qui concerne la première question, comme nous l'avons souligné dans l'analyse a priori, deux techniques de construction sont attendues.

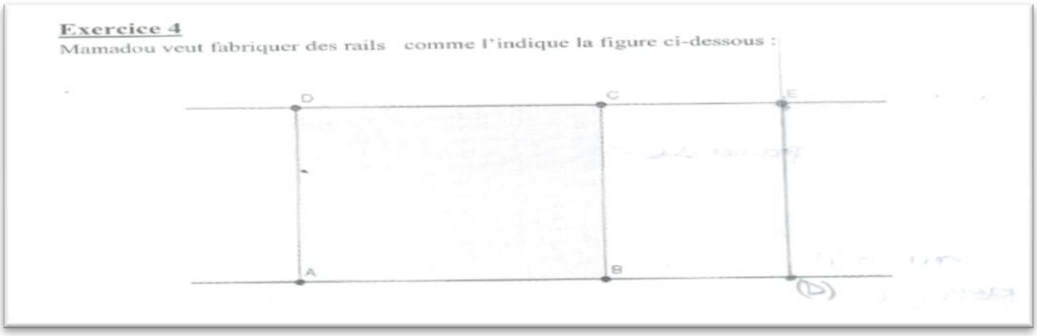
Analyse de la première question

Tableau 9 : ***distribution des réponses à l'exercice 4 question1***

Réponses	**Technique 4-1**	**Technique 4-2**	**Technique4-3**	**Autres**
Question1			**E9 ; E0; E1; E2; E3; E4; E5; E7; E6 E8 E10; E11**	

L'analyse détaillée des copies des élèves montre que tous ont proposé une construction pour la droite (D). Les élèves ont tous produit des constructions par tâtonnement dans la mesure où il n'existe aucun indice de tracé sur le dessin. On ne peut ainsi distinguer la technique utilisée pour réaliser cette tâche. Cette construction montre que c'est la définition qui a été utilisée, elle ne garantit pas la validité du résultat. Ils trouvent les droites qui vont satisfaire la définition ce qui n'est pas vrai dans ce cas. La définition intervient ici comme un obstacle lorsqu'il s'agit de tracer. Les difficultés dans le choix du matériel géométrique à utiliser.

Illustration d'une des réponses des élèves.



Analyse de la deuxième question

Tableau 10 : ***distribution des réponses à l'exercice 4 question2***

Réponses	**G1**	**G2**	**G3**	**Autres**
Elèves	**E2 ; E1**		**E6**	**E4 ; E0 ; E3 ; E8 ; E5; E1**

L'analyse des productions des élèves montre des difficultés pour passer du cadre de la figure à la justification. Il suffisait de faire une application simple et isolée d'une des propriétés des droites parallèles. À ce niveau d'étude, les propriétés sont généralement données sous forme d'énoncés conditionnels. Et il suffit pour cette question de passer du général au particulier, c'est-à-dire de dire que les droites en question satisfont la phrase ouverte que constitue la propriété en jeu.

Pour cette question deux propriétés sont mises en avant comme l'indique l'analyse a priori. Les connaissances à mettre en œuvre dans cette question sont supposées acquises par les élèves en sixième.

L'analyse des copies nous montre que deux élèves ont produit une réponse correcte en accord avec la justification **G1, G2** de l'analyse *a priori*.

Les élèves restants ont produit des réponses erronées. Parmi les réponses que nous considérons comme erronées, on retrouve celle qui fait mention des droites qui ne se touchent pas. C'est le cas de la réponse proposée pas l'élève **E6**, cette erreur provient du fait qu'ils mettent en œuvre la définition des droites parallèles.

Nous n'avons pas trouvé d'interprétation aux autres réponses produites par les élèves

Du point de vue des champs conceptuels Nous pouvons dire ici que les élèves disposent des compétences nécessaires à la résolution de cette tâche. Les difficultés apparaissent au moment de la justification. Les élèves éprouvent des difficultés pour adapter les propriétés appropriées afin de justifier le parallélisme des droites. La rigueur dans le tracé n'est pas perceptible sur les productions des élèves: le code sur le dessin.

Tout au long de cette partie, nous avons analysé les données recueillies auprès des élèves après le déroulement du questionnaire qui leur a été proposé.

À l'issu de cette analyse nous avons obtenu les résultats suivants :

- les élèves rencontrent des difficultés pour définir les droites parallèles. Ce qui laisse supposer que cette définition n'est pas disponible chez ces élèves. Il arrive qu'ils donnent une propriété à la place de la définition des droites parallèles ;
- les élèves ne disposent pas des compétences pour tracer une droite parallèle à une autre et passant par un point extérieur à cette droite. Le passage du prédicatif à l'opératoire est une réelle difficulté : en effet, le lien entre droite parallèle et droite perpendiculaire est établi par le théorème qu'ils citent comme définition de droitesparallèles (réponse de l'exercice 1) ce théorème renvoie à l'aspect prédicatif des connaissances sur les droites parallèles, mais la mise en œuvre de ce théorème c'est-à-dire l'opérationnalité de la connaissance n'est pas effective. Les représentations des figures ne sont pas codées ;
- ils éprouvent également des difficultés pour faire des justifications. Le vocabulaire qu'ils utilisent pour les justifications est de mauvaise qualité. Il y a une rupture entre les deux aspects de la connaissance;

- les élèves expriment une grande ignorance vis-à-vis des translations des vecteurs et des caractéristiques des vecteurs. Leur production révèle la non-disponibilité de ces connaissances chez les élèves;
- Les élèves font des confusions entre définition et propriétés des droites parallèles. Les dessins représentés ne fournissent aucune information sur la technique utilisée.

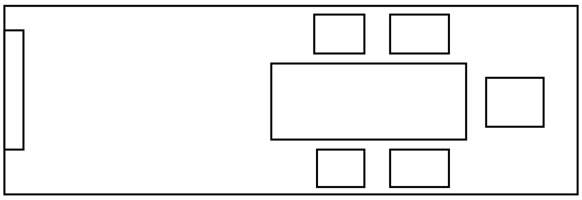
4.2. Analyse *a posteriori* de la situation didactique

4.2.1. Déroulement effectif

La situation didactique s'est déroulée en une séance d'une demi-heure, le 20 septembre 2014, avec un groupe de cinq élèves du Lycée Bilingue d'Ekorézok. Ces élèves étaient tous volontaires pour participer à cette expérimentation qui était organisée en dehors des heures de classe et du temps scolaire. En plus, ils étaient informés par leur enseignant que cette expérimentation se situe dans le cadre d'une recherche dans l'enseignement et pas dans le cadre d'une évaluation.

Cette expérimentation s'est déroulée au début de l'année scolaire 2014/2015, pour nous assurer que les différentes notions que nous voulons faire découvrir ne soient pas encore enseignées. Les propriétés de la droite des milieux font parties des objets d'enseignement prévus au deuxième trimestre dans la progression annuelle de cette classe.

Nous avons décidé, avec l'accord des élèves, d'encadrer la séance et de ramasser leur production. Nous avons expliqué aux élèves qu'il est préférable de travailler en groupe pour se mettre d'accord sur les stratégies à suivre, pour répondre aux questions demandées tout au long du problème proposé. Cette consigne a conduit les élèves à choisir un responsable parmi eux, celui-ci avait pour tâche d'écrire les réponses du groupe. La séquence s'est déroulée dans une des salles du lycée, qui est équipée d'une table, des chaises et d'un tableau noir. Les cinq élèves se sont répartis au hasard autour d'une table suivant le schéma ci-dessous.



L'analyse a postériori de la séquence s'appuie sur les enregistrements audio et vidéo, un recueil des observables, le document rédigé collectivement par les élèves et la transcription de la séance. Ces différents éléments nous permettent de rentrer dans des détails.

Nous avons conduit nous-même la séance en vue de minimiser et contrôler les effets du contrat. Il peut arriver que les tâches proposées dans cette activité ne déclenchent pas toutes les techniques de production ou les activités intellectuelles attendues. Pour cela, nous allons confronter ces analyses de la séquence avec les analyses a priori qui nous permettent de déterminer les pistes éventuelles qui répondent à nos questionnements de départ.

Nous avons choisi de travailler avec un seul groupe pour recueillir le maximum de données vidéo et audio, afin de repérer leurs gestes et leurs interactions. D'un autre côté, nous avons considéré que le travail avec un seul groupe serait plus intéressant pour nos analyses, car nous avons fait l'hypothèse que ce dispositif permettrait de mieux repérer les interactions entre élèves.

Nous identifierons les élèves par la lettre **L** suivie d'un chiffre.

4.2.2 Question 1) : marquer le milieu M' du segment [AC], puis tracer la droite (MM').

Placer le point M' n'a pas posé de difficultés aux élèves. Nous avons proposé pour cette tâche quatre stratégies. La retranscription des interactions des élèves donne :

1. **L4**: on commence d'abord par le milieu heen ?
2. **L2**: on marque d'abord le milieu puis on trace la droite (MM')
3. **L1**: ça va !
4. **L2** : c'est deux arcs, c'est n'est pas un.
5. **L2** : Monsieur nous avons fini on passe à la deuxième question

Les élèves ont placé le point M et ont tracé la droite (MM'). Pour résoudre cette tâche, les élèves ont utilisé la stratégie 1 de l'analyse *a priori*. Ils ont appliqué la règle du cours sur la construction du milieu d'un segment. L'élève **L1** éprouve des difficultés pour construire le milieu d'un segment à l'aide d'un compas. Son camarade **L2** compétent pour cette tâche lui explique la technique. Cette technique est enseignée en classe de sixième. Pour placer le milieu du segment [AC], ils ont procédé comme suit :

- Tracer un arc de cercle de centre A et de rayon supérieur à la moitié de la distance AC;
- Tracer un arc de cercle de centre C et de même rayon que précédemment ;
- placer le milieu M' point d'intersection du segment [AC] et la droite (X) qui passe par les points d'intersection des deux arcs.

Àl'issuede ce tracé ils ont conclu que les droites (MM') et (X) se coupent en M' milieu du segment [AC]. C'est cette stratégie qui est présentée dans l'analyse *a priori*. Ainsi, nous pouvons dire du point de vue des mises en fonctionnement des connaissances que les élèves ont un niveau technique (sont compétents) qui leur permet d'effectuer le type de tâche demandée. Cela confirme qu'il s'agit bien d'une tâche routinière pour les élèves.

4.2.3. Question 2) : construire la droite (D) parallèle à la droite (BC) passant par le point M.

Cette tâche a créé une perturbation chez les élèves. La difficulté ne s'est pas posée au niveau de la construction de la droite (D). En effet pour **L2**, **L4** la droite (D) existe déjà et c'est la droite (MM').

6. **L5** s'adresse à ses camarades : on ne trace pas avec l'équerre ?
7. **L4** : ça doit passer par M'
8. **L2** : mettons d'abord la droite (D)
9. **L5** : tu as d'abord tracé la perpendiculaire ?
10. **L2** : (AB) est parallèles à (MM')
11. **L5** : le prof nous avait dit que pour tracer deux droites parallèles on trace d'abord la perpendiculaire noon ?
12. **L2**: mais c'est la même chose noon
13. **L5** : convaincu : ça va !

Les élèves observent la figure, selon eux la droite (MM') est parallèle à la droite (AB). Ils décident de ne plus représenter la droite (D). Ils considèrent que la droite (MM') est encore la droite (D). Nous pensons qu'ils disposent des connaissances nécessaires pour résoudre cette tâche, on le voit dans les propos de l'élève **L5.** Celui-ci suggère l'instrument de géométrie à utiliser et la technique à mettre en œuvre. Le fait de considérer que la droite (MM') c'est la droite (D) sans la représenter est une erreur, car cela suggère pour ces derniers que la droite (MM') est parallèle à (BC) parce qu'elles ne se touchent pas. Cette difficulté provient de la définition, et de la représentation qu'ils se font des droites parallèles. En effet, deux droites qui ne se touchent pas sur une feuille de papier ne se sont pas forcément parallèles. Le prolongement à l'infini n'est pas pris en compte par les élèves dans cette question.

V.2.4. Question 3) Que pouvez-vous dire de la droite (D) et la droite (MM')

Cette tâche a occasionné un débat entre les élèves. C'est une conséquence de la question précédente. Ils préfèrent parler de point appartenant à la droite (D). D'autres ont parlé de droite appartenant à une autre droite.

14. L2 : c'est la même chose

15. L3 : M' appartient à la droite (D)

16. L1 écrit : on peut dire que les points M et M' sont sur la droite (D)

L2 écrit : **« *on peut dire que la droite (M et M') est sur la droite (D)* »**.

Cette écriture témoigne des difficultés langagières. Les élèves n'arrivent pas à donner le symbole associé à une droite passant par deux points M et N. Le symbolisme mathématique concernant les droites ne sont pas disponible chez cet élève.

17. L1 : c'est la droite (MM') cen'est pas le point

18. L1 : comment peut-on dire qu'une droite est encore sur une autre droite ?

19. L5 : les points M et M' sont sur la droite (D) tu vois non ?

Les élèves comprennent que la droite (D) et (MM') ne forment qu'une seule et même droite. Les difficultés interviennent au moment de la formulation de la réponse et de la représentation symbolique de la droite (MM'). Les élèves **L2** et **L5** ont compris de quoi il s'agit, ils disposent des connaissances qui permettent de résoudre cette tâche. Les élèves **L1, L3 et L4** éprouvent des difficultés à reconnaitre les droites confondues, pour ceux-ci lorsqu'on parle de deux droites on doit pouvoir les voir séparément et ils ne conçoivent donc pas que deux droites sont la même représentation. Cette connaissance n'est pas disponible chez ceux-ci, c'est une difficulté liée à la définition des droites parallèles. En effet, la définition des droites parallèles enseignées en sixième ne prend pas en compte les droites confondues.

L'élève **L2** éprouve des difficultés pour nommer une droite avec deux de ses points. Après une période d'échange entre eux, ils ont pu se mettre d'accord et on produit une réponse correcte à la question.

4.2.5. Question 4) Tracer la droite (L) parallèle à la droite (BC) passant par M milieu de [AB].

La résolution des tâches à cette question nécessite la même technique utilisée à la question 2. Les retranscriptions des échanges entre les élèves donnent :

20. L1fais la lecture de la question.

21. L2 : voici M milieu de [AB]

22. L2 : tu vas faire comment ?

23. L3 : on doit d'abord trouver le milieu de [AC].

24. L'expérimentateur s'adressant au groupe : vous êtes sur quelle question ?

25. L2 : la quatrième question.

Dans cette tâche les élèves ont fait appel aux observations faites dans les questions précédentes pour représenter la droite (L) qui leur est demandée. Ils ont commencé par placer le milieu M' du côté [AC] et ensuite ils ont tracé la droite (MM'). Cette façon de procéder est correcte. Ils n'ont pas attendu l'institutionnalisation, pour se référer au savoir construit dans les 3 premières questions. On peut donc dire que les élèves disposent d'un niveau de technique leur permettant de réinvestir les résultats obtenus dans un même exercice. C'est un résultat que nous n'avons pas mentionné dans l'analyse *a priori*.

4.2.6. Question 5) Construire le point M' milieu du segment [AC]

Les élèves ont réalisé cette tâche dans la question 4, ils passent à la question suivante. Ils passent directement à la question 6.

4.2.7. Question 6) Donner deux points appartenant à la droite (L)

À cette tâche les élèves n'ont éprouvé aucune difficulté à retrouver les points appartenant à de la droite (L). Tous étaient unanimes.

26. L3 : donner deux points appartenant à la droite (L).

27. L5 : les deux points sont M et M'.

28. L1 écrit ce que ses camarades lui disent.

L'élève **L2** reformule la réponse et incite ses camarades au calme. **L1** prend les notes sur la fiche de l'activité.

4.2.8. Question 7) Comment tracer la droite qui passe par le milieu M de [AB] et qui est parallèle à (BC) ?

À la lumière des tâches précédentes, les élèves doivent tirer une conclusion. Les retranscriptions donnent:

29. L1 : il faut d'abord déterminer le milieu de [AC].

30. L2 : le segment [AB] ?

31. L1 : le segment [AC] !

L'élève **L1** qui est le rapporteur du groupe se met à prendre des notes et l'élève **L2** lui souffle ce qu'il doit écrire.

32. L1 s'adresse au groupe : puis il faut tracer la droite (MM') passant par le point M.

L'élève **L1** continue de prendre des notes.

33. L2 : passant par les milieux M et M' puisque M et M' sont les milieux.

L'analyse de la réponse produite par les élèves montre qu'ils ont compris de quoi il s'agit dans la situation didactique. Nous pouvons dire que l'objectif de la situation a été atteint. Les élèves disposent du niveau de connaissance disponible pour résoudre cette tâche.

Certains élèves n'arrivent pas s'approprier le concept de droites confondues. Ce savoir agit comme un obstacle chez ces élèves. Car pour eux lorsqu'on parle de deux droites elles doivent être séparées. Lorsqu'ils entendent parler de deux droites confondues, ils s'attendent à voir deux droites différentes. C'est une cause d'échec.

34. L2 : comment on a fait pour trouver la droite (D) ?
35. L4 : non comme vous avez écrit dans le papier là je n'ai pas heee.
36. L2 : les points M et M' sont sur la droite (D) ?
37. L4: oui, normalement les point M et M'.
38. L2 : c'est qu'ils sont sur une même droite non
39. L2 : on peut dire que c'est une même droite.
40. L1: comment on peut dire que la droite (MM') peut être sur la droite (D) ? comment on peut dire qu'une droite est sur une autre droite ?
41. L2: il s'agit des droites et non des points.

À la fin du temps imparti pour cette situation didactique, nous avons décidé d'arrêter et de faire une mise en commun. Pendant cette mise en commun les élèves ont exposé leurs productions question après question. Des débats s'en sont suivis et les obstacles ont été franchis. Ensuite, nous avons institutionnalisé le savoir ainsi construit. Nous lui avons fait prendre le rôle de référence pour les utilisations futures.

Énoncé de la propriété de la droite des milieux tiré de la Collection Inter Africaine des Mathématiques (CIAM, 2008).

- Dans un triangle :
  - Si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au support du troisième côté ;
  - La longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.
- Si dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle au support d'un côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.

Les échanges entre les élèves ont permis de faire émerger les difficultés liées à la découverte de cette propriété. Le fait de se placer dans les conditions d'observation de l'activité effective des apprenants nous a permis d'identifier d'une manière assez fine la mobilisation des connaissances. En effet, les analyses du déroulement de la séquence expérimentale montrent clairement que les élèves ont un niveau technique, au sens de Robert pour résoudre les tâches qui leur sont proposées.

À l'issu des analyses *a postériori* du questionnaire et de la situation didactique que nous avons conduite, nous avons obtenu les résultats suivants :

- les élèves éprouvent des difficultés à énoncer la définition des droites parallèles : les propriétés des droites parallèles sont utilisées en lieu et place de la définition. Les habitudes scolaires agissent comme un obstacle pour la définition des droites parallèles. Les difficultés langagières interviennent également dans le feu de l'action ;
- les élèves n'intègrent pas les droites confondues, comme étant parallèles. La première définition reçue en classe de sixième agit comme un obstacle qu'ils n'arrivent pas à franchir ;
- les difficultés apparaissent dans le tracé des droites parallèles. La définition des droites parallèles enseignée en sixième intervient comme un obstacle lorsqu'il s'agit d'apprendre le tracé des droites parallèles ;
- les élèves éprouvent des difficultés pour justifier en utilisant les propriétés des droites parallèles. Ils s'appuient sur la définition des droites parallèles qui n'est pas opératoire, au détriment des propriétés sur les droites parallèles qui elles sont appropriées pour faire les justifications demandées.

Ce questionnaire a également permis de confirmer l'hypothèse d'Aline Robert au sujet des applications simples isolées des propriétés du cours dans un point de vue différent. En effet, les justifications des questions dans ce questionnaire nécessitaient des applications simples des propriétés du cours concernant les droites parallèles. Enfin, ce questionnaire a permis de montrer que les élèves éprouvent de grosses difficultés vis-à-vis de la notion de vecteur. Ils n'arrivent pas à mobiliser les propriétés des droites parallèles pour résoudre les tâches concernant les vecteurs. On pourrait dire avec Robert(2002) que ces connaissances ne sont pas disponibles chez les élèves.

4.3. Propositions aux enseignants

Les propositions que nous faisons aux enseignants se situent à deux niveaux. D'une part, dans la préparation de la leçon, d'autre part, dans son déroulement.

Pour une préparation des activités à conduire, une étude épistémologique du savoir géométrique à enseigner (droites parallèles) est nécessaire. En effet, il serait bénéfique pour l'enseignant d'avoir une idée sur les origines, et l'évolution du concept de droites parallèles, les rectificatifs qui y ont été apportés. Quelques éléments d'épistémologie sont proposés au chapitre 4.

Il est important de prévoir un pré-test pour avoir une idée sur les représentations premières des élèves concernant les droites parallèles, ce pré-test permettra à l'enseignant de rappeler les pré-requis, et de formuler ses objectifs en fonction des obstacles rencontrés. Ensuite, l'enseignant pourra construire une situation problème dont l'un des objectifs est de mettre en défaut les représentations premières des élèves afin de leur permettre de donner du sens au concept enseigné.

Les considérations suivantes pourront être prises en compte :

- rappeler la définition des droites parallèles en y intégrant les droites confondues, insister sur le prolongement à l'infini ;
- expliquer la différente entre une droite et un segment, lever ainsi l'obstacle didactique lié au support papier. En effet, le plan est infini à ses bornes, tandis que la feuille de papier qui symbolise le plan et sur lequel s'effectue le travail géométrique au collège est limitée à ses bords ;
- présenter chaque instrument de géométrie et expliquer leur utilité surtout en ce qui concerne les droites parallèles. Nous pensons que les élèves de quatrième n'associent pas toujours la figure à l'instrument de construction ;
- dans la mesure du possible l'activité de découverte devra être introduite par une situation de vie, car les élèves ont une expérience du quotidien.

Durant le déroulement des activités, vu le contexte conjoncturel, effectif pléthorique, absence du matériel de géométrie chez les élèves, nous proposons aux enseignants de faire travailler les élèves en petits groupes. Le nombre d'élèves par groupe dépendra de l'effectif total de la classe. Cette répartition permettra une co-construction du savoir visé à partir des interactions entre eux.

Une fois l'activité terminée, une mise en commun est nécessaire, car elle déclenche les conflits sociaux cognitifs chez les élèves et facilite le franchissement des obstacles rencontrés, lève les difficultés. À la suite une institutionnalisation sera faite, pour que le savoir construit devienne une référence.

Après chaque nouvelle propriété sur le parallélisme, l’enseignant pourra montrer aux élèves quelques exemples d’application de ces propriétés dans des exercices et comment passer du général au particulier. Il pourra insister sur le fait que la définition des droites parallèles est inappropriée dans certaines situations.

Les devoirs de maison pourraient se faire en groupe. À notre avis les éléments suscités constituent une approche d’enseignement du parallélisme qui permettra d’optimiser l’appropriation des connaissances (propriétés) sur les droites parallèles et de les mobiliser en situation de résolution des problèmes.

Conclusion du chapitre 4

En guise de conclusion, l’analyse *a postériori* du questionnaire nous a permis d’identifier les conceptions des élèves sur les droites parallèles. Nous avons constaté les difficultés dans la définition même du concept de droites parallèles, dans le tracé des droites parallèles ainsi que pour justifier certaines assertions en mobilisant les propriétés des droites parallèles.

L’analyse *a postériori* de la situation didactique nous a permis de noter que les élèves disposaient des connaissances nécessaires pour résoudre les tâches proposées. Ils ont observé que lorsqu’une droite passe par les milieux consécutifs des côtés d’un triangle elle est parallèle au support du troisième côté et réciproquement. Cette activité a également fait émerger quelques difficultés sur les droites confondues. À la lumière des résultats obtenus au terme de ces analyses nous avons proposé quelques éléments pour une approche d’enseignement du parallélisme en classe de quatrième qui permettra aux élèves de surmonter les difficultés rencontrées.

CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVE

Notre travail de recherche porte sur l'enseignement des droites parallèles en classe de quatrième. Dans ce travail nous avons exploré la mobilisation des connaissances sur le parallélisme par des élèves au Cameroun. Notre objectif était de savoir quelle approche pour un enseignement du parallélisme qui permettrait aux élèves de s'approprier les propriétés énoncées au cours des enseignements et de pouvoir les réinvestir en situation.

Pour conduire notre recherche, nous avons défini au chapitre 1 notre problématique en mettant en avant son contexte, son objectif, son intérêt pour notre système éducatif. Nous avons également défini quelques concepts qui entrent dans la compréhension de notre travail.

Au chapitre 2, nous avons réalisé une brève étude épistémologique du concept de droites parallèles. Cette étude présente l'évolution qu'a subie la définition du concept et présente quelques propriétés des droites parallèles. Nous avons présenté quelques travaux antérieurs à ce travail, ces travaux font ressortir les difficultés que rencontrent les élèves en géométrie au collège. Nous avons également proposé dans ce chapitre deux cadres théoriques. Nous nous sommes situé dans le cadre des champs conceptuels du fait que le traitement des situations relatives au parallélisme relève des compétences complexes, le deuxième cadre théorique que nous avons choisi est la théorie des situations didactiques, car nous avons pensé qu'une manière de les aider à s'approprier le concept de parallélisme passait par la résolution de situations didactiques appropriées.
Afin de répondre à la sous-question de recherche : « quelles idées les élèves se font du concept de parallélisme ? » Au chapitre 3, nous avons construit un questionnaire qui a permis de tester des situations qui nécessitent de l'élève une mobilisation des connaissances sur les droites parallèles. Nous avons ensuite, conduit une situation didactique pour faire découvrir la propriété de la droite des milieux dans un triangle.

L'analyse des productions des élèves montre que les élèves éprouvent des difficultés pour définir les droites parallèles. Ce qui relève du point de vu des champs conceptuels de l'aspect prédicatif de la connaissance. Ils éprouvent les difficultés à s'exprimer en langage naturel, ils considèrent comme définition la propriété des droites parallèles qui dit que deux droites sont parallèles lorsqu'elles sont perpendiculaires à une troisième droite ce qui est une erreur. Les pratiques didactiques interviennent comme un obstacle pour eux lorsqu'il s'agit visualiser l'infini.

Les élèves rencontrent des difficultés pour tracer les droites parallèles, le matériel choisi est en général inapproprié. Les connaissances mobilisées pour le tracé ne sont pas appropriées et les dessins ne sont en général pas codés. La définition des droites parallèles intervient comme un obstacle lorsqu'il s'agit d'apprendre le tracer les droites parallèles. Les difficultés surviennent également lorsqu'il s'agit de passer de la figure à la justification. Une fois de plus la définition du concept intervient comme un obstacle, car il s'agit tout simplement d'appliquer une propriété appropriée des droites parallèles. Du point de vue des champs conceptuels ces résultats montrent que les différentes compétences nécessaires dans ce questionnaire ne sont pas présentes chez les élèves. Ainsi, le sens que les élèves donnent aux droites parallèles n'est pas celui souhaité pas l'enseignant.

L'analyse des données recueillies à l'issue de la situation didactique montre que les élèves ont pu découvrir les propriétés de la droite des milieux dans un triangle. La situation en elle contenait plusieurs tâches qui peuvent être réduites. Certaines difficultés ont émergé durant le déroulement de la situation. Les élèves n'intègrent pas les droites confondues comme étant les droites parallèles, la représentation première qu'ils ont reçues de la définition des droites parallèles en sixième est un obstacle à l'appropriation de celle qui intègre les droites confondues.

À la lumière des résultats obtenus à la suite de l'expérimentation, nous avons proposé quelques pistes pour une approche de l'enseignement du parallélisme. Comme propositions :

- construire des situations problèmes pour les fait évoluer les compétences;
- une analyse épistémologique du concept de droites parallèles est nécessaire, car elle éclaire sur l'origine et l'évolution, ce qui est important dans la conception des situations de découvertes à proposer ;
- faire une analyse *a priori* des situations problèmes construites, afin d'anticiper sur les difficultés qui peuvent être rencontrées ;
- faire évoluer la définition des droites parallèles en classe de quatrième, en y intégrant les droites confondues;
- insister sur le statut non opératoire de la définition des droites parallèles.

Nous sommes invité au travers des résultats que nous avons obtenus à approfondir notre travail sur l'action spécifique qui pourrait être engagée dans le but d'amener les élèves de la classe de quatrième à mobiliser les connaissances sur les droites parallèles. Nous proposons quelques perspectives pour orienter ce travail d'approfondissement. Les résultats obtenus après l'expérimentation, ainsi que l'analyse épistémologique du concept de parallélisme montrent des situations qui pourraient être porteuses dans la découverte des objets enseignés en géométrie en classe de quatrième.

Un travail supplémentaire à cette recherche consisterait à l'étendre à une plus grande échelle en y intégrant un suivi à longue durée et en dissociant les compétences distinctes qui interviennent dans les exercices.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIES

BERTHELOT R. & SALIN M. (2001). L'enseignement de la géométrie au début du collège. Comment peut-on concevoir le passage de la géométrie du constat à la géométrie déductive ? *Petit x* n°56, pp. 5-34.

BERTHELOT R. & SALIN M.H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Thèse de doctorat de l'Université Bordeaux 1. France.

BROUSSEAU G. (1970-1990). Théorie des situations didactiques. Grenoble : *La pensée sauvage,* p. 332.

BROUSSEAU G. (1983). Étude de questions d'enseignement : un exemple en géométrie, séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique, *Université J. Fourier de Grenoble.*

CHEVALLARD Y. et JULIEN M. (1991). Autour de l'enseignement de la géométrie au collège, première partie, *Petit x, n027,* IREM de Grenoble

GAUD et coll. (1987). Apprentissage de la démonstration, Suivi scientifique cinquième, *bulletin inter-IREM premier cycle, IREM de Lyon*

PEYRARD F. (1993).*Les œuvres d'Euclide*, traduction de nouveau tirage par Jean Itard, Éditions Albert Blanchard.

MERCIER A. et TONNELLE J. (1999.) Autour de l'enseignement de la géométrie au collège, deuxième partie, *petit x, n029, IREM de Grenoble.*

NJOMGANG J. (2013). *Enseigner les concepts de logique dans l'espace mathématique francophone : aspect épistémologique, didactique et langagier. Une étude de cas au Cameroun,* Thèse de doctorat de l'Université de Lyon 1.

ROBERT A. (2003). Un point de vue sur les spécificités du travail géométrique des élèves à partir de la quatrième : l'organisation des connaissances en niveau de conceptualisation. *Petit x n°*63, pp. 7-29.

ROBERT A. & ROGALSKI M. (2002). Comment peuvent varier les activités mathématiques des élèves sur des exercices ? Le double travail de l'enseignant sur les énoncés et sur la gestion en classe. *Petit x* n° 60.

SALIOU, T& al. (1995-2008). *Mathématiques, 4^e^*. Collection Inter Africaine, EDICEF.

VERGNAUD, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des Mathématiques,* 10 2/3, pp.133-170.

VERGNAUD, G. (2001). Forme opératoire et forme prédicative de la connaissance. Montréal

Mai 2001, *conférence publiée dans les actes du Colloque* GDM-2001 ; (Jean Portugais (Ed) La notion de la compétence en enseignement des mathématiques, analyse didactique des effets de son introduction sur les pratiques et sur la formation).
WALTER A. (2000-2001). Quelle géométrie pour l'enseignement en collège ? *Petit x* n°45, pp.31 à 49.

Documents officiels consultés

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE (20 AVRIL 1994) Programmes de la classe de 6ème, Programmes du cycle central, livret 1 Direction des enseignements.
MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE (20 AVRIL 1994) Programmes de la classe de 4ème, Programmes du cycle central, livret 1 Direction des enseignements.

ANNEXES

ANNEXE 1 : QUESTIONNAIRE – ÉLÈVES

Questionnaire élève

Ce travail fait partie d'une recherche et ne sera pas utilisé pour vous évaluer.
Nous voudrions que vous écriviez tout ce que vous pensez sur les documents fournis.
Le travail doit être fait individuellement. Nous vous sommes très reconnaissant de l'attention que vous porterez pour répondre à ces questions.

Classe 4e

Lycée………. **Durée 1 heure**

I. Définir droites parallèles

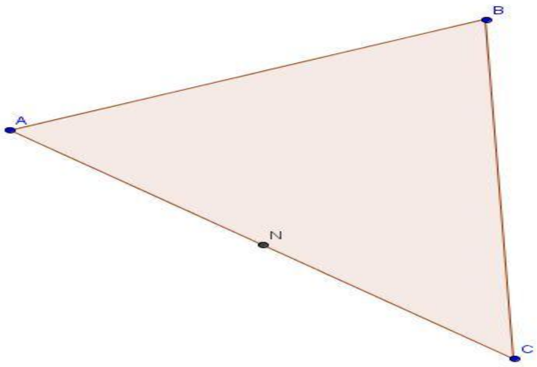
II. Le papa de Tchador possède un champ triangulaire comme l'indique la figure ci-dessous. Il plante trois poteaux aux différents sommets et leur attribut les lettres suivantes A, B, C, ensuite il plante un autre poteau qu'il nomme N à la moitié du côté [AC].

1. Tracer la droite (D) qui passe par N et qui est parallèle à la droite (AB).

2. Que représente le point d'intersection M de la droite (D) et la droite (BC) ?

Justifier votre réponse.

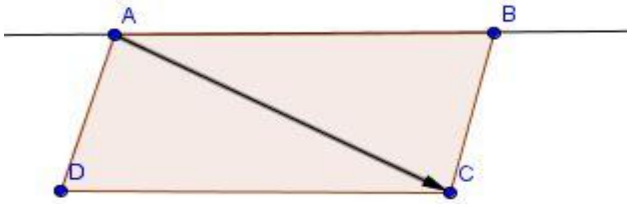
………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………



III. La figure ABCD est un parallélogramme.

1. Placer le point M tel que $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AC}$.
2. Que représente le point M pour le point B ?

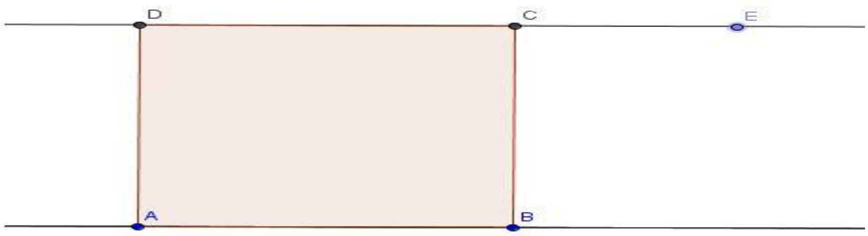
………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………



4. Que peux-tu dire des droites (AB) et (CM), et des droites (AC) et (BM) ? Justifie ta réponse **?**

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

IV. Mamadou veut fabriquer des rails comme l'indique la figure ci-dessous :



1. Tracer la droite (D) passant par E et parallèle à la droite (AD).
2. Justifier que la droite (D) est parallèle à la droite (BC).

………
………
………

ANNEXE 2 : SITUATION DIDACTIQUE

Situation didactique

Trois villages A, B et C sont représentés par les points non alignés. Deux enfants partent du village A pour le village B. Arrivés au lieu M, àmi-chemin des deux villages, ils décident de rejoindre la route qui joint les villages A et C, matérialisée par le segment [AC] dans la même direction que (BC).

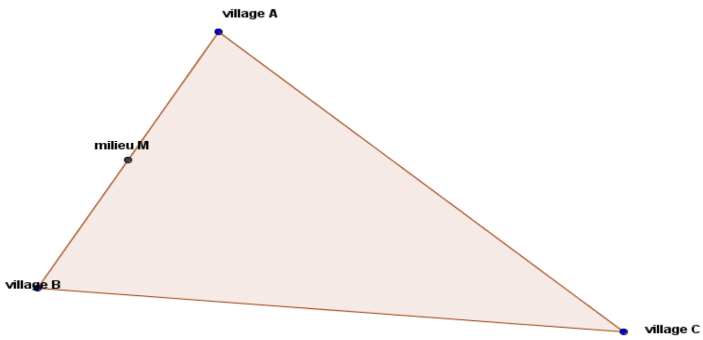


Figure 15 : illustration des trois villages

1. ***Marquer le milieu M' du segment [AC], puis tracer la droite (MM').***
2. ***Construire la droite (D) parallèle à la droite (BC) passant par le point M.***
3. ***Quel constat faites-vous par rapport aux droites (D) et (MM') ?***

   …………………………………………………………………………………………

   …………………………………………………………………………………………

   …………………………………………………………………………………………

   …………………………………………………………………………………………

Considérons la figure ci-dessous :

4. ***Tracer la droite parallèle à la droite (BC) passant par M milieu de [AB].***
5. ***Construire le point M' milieu du segment [AC].***
6. ***Que constatez-vous ?***

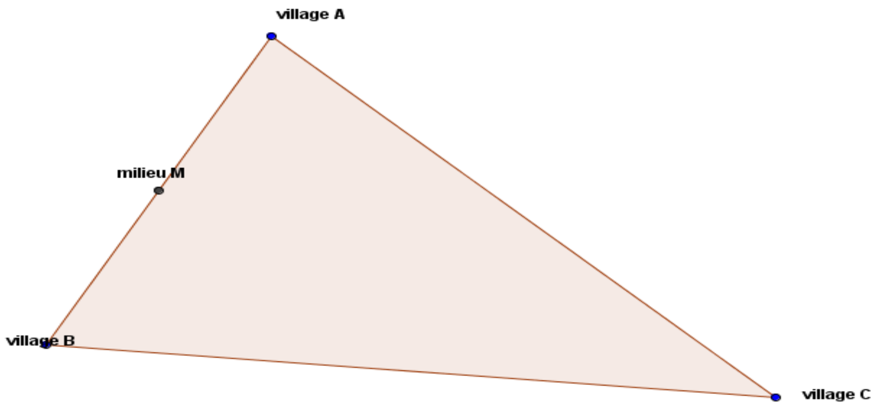


Figure 16 : deuxième figure de la situation didactique

Comment tracer la droite passant par le milieu M de [AB] et de même direction que (BC) ?

……………………………………………………………………………………………..

………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………….

………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………….