REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix – Travail – Patrie
****
UNIVERSITE DE YAOUNDE I
FACULTE DES SCIENCES DE L'EDUCATION
DEPARTEMENT DE D'INGENIERIE EDUCATIVE
****
CENTRE DE RECHERCHE ET DE FORMATION DOCTORALE (CRFD) EN « SCIENCES HUMAINES, SOCIALES ET EDUCATIVES »

REPUBLIC OF CAMEROUN
Peace – Work – Fatherland
****
UNIVERSITY OF YAOUNDE I
THE FACULTY OF EDUCATION
DEPARTMENT OF OF EDUCATIONAL ENGINEERING
****
POST COORDINATE SCHOOL FOR SOCIAL AND EDUCATIONAL SCIENCES

PROBLÉMATIQUE DE L'ENSEIGNEMENT DES ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ A UNE INCONNUE AU PREMIER CYCLE DU SECONDAIRE ET FEED-BACK DES ÉLEVES

Mémoire présenté et soutenu en vue de l'obtention du
DIPLÔME DE MASTER EN SCIENCES DE L'ÉDUCATION ET INGÉNIERIE ÉDUCATIVE

Par : **Madeleine Flora NGONO AMOA**
PLEG MATH

Sous la direction de
Pr. Simon BELINGA BESSALA
Maître de Conférences
Dr. ALPHONSE MBA

Année Académique : 42005

TABLE DES MATIERES

IN MEMORIAM

A la mémoire de mon grand frère **Pius MINKOULOU AMOA**

DEDICACE

A ma petite sœur **Rose Marie Liliane AMOA**

REMERCIEMENTS

Le présent travail a bénéficié des contributions scientifiques, matérielles et morales de plusieurs personnes à qui nous adressons nos sincères remerciements et notre profonde gratitude. Nous remercions particulièrement :

- Le Pr. Simon BELINGA BESSALA, Directeur de ce mémoire, pour sa disponibilité, son orientation scientifique et méthodologique, de même que pour l'énergie qu'il a déployée pour la réalisation de cette œuvre.
- Dr. Alphonse MBA, assistant du Directeur de recherche, pour ses critiques, ses observations et son dévouement.
- Tous les enseignants du centre de recherche pour la formation et les enseignements que nous avons reçus.
- Tous les enseignants de mathématique du Lycée général Leclerc et du Collège Vogt.
- Tous les camarades de promotion, particulièrement au délégué Pie Désiré EBODE.
- Toute ma famille.
- Tous mes amis et connaissances et tous ceux qui de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de ce travail.

RESUME

Notre étude s'intitule **« problématique de l'enseignement des équations du 1er degré à une inconnue au premier cycle du secondaire et feedback des élèves »**, et s'inspire du constat selon lequel, les pré-requis non maitrisés lors de la résolution des équations du type : (ax + b) (cx + d) = 0 entrainent des élèves à écrire ceci : (ax + b)= - (cx + d).

Au chapitre 1, nous avons formulé la question de recherche suivante : **quelle stratégie adopter lors de l'enseignement de la résolution des équations du 1er degré à une inconnue pour que les élèves puissent aborder facilement la résolution des équations de degré supérieur ?** La réponse à cette question est formulée à travers l'hypothèse générale qui suit : « les stratégies d'enseignement portant sur la résolution des équations du 1er degré à une inconnue ont une incidence sur le processus de compréhension des élèves ».

La revue de la littérature et le contexte théorique de la recherche, ont fait l'objet du second chapitre. Les travaux de certains auteurs, nous ont permis, de mieux appréhender les deux concepts : lettre et égalité. Ceux de Vlassy, nous ont permis, d'avoir les méthodes de résolution des équations du 1er degré à une inconnue au secondaire et leurs avantages. Son expérimentation, nous a montré que, l'utilisation de la balance permet de maitriser le principe des équations équivalentes par tous les apprenants ; ce qui a orienté notre option didactique. Bien plus, les théories des auteurs : Guy Brousseau, Dewey, Vergnaud, Vygotski nous ont permis de faire ressortir les démarches d'un cours de mathématique, le procédé du principe des équations équivalentes et les éléments qu'il faudrait prendre en compte en rapport avec la nouvelle approche définit au Cameroun : l'approche par compétences.

La méthodologie a fait l'objet du troisième chapitre. Dans celui-ci, nous avons opté pour une étude de type descriptif et corrélationnel. Elle s'est limitée dans la ville de Yaoundé. Pour vérifier ces hypothèses, nous avons distribué un questionnaire comprenant des questions ouvertes et fermées à un échantillon de 36 enseignants du lycée général Leclerc et du collège Vogt et de 38 élèves de la 4^{ème3} du lycée général Leclerc. Les données obtenues ont été dépouillées et traitées à l'aide des outils informatiques suivants : les logiciels Microsoft, Excel et Statistique : Statistical Package for Social Sciences(SPSS).

La présentation des résultats et de l'analyse des données ont constitué le travail essentiel du chapitre quatre.

Le cinquième chapitre a consisté en la discussion de ces résultats. Il ressort de celle-ci que tous les objectifs de cette étude ont été atteints à l'issue de notre enquête ; car nos résultats ont permis de confirmer toutes nos hypothèses de recherche. Donc l'hypothèse générale est vérifiée. Cette confirmation de l'hypothèse générale nous a conduits à faire des recommandations en vue d'améliorer l'enseignement des équations du premier degré à une inconnue au premier cycle du secondaire.

ABSTRACT

Our study is entitled "problematic of the teaching of equations of 1st degree to an unknown in the first cycle of the secondary and feedback of the pupils," and is inspired by the observation that when solving equations of the type: (ax + b) (cx + d) = 0, students write this:

(ax + b) = - (cx + d).

The research question was formulated as follows: **what strategy to adopt during the teaching of the resolution of the equations of the first degree to an unknown for students to easily understand the resolution of higher degree equations?** The answer to this question is formulated through the general assumption that: "teaching strategies for solving the equations of the first degree to an unknown affect the process of understanding of the students."

The review of the literature and the theoretical background of the research were the subject of the second chapter. The work of some authors have allowed us to better understand the two concepts letter and equality. Those Vlassy allowed us to have the methods of solving the equations of the first degree with one unknown secondary and benefits. His experimentation has shown that the use of the balance used to master the principle equations equivalent by all learners; This has focused our educational option. Theories have allowed us to bring out the steps in a mathematics course, the process of the principle of equivalent equations, the elements that should be taken into account in relation to the new approach defined in Cameroon:
the competencies appoach.

The methodology was the subject of the third chapter. In it, we opted for a descriptive and correlational study. It is limited in Yaounde. To test these hypotheses, we administered a questionnaire with open and closed questions to a sample of 36 high school teachers in general Leclerc and Vogt College and 38 students of 4th class of the General Leclerc High School. The obtained data were compiled and processed using computer tools: Microsoft, Excel and Statistics: Statistical Package for Social Sciences (SPSS).

The presentation of results and data analysis were the vital work of Chapter Four. The fifth chapter consisted of the discussion of these results. It follows from this that all the objectives of this study were achieved at the end of our investigation. Because our results have confirmed our research hypotheses. So the general assumption is verified. This confirmation of

the general assumption has led us to make recommendations to improve the teaching of first-degree equations with one unknown in junior high.

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

LISTE DES ABREVIATIONS

ℕ: Ensemble des nombres entiers naturels

Q : Ensemble des nombres rationnels

R : Ensemble des nombres réels

L.G.L : Lycée Général Leclerc

C.V : Collège Vogt

I.N.J.S : Institut national de la jeunesse et des sports

C.A.P.E.P.S : Certificat d'aptitude au professorat d'éducation physique et sportive

INTRODUCTION

L'apprentissage de l'algèbre, constitue l'un des enjeux fondamentaux, de l'enseignement des mathématiques au Lycée. Les enseignants, qui ont en charge l'enseignement des équations, ont depuis longtemps repéré certaines difficultés rencontrées par les élèves. La recherche d'un entier n tel que $3n+1=7$, qui ne pose pas grand problème à des élèves de 11ans, est encore une source d'erreurs à la fin du collège (niveau $3^{ème}$). Le passage du concret à l'abstrait en classe de $4^{ème}$ démotive les élèves.

Notre recherche a pour objet, d'étudier les erreurs commises par les apprenants, lors de la résolution des équations au niveau de l'enseignement des équations du premier degré à une inconnue. Ainsi, n'allons – nous pas oublier, de faire ressortir à travers une enquête, les difficultés que ceux-ci ne cessent de rencontrer, dans l'apprentissage de cette notion ?

Il s'agit en réalité, dans ce travail de recherche qui est libellé « Problématique de l'enseignement des équations du 1^{er} degré à une inconnue au 1^{er} cycle du secondaire et feedback des élèves », de savoir si les stratégies d'enseignement des équations du premier degré à une inconnue, constituent un prédit, pour la résolution des équations de degré supérieur pour les apprenants. Les concepts de lettre et d'égalité et les méthodes de résolution des équations du 1^{er} degré à une inconnue, sont au cœur de notre travail.

L'ossature de ce travail est constituée de 5 chapitres : la problématique est présentée au chapitre 1, au deuxième, les concepts de lettre et d'égalité, les méthodes de résolution des équations du 1^{er} degré à une inconnue, avec leurs avantages et notre option didactique, et aussi les théories explicatives du sujet, nous suivons avec le cadre méthodologique, puis nous présenterons et analyserons les résultats et enfin nous interpréterons les résultats et nous ferons des recommandations.

CHAPITRE 1 : PROBLEMATIQUE DE LA RECHERCHE

1.1 Contexte de la recherche

Tout enseignant, se proposant de lutter contre l'échec scolaire, devrait accompagner ses élèves, avec des situations d'apprentissages, prenant en compte les caractéristiques spécifiques d'un public en difficulté. Les mathématiques occupent, une place très importante dans les programmes scolaires du 1er cycle de l'enseignement secondaire général. La notion d'équation du 1er degré à une inconnue avant la réforme de 1996 commençait en classe de 3ème ; celle que l'on utilise aujourd'hui est introduite en classe de 5ème. La résolution de ces équations se fait dans $\mathbb{N}$ en 5ème, $\mathbb{Q}$ en 4ème et $\mathbb{R}$ en 3ème. Le pourcentage des notes inférieures à 10 sur 20 élevé en mathématiques en général et en algèbre en particulier dans nos lycées dépend de la conjonction de plusieurs facteurs inter –reliés et d'une multitude d'intention, de pratiques et d'attitudes. De la formation et du recrutement des enseignants en amont, des infrastructures et des structures d'accueil non adaptés aux effectifs pléthoriques, des passages à niveaux fantaisistes; à cette kyrielle de manquements, on peut souligner la rareté des séminaires de formations et de recyclage. Faut-il croiser les bras devant tant de difficulté ? Dans ce contexte, des enseignants utilisent des méthodes peu orthodoxes. Par exemple, dans une équation, pour annuler un nombre dans un membre d'une égalité, on dit à l'enfant : le nombre passe de l'autre coté en changeant de signe. Les enseignants ignorent le plus souvent les conséquences des règles d'actions qu'ils utilisent dans les salles de classe.

Au Cameroun, on est passé de la pédagogie par objectif, qui donne l'importance à l'objectif à atteindre par l'enseignant, et à partir de 2012 à une approche par compétences. Cette approche n'a pas encore été bien intégrée dans notre pays. Elle a facilité l'approche référentielle qui a plus d'induction, du plus simple au plus compliqué. Pour tout édifice, la fondation est un présage de solidité. Les prés requis vont conditionner l'assimilation plus tard. En effet, le soubassement acquis en classe de quatrième va constituer le socle de la résolution des équations du 1er degré à une inconnue et des équations en général.

Le chapitre portant sur la résolution des équations du 1er degré à une inconnue est une partie importante dans le cursus scolaire des élèves du premier cycle de l'enseignement secondaire général et technique. C'est en classe de quatrième que sont véritablement mises en place les manipulations d'égalités et les règles qui permettent la résolution des équations du 1er degré à une inconnue, via la conservation de l'équivalence. En effet, dans les niveaux antérieurs, la lettre avait une signification ; en classe de quatrième, on est passé du concret à l'abstrait. Le problème de transfert commence à se poser. Les difficultés inhérentes à toute nouvelle approche seront accentuées chez certains débutants qui n'auront pas bien appréhendé dès le début les techniques de résolution. La remise en cause devient une nécessité; elle interpelle tout enseignant de bonne foi qui devrait chercher les facteurs, les causes de ces manquements. Dans notre travail, nous allons essayer de mettre en exergue les problèmes rencontrés auprès des élèves.

L'inadaptation des décisions qui surviennent lors de la résolution des équations du 1er degré à une inconnue par les élèves sont les résultantes de multiples facteurs : La non maitrise de toutes les méthodes de résolution de ces équations; la méconnaissance des différents statuts de la lettre et de l'égalité; certains élèves font preuve d'ingéniosité dans la résolution de ces équations ; beaucoup d'élèves résolvent ces équations sur la base de leurs connaissances arithmétiques. Le décalage qui peut avoir entre le statut attribué à la lettre par un élève et son professeur constitue aussi une difficulté et surprend souvent les enseignants qui voient dans certaines erreurs de leurs élèves une régression alors qu'il s'agit plutôt d'une prise en compte insuffisante du niveau auquel évolue l'élève. Le groupement national d'équipes de recherche de France en didactique des mathématiques, dans une publication à la page 10, citait les propos de Kieran (1994) qui soulignait que : « *les obstacles des élèves en algèbre sont dus en partie de représentations de l'algèbre qui en font une simple généralisation de l'arithmétique* ».

1.2 Formulation et position du problème

Dans la pratique, nous négligeons souvent les premiers contacts des élèves avec les mathématiques. Ces premiers contacts peuvent être des indices des indicateurs des lacunes futures. Les interactions avec les élèves dès le début doivent constituer un diagnostic fiable. Intéressons-nous à une notion algébrique de la classe de 3ème et voyons quelle est la part acquise en classe de 4ème dans l'interprétation et la compréhension de ces notions. Résolution des équations du type :

$(ax + b)(cx + d) = 0.$

Ici je m'attarderai sur l'expression$(4x + 2)(3x - 6) = 0$.

Une notion d'une classe antérieure sous-entend la résolution de ce problème notamment en classe de 4ème avec l'introduction à la résolution de simples équations des types $ax + b = 0$.

La difficulté ici vient du fait que pour aider à comprendre la solution générale de ce type d'équations, plusieurs méthodes aussi ingénieuses les unes que les autres sont imaginées par les enseignants. Toutefois, on note plus tard des comportements divers: blocage pour certains, adaptation pour d'autres. Jetons un regard plus poussé sur l'une des plus communes. En effet habituellement pour aider un enfant à comprendre que :

$$ax + b = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$$

On commence par lui dire que lorsqu'un nombre ou une expression traverse une égalité, il change de signe. Remarquons que cela permet à l'élève de mieux retenir et surtout de pratiquer les différentes opérations pour aboutir au résultat. Ayant déjà fixé ce procédé en classe de 4ème, il est fort probable et d'un constat personnel, il arrive très souvent qu'on ait ceci :

$$(4x + 2)(3x - 6) = 0 \Longrightarrow (4x + 2) = -(3x - 6)$$

Ce qui bien évidemment est une erreur. Erreur qui à mon sens ne serait pas arrivée si on avait pris la peine dès les classes antérieures de lui expliquer comment se fait ce procédé. En effet des connaissances mal acquises peuvent profondément limiter la capacité d'un élève à aborder sereinement de nouvelles notions.

La résolution d'une équation du 1er degré à une inconnue dans la taxonomie cognitive se trouve parmi les activités intellectuelles les plus complexes contrairement à la mémorisation de simples connaissances. En effet, résoudre ces équations suppose la réorganisation des données dont le sujet dispose avant d'en arriver à la solution désirée.

C'est au regard de toutes ces observations que nous nous sommes posé la question suivante :

QUESTION PRINCIPALE DE LA RECHERCHE

Quelle stratégie adopter lors de l'enseignement de la résolution des équations du 1^er^ degré à une inconnue pour que les élèves puissent aborder facilement la résolution des équations de degré supérieur ?

Cette question induit des questions secondaires suivantes :

QUESTION SECONDAIRES

- Quel est le lien qui existe entre la manipulation de la lettre dans une équation du 1^{er} degré à une inconnue par des enseignants et la résolution des équations par des apprenants plus tard ?
- Quel est le lien qui existe entre le traitement et l'interprétation des énoncés qui contiennent une égalité dans une équation du 1^{er} degré à une inconnue par des enseignants et la résolution des équations par des apprenants plus tard ?
- Quel est le lien qui existe entre L'usage des méthodes de résolution des équations du 1^{er} degré à une inconnue par des enseignants et la résolution des équations par des élèves plus tard ?

1.3 Objectifs de la recherche

Dans son mémoire de master 2 de l'université de Rouen(2005) intitulé les méthodes actives dans le système Camerounais, HAMENI Blaise citait les propos de LEIF John (1979 :192), qui affirmait que : « *l'objectif est le but précis d'une action éducative, d'un enseignement* ». Nous préciserons ici vers quoi doit tendre ce travail de recherche. Et de DEWEY John (1983 :133), : « *avoir un objectif, c'est avoir l'intention de faire quelque chose et percevoir la signification des choses à la lumière de cette intention* ». Cela suppose qu'on a une base à partir de laquelle on peut observer, choisir et ordonner les objets et nos propres capacités; qu'on a une activité intentionnelle contrôlée par la perception des faits et leur relation les unes avec les autres; qu'on a un plan pour sa réalisation.

L'étude faite dans notre mémoire, porte sur la prise en compte des erreurs commises par les élèves lors de l'enseignement de la résolution des équations du 1^{er} degré à une inconnue. Il s'agit pour nous de répertorier les erreurs survenues lors de la résolution de ces équations par les élèves, aussi suivre les cours de quelques enseignants dans les établissements.

Objectif général

L'objectif général de cette étude est de fournir à la communauté éducative et scientifique, des données supplémentaires susceptibles de les situer sur le lien existant entre des pratiques enseignantes sur les équations du premier degré à une inconnue et certaines conceptions erronées des élèves.

Objectif spécifiques

Plus spécifiquement, il s'agira :

- De montrer le lien qui existe entre la manipulation de la lettre dans une équation du 1er degré à une inconnue par des enseignants et la résolution des équations par des apprenants plus tard.
- De montrer le lien qui existe entre le traitement et l'interprétation des énoncés qui contiennent une égalité dans une équation du 1er degré à une inconnue par des enseignants et la résolution des équations par des apprenants plus tard.
- De montrer le lien qui existe entre l'usage des méthodes de résolution des équations du 1er degré à une inconnue par des enseignants et la résolution des équations par des élèves plus tard.

1.4 Hypothèses

Hypothèse générale

Selon EVOLA Robert (2013 :84) : « *L'hypothèse c'est le choix d'une réponse particulière à la question de recherche posée* ». Cette prédiction peut naitre soit de l'observation soit de l'étude des données précédemment recueillies, soit d'une théorie qu'elle va tenter de valider. Elle s'exprimera alors sous la forme suivante : « si telle théorie est juste, dans telle condition il se produira tel phénomène ».

L'hypothèse générale est formulée de la façon suivante :

Les stratégies d'enseignement portant sur la résolution des équations du 1er degré à une inconnue ont une incidence sur le processus de compréhension des élèves.

L'opérationnalisation de cette hypothèse générale nous donne les hypothèses spécifiques suivantes :

Hypothèses secondaires

L'hypothèse secondaire de recherche est celle qui rend opérationnelle l'hypothèse générale. C'est une affirmation qui met en rapport les indicateurs des mesures des variables dépendantes. Dans le cadre de notre étude, nous en formulons trois.

- La manipulation de la lettre dans une équation du 1er degré à une inconnue par des enseignants sera un handicap lors de la résolution des équations par des apprenants plus tard.
- Le traitement et l'interprétation des énoncés qui contiennent une égalité dans une équation du 1er degré à une inconnue par des enseignants sera une difficulté pour la résolution des équations par des apprenants plus tard.
- L'usage des méthodes de résolution des équations du 1er degré à une inconnue par des enseignants sera un handicap pour la résolution des équations par des élèves plus tard.

1.5 Intérêt de l'étude

L'étude faite se veut pertinente à plus d'un titre :

D'abord au regard de l'actualité, les résultats des élèves en mathématiques sont de plus en plus catastrophiques. Les élèves se détournent des mathématiques au profit d'autres matières, car ne voyant pas l'utilité dans la vie active et trop complexe pour eux.

Sur le plan scientifique et pédagogique, elle offre aux enseignants, l'opportunité de mieux appréhender l'application propice, ou mieux la corrélation entre l'arithmétique et l'algèbre dans la résolution des équations du 1er degré à une inconnue. Et surtout de mieux aborder la résolution de ces équations. Aussi, elle a pour finalité d'amener les éducateurs camerounais à intégrer effectivement la nouvelle approche: l'approche par compétences.

Bien plus, cette recherche qui opère dans le champ de la didactique des mathématiques repose sur la didactique d'algèbre car très souvent, ce volet est ignoré ou négligé.

1.6 Délimitation de l'étude

Dans son cours de méthodologie de la recherche donné en master 2 en didactique des disciplines en 2014, BELINGA BESSALA Simon fait remarquer que *: « La didactique a 3 axes de recherche : le pôle de l'enseignement, celui des apprentissages et enfin celui de l'évaluation des apprentissages ».* Dans le cas de notre travail, les deux premiers pôles ont été retenus. Au niveau de l'enseignement, nous allons nous limiter au niveau des concepts: de lettre et d'égalité et aussi les méthodes utilisées pour résoudre les équations du premier degré à une inconnue. Au niveau de l'apprentissage, comment les élèves mettent en jeu les points de vue sémantique et syntaxique.

Limite spatio-temporelle

Initié de façon informelle depuis Janvier 2014, au Lycée général Leclerc, le travail proprement dit se limitera dans la ville de Yaoundé, capitale politique du CAMEROUN. Nous avons choisi 2 établissements à savoir : Le lycée général Leclerc et le collège Vogt. Ces établissements sélectionnés révèlent des spécificités qui témoignent effectivement d'une représentativité nationale.

Limite scientifique

Les principaux instruments et techniques de recherche que nous avons choisis pour nos travaux sont : le questionnaire et le guide d'entretien. Ces moyens d'investigation présentent des limites, ce d'autant plus que les propos tenus par les uns et les autres ne sont pas souvent totalement vérifiables.

1.7 Définition des concepts

a) La lettre

La lettre selon le dictionnaire Larousse (2009) est un signe graphique utilisé pour les écritures alphabétiques et dont l'ensemble constitue l'alphabet. En mathématiques plus précisément en arithmétique, c'est une indication pour désigner des mesures ou bien jouer un rôle d'étiquette comme dans l'expression 8m pour signifier 8 mangues ou 8 mètres. Et en algèbre, c'est un indice pour désigner un nombre qui est traité en tant que tel dans les calculs.

b) L'égalité

L'égalité selon le dictionnaire Larousse (2009) est la qualité de ce qui est semblable en nature, en quantité, en qualité, en valeur. En mathématiques, l'égalité est une relation binaire entre 2 objets signifiant que ces objets sont équivalents c'est-à-dire que le remplacement de l'un par l'autre dans une expression ne change jamais la valeur de cette dernière. En arithmétique, l'égalité est un signe d'annonce d'un résultat alors qu'en algèbre, il est un signe de relation d'équivalence entre 2 expressions algébriques.

c) Eléments de définition du concept d'équation

Plusieurs définitions du mot énoncé sont données :

Selon le dictionnaire universel (2007) : « un énoncé est en mathématiques un ensemble de données à résoudre, de propositions à démontrer ».

Selon le dictionnaire Larousse (2008): c'est « une séquence de paroles émises par un locuteur, délimitée par un silence ou par l'intervention d'un autre locuteur ».

D'après Quin, un énoncé est plutôt une idée générale linguistique susceptible de vérité ou de fausseté, ce qui est également appelé une proposition mathématiques.

Le petit Larousse (2008) définit de la même manière une proposition, comme : « un énoncé susceptible d'être vrai ou faux ».

Dans la suite, on parlera d'énoncé pour désigner une phrase, et une proposition sera l'objet défini par Larousse 2008 qui a le même sens que l'énoncé au sens de Quine.

En mathématiques, il existe également des phrases qui sont dites ouvertes, des fonctions propositionnelles au sens de Russell « Par fonction propositionnelle, nous entendons quelque chose qui contient au moins une variable et exprime une proposition aussitôt qu'une valeur est assignée à la variable. C'est-à-dire qu'elle diffère d'une proposition, par-delà seul qu'elle est ambigüe : elle contient une variable dont la valeur n'est pas assignée ». Dans notre travail, une équation sera une phrase ouverte.

d) Situation de départ

Selon E. De Corte, la situation de départ est *« l'ensemble des données personnelles, sociales et situationnelles lesquelles, pouvant être en relation avec les objectifs didactiques à réaliser, peuvent exercer ou exercent une influence sur le déroulement et les résultats des processus ».*

CHAPITRE 2 : REVUE DE LA LITTERATURE ET CONTEXTE THEORIQUE DE LA RECHERCHE

Dans ce chapitre, il s'agira pour nous de faire un tour d'horizon des études menées par d'autres chercheurs et ayant un rapport avec le problème que nous abordons. Il s'agira de présenter la revue de la littérature ainsi que les théories qui expliquent d'une manière ou d'une autre notre sujet d'étude.

2.1 Revue de la littérature

D'après AKTOUF (1985 :55) *« la revue de la littérature est un état des connaissances sur un sujet»*. C'est le bilan de la documentation existante, résumé des connaissances actuelles sur le sujet de l'étude et l'identification des lacunes de ces connaissances.

Les recherches sur l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre, préoccupent les didacticiens, depuis l'avancée de ce champ de recherche. Les approches prépondérantes, au commencement de cette recherche, se sont centrées sur le repérage des difficultés des élèves, et la recherche des cohérences, susceptibles d'expliquer les erreurs particulières résistantes. De nombreux travaux concernant les notions d'équations du 1^{er} degré à une inconnue ont été conduits en didactiques des mathématiques. Nous pouvons citer entre autres : Kucheman(1980), Vlassy et J, Demonty (2000), KOUKI Rahim(2006), BARDINI Caroline(2003)… Les travaux conduits concernent à la fois les dimensions outil (pour la résolution des problèmes) et objet (l'algèbre est considérée comme un ensemble organisé d'objets comme les inconnues, les équations…) de l'algèbre.

Nous avons scindé notre travail en 3 parties : la première concernera une analyse des écrits des travaux didactiques portant sur les deux concepts : lettre et égalité; la deuxième partie, concernera les écrits portant sur les méthodes de résolution des équations du premier degré à une inconnue, avec leurs avantages, qui sont dans la même direction que celle de notre champ d'étude, afin de les mettre en perspective avec notre fil conducteur et la troisième partie portera sur notre choix didactique .

Par rapport au problème de la non maîtrise des concepts de la lettre et de l'égalité, nous avons choisi de porter un regard sur les travaux de Russell (1961, 1989),Tarski (1960, 1972 ,1974), Kuchemann, Frege (1971), Arcavi et vergneau.

2.1.1 Les concepts impliqués dans la résolution d'équations du premier degré à une inconnue

2.1.1.1 La lettre

Russell et Tarski, ont insisté sur la notion de variable, qui est l'une des notions capitales en mathématiques. « D'un point de vue logique, la variable est un marque-place, elle ne désigne rien, elle permet l'attribution de valeurs par des objets de l'univers du discours dans une interprétation donnée ».

« En ce qui concerne les équations, une terminologie spéciale est passée dans l'usage en mathématiques ; ainsi, les variables figurant dans une équation s'appellent les inconnues, et les nombres satisfaisant à l'équation, les racines de l'équation. Par exemple, dans l'équation: $x^2 + 6 = 5x$*, la variable « x » est l'inconnue, tandis que les nombres 2 et 3 sont les racines de l'équation. »* (Tarski, 1960, p.6).

Kuchemann (1981) a proposé un classement des différents statuts de la lettre qui sont: Lettre évaluée : on la met à la place d'une valeur numérique; Lettre non considérée : elle est ignorée dans les calculs ; Objet concret : elle est une étiquette ; Inconnue spécifique : elle désigne un nombre inconnu à rechercher ; Nombre généralisé : elle peut prendre plusieurs valeurs, Variable : elle est utilisée dans un contexte fonctionnel. Dans notre étude, nous travaillons avec 2 statuts de la lettre. Selon Kuchemann (1981), *« lorsque la lettre se retrouve dans un seul membre, elle a un statut de lettre évaluée : la solution résulte d'un processus arithmétique ; et lorsque la lettre apparait dans les 2 membres, elle a un statut d'inconnue spécifique, la solution découle d'un processus impliquant des calculs algébriques »*[1]. Pour lui, bien que dans toutes ces équations, la lettre représente un nombre, cette conception de la lettre est très différente de celle impliquée dans le calcul algébrique ou elle est le représentant quelconque d'un ensemble de nombre. Pour mieux visualiser les différences établies par l'auteur, analysons les résolutions possibles de ces deux équations.

- L'équation 2x+3=17 peut aisément se résoudre par opérations réciproques. La racine sera le résultat de l'opération : (17-3) :2. La résolution résulte d'un processus purement arithmétique. Les opérations sont effectuées sur des nombres, et non sur des expressions algébriques.

[1] www.ac-orleans-tours.fr

- L'équation 3x-8=2x-4 pourra se résoudre par la méthode formelle. Cette méthode de résolution nécessite de réaliser des calculs algébriques.

Remarquons que parmi les phrases ouvertes qui peuvent se présenter, il ya celles qui sont vraies de tous les objets de l'univers du discours, par exemple : 2x+3=2+2x+1 ; d'autres sont fausses de tous les objets de l'univers du discours : x=x+1 pour tout x∊ℝ, alors que les autres sont pour quelques objets vraies et fausses pour d'autres exemple 2x+3=x-5.

L'étude logique de ce concept, nous a permis de montrer la rupture qui existe entre l'arithmétique et l'algèbre, et aussi le niveau avec lequel l'élève arrive en classe de quatrième. A travers ces statuts, l'enseignant peut déjà prévoir les méthodes que l'apprenant peut envisager lors de la résolution de ces équations. De nombreux travaux montrent par ailleurs l'importance d'une étude du concept d'égalité qui pose un problème de rupture essentiel dans la résolution de ces équations.

2.1.1.2 L'égalité

La signification d'une expression algébrique et en particulier d'une égalité du point de vue logique réside au niveau de sa syntaxe, de sa dénotation et de son sens c'est-à-dire de son aspect sémantique.

Selon Carnap (1934), la syntaxe se limite à l'aspect formel de la langue. Elle se donne un alphabet de signes dépourvus de sens et susceptibles d'être combinés suivant des règles. Le terme syntaxe d'un langage formel en logique donne des règles de formation et de transformations des énoncés du langage considéré ; elle permet de reconnaitre si un énoncé est bien formé et si le passage d'un énoncé à un autre est valide[2].

La sémantique quant à elle étudie les interprétations possibles des symboles utilisés ainsi que les relations entre les diverses interprétations des formules utilisées. Tarski (1974, P.133) définit la sémantique comme « *l'ensemble des études qui traitent des concepts, qui en gros, expriment certaines relations entre les expressions d'un langage et les objets et états de choses auxquels ces expressions se réfèrent* »[3]. La sémantique nécessite donc une structure interprétative : un univers du discours et des interprétations pour les lettres de prédicats.

---

[2] KOUKI Rahim, (2006). *Equations et inéquations au secondaire entre syntaxe et sémantique*, Petit x, 2006, n°71,p. 7-28.
[3] KOUKI Rahim, (2006). *Equations et inéquations au secondaire entre syntaxe et sémantique*, Petit x, 2006, n°71,p. 7-28.

Vergneau (1987) s'intéresse aux différents statuts de l'égalité. Nous présentons ces trois statuts qui nous seront utiles pour la suite de notre travail. Egalité numérique c'est l'égalité des nombres. Elle est plus couramment rencontrée dans le cycle primaire. Elle prend une seule valeur de vérité parmi les deux (vrai, fausse). Par exemple 4+5=9 et 8-2=5 sont des égalités numériques. La première est vraie et la deuxième est fausse.

Il est de coutume de rencontrer une écriture du genre : 3x2=6+7=13 qui est en effet le calcul de 3x2+7. De ces deux égalités, seule la dernière est juste. On rencontre souvent cette écriture dans le cours de mathématiques, tant à l'école primaire qu'au secondaire ; elle fait perdre à l'égalité son sens. En effet, étant donné que nous avons à gauche du deuxième signe de l'égalité le résultat d'un calcul, 3x2 et 6+7 devraient avoir la même valeur, ce n'est pas le cas. Ceci peut avoir une incidence lorsqu'un élève doit vérifier qu'un nombre est une racine d'une équation par assignation de ce nombre à l'inconnue. Il faut donc installer au collège que lorsqu'on écrit une égalité entre deux expressions numériques, on affirme que les deux expressions désignent la même quantité.

Le deuxième statut de l'égalité c'est l'égalité comme identité. C'est une égalité littérale toujours vraie, comme par exemples: $5 + 3 (x + 6) =3 x + 23$; $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ *où* a, b et x sont des nombres quelconques. Ces égalités sont telles qu'on peut substituer le membre de gauche à celui de droite, et inversement dans une écriture, sans avoir d'information sur a, b et x. Une identité peut naturellement être établie par des transformations syntaxiques. Ainsi, l'identité 2x+x=3x s'établit syntaxiquement en utilisant les propriétés de l'addition et de la multiplication, et signifie que les deux programmes de calculs associés, donnent le même résultat, quel que soit le nombre de départ auquel ils s'appliquent.

Le troisième statut de l'égalité c'est l'égalité comme équation. C'est une égalité entre deux expressions littérales. Elle n'est donc pas vérifiée pour toutes les valeurs de l'univers du discours, attribuées aux lettres. Ce qui amène Rahim Kouki à dire que : « *le point de vue sémantique pour les équations conduit à considérer une extension de l'égalité entre deux expressions. Par exemple 2x+5=x+8 peut être considéré comme une phrase ouverte qui est vérifiée ou pas suivant les valeurs assignées aux lettres* ». Les expressions qui sont de part et d'autre du signe « = » sont les membres de l'équation. Une telle phrase donne lieu à une proposition par attribution d'une valeur à la lettre x. Concernant l'exemple précédent cité par Rahim Kouki, en remplaçant x par 1 on obtient 7 au membre de gauche et 9 au membre de droite. Mais on ne peut pas affirmer que 7=9 est vrai ; l'égalité numérique est donc fausse. Par contre, si on remplace x par 3 on obtient de part et d'autre la valeur 11 qui satisfait l'égalité (la relation est vraie).

Les différents statuts de l'égalité énoncés par Vergneau nous donnent les différentes interprétations que nous pouvons faire de l'égalité lors de la résolution des équations du premier degré à une inconnue. Il convient de présenter maintenant les différents éléments constitutifs d'un signe.

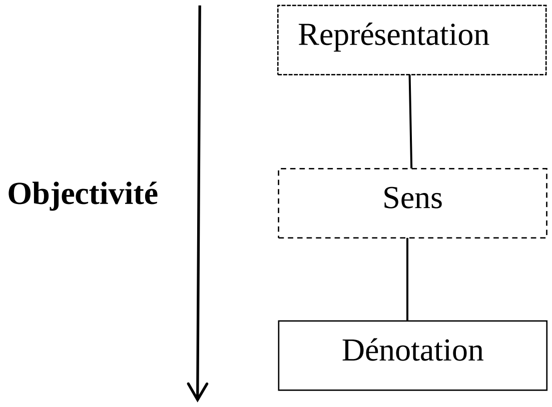
Dans sens et dénotation, Frege (1971) entreprend une analyse des différentes composantes d'un signe. Son travail a été fait autour de deux notions principales : le sens et la dénotation d'un signe. Il a accordé une importance aux définitions et aux exemples relatifs au sens et à la dénotation d'un signe ainsi qu'à ses valeurs de vérités. Frege entend par signe « *toute manière de désigner qui joue le rôle de nom propre* », pouvant être un nom, un groupe de mots ou de caractères. La dénotation d'un signe est précisément ce qu'il désigne, et son sens est son mode de donation.

Frege dit que :

« Le lien entre le signe, son sens et sa dénotation est tel qu'au signe correspond un sens déterminé et au sens une dénotation déterminé tandis qu'une seule dénotation est susceptible de plus d'un signe. De plus, un même sens a dans des langues différentes, et parfois dans la même langue, plusieurs expressions. » (Frege, 1971, p.104).

Prenons un exemple cité par Frege : « soient a, b, c les médianes d'un triangle. Le point d'intersection de a et b est le même que celui de b et c ». Le point d'intersection des médianes peut être désigné de plusieurs façons différentes ; ici ce sont les différentes constructions géométriques qui servent de mode de donation (« point d'intersection de a et b », par exemple). Ces différentes désignations sont ce que Frege appelle les sens. Et si d'un coté, l'objet désigné présente plusieurs mode de donation, plusieurs sens (car plusieurs expressions permettent de le décrire, telle « point d'intersection de a et b »), il ne possède qu'une dénotation : l'objet déterminé ; ici, le point en question. De même, les expressions « l'élève de Platon » et « maitre d'Alexandre le Grand » ont des sens différents, cependant une seule dénotation : toutes les deux se réfèrent à Aristote.

Néanmoins, Frege observe qu'il est possible de concevoir un sens à un signe sans lui faire correspondre nécessairement une dénotation. Il illustre ce propos en prenant l'exemple sur « la suite qui converge le moins rapidement ». Toutefois, il évoque la possibilité de concevoir une représentation du signe qui peut être interprétée comme « l'image » que le sujet se fait de ce signe.



Ce schéma traduit la répartition « hiérarchique » des trois composantes d'un signe. La représentation d'un signe est entièrement subjective, elle est inhérente à un sujet et datée. La dénotation est au contraire entièrement objective car c'est l'objet même désigné par ce signe. Entre les deux, se situe le sens du signe, qui n'a pas un caractère subjectif et qui n'est pas non plus l'objet lui –même.

Frege s'interroge alors sur la notion d'égalité : qu'est-ce que veut dire une égalité ? Il a étudié l'égalité mathématique en insistant sur l'idée selon laquelle l'égalité n'est pas établie entre deux signes ou symboles, mais entre deux significations. C'est-à-dire que lorsque j'affirme que a = b, j'affirme que a et b signifient la même chose.

Après avoir exploité le sens et la dénotation d'un signe à travers plusieurs exemples, Frege s'intéresse à l'analyse d'une proposition. Il précise la particularité de la dénotation d'une proposition affirmative : la dénotation d'une proposition affirmative est sa valeur de vérité, c'est à dire le vrai ou le faux. Il affirme de plus que puisque la dénotation d'une proposition est sa valeur de vérité, celle-ci ne doit pas changer lorsqu'on substitue à une partie de proposition une expression de même dénotation (ayant éventuellement un sens différent).

Les travaux de Frege sur la représentation d'un signe nous ont montré que l'égalité a plusieurs sens et ceci dépend de chaque individu et de son environnement. Et aussi, ses résultats nous permettent d'éviter les confusions entre les deux autres composantes sens et dénotation.

Les travaux d'Arcavi (1994) ne font pas directement allusion aux termes définis par Frege, mais nous retrouvons une analyse relative aux différents sens que les élèves attribuent aux symboles mathématiques. C'est en se basant sur ses expériences personnelles d'enseignement, en observant notamment élèves et enseignants résoudre des problèmes d'algèbre qu'Arcavi établit une étude relative à la « compréhension » des symboles mathématiques, un prélude à une définition du « sens donné à un symbole ». Cette expérience lui a permis de reconnaitre la similarité de comportements d'élèves relativement aux différents « sens » rattachés aux symboles et lui donne des éléments pour mieux analyser les observations recueillies dans les classes.

Ce qu'Arcavi propose dans ses travaux n'est ni une liste de comportements ni une liste d'éléments censés prendre en compte tous les aspects sous-jacents à la façon dont on « se donne du sens à un symbole »;son étude n'a pas la prétention d'être exhaustif. Ce sont plutôt les caractéristiques récurrentes repérées dans la façon de résoudre un problème ou l'algèbre intervient. Il s'intéresse plus précisément au volet subjectif présent lorsque le sujet donne du sens aux symboles. Pour Arcavi, le sens d'un symbole c'est en quelque sorte un regard « intuitif » qu'il a repéré à travers les actions d'élèves et enseignants lors de la résolution des problèmes. Il dégage une série de caractéristiques du « sens » d'un symbole qu'il classifie de subjectives. Selon Arcavi, donner du sens c'est : reconnaitre la puissance des symboles, c'est-à-dire être capable de reconnaitre quand et comment les symboles doivent être employés afin d'établir des relations, des généralisations ou des preuves. Mais c'est surtout reconnaitre qu'en leur absence, de telles relations ou des preuves ne pourraient venir à jour. Ce n'est pas simplement créer des relations à l'aide des symboles, c'est plutôt faire émerger des relations grâce à eux. Prenons pour cette idée un exemple décrit par Arcavi : *soit un rectangle quelconque. Que se passerait-il en ce qui concerne son aire, si on augmentait de 10% l'une des dimensions et si on diminuait de 10% l'autre ?*[4] Les élèves ont tendance à répondre, initialement, qu'il ne se passe rien (ceci étant probablement dû, selon Arcavi, à l'illusion de « compensation ») ou encore que le changement subi par l'aire dépend de la dimension qui augmente et de celle qui diminue. De simples applications numériques montrent bien que l'aire diminue dans tous les cas, mais c'est uniquement lorsque les élèves font appel aux symboles que le résultat devient clair. En sens inverse, donner du sens pour Arcavi c'est également ressentir le moment *óu* il faut aussi laisser les symboles de coté, dans le but de faire progresser le problème en favorisant d'autres approches qui pourraient rendre la solution plus facile ou

[4] Caroline BARDINI, 2003, Le rapport du symbolisme algébrique : une approche didactique et épistémologique.

élégante. Le troisième point de vue d'Arcavi est le suivant : donner du sens à $des\ symboles\ c'est$ travailler dialectiquement avec eux : d'une part, c'est les manipuler tout en se détachant de leur sens afin de rendre la manipulation plus efficace et rapide et, d'autre part, c'est lire les symboles à travers leur sens, leur permettant ainsi d'établir des liens et de prendre en compte le caractère raisonnable du résultat. Donner du sens c'est aussi savoir que la modification de la traduction symbolique d'un problème peut influencer le progrès du résultat et c'est savoir comment manipuler les expressions de façon à mener à bien le problème. Prenons l'exemple suivant : « *prenez un nombre impair, élevez-le au carré et ôtez 1. Que pouvez-vous dire du nombre qui en résulte ?* ». Un tel nombre peut être représenté sous $(2n-1)^2-1$. Après manipulation, cette écriture peut etre donnée sous la forme $4n^2-4$, dans le but d'une conclusion générale. A première vue, l'élève peut s'arreter là et répondre que le nombre trouvé est multiple de 4. D'un autre côté, si on ré-arrange les symboles en écrivant $4n^2 = 4n(n-1)$ et si on lit à travers les symboles, on s'aperçoit que le résultat est toujours multiple de 8. En transformant une fois l'écriture de cette façon : $4n(n-1) = \frac{8n(n-1)}{2}$, on se rend compte que le résultat est non seulement un multiple de 8, mais que ce multiple est tel que l'autre facteur est triangulaire. Donner du sens aux symboles c'est également pouvoir traduire le problème à l'aide de symboles et de pouvoir juger de la pertinence de ce choix. C'est aussi être capable de changer la traduction si nécessaire. En reprenant l'exemple précédent, si le nombre impair avait été présenté par n au lieu de 2n-1, le résultat obtenu aurait été n^2 -1. Il est vrai qu'en factorisant l'expression, nous aboutissons à l'expression (n-1) (n+1), qui traduit le produit de deux nombres pairs consécutifs. Ainsi, nous concluons que l'un d'entre eux est forcément multiple de 4 et donc que le résultat est multiple de 8. Or le choix de représenter le nombre impair par n au lieu de 2n-1 ne nous donne pas d'information supplémentaire, notamment en ce qui concerne la nature de ce multiple. Le choix du symbole a non seulement des effets cruciaux sur le processus de résolution du problème mais également sur les résultats. Selon Arcavi, donner du sens à un symbole c'est être capable, à tout moment, d'interpréter les symboles et de comparer leur sens aux réponses attendues ou à nos intuitions. Aussi, donner du sens aux symboles c'est être conscient des différents rôles qu'ils peuvent jouer selon les contextes.

Les travaux d'Arcavi nous ont permis de mieux cerner une série de compétences qui doivent être rempli pour comprendre une expression algébrique. Il nous revient maintenant de présenter les méthodes utilisées au secondaire pour la résolution des équations du premier degré à une inconnue.

2.1.2. Les méthodes de résolution des équations du 1er degré à une inconnue

Par rapport au problème concernant la non maîtrise de toutes les méthodes de résolution des équations du 1erdegré à une inconnue, nous allons d'abord présenter quelques méthodes de résolution des équations du 1er degré à une inconnue ensuite faire le résumé de quelques travaux d'auteurs qui ont expérimenté ses méthodes.

Dans un article des cahiers du service de pédagogie expérimentale de l'université de Liège, les travaux de Vlassy (1999) ont été présentés. Elle a proposé une analyse détaillée des différentes méthodes de résolution des équations du 1er degré à une inconnue que l'on utilise au secondaire mettant en jeu l'aspect syntaxique et sémantique.

- **Méthode par substitution**

Elle consiste à donner une valeur à l'inconnue et à calculer les valeurs numériques des deux membres jusqu'à obtenir une égalité vraie. L'élève peut le faire par reconnaissance numérique. Ainsi, pour l'équation 2x=12, la réponse 6 est donnée sans autre explication que : 2x6=12. L'apprenant peut également entreprendre un raisonnement par essai-erreurs.

Bernard et Cohen précise que cette méthode présente un double avantage de permettre à l'élève de se familiariser avec les concepts de solution d'une équation et d'égalités vraies ou fausses[5].

- **Méthode par recouvrement**

C'est une démarche qui consiste à prendre comme inconnue, l'expression algébrique contenant l'inconnue. Ainsi, l'équation 16. (12-x)=160 peut être résolue de la façon suivante :

16(12-x)=160

16x10=160 donc 12 - x = 10

12-x=10 donc x = 2

Bernard et Cohen en 1988 affirme que cette méthode a un double intérêt : du point de vue développemental, elle se trouve dans le prolongement direct de la substitution puisqu'il s'agit d'étendre la notion d'inconnue-lettre à l'inconnue expression algébrique[6]. Dans l'exemple précédent, l'entité inconnue est 12 - x. Cette démarche est plus complexe que celle

[5] Cahiers du service de pédagogie expérimentale-Université de Liège-3-4/2000.
[6]Cahiers du service de pédagogie expérimentale-Université de Liège-3-4/2000.

de la substitution; même si elle part de la même question, peut amener chez les apprenants une réflexion approfondie sur certaines notions mathématiques. Reprenons de nouveau notre équation 16 (12 - x) = 160. A ce niveau, essayer de montrer à l'apprenant qu'une démarche efficace consiste à montrer l'expression (12-x) comme une inconnue dans un premier temps, puis de décomposer cette expression pour isoler la valeur de x proprement dite. Nous avons décelé 2 intérêts du point de vue mathématiques:

L'apprenant devrait d'abord considérer l'expression (12-x) comme un tout, l'enseignant à ce niveau assoit les premières bases d'une conception structurale, comme la définie Sfard (1991). D'après lui, cette conception structurale consiste à prendre l'expression comme un objet et non comme une procédure à appliquer (conception procédurale). La première intention est nécessaire à la compréhension des méthodes formelles, et la seconde est liée aux démarches intuitives. Sfard et Linchevski (1994) montrent que la capacité des apprenants à passer d'un mode procédural de pensée à un mode structural augmente notablement la capacité de l'élève à résoudre les taches mathématiques. La démarche de recouvrement qui vient d'être décrite présente l'avantage d'envisager les deux perspectives à la fois.

Aussi, l'apprenant devrait apprendre à décoder une expression telle que 16(12-x)=160 en termes de ab=c, ou encore 8(2x - 3) -14 = 16 en termes de ab – c = d permet à l'apprenant de comprendre et de dégager une structure des expressions. Cette compétence nécessite un apprentissage explicite et approfondi. La facilité à manipuler les expressions algébriques selon SKemp (1982) requiert non seulement une focalisation sur les symboles, mais aussi sur les relations et la façon dont ces symboles sont combinés.

- **Méthode par opérations réciproques**

Elle consiste à dégager les opérations qui ont été appliquées à l'inconnue pour obtenir le résultat à effectuer les opérations réciproques sur le résultat pour trouver au terme du processus la valeur de l'inconnue. Par exemple: résoudre (3x-6)=48 reviendra à effectuer (48+6) : 3=18

Cette méthode est limitée car elle permet de résoudre uniquement les équations du 1er degré lorsque la lettre apparait dans un seul membre.

- **Méthode par équations équivalentes**

Elle est basée sur les propriétés des opérations et elle permet de résoudre toutes les équations du 1erdegré à une inconnue. Cette démarche consiste à placer un opérateur aux deux membres de l'équation pour la transformer en une autre équation ayant le même ensemble de solution que celle de départ. Cette méthode nécessite une autre conception de l'égalité ainsi que les manipulations sur les deux membres de l'équation. Elle a les mêmes indices d'une vision structurale de l'équation, puisque celle-ci n'est plus considérée comme un enchainement d'opérations effectuées pour obtenir un nombre donné mais plutôt comme deux expressions d'un même nombre, comprenant une inconnue. Elle (méthode) concerne deux niveaux de résolution :

- L'application des propriétés fondamentales de l'égalité, par exemple :

  $4x - 3= 5 - 6x$

  $4x - 3 + 6x = 5 - 6x + 6x$

  $10x - 3 = 5$

  $10x - 3 + 3 = 5 + 3$

  $$\frac{10x}{10} = \frac{8}{10}$$

  $X = \frac{8}{10}$

- L'application des règles d'actions (« Tout terme change de signe lors qu'il change de membres ») issues de l'égalité, par exemple :

  $4x - 3 = 5 - 6x$

  $4x + 6x = 5 + 3$

  $10x = 8$

  $X = \frac{8}{10}$

Dans ces travaux, elle qualifie les trois premières méthodes de résolution d'intuitives dans le sens où celles-ci nécessitent des changements locaux sur une même équation, et ne demandent donc pas d'utiliser le concept d'équations équivalentes. Dans la plupart des temps, elles sont issues des apprentissages arithmétiques de l'école primaire et ne sont pas codifiées par des règles précises, elles prouvent plutôt l'évolution du raisonnement de chaque élève. Ces démarches nécessitent une compréhension du signe de l'égalité en termes d'amorce d'un résultat. La quatrième méthode est considérée comme démarche formelle. Elle a des étapes définies d'un point de vue mathématique, et est soumise à des principes stricts. La formelle demande une extension de la compréhension du signe d'égalité ainsi qu'un passage aux équations équivalentes. Elle est qualifiée de formelle parce qu'elle traite essentiellement la forme des expressions, leurs propriétés et les transformations (Not, 1988). Elle constitue une

forme de traitement à part ou l'objectif de son utilisation se perd. Elle amène de nombreux apprenants à perdre le sens de ce qu'ils cherchent lorsqu'ils résolvent des problèmes.
Beaucoup de recherches montrent que l'utilisation appropriée et raisonnée des modes de raisonnement intuitif et formel permet d'atteindre une plus grande performance en mathématique. Beaucoup d'enseignants restent focalisé sur la méthode formelle. D'autres préfèrent aborder les équations par les démarches intuitives mais cette méthode n'a pas pour finalité l'enseignement des méthodes intuitives pour elles-mêmes mais sert plutôt d'introduction au vocabulaire et aux notions utilisées dans les équations. Lorsqu'il faut résoudre une équation, il s'agit d'utiliser la méthode formelle. Il faut donner aux démarches intuitives une place beaucoup plus large dans l'enseignement, même si celles-ci ne peuvent, comme démarche formelle prétendre résoudre toutes les équations du 1erdegré à une inconnue.

Les démarches intuitives font parties des connaissances antérieures des apprenants. Il est primordial dans un enseignement de type constructiviste, de laisser dans un premier moment les apprenants utiliser leurs connaissances antérieures afin qu'ils puissent se rendre compte eux-mêmes des limites de celles-ci. A partir de là, ils seront bien outillés pour l'apprentissage de la méthode formelle. Petitto (1979) affirme qu'il faut montrer aux apprenants que leurs propres connaissances de base concordent avec les structures de l'algèbre élémentaire. Furths et Watchs (1974) souligne qu'un enseignement faisant fi de ces intuitions conduit les élèves à perdre confiance en leurs moyens intellectuels[7].

Nous allons maintenant présenter la séquence expérimentée présentée par Vlassy dans ses travaux. Cette expérimentation a été menée dans quelques classes de troisième année du secondaire correspondant ici au niveau 4ème. Certaines classes étaient d'un niveau élevé en mathématiques et d'autres plus faibles. Elle est structurée en deux phases :

Phase1 : L'inconnue figure dans un seul membre – utilisation de méthodes intuitives.

A. Activités impliquant l'utilisation des méthodes de substitution et d'opérations inverses.

Par exemple :

- Retrouver un nombre manquant dans une opération du type : 25- ? + 9 = 17.
- Retrouver la largeur d'un rectangle dont on connait l'aire et la longueur.
- Retrouver une dimension manquante dans ses situations géométriques plus complexes.

[7] Cahiers du service de pédagogie expérimentale-Université de Liège-3-4/2000.

B. Activités impliquant l'utilisation de la méthode de recouvrement.

- Activités similaires au point A mais dans des situations plus complexes, par exemple, aboutissant à des équations comme : (18+ ?). 3 – 7= 65.
- Recherche de fractions équivalentes, par exemple, $\frac{5}{7} = \frac{(9+?)}{22}$.

Ces premières activités avaient pour objectif de permettre aux élèves d'utiliser leurs connaissances pour résoudre des équations (inconnue dans un seul membre) et d'installer les premières notions liées aux concepts d'équation, de solution et d'inconnue.

Phase2 : L'inconnue figure dans les deux membres.

A. Résolution d'un problème impliquant l'utilisation de la substitution.
B. Activités centrées sur le support de la balance.
C. Résolution formelle des équations.

L'activité A est destinée à élargir la conception du signe d'égalité et de l'équation tout en conservant un mode de résolution intuitif. L'activité B sert à faire comprendre le principe des équations équivalentes sur la base du modèle de la balance à plateaux. L'activité C sert à approfondir les principes de la méthode formelle.

Au niveau de la première phase, l'analyse des productions d'élèves a montré que les opérations réciproques représentent la procédure la plus employée dans les différentes situations. Même dans les cas *óu* elle est peu adaptée, les élèves utilisent ou tentent d'utiliser cette méthode. Nous pouvons justifier cette prédominance par l'influence de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. La substitution a été moins exploitée que les opérations réciproques de même que la méthode par recouvrement.

Au niveau de la deuxième phase, les élèves ont rapidement affiné leurs stratégies en effectuant leurs tâtonnements de manière plus en plus ciblée en fonction de l'écart entre les résultats de chaque membre. Tous les élèves ont pu intégrer grâce à la situation des balances les principes des équations équivalentes. En effet, dans la dernière situation *óu* il s'agissait de résoudre les équations de manière algébrique, tous ont effectué la même opération dans les deux membres. Néanmoins, des difficultés sont apparues chez nombreux élèves lorsque l'équation était composée de soustractions ou de nombres négatifs.

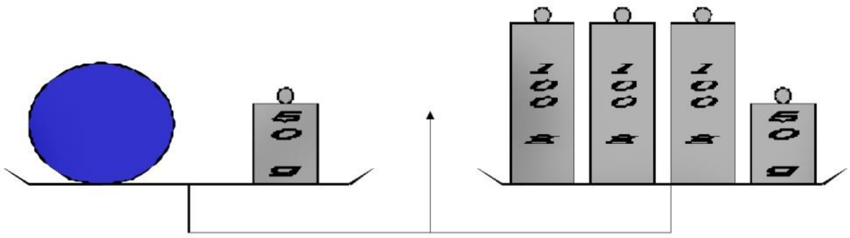
Beaucoup d'auteurs pensent qu'il faut jumeler intuitif et formelle. Aussi, nous constatons à partir des résultats de Vlassy que tous les élèves de niveau cinquième ont compris le principe des équations équivalentes grâce à la situation des balances. Nous pensons qu'il faut renforcer la situation de départ en présentant cette activité. La balance est un instrument servant à peser[8], à comparer des masses que les élèves connaissent tous et qui ne pèsent pas. C'est un matériel que l'on peut amener en salle de classe. La nouvelle approche définit au Cameroun nous permet de considérer cette situation pour mieux aborder la méthode formelle. Nous allons présenter ci-dessous la situation des balances à travers plusieurs activités.

2.1.3 Option didactique : utilisation de la balance

L'objectif de nos activités c'est de résoudre l'équation : $x + 50 = 350$. Et pour cela nous voulons faire comprendre aux adeptes du passage de l'autre côté que ce principe n'a pas de fondement.

Activité1

On considère la figure ci-dessous. Soit m la masse en grammes du ballon. Traduisons mathématiquement l'équilibre de cette balance.



$m + 50 = 100 + 100 + 100 + 50$

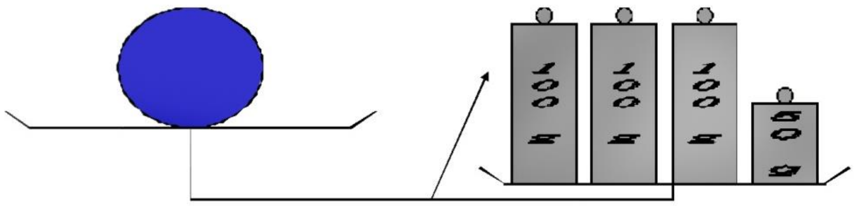
$m + 50 = 350$

Nous obtenons une égalité particulière qui comporte des nombres, des opérations et des lettres : c'est une équation.

Activité2

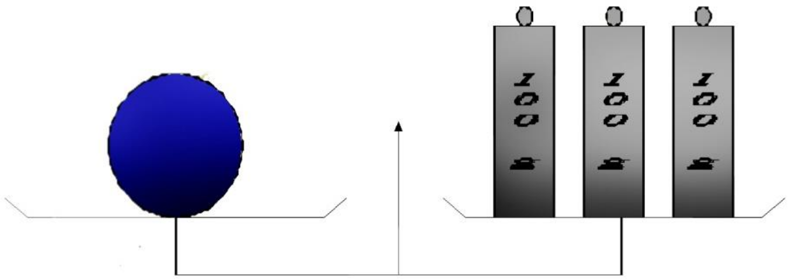
Nous allons chercher la masse du ballon ; pour cela, nous avons enlevé la masse de 50g qui était sur le plateau de gauche. L'élève voit que l'équilibre n'est pas conservé.

[8] Dictionnaire Larousse 2009.



Comment peut – on rétablir l'équilibre de la balance ?

L'élève : Il suffit pour cela de retirer une masse de 50g sur le plateau de droite.

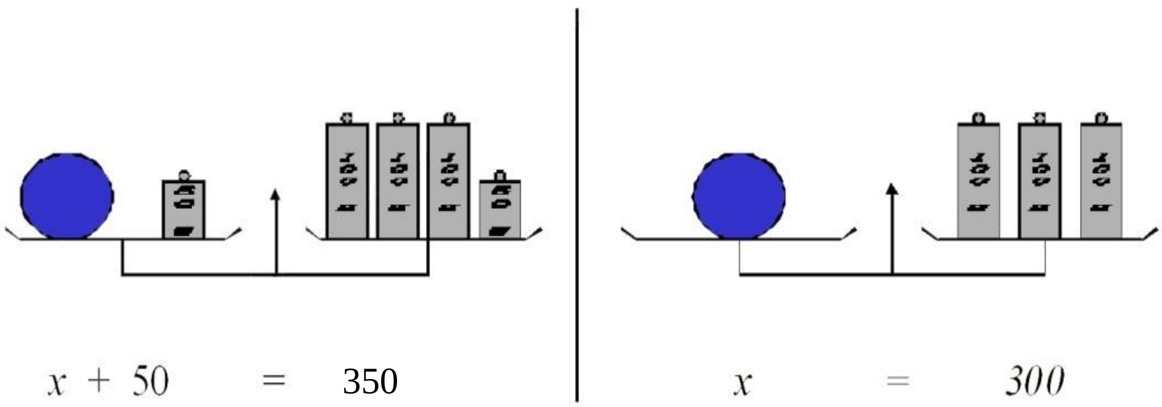


Décrivez par une équation cette nouvelle situation :

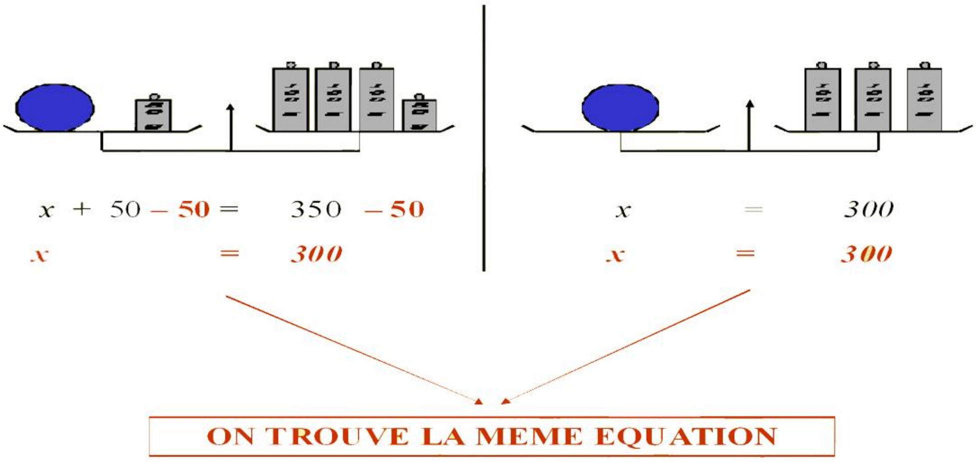
L'élève : m = 100 + 100 + 100

m = 300

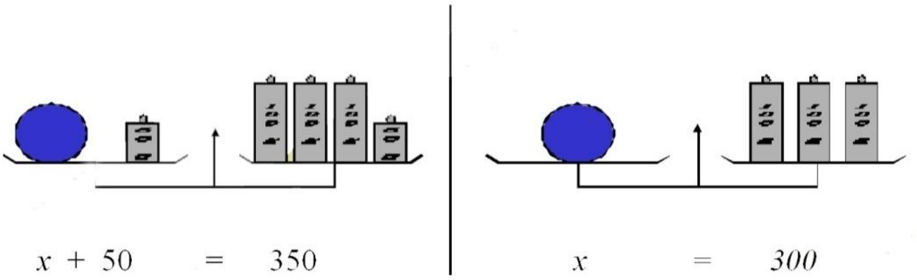
Comparer l'équation obtenue et l'équation de départ



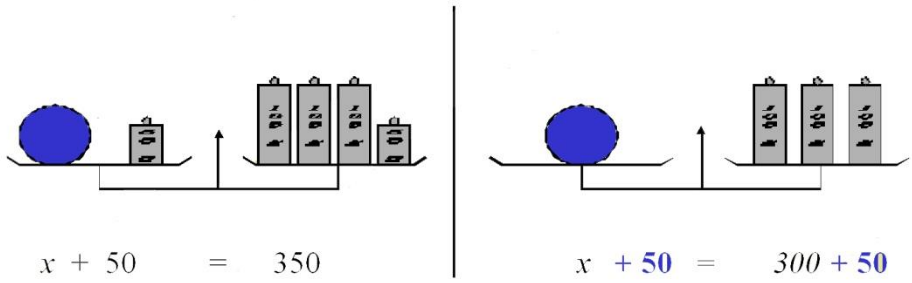
Conclusion : démonstration

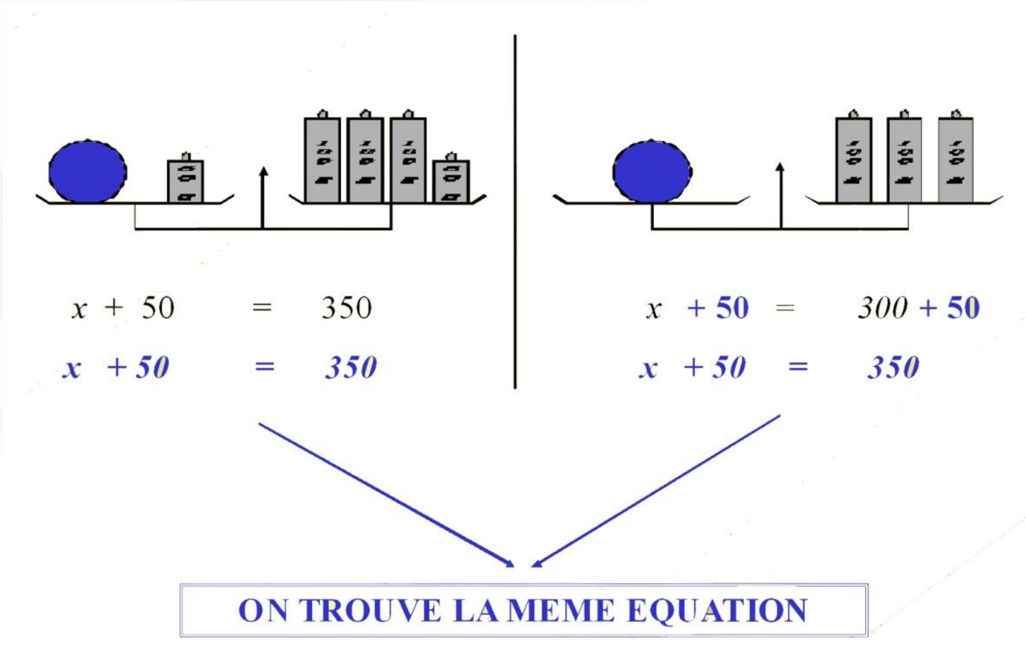


Activité 3 : On considère la figure ci-dessous. Soit m la masse en grammes d'un ballon. Traduisons mathématiquement l'équilibre de cette balance.



Nous allons maintenant ajouter un poids de 50g des deux côtés de la balance et on obtient :





Conclusion : On ne change pas une équation

- en ajoutant ou en retranchant un même nombre aux deux membres de l'égalité,
- en multipliant ou en divisant les deux membres de l'égalité par un même nombre non nul.

Application : Résolvons l'équation suivante : 3x + 18 + x = - 8x – 22

3x + 18 + x = - 8x – 22

3x + 18 + x + 8x = - 8x – 22 + 8x

12x + 18 = - 22

12x + 18 – 18 = -22 -18

12x = -40

$$\frac{12x}{12} = \frac{-40}{12}$$

x = $\frac{-40}{12}$

Cette expérience est importante surtout dès le début de l'apprentissage de la résolution des équations du 1[er] degré à une inconnue ou l'inconnue se retrouve au niveau des deux membres de l'égalité car elle permet aux apprenants d'éviter d'utiliser les règles d'actions et en plus elle permet d'intégrer rapidement les principes d'équations équivalentes.

Après la recension des écrits, autour de l'enseignement des équations du premier degré à une inconnue, nous exposons à présent les théories qui fondent ce travail.

2.2 Théories Didactiques

La théorie est l'œuvre d'un auteur ou d'un chercheur de renom issue d'une production écrite ou orale pertinente, vérifiable. C'est un ensemble d'opinions, d'idées sur un sujet particulier. C'est aussi « un ensemble relativement organisé d'idées, de concepts qui se rapporte à un domaine déterminé » Larousse (2006 :1052). Nous avons le souci d'apporter un éclairage.

Pour mener à bien notre étude, nous avons choisi les théories suivantes qui donnent assez d'éléments que l'on devrait prendre en compte pour enseigner les équations du 1erdegré à une inconnue: Théorie du contrat didactique, théorie de la motivation, Théorie du « Learning by doing » de Dewey, Théorie constructiviste et socioconstructiviste de l'apprentissage ; théorie des champs conceptuels et théories des situations didactiques. Nous allons présenter chacune de ces théories et ensuite donner leur importance dans l'enseignement de la résolution de ces équations.

2.2.1 Guy Brousseau et la Théorie du contrat didactique

Brousseau (1982, p50) est parti de ses expériences d'enseignant de mathématiques pour élaborer le concept de contrat didactique qu'il définit comme « *ce qui détermine, explicitement pour une part, mais surtout implicitement, ce que chaque partenaire va avoir à charge de gérer et dont il sera, d'une manière ou d'une autre, comptable devant l'autre* ». Pour ce faire, il s'est appuyé sur un autre concept qui lui est cher: celui de la situation didactique (situation dans laquelle évoluent l'activité de l'enseignant et celle de l'élève selon un projet adopté de commun accord).

Le contrat didactique est selon lui l'ensemble des obligations réciproques entre l'enseignant et l'apprenant en situation didactique. Il est basé sur les principes suivants :

- L'enseignant a des attentes vis-à-vis des élèves ;
- Les élèves ont des attentes vis-à-vis de l'enseignant ;
- Toutes ces attentes bien comprises et acceptées deviennent des obligations réciproques.

L'introduction de la théorie du contrat didactique dans le champ marque une rupture significative entre les anciennes et les nouvelles pratiques. Vellas (2002) relève ces avancées en ces termes :

« L'apparition du concept de contrat dans l'enseignement constitue une brèche ouvrant à une négociation maître-élève, opérant une rupture nette avec un enseignement ne laissant aucune place à la négociation avec les élèves ».

Cependant, cet optimisme est tempéré par les observations de Chevallard cité par Vellas selon lesquelles certains aspects du contrat didactique ne sauraient être explicités car en le faisant, on court le risque de détruire les fondements de l'école elle-même ces observations, nous nous demandons bien quels sont les aspects du processus didactique qu'il faut plus motiver et plus intéresser dans ce processus lorsqu'il sait exactement où il va, bref lorsqu'il en sait les tenants et les aboutissements.

En définitive, avec la mise en œuvre du contrat didactique, le processus enseignement/apprentissage cesse d'être un fardeau pour l'apprenant ; il devient un acte négocié entre l'enseignant et l'enseigné : c'est ce qui fait dire que le contrat didactique est à la fois, une obligation et un partenariat. Les méthodes actives sont au cœur de nos préoccupations dans cette recherche dans la mesure où elles mettent l'accent particulier sur l'esprit de collaboration, de partenariat qui devrait exister entre l'enseignant et l'apprenant pour l'efficacité de l'action éducative. Pour Claparède (1958), l'apprentissage ne peut avoir de bons résultats que s'il s'appuie sur l'activité des élèves, activité elle-même issue d'une motivation profonde et se manifestant par un travail de recherche à la fois intellectuel, physique et même affectif, le contraire n'étant que simple « effectuation » c'est-à -dire de l'agitation pure et simple.

Cette théorie est importante pour notre mémoire parce qu'elle aide les élèves en leur indiquant par exemple quelles sont les procédures à suivre lors de la résolution des équations du 1erdegré. Et aussi, Le rôle de l'élève dans notre étude est de s'approprier l'activité posée, d'y investir ses connaissances initiales, d'accepter la déstabilisation procurée par le démenti, de reconnaitre la nécessité de cette déstabilisation pour pouvoir progresser (ce qui peut faire l'objet d'un contrat). Le contrat didactique est aussi une aide pour l'enseignant car il permet d'interpréter les réponses des élèves en recherchant le sens mathématique ou social des réponses fournies. Et aussi, le rôle de l'enseignant est complexe car il doit d'abord repérer les obstacles récurrents, puis mettre en place des activités destinées à faire prendre conscience à l'élève l'insuffisance de ses conceptions.

Après avoir établi le contrat, il convient de voir l'un des facteurs déclenchant les comportements en situation d'apprentissage : la motivation qui est au cœur de tous les succès dans tous les apprentissages qui mettent en jeu une action éducative.

2.2.2 Théorie de la motivation

Avant de parler de la théorie de la motivation, il nous revient de préciser d'abord le sens du terme motivation.

La motivation est l'ensemble des déterminants internes de la conduite. Facteurs déclenchant les comportements, mécanismes par lesquels on rend compte de l'apparition, la direction, la terminaison de l'activité des organismes, ce qui fait agir les individus et pourquoi de telle façon. La psychologie définit plutôt les composantes de la motivation comme « un ensemble de mécanisme physiologiques et psychologiques qui permettent de s'engager dans une action et de s'y maintenir ».

Les chercheurs ont apporté des raffinements au concept de la motivation ; on parle maintenant de divers types de motivation. Nous allons juste parler de la motivation intrinsèque et de la motivation extrinsèque.

- **La motivation intrinsèque**

La motivation intrinsèque renvoie à la pratique volontaire d'une activité pour l'intérêt qu'elle présente en elle-même et en l'absence de récompense extérieure. Deci (1975) et Ryan (1985).

Dans la motivation intrinsèque, il s'agit de l'intérêt porté à l'action en elle-même. Elle est elle-même composée :

- D'autodétermination : c'est le sentiment de choisir d'être libre. L'élève est motivé parce qu'il a le sentiment d'avoir choisi, d'être libre d'apprendre, de venir à l'école ;
- De compétence perçue : il s'agit de l'estime de soi. L'élève est motivé parce qu'il a une bonne image de lui-même dans l'action en question. L'élève motivé intrinsèquement a le sentiment d'agir sur les situations proposées, ce qui renforce sa compétence perçue, et donc le sentiment d'autodétermination.

C'est pour cela que certaines conceptions de la motivation prétendent que pour être intrinsèquement motivé, un acte ne peut poursuivre un but ; il faut qu'il soit exécuté « pour le plaisir de le faire ». C'est ainsi que, les « *individus sont intrinsèquement motivés lorsqu'ils effectuent une activité pour le plaisir, l'intérêt, la satisfaction de la curiosité, l'expression de soi ou le challenge personnel* » (AMABILE 1993, p.188). Cela laisse entendre que dès lors qu'un individu fait quelque chose pour un but, il est motivé de façon extrinsèque.

Il faut souligner que la motivation incite l'apprentissage et devient ainsi son produit car elle favorise le reflexe chez l'élève mais aussi permet à partir de là de distinguer quatre catégories d'élèves selon le modèle d'apprentissage. Il s'agit notamment de l'élève « *bosseur ou trimeur* », « *du bon élève* », de « *l'élève amateur* » et de « *l'élève nul* ». L'élève bosseur est celui qui est passionné. Sa motivation est intrinsèque car il porte de l'intérêt aux études mathématiques elles-mêmes. Pour lui, les renforcements extérieures (type encouragements) peuvent avoir quelques effets parmi lesquels l'effet positif qui intervient lorsque l'élève cherche à se ressourcer des documents de mathématiques par ses propres efforts ;par conséquent l'on note une motivation intrinsèque; ensuite, nous avons le « bon élève » qui a une compétence perçue (c'est-à-dire l'estime de soi) comme favorable, mais sa motivation est principalement extrinsèque parce qu'il veut réussir en mathématiques pour se faire un plaisir et aussi pour avoir une bonne situation. Cependant, le bon élève demeure fragile dès lors qu'il connaisse quelques échecs en mathématiques. Par ailleurs l'élève amateur est celui qui peut être bon, réussir en mathématiques, mais à l'extérieur de l'école (Musique, sport, Famille…) c'est – à- dire uniquement quand il a le sentiment que c'est lui qui choisit. La moindre contrainte l'étouffe. C'est donc un élève motivé intrinsèquement, mais dans des activités autres que celles obligatoire ; « l'élève nul » est celui qui n'est pas motivé, qui est arrivé à la conclusion quoi qu'il fasse rien n'est modifié, que ses résultats en mathématiques sont indépendantes de sa volonté. Il sombre dans la résignation. Il a appris à échouer, les échecs à répétition, doublés de la contrainte, la plaçant dans une situation sans issue. Stigmatisé comme « nul », il s'approprie ce statut qui va engendrer l'échec sans fin. Il lui faut donc apprendre à réussir en mathématiques. Il peut d'ailleurs nourrir son estime de soi ailleurs, dans des activités extérieures.

- **La motivation extrinsèque**

La motivation extrinsèque se réfère à l'engagement dans un but non inhérent à l'activité soit en vue de retirer quelque chose de plaisant, soit afin d'éviter quelque chose de plaisant, soit afin d'éviter quelque chose de déplaisant. Déci et Ryan, (1985). La motivation extrinsèque a par essence une fonction instrumentale. Elle est constituée de renforcements extérieurs à l'action : prix, notes, encouragements. La motivation est extrinsèque lors que l'objet –but poursuivi par le sujet n'est pas l'objet propre à l'activité déployée pour l'attendre. Pour AMABILE (1993), « *les individus sont extrinsèquement motivés lorsqu'ils s'engagent dans une activité pour satisfaire un objectif en dehors de l'activité elle-même* ». Ainsi, être constamment en quête des mathématiques dans le but de trouver plus tard un métier est une motivation extrinsèque. De même, étudier une science non pas pour mieux la maitriser, mais uniquement pour obtenir un diplôme sont des comportements motivés de façon extrinsèque. La motivation extrinsèque se définit comme suit : le sujet agit dans l'intention d'obtenir une conséquence qui se trouve en dehors de l'activité même ; par exemple recevoir une récompense, éviter de se sentir coupable, gagner l'approbation sont des motivations extrinsèques. Dans le monde scolaire, nous avons quelques exemples : travailler pour obtenir de bonnes notes ou pour éviter des mauvaises, pour obtenir un cadeau, pour faire plaisir à ses parents ou pour éviter les jugements négatifs. Dans le cadre des motivations intrinsèques, les comportements sont uniquement motivés en vertu de l'intérêt, la curiosité et le plaisir que le sujet éprouve dans la pratique de l'activité, sans attendre de récompense extrinsèque à l'activité. Dans le cadre de notre étude, l'élève motivé extrinsèquement cherche à faire plaisir à son enseignant en évitant le déplaisir. La motivation dépend du caractère obligatoire de la tâche, et/ou d'une finalité qui lui est extérieure : par exemple avoir une situation, un métier plus tard.

Vallerand et Thill (1993) pensent que : « *la motivation représente le construit hypothétique utilisé afin de décrire les forces internes et externes traduisant le déclanchement, la direction, l'intensité et la persistance du comportement* ». L'enseignant des mathématique est d'abord un professionnel de la relation. La qualité de son enseignement dépend de la qualité de sa relation avec les élèves. Il doit être attentif à créer une souplesse relationnel ceci, pour attirer la préférence de l'élève pour les mathématiques. Il ne doit jamais gommer l'altérité essentielle entre enseignant et élève, il doit être joignable (capable d'être en emphase avec les élèves) sans jamais se sentir envahir. L'enseignant des mathématiques doit donc s'intéresser à l'élève réel qu'il a en face de lui, à celui qui est là avec son histoire, son parcours, et pour en être capable, il doit avoir fait « *le deuil de l'enfant imaginaire ,de l'élève imaginaire idéal* » qui se nourrit pour une part de ses attentes quant à l'établissement dans lequel il enseigne (par exemple Bartha est réputé pour la qualité de ses élèves), d'autre part de l'image qu'il a de lui-même en tant qu'élève.

Cette théorie nous a permis non seulement de montrer les mécanismes de réduction des mauvaises notes en algèbre ou alors la corrélation qui existe entre intérêt pour les équations du 1^{er}degré et les facteurs moteurs d'amélioration des performances des élèves.

2.2.3 Théorie du « Learning by doing » de Dewey

La théorie Learning by doing développée par Dewey signifie "apprendre par l'action». Selon cette théorie, c'est agissant qu'on apprend. L'expérience est donc d'une valeur irremplaçable. Dewey cité par Tambo (2003) pense que les enfants comme tout être humain sont actifs et aiment explorer leur environnement pour mieux le contrôler. Pendant ses explorations, l'enfant pourrait rencontrer des difficultés qui l'amèneront à user de son intelligence pour les dépasser. Dewey propose trois niveaux d'activités des enfants qui sont : les activités préscolaires avec exercice des organes sensoriels et moteurs, les activités intégrant l'utilisation des matériels et instruments trouvés dans l'environnement et enfin l'application des nouvelles idées découvertes à travers le deuxième niveau d'activité ci-dessus mentionnée. L'approche de cet auteur stipule que l'apprenant, pour arriver à la résolution du problème, passe par cinq étapes :

- L'apprenant est impliqué dans une activité qui l'intéresse ;
- Cette activité contient un problème qui stimule sa pensée ;
- Il est informé ou il effectue une recherche pour acquérir l'information nécessaire pour la résolution ;
- Armé de cette information, il développe des tentatives de solution pouvant résoudre le problème ;
- L'apprenant teste les tentatives de solution en les appliquant au problème.

Par ailleurs, la manipulation s'avère nécessaire. Ce qui impose à l'enseignant de concrétiser les leçons et de faciliter ainsi l'apprentissage. Tous les pédagogues /enseignants savent que les aides audio-visuelles ou « teaching-aids » des anglos saxons constituent l'un des facteurs spécifiques qui déterminent l'intérêt ou le désintérêt de l'apprenant. Le problème qui se pose est celui de leur choix et de leur utilisation dans une situation pédagogique.

Dans la conduite de la classe, l'enseignant choisira de manière adéquate et suivant le cas les instruments nécessaires : schémas et graphes en vue de leur utilisation judicieuse.

Les enfants, parce qu'ils ont des types de mémoire différents, ont des manières différentes d'apprendre avec efficacité. Ceux qui ont une mémoire visuelle apprennent facilement les concepts didactiques mathématiques grâce à l'utilisation du matériel didactique. L'efficacité du matériel didactique dans la facilitation des acquisitions de connaissances n'est plus à démontrer, surtout chez les jeunes enfants pour qui la capacité de conceptualisation est presque inexistence.

En rapport avec notre étude, cette théorie met en exergue l'importance du choix du matériel didactique par l'enseignant. En effet, l'enseignant ne doit pas choisir le matériel didactique au hasard. Le matériel utilisé doit être réellement celui adapté pour la notion à enseigner, celui qui permettra à l'élève de manipuler, d'être actif pendant la leçon. Pour cela, l'enseignant doit utiliser le matériel le plus concret possible. Il s'agit du matériel que l'enfant a même la possibilité de revoir après la manipulation en classe. Aussi, le choix de la méthode active basée sur le projet suscite l'activité de l'enfant qui est motivé par le but fixé. Apprendre étant construire soi-même ses connaissances par une transformation de ses représentations, l'enseignant cherche à faciliter cette transformation, il met en place des situations adéquates. Il doit proposer aux élèves des taches qui suscitent des conflits cognitifs, qui déstabilisent leurs représentations et les placent dans un contexte qui favorisent leur engagement cognitif qu'affectif.

Si le savoir n'a pas été construit d'une façon active dès le départ, s'il n'a pas été compris, mais plutôt mémorisé tel objet exposé, il n'ya pas beaucoup d'espoir qu'il puisse être transféré à d'autres situations. Il reste inerte, lié à un contexte spécifique. Quand il est requis dans un autre contexte, l'apprenant ne le reconnait pas.

2.2.4 Théorie constructiviste et socioconstructiviste de l'apprentissage

- **Piaget et la théorie constructiviste**

Piaget est considéré comme le précurseur du courant psychologique constructiviste. S'il s'est attelé à étudier le développement de l'intelligence, c'est parce que son projet initial est celui d'élaborer une théorie générale de la connaissance. Ce faisant, il a mis sur pied un modèle de développement cognitif basé sur le constructivisme. Pour lui, le développement de l'intelligence résulte de l'interaction entre l'organisme et le milieu. Il précise que le développement est une construction permanente résultant de l'adaptation issue elle-même de l'assimilation et de l'accommodation (Piaget ,1967). Par assimilation, on entend l'incorporation des informations de l'environnement dans la structure cognitive du sujet. Elle traduit l'action du sujet sur le milieu. L'accommodation quant à elle est le fait que le sujet modifie sa structure cognitive face aux nouveaux éléments venue de l'environnement : elle traduit l'action du milieu sur le sujet. Il est à remarquer que dans un milieu donné et quel que soit le sens de l'action (assimilation ou accommodation), le sujet est actif. (Piaget, 1967 :14).

La théorie Piagétienne a donné au processus d'apprentissage un éclairage nouveau. Contrairement aux thèses behavioristes, qui conçoivent l'apprentissage comme le résultat des connections entre un stimulus et une réponse à travers la motivation et la répétition(S-R), la théorie constructiviste postule que l'apprentissage est le résultat de l'interaction entre l'individu et son environnement. Selon cette théorie, l'individu apprend en réfléchissant sur ses expériences, en construisant sa propre vision du monde (Schneider, 2008). Piaget, précise que « tout rapport entre un être vivant et son milieu présente cette caractéristique spécifique que le premier, au lieu d'être soumis passivement au second, le modifie en lui imposant une certaine structure propre ».

Cette théorie constitue l'avancée significative dans le processus enseignement / apprentissage dans la mesure où elle met un accent particulier sur l'activité de l'apprenant. Astolfi (2008) n'envisage l'apprentissage que sous l'angle constructiviste ; c'est ainsi qu'il estime que le constructivisme devrait être une partie importante de la formation des enseignants. Et lorsque, poursuit-il, « les enseignants seront formés comme des experts en processus d'apprentissage, le constructivisme fera partie de leur culture de base ».

Fondé sur une conception binaire du processus d'apprentissage (sujet/ environnement), le constructivisme est critiqué par le socioconstructivisme car ne prenant pas en compte des aspects sociaux et affectifs de l'apprentissage, le rôle de l'enseignant, les interactions avec les autres élèves.

- **Vygotski et le socioconstructivisme**

Lev Semenovitch Vygotski est le précurseur du socio constructivisme. Tout comme Piaget, il a étudié le développement cognitif de l'enfant. Cependant, il s'est démarqué des thèses piagétiennes en insistant sur le rôle de la culture et de l'environnement social dans le développement de l'enfant. Selon Vigotski cité par Goupil et Lusignan (idem, 53),

L'intelligence s'épanouit grâce à des moyens que l'enfant puiserait d'abord de son environnement social et elle se développe sous l'influence de l'histoire culturelle par l'interaction de l'enfant avec les parents, les enseignants et les autres personnes de son environnement.

Le socioconstructivisme propose une conception du développement basée sur la psychologie sociale. Selon Vygotski (1985), et contrairement à ce que pense Piaget, c'est l'apprentissage des adultes ou du groupe qui détermine le développement et non l'inverse. Il explique que chaque fonction supérieure apparait deux fois au cours du développement de l'enfant : la première manifestation apparait à l'issue d'une activité collective avec le soutien de l'adulte ou du groupe, la seconde fois lors d'une activité individuelle. Et entre les deux moments, se constituent « la zone proximale de développement » c'est à dire la zone située entre « Ce que l'enfant peut accomplir seul et ce qu'il peut faire avec l'aide d'un adulte ou des pairs ». Il montre à partir du langage, que le développement de l'individu va du social à l'individuel et non l'inverse. En définitive, les socioconstructivistes considèrent que « *les fonctions psychiques supérieures (attention, mémoire, volonté, pensée…) sont directement issues de rapports sociaux par transformation interpersonnelle en processus intra personnel* » .C'est à dire que les fonctions supérieures sont socialement élaborées.

Cette théorie met en avant le rôle de l'environnement social sur le processus d'apprentissage. Pour les tenants de cette théorie, l'apprentissage ne peut pas se réduire à la simple relation entre un individu et le milieu, mais un résultat de l'interaction combinée entre l'individu, la culture, les adultes et les pairs (alter). Roux (2008) donne les éclairages suivants : dans l'approche socioconstructivistes, « *on considère que les variables sociales sont consubstantielles aux processus d'apprentissage* ».

La présente étude va en droite ligne des théories constructivistes et socioconstructiviste dans la mesure où la prise en compte de l'activité de l'apprenant dans le processus enseignement /apprentissage d'une part, de l'apprentissage par les pairs d'autre part ont donné lieu à la mise en œuvre des méthodes actives qui constituent l'une des variables de notre travail. En d'autres termes, les méthodes actives placent l'apprenant au centre des activités. Ce faisant, il construit son savoir au contact de son environnement à travers des objets mis à la disposition (usage didactique). Par ailleurs, l'organisation de la classe en groupes de travail lors des activités d'apprentissage trouve ses fondements dans le socioconstructivisme car les échanges issues d'une telle organisation sont des leviers efficaces d'apprentissage à travers les pairs.

En ce qui concerne le problème de la mauvaise manipulation des expressions algébriques, nous avons choisi de nous référer à la théorie des champs conceptuels.

2.2.5 Théorie des champs conceptuels

G. Vergnaud est l'auteur de la « théorie des champs conceptuels » travail qu'il a entrepris en 1980. Il ne s'agit pas à la base d'une théorie de la didactique, mais psychologique. Il la décrit comme « une théorie cognitiviste qui vise à fournir un cadre cohérent et quelques principes de base pour l'étude du développement et de l'apprentissage des compétences complexes, notamment de celles qui relèvent des sciences et des techniques » Vergnaud (1996). Les finalités de cette théorie sont de fournir un cadre permettant de comprendre les filiations et les ruptures entre les connaissances et de rendre compte du processus de conceptualisation des structures mathématiques. Cette théorie stipule que les conduites des élèves (erreurs, hésitations, erreurs…), dans des situations sont structurées par des schèmes. Un schème « est un outil qui décrit l'organisation invariante de la conduite d'une personne dans une classe de situations ». Dans le cadre de la théorie des champs conceptuels Vergnaud définit et développe différents modèles.

Le champ conceptuel « un espace de problèmes ou de situations-problèmes dont le traitement implique des concepts et des procédures de plusieurs types en étroite connexion, ainsi que les représentations langagières et symboliques susceptibles d'être utilisés pour les représenter ».

C'est dans les schèmes qu'il faut rechercher les connaissances en-acte du sujet, c'est-à-dire les éléments cognitifs qui permettent à l'action du sujet d'être opératoire. Les schèmes –concepts sont relatifs à ce que l'élève apprend. Le concept doit pouvoir être mis en œuvre par les élèves il ne peut être réduit à sa définition. On peut avoir 2 classes de situations dans lesquels les schèmes fonctionnent différemment : Celles pour lesquelles le sujet dispose des compétences nécessaires et celles pour lesquelles le sujet ne dispose pas des compétences nécessaires : exploration, réflexion. Un schème repose sur un ensemble d'invariants opératoires (théorèmes -en -acte et concepts- en -actes), des anticipations du but à atteindre, des règles d'actions qui permettent de générer les actions du sujet, des inférences ou des raisonnements qui permettent de calculer les règles d'actions et de mettre en œuvre le schème dans chaque situation particulière.

Un théorème-en-acte est un invariant de type proposition. Il est tenu pour correct ou incorrect, selon que son application est mathématiquement valide ou non. *Les concepts se développent dans l'action et sous-tendent les formes d'organisation de l'activité que sont les schèmes. Il n'y a pas d'action possible sans propositions tenues pour vraies sur le réel. Ce sont justement ces propositions tenues pour vraies que j'appelle théorèmes-en-acte, y compris pour* *d'autres domaines d'activité que les mathématiques. Leur portée est souvent locale (elle l'est toujours dans la phase d'émergence); ils peuvent rester implicites; ils peuvent même être faux* (Vergnaud, 2001).

Par exemple*, un schème de résolution des équations de degré 1 de la forme ax + b = c repose sur des théorèmes en acte.* Vergneau (1991, P.137) : « On ne change pas les solutions d'une équation en ajoutant ou en retranchant un même nombre aux deux membres de l'équation » ; « on ne change pas les solutions d'une équation en multipliant ou en divisant par un même nombre non nul les deux membres de l'équation ». Cela se traduit par les règles d'opérations sur les deux membres suivantes :

Règle 1 : $A = B \rightarrow A + C = B + C$; Règle 2 : $A = B \rightarrow A - C = B - C$; Règle 3 : $A = B \rightarrow AC = BC$; Règle 4 : $A = B \rightarrow A / C = B / C$.

Après avoir présenté le passage d'une équation à une équation équivalente, il nous convient maintenant de voir comment va se passer le contrôle auto régulé des apprentissages dans la salle de classe, et pour cela, nous nous sommes référés à la théorie des situations didactiques.

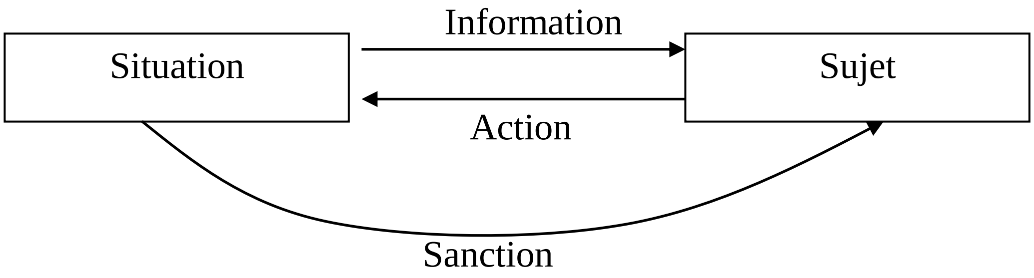
2.2.6 Théories des situations didactiques (Brousseau)

La résolution des équations du 1er degré dans notre étude s'inscrit dans une pédagogie socioconstructiviste. L'élève n'est pas passif mais actif. Il apprend en agissant, en résolvant des problèmes et il construit son savoir. Guy Brousseau dans les années 80, propose une modélisation du savoir, des situations d'enseignements et des rôles de l'enseignant et des élèves.

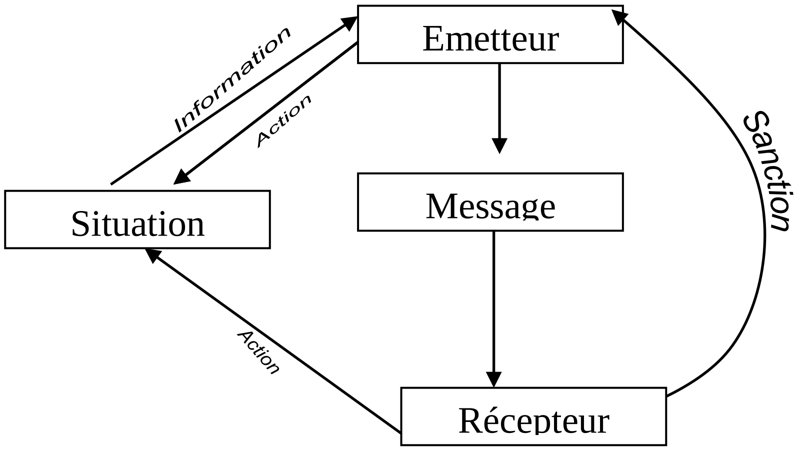
Cette théorie est née du point de vue constructiviste sur l'apprentissage et l'enseignement. Elle essaye de donner les rôles et les fonctions des différents acteurs en situation didactique.

Une situation didactique c'est l'ensemble des travaux dans lesquels des apprenants doivent mobiliser et construire des savoirs pour atteindre les objectifs fixés par l'enseignant. On peut analyser les processus d'apprentissage des élèves selon quatre phases pendant lesquelles le savoir n'a pas la même fonction et l'élève n'a pas le même rapport au savoir. Les quatre temps dominants de la théorie des situations sont : l'action, la formulation, la validation et l'institutionnalisation.

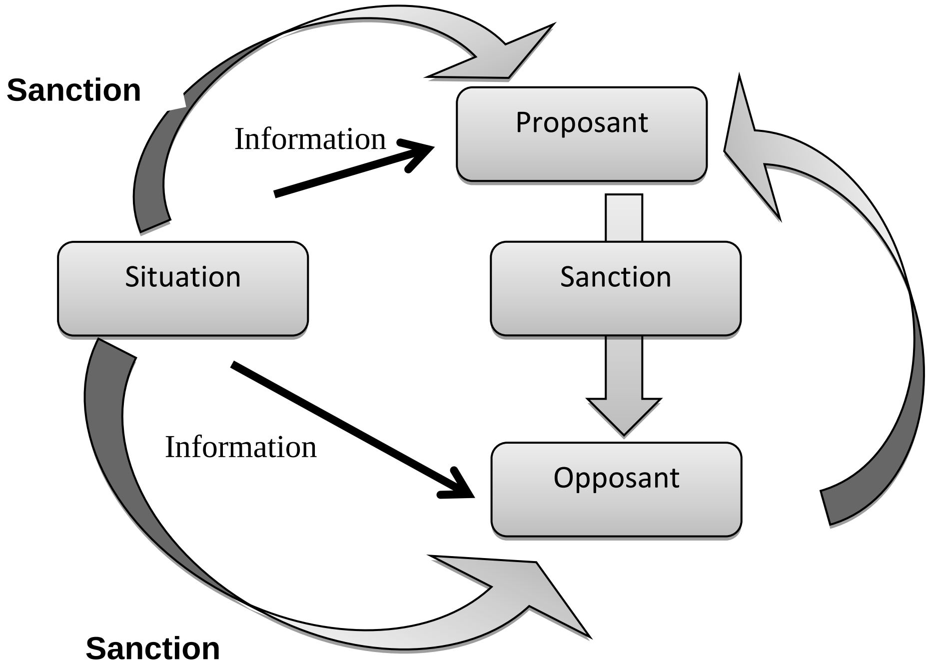
La première phase l'action a pour but de poser à l'élève un problème dont la meilleure solution, dans les conditions proposées, est la connaissance à enseigner. Cette dialectique permet à l'élève d'agir sur elle et lui renvoie de l'information sur son action. L'élève peut juger le résultat de son action sans intervention du professeur.



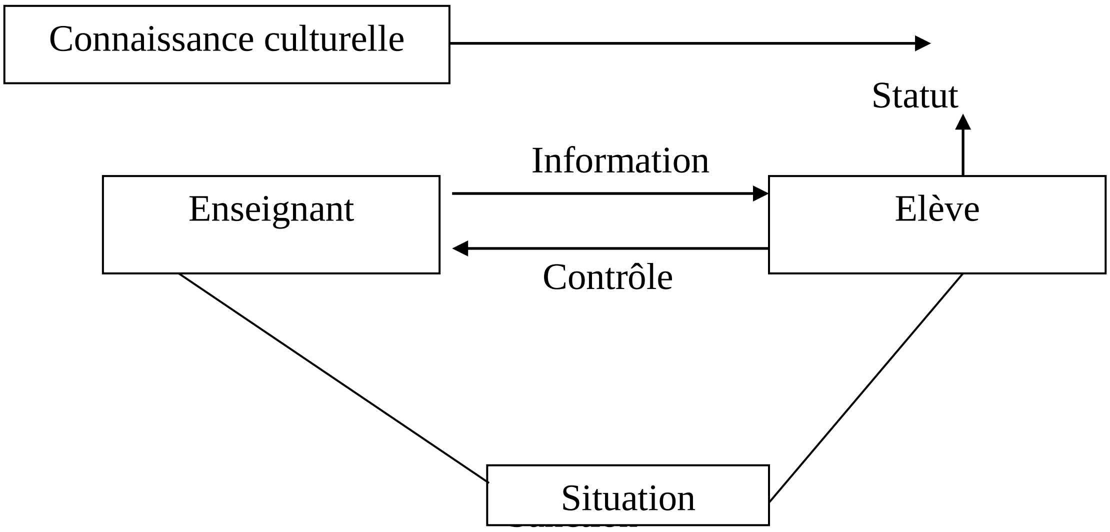
La deuxième phase la formulation *ou* l'élève rend plus clair son modèle implicite de manière à ce que cette formulation ait un sens (le but ici est d'obtenir ou faire obtenir un bon résultat). Pendant cette phase, il ya échange d'information avec d'autres élèves. Et ceci amène l'élève à formuler un modèle explicite, formulé à l'aide des signes, règles communes, connues ou nouvelles.



La troisième phase : la phase de validation ; ici l'élève doit montrer pourquoi le modèle créé est valable en convainquant le maitre et les autres élèves. Il propose un message mathématique comme affirmation à un interlocuteur. Il ya à ce niveau une validation sémantique et syntaxique.



La quatrième phase : la phase d'institutionnalisation cette phase a pour objectif l'intégration de la nouvelle connaissance au patrimoine mathématique de la classe .Les connaissances changent de statut .La nouvelle connaissance est classée savoir officiel, les apprenants peuvent la retenir et l'applique. Cette phase est toujours négociée dans une dialectique.



A la fin de toutes ces phases, il faut des exercices d'application pour compléter le processus.

Cette théorie va en droite ligne avec notre étude car elle englobe toutes les étapes d'une leçon impliquant la nouvelle approche développée au Cameroun(le Ministre a signé le 13 aout

2014 les nouveaux programmes du 1er cycle de l'enseignement secondaire général): l'approche par compétences. Cette approche propose dans un premier temps de recontextualiser les savoirs au niveau de l'introduction. L'enseignant s'approprie le problème en le proposant aux élèves. Il provoque le conflit cognitif de telle façon que pour résoudre ce problème, les élèves vont se trouver devant la nécessité d'introduire un nouveau savoir et vont construire la connaissance visée. Dans un deuxième temps l'enseignant met l'enfant en activité en faisant appel à une activité expérimentale ; une activité orientée vers un apprentissage. Dans un troisième temps, la phase d'institutionnalisation ou l'enseignant énonce les propriétés relatives à la notion. Et dans un quatrième temps, on applique en donnant à l'enfant un petit exercice d'entrainement purement mathématique.

Au terme de ce parcours documentaire et de l'insertion théorique du sujet, nous pouvons dire que la plupart des auteurs que nous avons lus et qui ont abordé la question du problème de l'enseignement des équations du 1er degré à une inconnue l'ont fait sous l'angle épistémologique, didactique et philosophique 23.

CHAPITRE 3 : METHODOLOGIE DE LA RECHERCHE

La méthodologie est l'étude des procédures, c'est –à-dire les méthodes et les techniques d'appropriation du réel visant à apporter un éclairage sur la démarche qui sera suivie tout au long d'un travail. Selon Tsala Tsala (1991/1992 :61), les méthodes sont utilisées *« pour décrire, analyser, expliquer et comprendre les comportements »*. Les méthodes en science de l'éducation, obéissent aux finalités et aux objectifs que vise la recherche. C'est - à dire que la méthodologie est le socle de toute recherche. C'est elle qui donne à cette dernière son objectivité et la finalité. C'est d'ailleurs pourquoi Tinkeu (2011/2012), dans son mémoire du C.A.P.E.P.S de l'I.N.J.S, intitulé : *« Analyse des pratiques de préparation dans les équipes d'élite de football de la région du Centre »*, relate les propos de Grawitz (1986 :531) qui pense que : *« Dans une recherche, la nature même des informations qu'il convient de recueillir pour atteindre l'objectif commande les moyens employés pour le faire. On ne chasse pas les papillons avec les hameçons, en admettant que l'on puisse attraper parfois des poissons avec un filet à papillons. Il est indispensable d'approprier l'outil à la recherche. L'objectif à atteindre détermine, avons-nous dit, le choix de la technique et en même temps décide de la population à observer. Il s'agit maintenant de savoir ce que l'on peut atteindre grâce aux techniques ».*

Ainsi, ce chapitre nous permettra de présenter, et de décrire, l'ensemble des procédures et des moyens, que nous utilisons pour pouvoir réaliser notre enquête.

Il s'agira pour nous de rappeler l'objectif de l'étude, le site de l'enquête, la population, la technique d'échantillonnage et l'échantillon, les instruments d'investigation, enfin nous rappellerons la question de recherche de même que les hypothèses de notre étude.

3.1 Le type de recherche

Mialaret (*idem*) affirmait que : *«On retrouve dans les sciences de l'éducation tous les types de recherche, depuis la catégorie historique qui se fait complètement sur les documents jusqu'à la recherche expérimentale ou nomothétique qui est la plus rigoureuse parce que utilisant toutes les techniques de l'observation de l'enquête, de l'entretien, des sciences humaines »*. Cette étude est une recherche de type descriptif et corrélationnel : elle décrit les variables et nous permet de voir le lien qui pourrait exister entre elles. Elle vise à évaluer la valeur des pratiques didactiques dans une circonstance particulière et à un endroit donné. Notre étude consiste donc d'observer les pratiques didactiques portant sur l'enseignement des équations du premier degré à une inconnue, et voir l'effet que cela entraine sur les réactions des élèves.

3.2 Population de l'étude

D'après l'auteur EVOLA Robert (2012), Le terme «population » désigne (2013 :109) : *« le nombre total des unités ou individus qui peuvent entrer dans le champ de l'enquête et parmi lesquels sera choisi l'échantillon »*. Il peut aussi s'agir d'un ensemble de personnes, de choses, phénomènes à qui on voudrait éventuellement généraliser les conclusions de l'enquête. La population de notre étude est constituée de l'ensemble des élèves et des enseignants de mathématiques.

3.2.1 Population cible

La population cible est l'ensemble des individus, auxquels le chercheur veut appliquer les résultats qu'il obtiendra. En ce qui concerne notre travail, la population cible c'est l'ensemble des élèves et des enseignants de mathématique, en exercice dans les établissements. Cette population a été ciblée, parce que la résolution des équations, se retrouve dans tous les programmes scolaires.

3.2.2 Population accessible

La population accessible est la partie de la population cible disponible au chercheur. C'est un sous-ensemble de la population cible. Autrement dit, c'est l'ensemble des individus que le chercheur a la possibilité de rencontrer. Celle de notre étude est constituée des élèves et des enseignants de mathématiques de la région du centre, du département du Mfoundi.

3.3 Echantillonnage

3.3.1 Technique d'échantillonnage

Selon le dictionnaire de psychologie, les techniques d'échantillonnages ont pour but d'extraire de la population un échantillon représentatif. L'échantillonnage est donc un processus par lequel on choisit un certain nombre d'éléments ou d'individus dans une population donnée de telle sorte que ces éléments choisis représentent celle-ci. En termes simples c'est une méthode de choix des sujets constituant l'échantillon.

Il existe plusieurs techniques d'échantillonnage que l'on classe en deux groupes : les techniques probabilistes et les techniques non probabilistes ou raisonnées. Nous avons choisi d'utiliser la méthode non probabiliste par rapport à celle probabiliste parce que l'échantillon non probabiliste est un processus de sélection dans lequel tous les éléments de la population n'ont pas une chance d'être choisis pour former l'échantillon. Cette méthode est aussi appelée empirique. Parmi les principales techniques de l'échantillonnage non probabiliste que sont l'échantillonnage de quotas, l'échantillonnage accidentel et l'échantillonnage intentionnel, c'est cette dernière qui a été retenue.

3.3.2 L'échantillon

Selon le dictionnaire de psychologie, l'échantillon est un sous ensemble de la population de base.

Ainsi, l'échantillon doit être extrait de la population mère si cette dernière est large, d'autant plus qu'il est toujours difficile pour le chercheur de réaliser une enquête dans de telles conditions. Pour des raisons de proximité, de commodité de temps, nous avons choisi les professeurs de mathématiques du Lycée général Leclerc et du collège Vogt et les élèves du lycée général Leclerc.

3.4 Techniques de collectes des données

3.4.1 Description de l'instrument de collecte des données : le questionnaire

En sciences de l'éducation, l'enquête est l'une des méthodes les plus utilisées. L'enquête signifie dans le langage courant quête d'information, collecte de témoignages, recherche en vue de maitriser une situation. De manière générale, l'enquête vise à obtenir des renseignements sur des individus ou sur une population donnée concernant leurs croyances, leurs opinions ou leurs comportements.

Dans le cadre de notre étude, nous avons utilisé l'enquête par questionnaire. Le questionnaire est un ensemble de questions écrites portant sur un sujet particulier et obéissant à des règles précises de préparation, de construction et de passation. C'est également un ensemble d'interrogations élaborées suivant un ordre précis que l'on présente aux répondants qui à leur tour expriment par écrit leurs opinions, leurs attitudes et représentations, leurs motivations sur un sujet précis.

Pour mesurer la relation entre les pratiques enseignantes portant sur les équations du premier degré à une inconnue et les réactions des élèves, nous avons élaboré deux questionnaires : un pour des enseignants et un autre adressé aux élèves. Dans le souci de recueillir un grand nombre d'informations, nos questionnaires portent essentiellement sur des questions fermées, questions ouvertes et des questions préformées avec des catégories précises parmi lesquelles l'enquêté doit faire son choix.

3.4.1.1 Questionnaire pour enseignants

Dans son élaboration, nous avons tenu compte des modalités et des indices issus de l'opérationnalisation des hypothèses. Ce questionnaire pour les enseignants ainsi élaboré est instruit par un paragraphe d'avant-garde expliquant aux enquêtés les différentes consignes et comprend:

I. IDENTIFICATION
II. QUESTIONS SUR LE CONCEPT DE LETTRE
III. QUESTIONS SUR LE CONCEPT D'EGALITE
IV. QUESTIONS SUR LES METHODES DE RESOLUTION D'UNE EQUATION DU 1^{er}DEGRE A UNE INCONNUE
V. LES FEEBACK DES ELEVES

Le questionnaire pour les enseignants nous a permis de vérifier nos hypothèses.

3.4.1.2 Questionnaire pour les élèves

Pour les élèves, nous avons choisi de faire passer un test à 38 élèves de $4^{ème}$, afin de vérifier l'absence de mise en relation des points de vue sémantique et syntaxique, dans l'enseignement de ces équations, d'aucune référence au calcul des prédicats (notion de phrase ouverte, satisfaction d'une phrase ouverte par un élément quantification). Ce test est composé d'un exercice ayant quatre questions mettant en jeu la manipulation d'écritures algébriques et plus particulièrement des équations. Les élèves ont pour consigne de travailler individuellement. De plus, il leur est indiqué, qu'il est possible de commencer, par n'importe quelle question.

Dans ce qui suit, nous allons présenter l'exercice proposé, en indiquant les grandes lignes de nos choix didactiques et méthodologiques.

EXERCICE

1) On donne (E_1): $2x - 3 = x - 2$.

1 est –il solution de (E_1) ? Justifier votre réponse.

On a ici une équation du 1^er^ degré à une inconnue, car de part et d'autre de l'égalité, les monômes de plus haut degré sont 2x et x.

Il s'agit pour cette question, de vérifier que l'assignation de la valeur 1 à variable x rend vraie ou fausse la proposition trouvée. Dans un premier cas, on conclut que 1 est solution, et dans le cas contraire, 1 n'est pas solution de cette équation. Il ya un changement de stratégie à adopter par rapport aux pratiques habituelles. Pour répondre à cette question, la vérification seule suffit et cela relève de l'aspect sémantique. Les pratiques attendues sont les suivantes :

a- Les élèves font assignation de la valeur 1 à x et constatent qu'ils obtiennent une égalité vraie. Une réponse peut –être :

- Oui avec comme justification qu'en remplaçant x par 1, on obtient une égalité numérique vraie .Cela traduit le fait que l'élève sait quel sens donner à l'expression : « être solution d'une équation ». **(AA1)**
- L'égalité est possible. **(AA2)**
- On notera **(AA3)** une réponse autre que celle qui est proposée ci-dessus.

b- Les élèves résolvent l'équation et constatent que 1 est solution. La réponse est alors « oui ». Dans ce cas, on voit que l'aspect syntaxique est privilégié. Les pratiques habituelles (les automatismes) sont très présentes chez les apprenants. **(AB1)**

- Les élèves résolvent l'équation et ne trouvent pas 1 comme solution. **(AB2)**

2) **Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $2x + 1 = 3$**

Nous avons une équation du premier degré à une inconnue. La lettre se situe au niveau d'un membre d'une égalité. L'objectif c'est de voir quelles méthodes les enfants vont utiliser.

a- {1} pour ceux qui ont utilisés les méthodes issues des apprentissages arithmétiques de l'école primaire. **(DA_1)**

b- {1} pour ceux qui ont utilisées d'autres méthodes. **(DA_2)**

c- Autre réponse. **(DA_3)**

3) Résoudre dans ℝ l'équation suivante : $3x + 2 = x + 6$

Nous avons une équation du premier degré. L'objectif est de voir si les apprenants ont compris le principe de la résolution de ces équations et surtout observer leurs procédures.
Comme ensemble des solutions attendues, nous avons :

a- $\{2\}$ pour ceux qui ont utilisés je passe de l'autre coté en changeant de signes. **(CA1)**

b- $\{2\}$ pour ceux qui ont utilisés les principes de Vergnaud. **(CA2)**

c- $\{2\}$ pour ceux qui ont remplacé x par 2. **(CA3)**

d- autre réponse. **(CA4)**

4) Résoudre dans ℝ l'équation : $4x + 5 = 5x + 5 – x$

C'est une équation qui, apparemment, est du premier degré. En cherchant à la mettre sous forme lisible, on aboutit à 0=0. Il faut signaler que cette écriture est troublante du fait de la disparition de la variable x. par ailleurs, on a un changement du statut de l'égalité qui passe d'équation à égalité numérique. Ce phénomène est observé lorsqu'on fait dans une équation, une assignation d'une valeur à la variable (inconnue), ce qui donne une égalité vrai, ou fausse. Ici, il y'a réduction de l'équation qui est une relation, donc on doit retrouver une relation qui s'exprime sous une autre forme et qui est équivalent à la première. Ceci justifie l'écriture 0x = 0 qui doit être mise à la place de 0=0.

C'est une égalité qui est vérifiée quelle que soit la valeur attribuée à x.

Les élèves sont habitués à obtenir après réduction un coefficient non nul de x. le problème de l'interprétation de cette équation va se poser.

Comme ensemble solution des solutions attendues, nous avons :

a- ℝ pour ceux qui auront compris que toute valeur de x de l'univers du discours vérifie l'équation. c'est pour nous le bon ensemble des solutions. **(BA1)**

b- $\{0\}$avec le théorème en acte selon lequel « la solution est ce à quoi on aboutit à la fin de la résolution après avoir regroupé les « x » d'un côté. **(BA2)**

c- Pas de réponse ou équation impossible ; d'habitude, dans la résolution des équations, on aboutit à une valeur précise: $x = a$ $(a \in \mathbb{R})$. **(BA3)**

d- $\emptyset$ cela montre que l'élève peut avoir hésité entre $\emptyset$ et $\mathbb{R}$, solutions qui leurs sont souvent données en classe. On peut traduire cette réponse comme un choix fait au hasard. (BA4)

e- Autres réponse . (BA5)

Ce questionnaire pour les élèves nous a permis après analyse d'apprécier certaines réponses des enseignants et faciliter notre interprétation.

3.4.2. Justification des techniques et instruments

3.4.2.1 Avantages des techniques et instruments

Questionnaire

Le choix du questionnaire n'est pas dû au hasard car il permet de vérifier et de quantifier l'hypothèse générale à travers les hypothèses de recherche. Selon GRAWITZ (2000 : 680), *« le questionnaire impose une exigence : il permet un gain de temps considérable, surtout lorsque les questions sont préformées. Ces ne sont ni fermées ou ouvertes, ni libres, mais en quelque sorte préparées. Elles offrent plus de choix que les questions fermées ou ouvertes et permettant ainsi de :*

Rassembler des réponses plus complètes, tout en demeurant plus faciles à classer que les précédentes.

Les questions fermées sont celles où le choix et la liberté de l'enquêté sont réduits au minimum. Elles sont faciles à exploiter, de par la nature simple de ses réponses qui favorise un gain de temps précieux.

Les questions ouvertes quant à elles, laissent l'enquêté libre d'organiser sa réponse comme il entend ».

3.4.2.2 Inconvénients des techniques et instruments

Les techniques utilisées pour la collecte des données recèlent un certain nombre d'inconvénients et de limites qui nous ont posés beaucoup de problèmes pendant nos observations.

Le questionnaire

Le questionnaire pose problème par la nature même de l'information qu'il permet d'obtenir. Il utilise un processus simple et direct: poser des questions. Mais que révèlent les réponses ainsi données, sans réflexion, à des questions si fractionnées et pris par surprise, sans possibilité d'organiser sa réponse, donnera l'information la plus facile à exprimer, c'est-à-dire superficielle.

Le choix des questions à adresser aux enquêtés a constitué une autre barrière à franchir. Comment être sûr que l'enquêté répondra lui-même à son questionnaire sans aide extérieure? La liberté des enquêtés qui est remise en question selon le modèle de question pose problème.

Les questions préformées que nous avons utilisées présentent comme principal inconvénient le fait de donner à l'enquête le moyen d'éviter de dire «je ne sais pas» en lui suggérant une réponse, ce qui est regrettable, surtout pour les questionnaires d'opinion: biais dus à la rigidité.

Les questions fermées ont comme principal défaut la façon dont elles limitent les réponses. En plus, le choix et la liberté de l'enquêteur sont réduits à un minimum, ce qui permet de camoufler certaines réponses. On a vite dit « oui» ou encore « non », sans possibilité d'expliciter sa réponse. Le dépouillement et le classement y sont rendus plus difficiles.

Les questions ouvertes quant à elles, présentent une interprétation très délicate, un risque élevé d'erreurs à cause des difficultés à les noter. Il faut déjà pouvoir les classer en catégories, ce qui est difficile. Les diverses sortes de réponses posent des difficultés d'analyse de contenu onéreuses.

3.4.3 Démarche de la collecte des données

3.4.3.1 La pré enquête

Elle est un pré-test que l'on utilise auprès d'un échantillon réduit pour vérifier la clarté et la fiabilité du questionnaire avant l'enquête proprement dite. Elle nous permet de lever le doute sur telle ou telle variable ou item. En claire, la pré enquête nous permet de reformuler ou d'ajuster nos items.

Dans le cadre de notre étude, nous avons élaboré deux questionnaires qui ont été ensuite été amendés par notre encadreur. Après cet amendement, nous avons effectué un essai d'enquête auprès de 10 enseignants. Après la collecte, nous avons constaté que certaines questions n'ont pas été répondues par tous. Certaines questions qui prêtaient à confusion nous ont permis d'ajuster la formation de certains items.

3.4.3.2 L'enquête

Il s'agit ici de la phase des collectes des données sur le terrain. Pour avoir des facilités sur le terrain, nous avons d'abord demandé l'autorisation de mener la recherche au lycée général Leclerc et au collège Vogt.

Grâce aux différentes techniques de recherche, nous avons pu recueillir un certain nombre de données. Il est question d'expliquer dans ce cadre les conditions de validité des informations enregistrées.

Il convient de souligner que pour le questionnaire que nous avons distribué aux enseignants, nous avons procédé par remplissage individuel en présence de l'enquêteur sur rendez-vous pendant tout le mois d'octobre 2014. Ceci avait pour but de minimiser les malentendus sans les supprimer et d'apporter des éléments d'informations aux différentes incompréhensions. Ce procédé présente aussi l'avantage de rentrer en possession de la totalité des questionnaires distribués. Le questionnaire a été administré pendant les heures de pause.

La passation du questionnaire aux élèves s'est effectuée mercredi seize avril deux mille quatorze entre dix heures trente minutes et onze heures quinze minutes. Chaque enfant occupait un banc et nous avons assuré la surveillance pendant les quarante –cinq minutes. L'entretien avec les élèves après correction du questionnaire s'est passé le vingt – trois avril de dix heures trente à onze heures de la même année.

3.4.4 Difficultés Rencontrées

Les difficultés que nous avons rencontrées tout au long de notre recherche sont celles liées à la recherche en général et aux problèmes inhérents aux techniques de collecte des données. Ces problèmes sont l'incompréhension du sujet par les enquêtés.

En ce qui est du questionnaire, la principale difficulté à laquelle nous avons été confrontés est l'indisponibilité des enseignants de Mathématiques. Distribuer le questionnaire n'a pas été chose facile pour nous car les enseignants de façon générale manifestaient un certain gène à répondre aux questions, pensant à coup sûr à une intrusion dans leurs pratiques professionnelles.

Répondre à un questionnaire suppose que l'on sache lire et écrire, qu'on a atteint un certain niveau d'instruction, mais aussi que l'on ait l'habitude de s'exprimer. Il nous aura fallu faire preuve de beaucoup de tact pour mener les uns et les autres à nous fournir les informations requises.

Nous avons aussi eu la difficulté à obtenir un rendez-vous avec l'enquêté, à le fixer, à trouver une date et une heure pour le réaliser. Les réponses laissées en blanc, la gêne de l'enquêté devant certaines questions, ses hésitations auront à chaque fois nécessiter patience et compréhension.

3.4.5 Procédés d'analyse Des Données

Nous avons choisi de procéder par une analyse statistique qui nous a permis d'exploiter nos réponses. En fonction des données chiffrées issues des techniques de collecte, nous procéderons à l'analyse des tendances par rapport à une question. Ce travail s'est fait à travers un tableau de distribution des fréquences composé des éléments ci-après:

- Les questions posées en fréquence absolue (Ni) ;
- Le nombre de répondants correspondant à la modalité;
- La fréquence relative qui est le ratio entre le nombre de réponses d'une modalité et celui de l'effectif total des répondants (N). Elle est exprimée en pourcentage et présentée par la formule:

$$Fi\ (\%) = \frac{Ni}{N} \text{x } 100$$

Les outils informatiques à savoir les logiciels Microsoft Excel et statistiques : Statistical Package for Social Sciences (SPSS) ont été utilisés pour la production des tableaux et des graphiques de notre étude.

Rappel de l'objet de l'étude

Notre étude porte sur les erreurs commises par les élèves lors de la résolution des équations de degré supérieur. Bref, il s'agit de mener une analyse critique sur les pratiques enseignantes utilisées par les enseignants pour enseigner la résolution des équations du 1erdegré à une inconnue.

Le tableau suivant résume et présente une vue synoptique des hypothèses, des variables, des indicateurs et des modalités.

Hypothèses

L'hypothèse générale est formulée de la façon suivante :

Les stratégies d'enseignement portant sur la résolution des équations du 1er degré à une inconnue ont une incidence sur le processus de compréhension des élèves.

L'opérationnalisation de cette hypothèse générale nous donne les hypothèses spécifiques suivantes :

- La manipulation de la lettre dans une équation du 1er degré à une inconnue par des enseignants sera un handicap lors de la résolution des équations par des apprenants plus tard.
- Le traitement et l'interprétation des énoncés qui contiennent une égalité dans une équation du 1er degré à une inconnue par des enseignants sera une difficulté pour la résolution des équations par des apprenants plus tard.
- L'usage des méthodes de résolution des équations du 1er degré à une inconnue par des enseignants sera un handicap pour la résolution des équations par des élèves plus tard.

Plan factoriel des variables et des hypothèses

Par rapport à la variable indépendante de notre hypothèse; nous avons situé les feedback des élèves à trois niveaux notés de X_1 à X_3 :

- X_1 (concept de lettre) : les feedback des élèves et La manipulation de la lettre dans une équation du 1er degré à une inconnue par des enseignants.
- X_2 (concept d'égalité) : les feedback des élèves et Le traitement et l'interprétation des énoncés qui contiennent une égalité dans une équation du 1er degré à une inconnue par des enseignants.
- X_3 (méthodes de résolution des équations du 1er degré) : les feedback des élèves et L'usage des méthodes de résolution des équations du 1er degré à une inconnue par des enseignants.

Tableau 1 : Plan factoriel

VD = Y / VI = X	Les feedbacks des élèves
Le concept de lettre (X_1)	X_1 et Y
Le concept d'égalité (X_2)	X_2 et Y
Les méthodes de résolution des équations du 1er degré (X_3)	X_3 et Y

Légende

VD = Variable dépendante.

VI = Variable indépendante

Y = feedback des élèves

X_1 et Y = HR_1

X_2 et Y = HR_2

X_3 et Y = HR_3

Tableau 2 : Représentation synoptique des hypothèses, variables, modalités, indices et items

Thème de recherche	Hypothèses de recherche	Variables indépendantes (VI)	Modalités	Indices	Items	Variables dépendante (VD)	Indices	Modalités	Items
Problématique de l'enseignement des équations du 1^{er} degré à une inconnue au 1^{er} cycle du secondaire et feedback des élèves	HR1 :La manipulation de la lettre dans une équation du 1^{er} degré à une inconnue par des enseignants sera un handicap lors de la résolution des équations par des apprenants plus tard.	Concept de lettre	- Lettre évaluée - inconnu spécifique	-la lettre apparait dans un seul membre de l'égalité -la lettre apparait dans les deux membres de l'égalité	Q_5 à Q_6	Les feedback des élèves	- négatifs - positifs	- utilisation uniquement de la méthode formelle - maitrise des méthodes de résolution de ces équations	Q_{16}
	HR2 : Le traitement et l'interprétation des énoncés qui contiennent une égalité dans une équation du 1^{er} degré à une inconnue par des enseignants sera une difficulté pour la résolution des équations par des	Concept d'égalité	- numérique - comme identité - comme équation	- la proposition est entre 2 nombres et prend 2 valeurs de vérité : Vraie ou fausse - la proposition prend une seule valeur de vérité ; Vraie - la proposition est entre 2 expressions littérales. elle prend 2 valeurs de vérité : Vraie et Fausse	Q_7 à Q_{10}		- négatifs - positifs	- utilisation uniquement de la méthode formelle - maitrise des méthodes de résolution de ces équations	

	apprenants plus tard.								
	HR3 : L'usage des méthodes de résolution des équations du 1er degré à une inconnue par des enseignants sera un handicap pour la résolution des équations par des élèves plus tard.	Méthodes de résolution des équations du 1er degré à une inconnue	- méthode par substitution - méthode par recouvrement - méthode par opérations réciproques - méthodes par équations équivalentes	- essais-erreurs - l'expression algébrique contenant l'inconnu est considérée comme inconnue - dégager les opérations qui ont été appliquées à l'inconnu - application des propriétés fondamentales de l'égalité ou application des règles d'action	Q_{11} à Q_{15}		- négatifs - positifs	- utilisation uniquement de la méthode formelle -maitrise des méthodes de résolution de ces équations	

CHAPITRE IV : PRESENTATION DES RESULTATS, ANALYSE ET VALIDATION DES DONNEES

Cette partie du travail consistera à présenter et analyser les données récoltées sur le terrain et enfin vérifier les hypothèses. Les données sont présentées dans les tableaux permettant de voir le nombre de répondants par thème et le pourcentage qui en découle. Ainsi, nous avons pour chaque thème le tableau et le graphique dans lequel nous préciserons les pourcentages.

4.1 Présentation des résultats et analyse des données

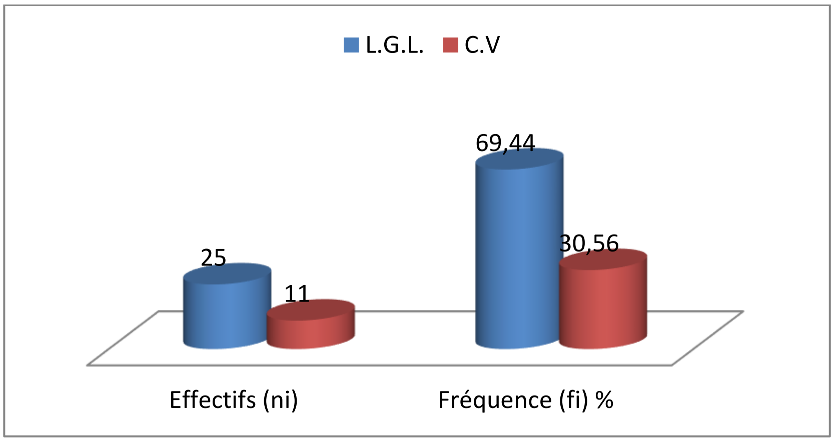
Les résultats du dépouillement du questionnaire adressé aux enseignants de Mathématiques et aux élèves de la classe de quatrième seront présentés sous forme de tableaux de distribution de fréquence et de graphiques ensuite, suivront les différentes analyses.

4.1.1 Présentation des résultats et analyse des données relatives aux enseignants

Au cours de cette étude, 36 questionnaires d'enseignants ont effectivement été exploités.

Tableau 3 : Distribution des enseignants selon leur établissement

	Effectifs (ni)	Fréquence (fi) %
L.G.L.	25	69,44
C.V	11	30,56
Total	36	100



L.G.L. : Lycée Général Leclerc

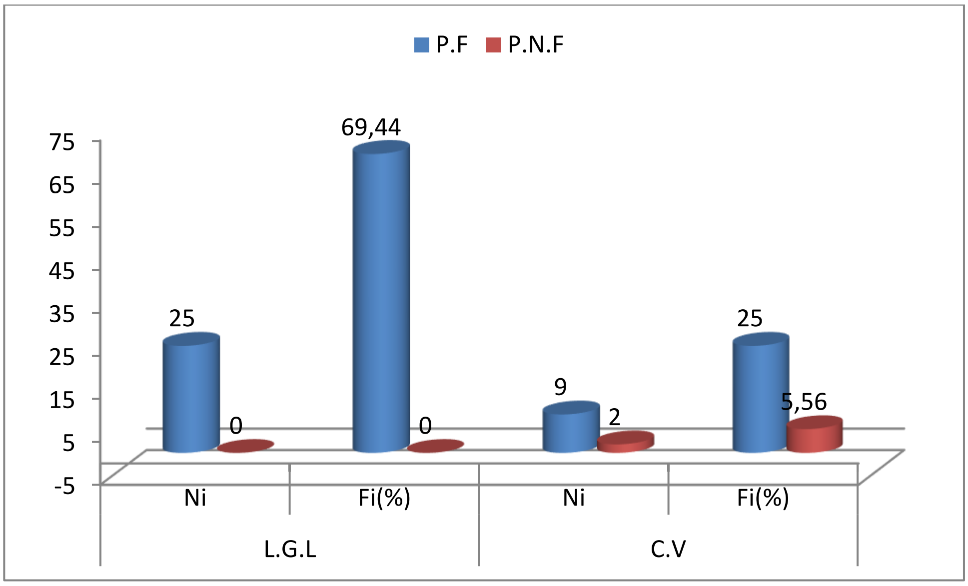
C.V : Collège Vogt

Figure 1 : Répartition des répondants selon leur établissement

On remarque dans ce tableau que le Lycée général Leclerc a le plus grand nombre d'enseignants de Mathématiques que le collège Vogt. Cet effectif représente 69,44%.

Tableau 4 : Distribution des répondants selon leur passage ou non dans une école normale.

	L.G.L		C.V		
	Ni	Fi(%)	Ni	Fi(%)	Total
P.F	25	69,44	9	25	94,44
P.N.F	00	00	2	5,56	5,56
Total	25		11		100



P.F. : Professeurs formés

P.N.F: Professeurs non formés

Figure 2 : Répartition des répondants selon leur passage ou non dans une école normale.

A la lumière du tableau et du graphique, nous remarquons que la majorité des enseignants (34 sur 36) qui interviennent dans ces établissements sont sortis d'une école normale supérieure du Cameroun; soit un pourcentage de 94,44 % .

Tableau 5 : Distribution des répondants selon la classe tenue (4ème)

	ni	Fi(%)
Oui	9	25
Non	27	75
Total	**36**	**100**

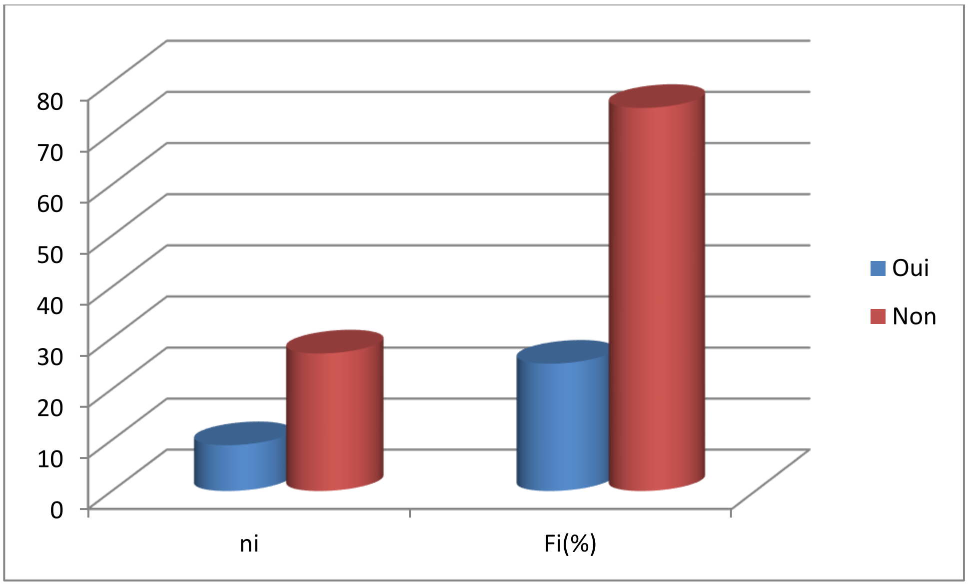


Figure 3 : Répartition des répondants selon la classe tenue

S'agissant de la classe tenue 25% des répondants enseignent en classe de 4ème.

Tableau 6 : Distribution des répondants selon l'ancienneté.

	LGL		C.V		Total
	ni	fi(%)	ni	fi(%)	
[0 ;3[	2	5.56	0	0	5.56
[0 ;6[	6	16.66	2	5.56	22.22
[6 ;9[	4	11.11	1	2.78	13.89
Plus de 9	13	36.11	8	22.22	58.33
Total	**25**		**11**		**100**
	36				

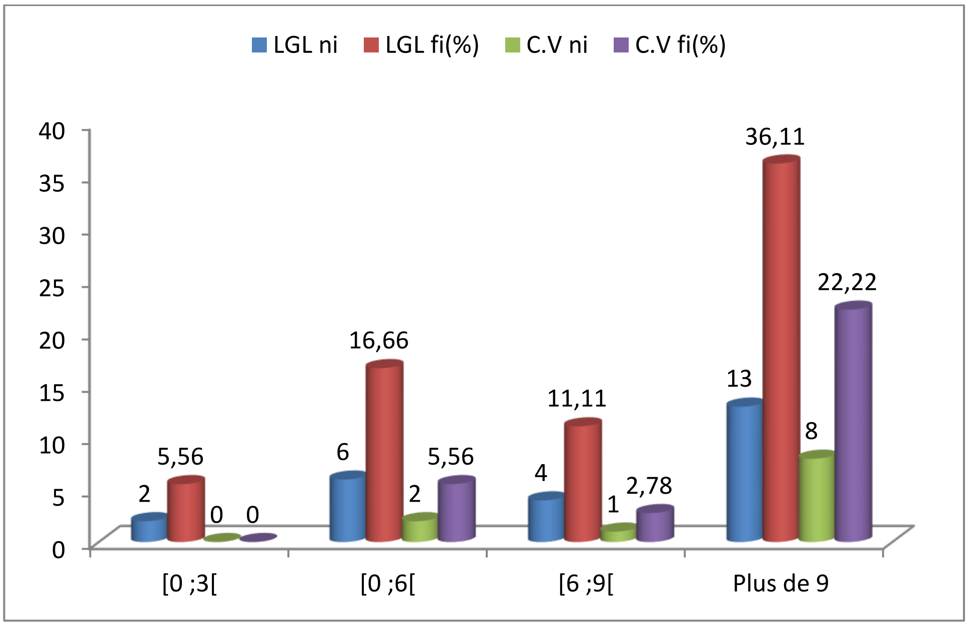


Figure4 : Répartition des répondants selon l'ancienneté

Au regard du tableau et du graphique ci-dessus, il ressort que 58,33% ont plus de 9ans de service donc la majorité de la population a une certaine expérience avérée dans ces établissements.

Tableau 7 : Distribution des répondants selon la maîtrise du statut de la lettre comme lettre évaluée.

	L.G.L		C.V		Total
Xi	Ni	Fi(%)	Ni	Fi(%)	
Inconnu spécifique (1)	20	55,56	9	25	80,56
Lettre évaluée (2)	5	13,89	2	5,55	19,44
Total	**25**		**11**		

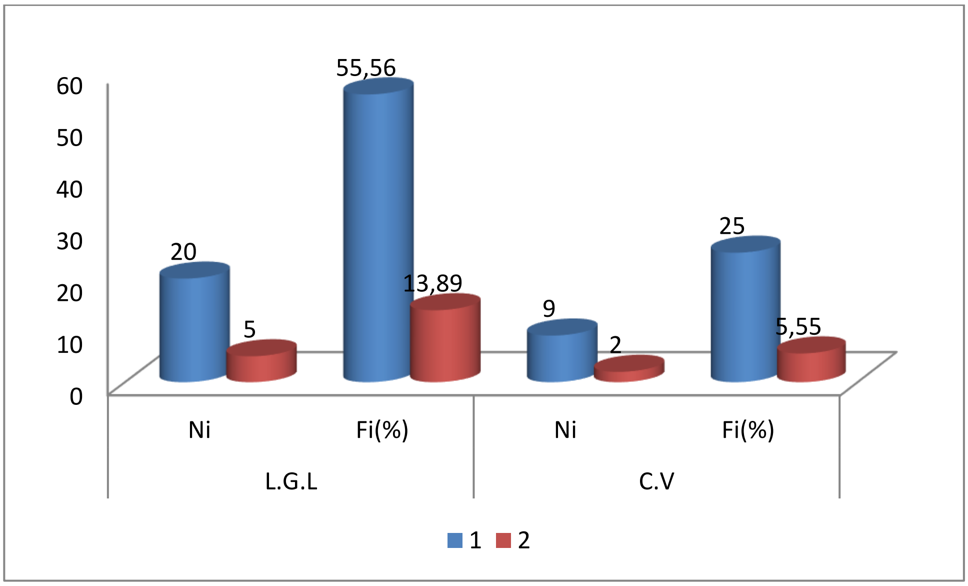


Figure 5 : Répartition des répondants selon la maîtrise du statut de la lettre comme lettre évaluée.

Comme nous l'aurions imaginé, 80,56% n'ont pas une idée des deux statuts de la lettre dans une équation du 1er degré à une inconnue.

Tableau 8 : Répartition des répondants selon la maîtrise du statut de la lettre comme inconnue spécifique.

	L.G.L		C.V		Total
Xi	Ni	Fi(%)	Ni	Fi(%)	
Lettre évaluée	00	00	00	00	00
Inconnu spécifique	25	69,44	11	30,56	100
Total	**25**		**11**		

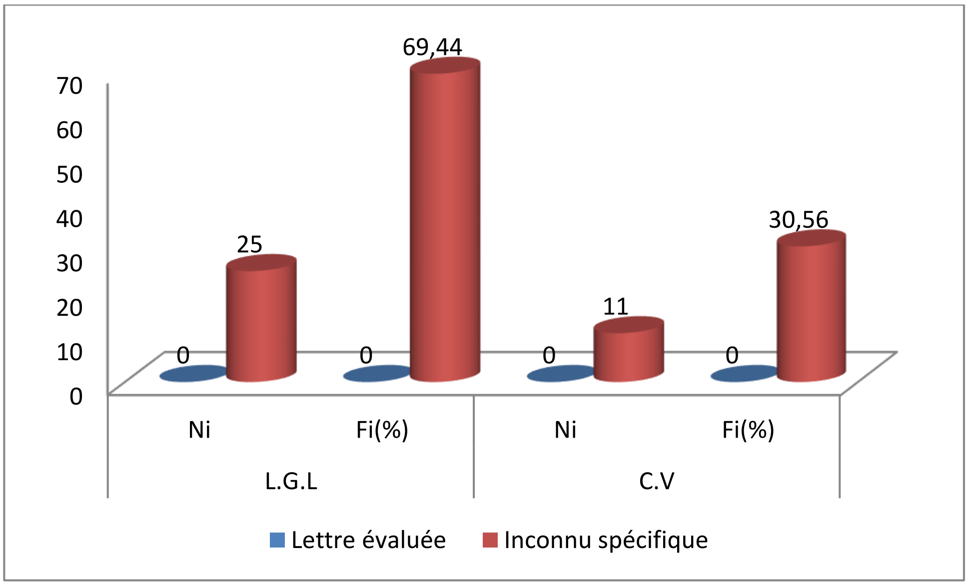


Figure 6 : Répartition des répondants selon la maîtrise du statut de la lettre comme inconnue spécifique.

Dans ce tableau, on remarque que tous les enseignants savent que la lettre a un statut de d'inconnu spécifique lorsque la lettre apparait dans les deux membres de l'égalité ; il faut signaler ici que 80,56% ne maitrisent pas réellement les 2 statuts.

Tableau 9 : Distribution des répondants selon la maitrise des statuts de d'égalité.

	L.G.L		**C.V**		**Total**
	Ni	Fi(%)	Ni	Fi(%)	
1	5	13,89	4	11,11	25
2	17	47,22	3	8,34	55,56
3	1	2,77	2	5,56	8,33
4	2	5,55	2	5,56	11,11
Total	**25**		**11**		

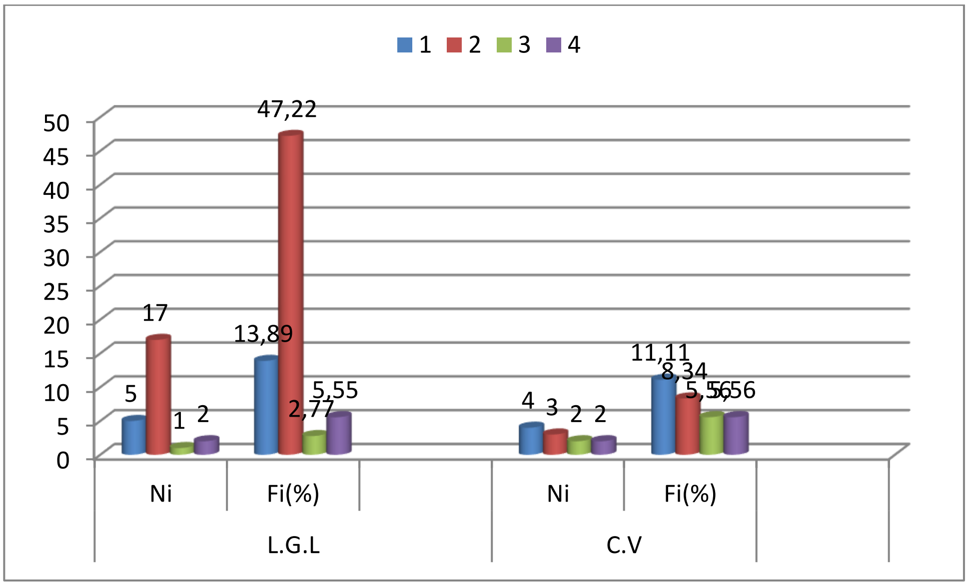


Figure 7 : Répartition des répondants selon la maîtrise des statuts de l'égalité dans une équation du 1er degré à une inconnue.

Il ressort que la majorité soit 88,89% ne maitrise pas tous les statuts de l'égalité dans une équation du 1er degré à une inconnue.

Tableau 10 : Répartition des répondants selon la connaissance du statut de l'égalité comme égalité numérique.

	L.G.L		**C.V**		**Total**
Xi	Ni	Fi(%)	Ni	Fi(%)	
Oui	8	22,22	4	11,11	33,33
Non	17	47,22	7	19,45	66,67
Total	**25**		**11**		**36**

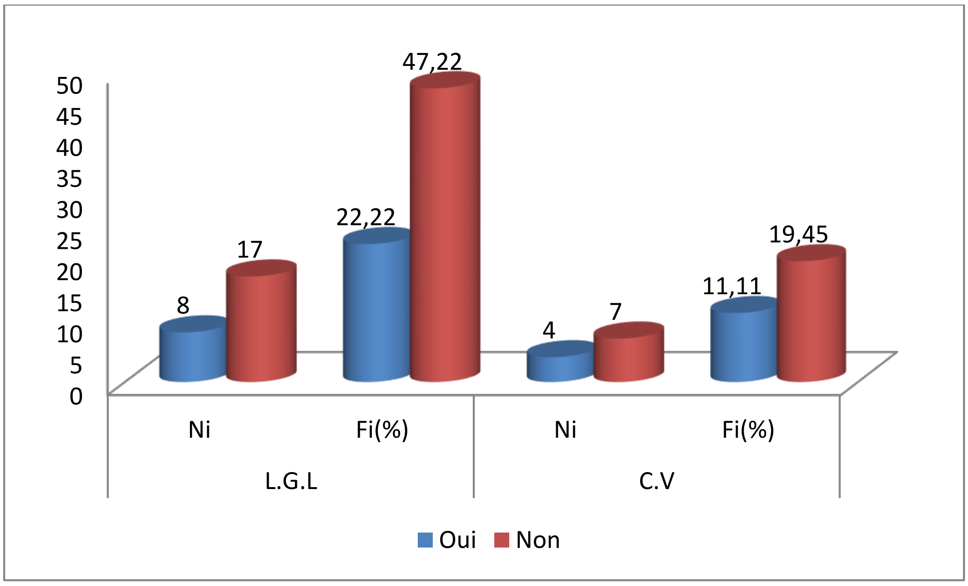


Figure 8 : Distribution des répondants selon la maitrise du concept égalité numérique.

Il ressort du graphique que la grande partie des 36 enseignants soit 66,67% ne connaît pas le statut de l'égalité comme égalité numérique.

Tableau 11 : Distribution des répondants selon la connaissance du statut de l'égalité comme identité.

	L.G.L		**C.V**		**Total**
Xi	Ni	Fi(%)	Ni	Fi(%)	
Oui	15	41,67	8	22,22	63,89
Non	10	27,78	3	8,33	36,11
Total	**25**		**11**		**36**

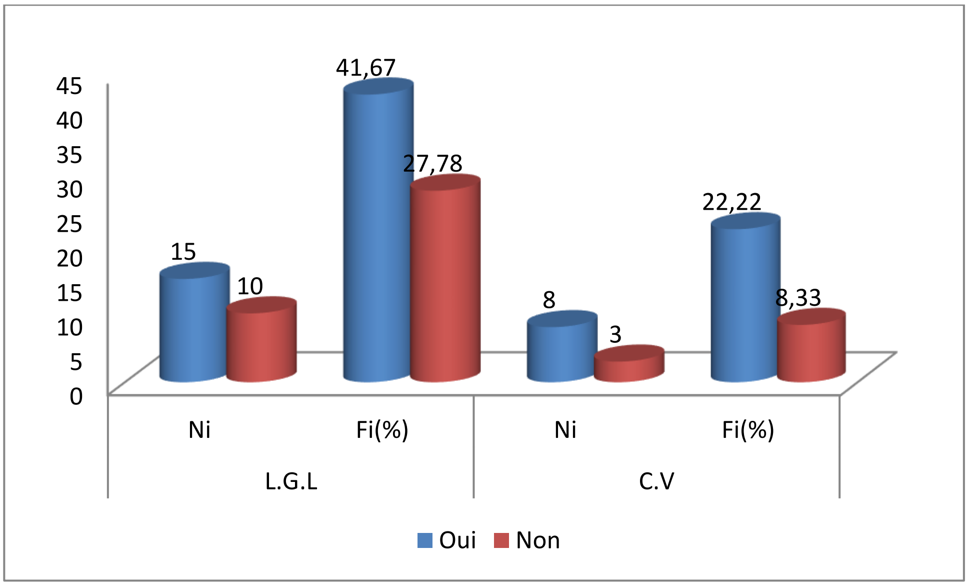


Figure 9 : Répartition des répondants selon la maitrise du concept de l'égalité comme identité.

Il ressort que 23 enseignants soit 63,89 % maitrise le statut de l'égalité comme identité.

Tableau 12 : Distribution des répondants selon la maîtrise de la différence entre égalité comme identité et égalité comme équation.

	L.G.L		**C.V**		**Total**
Xi	Ni	Fi(%)	Ni	Fi(%)	
Oui	15	41,67	8	22,22	63,89
Non	10	27,78	3	8,33	36,11
Total	**25**		**11**		**36**

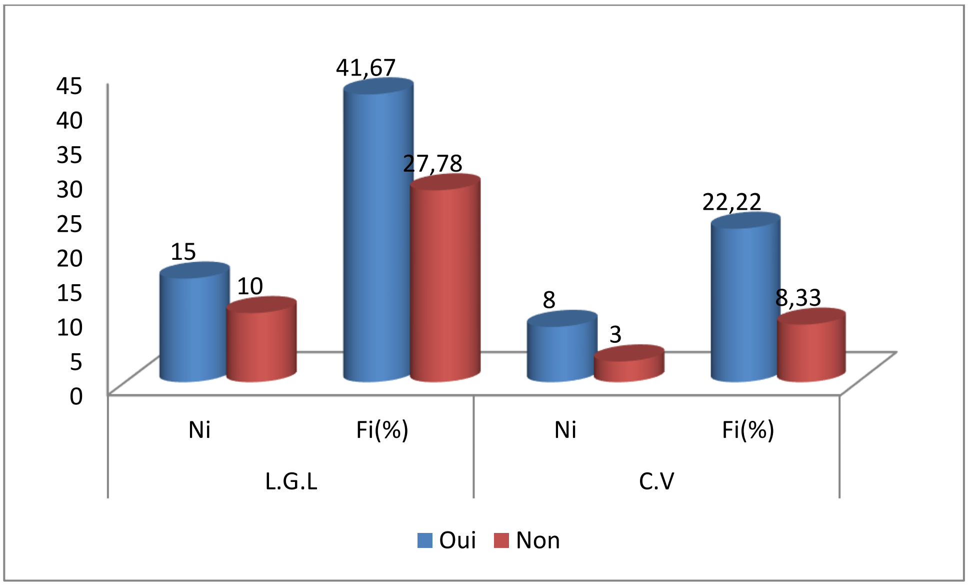


Figure 10 : Répartition des répondants selon la maîtrise de la différence entre égalité comme identité et égalité comme équation.

Quant à la question de savoir s'il maîtrise la différence entre le statut de l'égalité comme identité et comme équation, le tableau ci-dessus nous indique 22 enseignants soit un pourcentage de 61,11% ne maitrisent pas.

Tableau 13 : Distribution des répondants selon la maitrise du nombre de méthodes utilisées pour la résolution des équations du 1er degré.

	L.G.L		**C.V**		**Total**
	Ni	Fi(%)	Ni	Fi(%)	
1	18	50	9	25	75
2	3	8,33	1	2,77	11,11
3	4	11,11	1	2,77	13,89
4	00	00	00	00	00
Total	**25**		**11**		

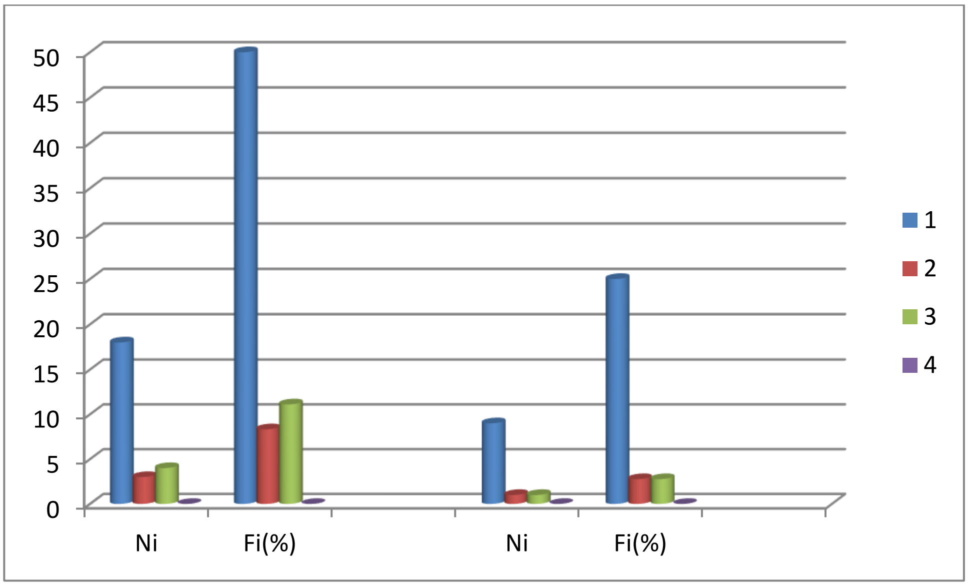


Figure 11 : Répartition des répondants selon la maîtrise de toutes les méthodes de résolution des équations du 1er degré.

Dans le tableau on constate qu'aucun enseignant ne maîtrise les 4 méthodes de résolution d'une équation du 1er degré.

Tableau 14 : Distribution des répondants selon qu'ils vérifient si un nombre est solution ou pas.

	L.G.L		**C.V**		**Total**
	Ni	Fi(%)	Ni	Fi(%)	
Oui	4	11,11	9	25	36,11
Non	21	58,34	2	5,55	63,89
Total	**25**		**11**		

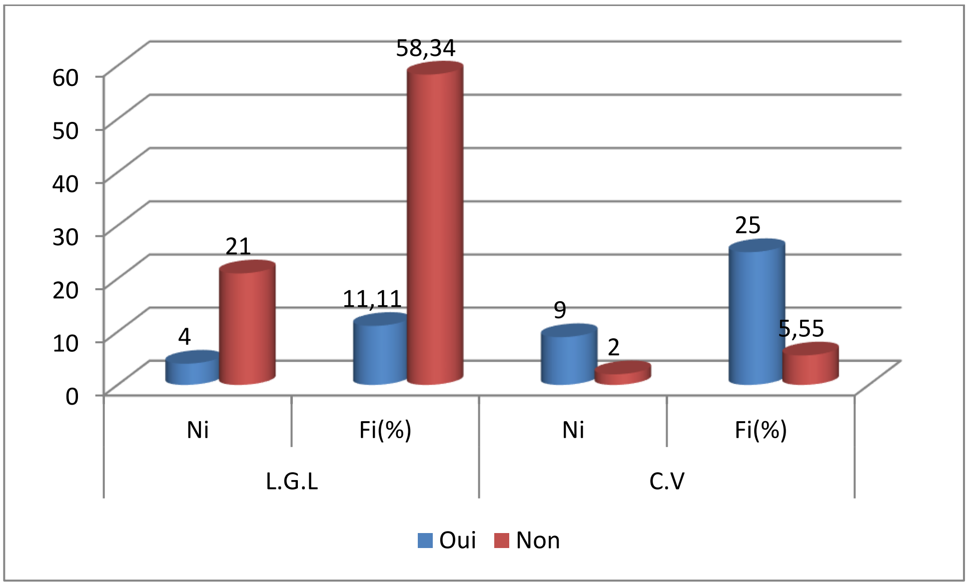


Figure 12 : Répartition des répondants selon qu'ils vérifient ou pas si un nombre est solution ou pas.

Comme le prouve le tableau ci-dessus, les enseignants des 2 établissements ont massivement reconnu qu'ils ne demandent pas souvent aux apprenants de vérifier si la solution est correcte.

Tableau 15 : Distribution des répondants selon la maitrise de la méthode par recouvrement.

	L.G.L		**C.V**		**Total**
Xi	Ni	Fi(%)	Ni	Fi(%)	
oui	5	13,89	2	5,55	19,44
Non	20	55,56	9	25	80,56
Total	**25**		**11**		

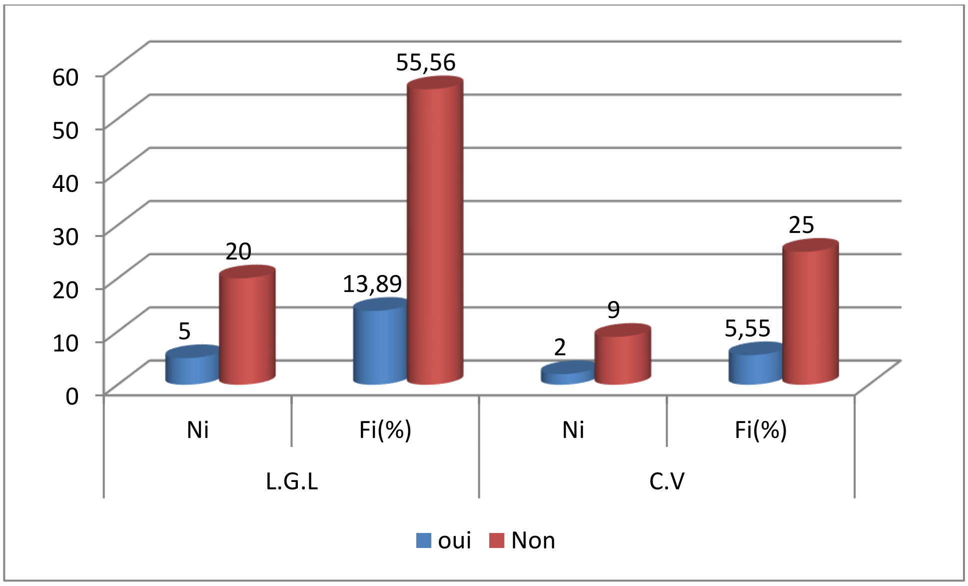


Figure 13 : Répartition des répondants selon la maitrise de la méthode par recouvrement.

A la lumière du tableau et de son graphique, il ressort que 80,56 % ne maitrisent pas la méthode par recouvrement.

Tableau 16 : Distribution des répondants selon la maîtrise de la méthode par opération réciproque.

	L.G.L		C.V		Total
Xi	Ni	Fi(%)	Ni	Fi(%)	
oui	4	11,11	3	8,33	19,44
Non	21	58,34	8	22,22	80,56
Total	**25**		**11**		

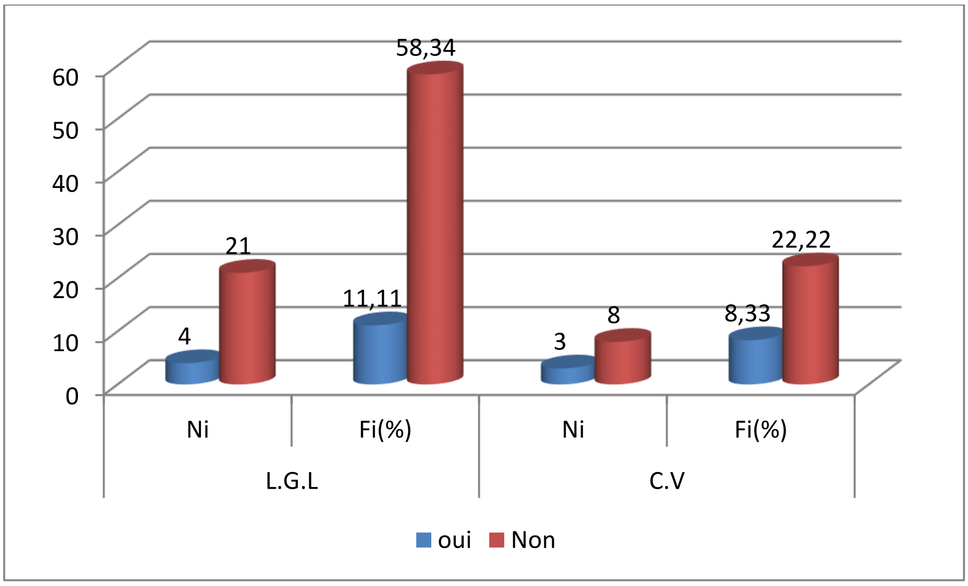


Figure 14: Répartition des répondants selon la maîtrise de la méthode par opération réciproque.

Dans ce tableau, il ressort que la majorité des enseignants ne maîtrisent pas la méthode par opération réciproque soit 80,56%.

Tableau 17 : Distribution des répondants selon la méthode utilisée pour enseigner les équations du 1er degré.

	L.G.L		C.V		Total
	Ni	Fi(%)	Ni	Fi(%)	
1ère méthode (X=3-2)	23	63,89	8	22,22	86,11
2ème méthode X + 2 – 2 = 3-2	2	5,56	3	8,33	13,89
Total	**25**		**11**		

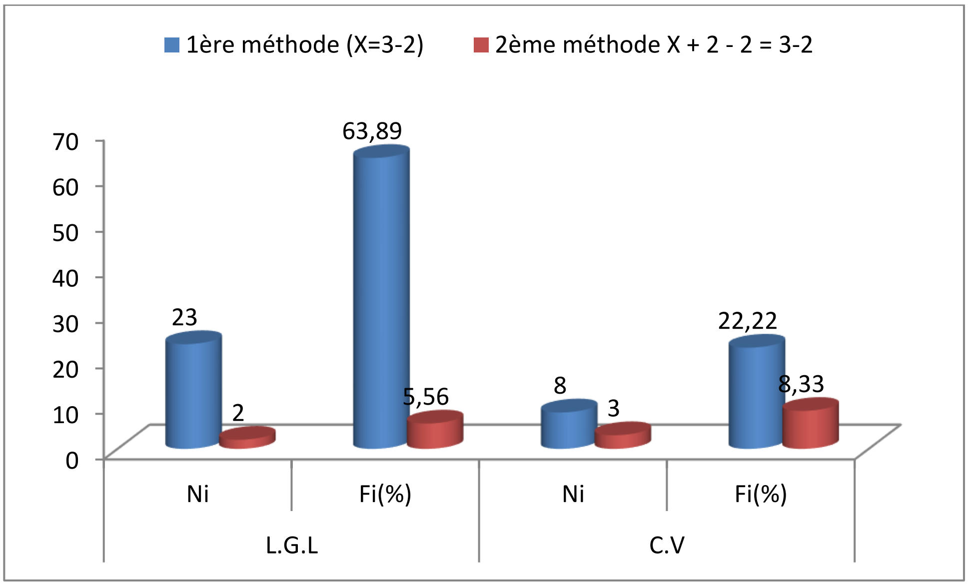


Figure 15 : Répartition des répondants selon la méthode utilisée.

Concernant la méthode utilisée 31 enseignants soit 86,11 % utilisent la méthode « tout terme change de signe quand il traverse l'égalité ».

4.1.2 Présentation des résultats et analyse des données relatives aux élèves

Au cours de cette étude, 38 questionnaires d'élèves ont été exploités.

Tableau 18 : Distribution des élèves par rapport aux réponses de la question 1 : 1 est-il solution de $2x-3=x-2$? Justifier votre réponse.

Réponses	Effectifs	Fréquence (%)
AA1	4	10.53
AA2	00	00
AA3	4	10.53
AB1	18	47.37
AB2	12	31.57
Total	38	100%

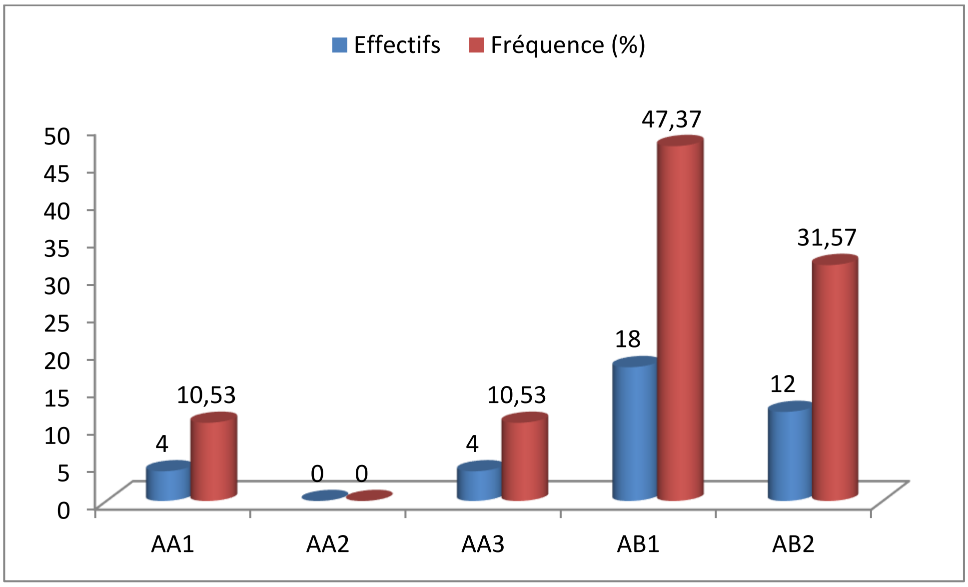


Figure 16 : Répartition des élèves par rapport aux réponses de la question 1 : 1 est-il solution de $2x-3=x-2$? Justifier votre réponse.

Quatre élèves ont utilisé l'aspect sémantique pour répondre à la question ce qui représente un pourcentage de 10.53%. À ceux-là, s'ajoutent 3 **(AA3)** que nous pensons avoir utilisé la même procédure. Seulement, la seule information qui nous permet de le dire est qu'ils ont répondu : « 1 est une solution de l'équation. » ou « 1 ne vérifie pas l'équation ».

Un seul **(AA3)** a remplacé x par 1 dans le membre de gauche, n'a pas trouvé 0 et a conclu que 1 n'est pas solution. Cela pourrait renvoyer à la définition de solution d'une équation et qui n'est pas très claire à notre avis chez les élèves.

Tableau 19 : Distribution des élèves par rapport aux réponses de la question 2 : Résoudre dans ℝ l'équation suivante : $2x+1=3$.

Réponses	Effectifs	Fréquence
DA1	00	00
DA2	20	52,63
DA3	18	47,37
Total	38	100%

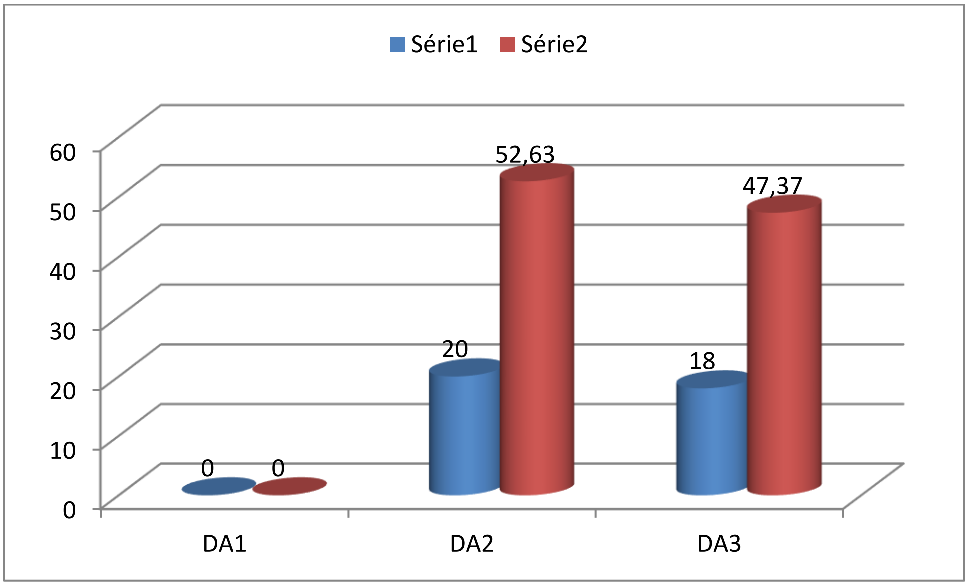


Figure 17 : Répartition des élèves par rapport aux réponses de la question 2 : Résoudre dans ℝ l'équation suivante : $2x+1=3$.

Aucun élève n'a utilisé aucune des méthodes issues des apprentissages arithmétiques. 20 élèves ont utilisé l'aspect syntaxique. La méthode formelle est la plus usitée. Parmi les 18, 7 n'ont pas commencé et 11 ont fait des erreurs de signe en utilisant la méthode formelle.

Tableau 20 : Distribution des élèves par rapport aux réponses de la question 3 : Résoudre dans ℝ l'équation suivante : $3x+2=x+6$.

Réponses	Effectifs	Fréquence
CA1	20	52.63
CA2	00	00
CA3	00	00
CA4	18	47.37
Total	38	100%

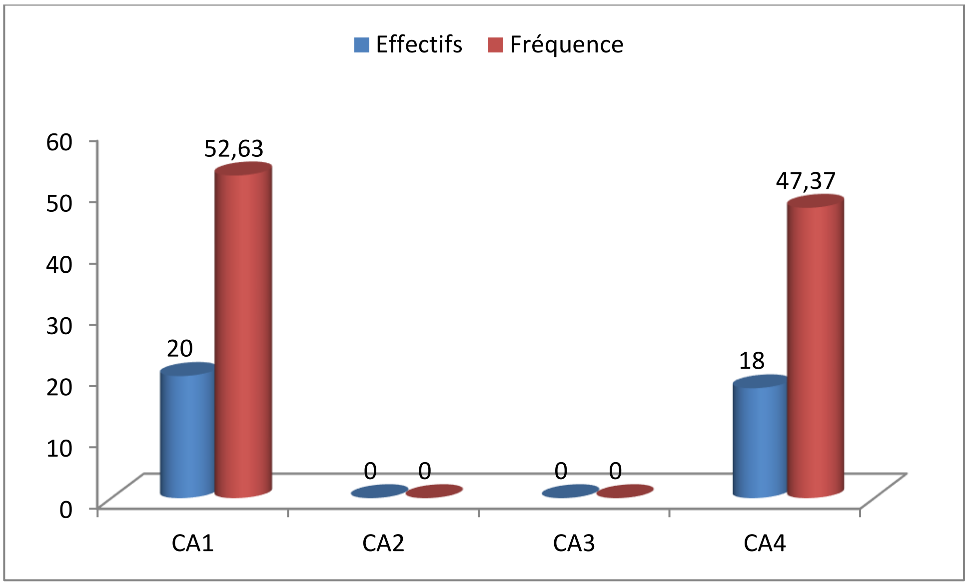


Figure 18 : Répartition des élèves par rapport aux réponses de la question 3 : Résoudre dans ℝ l'équation suivante:$3x+2=x+6$.

Quelques élèves ont utilisé l'aspect syntaxique pour répondre à la question, ce qui représente un pourcentage de 52.63%. À ceux-là, s'ajoutent 18 **(CA4)** que nous pensons avoir utilisé la même procédure. Les informations qui nous permettent de dire c'est qu'ils ont fait des erreurs lors des procédures. Aucun n'a utilisé l'aspect sémantique.

Tableau 21: Distribution des élèves par rapport aux réponses de la question :
Résoudre dans ℝ l'équation: $4x+5=5x+5-x$.

Réponses	Effectifs	Pourcentages (%)
BA1	00	00
BA2	06	15.79
BA3	10	26.32
BA4	7	18.42
BA5	15	39.47
Total	38	100%

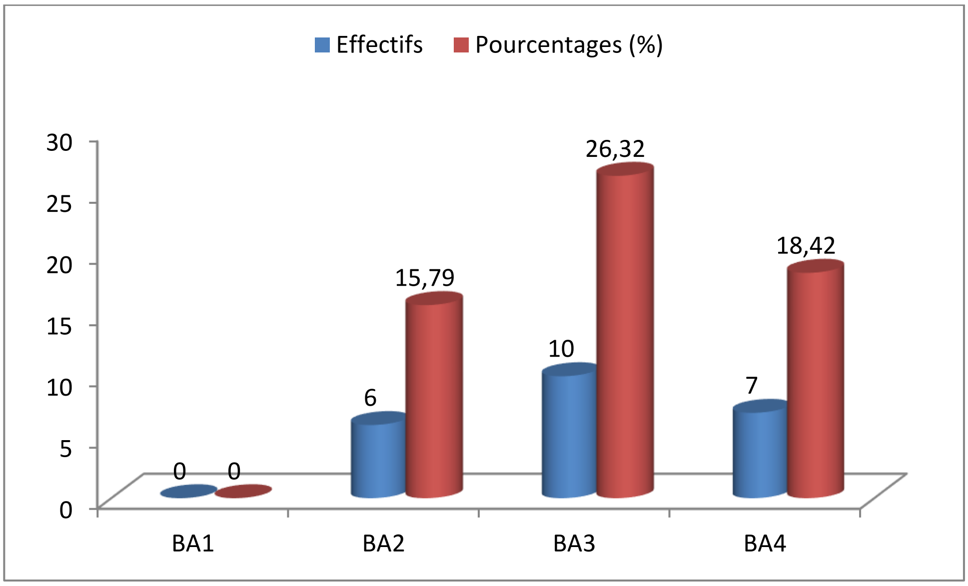


Figure 19: Répartition des élèves par rapport aux réponses de la question :
Résoudre dans ℝ l'équation:$4x+5=5x+5-x$.

Tous les élèves ont eu recours à la procédure syntaxique. 28 sont arrivés à 0=0, 8 ont choisi au hasard ∅ ne sachant plus quoi écrire. Les 20 derniers n'ont pas pu conclure.

4.2 Vérification des hypothèses

Hypothèse secondaire 1 : La manipulation de la lettre dans une équation du 1er degré à une inconnue par des enseignants sera un handicap lors de la résolution des équations par des apprenants plus tard.

Après la présentation et l'analyse des résultats, le premier constat qui se dégage est que 80,56% des enseignants ne maitrisent pas les deux statuts de la lettre.

Aussi, par rapport à la question : résoudre dans ℝ l'équation suivante: $2x + 1 = 3$, aucun élève parmi les 38 n'a utilisé une des méthodes issues des apprentissages arithmétiques. Ceci justifie largement cette hypothèse 1.

Hypothèse secondaire 2 : Le traitement et l'interprétation des énoncés qui contiennent une égalité dans une équation du 1er degré à une inconnue par des enseignants sera une difficulté pour la résolution des équations par des apprenants plus tard.

Deux enseignants soit 11,11% maitrisent les quatre statuts de l'égalité dans une équation du 1er degré à une inconnue.

Aussi, par rapport à la question résoudre dans ℝ 4x+5=5x+5-x, 28 sont arrivés à 0=0, 8 ont choisi au hasard l'ensemble vide ne sachant plus quoi écrire. Les 20 derniers n'ont pas conclu. Ceci justifie largement cette hypothèse 2.

Hypothèse secondaire 3 : L'usage des méthodes de résolution des équations du 1er degré à une inconnue par des enseignants sera un handicap pour la résolution des équations par des élèves plus tard.

Aucun enseignant ne maitrise les 4 méthodes de résolution d'une équation du 1erdegré à une inconnue. La majorité soit 86,11% utilise la formule : « tout terme change de signe lorsqu'il change de membre ».

Aussi, lorsqu'on a demandé aux élèves si 1 était solution de 2x-3=x-2, 10,53% d'élèves ont utilisé la méthode par substitution. Ce qui confirme l'hypothèse 3.

Hypothèse générale : Les stratégies d'enseignement portant sur la résolution des équations du 1er degré à une inconnue ont une incidence sur le processus de compréhension des élèves.

En ce qui concerne les hypothèses secondaires, nous remarquons qu'elles sont confirmées à 100% et partant de là, nous pouvons dire que toutes ces hypothèses secondaires constituent les fondamentaux pour bien enseigner un cours sur les équations du 1er degré à une inconnue : l'hypothèse générale est confirmée.

Nous pouvons dire que ceci est dû au fait que ces enseignants en étant des élèves ont appris cette manière de résoudre les équations du premier degré à une inconnue et aussi à cause du manque de formation en didactique des mathématiques dans les écoles normales.

CHAPITRE V : INTERPRETATION DES RESULTATS ET RECOMMANDATIONS

Dans ce chapitre, nous interprétons les résultats présentés et analysés au chapitre IV. Il s'agit plus précisément de saisir le sens des résultats, obtenus au regard de la grille de lecture théorique élaborée. Cette interprétation va tenir compte des théories intervenant dans notre étude et présentés au chapitre II à savoir : le contrat didactique, la motivation, le « learning by doing » de Dewey, le constructivisme et le socioconstructivisme, les champs conceptuels et les situations didactiques.

5.1 Interprétation des résultats

Cette étude s'est donnée pour objectif de fournir à la communauté éducative et scientifique, des données supplémentaires susceptibles de les situer sur le lien existant entre les pratiques enseignantes sur les équations du premier degré à une inconnue et les conceptions erronées des élèves. Envisager les feedbacks des élèves comme dépendantes des stratégies d'enseignement revient à apprécier à sa juste valeur le cours dispensé dans les salles de classe portant sur la résolution des équations du premier degré à une inconnue et le degré de leur responsabilité dans le succès scolaire en particulier. Il s'agira pour l'enseignant de mathématiques de réinventer de nouvelles situations pédagogiques afin de s'adapter à la situation actuelle.

A partir des fréquences et des analyses des données liées au questionnaire des élèves, nos hypothèses ont été confirmées. A la lumière des théories et de la longue et riche littérature y afférente ainsi qu'aux réponses des questionnaires adressés aux enseignants et aux élèves, nous interpréterons au cas par cas nos résultats.

- Notre hypothèse N°1 avait pour objectif de vérifier s'il existe un lien entre la manipulation de la lettre dans une équation du 1er degré à une inconnue par des enseignants et la résolution des équations par des apprenants plus tard.

Le calcul de la fréquence nous a permis de parvenir à la conclusion selon laquelle la manipulation de la lettre dans une équation du 1er degré à une inconnue par des enseignants est significativement liée aux feedbacks des élèves.

Après dépouillement de nos questionnaires sur cette variable indépendante, nous avons constaté qu'en ce qui concerne le concept de lettre, 80,56% des enseignants questionnés ne maitrisent pas les deux statuts de la lettre dans ces équations.

Kuchemann en 1981 appui ces résultats en rapportant que le décalage qui peut exister entre le statut attribué à la lettre par un élève et son professeur constitue aussi un obstacle et surprend souvent les enseignants qui voient dans certaines erreurs de leurs élèves une régression alors qu'il s'agit plutôt d'une prise en compte insuffisante du niveau auquel fonctionne l'élève.

- Notre hypothèse N°2 avait pour objectif de vérifier s'il existe un lien significatif entre le traitement et l'interprétation des énoncés qui contiennent une égalité dans une équation du 1er degré à une inconnue par des enseignants et les feedbacks des élèves.

Dans cette hypothèse, le calcul de la fréquence nous a permis de parvenir à la conclusion selon laquelle le traitement et l'interprétation des énoncés qui contiennent une égalité dans une équation du 1er degré à une inconnue par des enseignants est significativement liée aux feedbacks des élèves.

Vergneau en 1987 appui ces résultats en rapportant que le signe d'égalité reste souvent cantonné dans son sens initial dominant en arithmétique et que le statut d'annonce d'un résultat est à l'origine d'écritures bien connues des enseignants comme 12 + 4 + 5 = 21 ou la symétrie et la transitivité de l'égalité se trouvent violées.

La théorie du contrat didactique explique à suffisance cette hypothèse. En effet, 88,89% des enseignants questionnés ne maitrisent pas les quatre statuts de l'égalité. Aussi, aucun élève n'a pu interpréter le résultat : 0=0. Le rôle de l'enseignant dans le contrat, c'est d'abord de repérer les obstacles récurrents, puis, mettre en place des activités destinées à faire prendre conscience à l'élève l'insuffisance de ses conceptions.

- Notre hypothèse N°3 avait pour objectif de vérifier s'il existe un lien significatif entre L'usage des méthodes de résolution des équations du 1er degré à une inconnue par des enseignants et les feedbacks des élèves.

Le calcul de la fréquence nous a permis de parvenir à la conclusion selon laquelle L'usage des méthodes de résolution des équations du 1er degré à une inconnue par des enseignants est significativement lié aux feedbacks des élèves.

La théorie socio – constructiviste explique à suffisance cette hypothèse. Aucun n'enseignant n'utilise les quatre méthodes. 86,66% utilise les règles d'actions « tout terme change de signe lorsqu'il change de membre ». En effet, il est fondamental dans la perspective d'un enseignement socio-constructiviste, de laisser dans un premier temps les élèves utiliser leurs connaissances antérieures afin qu'ils puissent se rendre compte eux-mêmes des limites de celles-ci. A ce moment, ils sont prêts pour l'apprentissage de nouvelles procédures (ici, la méthode formelle) qui seront efficaces là où les autres auront échoué.

Les théories des champs conceptuels et des situations didactiques apportent aussi des explications à cette hypothèse. En effet, Vergneau donne le schème de la résolution des équations de la forme : $ax + b = c$ chez des élèves de cinquième et quatrième :

- en soustrayant b des deux côtés de l'égalité, on conserve l'équation.
- en divisant par a des deux côtés de l'égalité, on conserve l'équation.

63,89 % d'enseignants ne vérifient pas avec les élèves si un nombre est solution ou pas. La théorie des situations didactiques demande aux enseignants de donner aux élèves un moyen de contrôler eux –mêmes leurs résultats.

5.2 Recommandations

Cette partie a pour but de stimuler les esprits et de provoquer les discussions, tout en essayant d'apporter les solutions concrètes aux problèmes relevés dans notre travail de recherche. Notre souhait est donc de susciter, créer une sorte de synergie, de bousculer, de rompre avec la monotonie qui s'est installée dans la conduite des cours sur les équations du 1er degré à une inconnue.

Les recommandations mentionnées dans ce mémoire s'adressent aux différents acteurs de l'éducation: il s'agit des élèves qui sont les principaux acteurs, les enseignants qui passent plus de temps avec ces élèves et qui les éduquent, les inspecteurs qui doivent assurer le recyclage permanent des enseignants, les parents, qui s'occupent de leur scolarité et qui gèrent leurs multiples problèmes et aux autorités scolaires.

5.2.1 Suggestions aux pouvoirs publics, aux chefs d'établissements et aux inspecteurs

L'échec scolaire est perçu, comme l'indice d'une mauvaise orientation politique, exigeant des reformes, qui satisfassent, le plus grand nombre. Ainsi, au regard des résultats de nos travaux, afin d'améliorer les performances des élèves, nous faisons aux pouvoirs publics des recommandations suivantes :

- Il nous a souvent été donné de constater que, beaucoup d'enseignants après leur sorti de l'école, ne subissent plus de recyclage sur le terrain. La formation initiale et continue des enseignants, constitue toujours un facteur, qui influence fortement la qualité de l'éducation, dans tous les pays du monde. Nous proposons aux autorités et aux chefs d'établissement, de tout mettre en œuvre (moyens financiers et moyens matériels), pour multiplier des concertations et des carrefours pédagogiques, qui permettraient aux enseignants, de revoir leurs pratiques pédagogiques, de repenser la pédagogie en matière de mathématiques, qui connait beaucoup de mutations aujourd'hui.
- L'état, doit faciliter l'accès à la documentation pour les enseignants, en rendant l'accès libre dans toutes les bibliothèques, et négocier avec un opérateur, pour avoir quatre heures d'internet par semaine à chaque enseignant.
- L'état, doit encourager, la formation des cadres non qualifiés dans les écoles, comme auditeurs libres, en vue de pallier au problème d'insuffisance. Il doit revoir le modèle de formation des enseignants comme le souligne Belinga (2013 :72) : *« la formation des formateurs s'articule autour de 5 composantes : la composante scientifique, la composante didactique, la composante psychologique, la composante culturelle et composante pratique. »*
- Avec la nouvelle approche qui s'intègre déjà à nos enseignements et qui est très couteuse, l'état devrait revoir le budget à allouer aux enseignements secondaires.

5.2.2 Suggestions aux apprenants

Nous leur proposons de cultiver en eux l'esprit d'émulation et de concurrence, d'apprendre à persévérer face à l'adversité en mathématiques, d'apprendre à construire leur succès d'assister et de participer régulièrement aux différents cours. Nous leur conseillons de faire beaucoup d'exercices et surtout d'éviter de faire preuve d'inventivité.

5.2.3 Suggestions aux enseignants de mathématique

D. Gayet (1997 :40) met en garde les enseignants *« si le droit à l'erreur appartient encore à l'enfant, il n'appartient plus à l'enseignant ».*

Le calcul des prédicats joue un rôle important dans le concept d'équation, en effet, il permet de bien comprendre la définition d'équation comme phrase ouverte, de solution d'une équation comme valeur de l'univers du discours qui satisfait une phrase ouverte. Le statut des lettres doit être bien défini dans chacune des étapes de la résolution d'une équation. L'égalité étant une notion polysémique, le traitement des énoncés qui contiennent une égalité se fait selon la conception de l'apprenant et peut être erroné ; c'est par exemple le cas $\acute{o}u$ il aboutit dans la résolution d'une équation à l'égalité numérique 0 = 0. Il faut lors de l'enseignement des équations mettre en relation les aspects syntaxiques (manipulations des expressions algébriques) et sémantiques (vérification et interprétation du résultat).

L'enseignant de mathématiques est celui par qui tout changement est possible en matière de mathématiques. Il est au cœur de l'action il connait les difficultés du terrain. Face à ces difficultés, nous suggérons aux enseignants d'adapter les styles d'enseignement au contexte infrastructurel ; Il doit maitriser plusieurs formes d'organisation, proposer des activités alternatives ; adapter les exercices au niveau des élèves en tenant compte de leur milieu social.

Et surtout, avant de commencer un cours, s'assurer qu'ils maitrisent tous les concepts et essayer d'adapter leur enseignement par rapport aux erreurs qu'ils ont déjà eu à rencontrer par le passé.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

La notion d'équation du premier degré à une inconnue, est une notion assez complexe, à enseigner au 1er cycle du secondaire. La méthodologie par les règles d'actions, la plus usitée sur le terrain, présente quelques limites. Nous n'avons pas voulu, présenter une panacée, toutefois, le renforcement de la situation de départ, en utilisation la balance, avant d'aborder la méthode formelle, semble être plus rationnelle, et adaptée à la nouvelle approche : l'approche par compétences défini dans notre pays. Ce travail que nous avons effectué, procure à l'enseignant, le niveau avec lequel l'enfant arrive en classe de 4ème à travers le concept de lettre ; les différentes interprétations que nous pouvons faire à la fin de la résolution de ces équations à travers le concept d'égalité, et les méthodes utilisées au secondaire pour la résolution des équations du 1er degré à une inconnue avec leurs avantages. Néanmoins, le problème auquel nous avons apporté un essai de solution, à savoir la difficulté de concilier dans le processus enseignement-apprentissage la transmission fidèle et rigoureuse du savoir et l'emploi des méthodes adaptées assurant l'assimilation des notions de l'apprenant, se pose pour beaucoup d'autres notions telle que celle de la résolution des systèmes de deux équations à deux inconnues avec paramètre ce qui fera éventuellement l'objet d'autres travaux.

BIBLIOGRAPHIE

I Ouvrages généraux

1. **AKTOUF Omar,** (1985). *Méthodologie des sciences sociales et approche qualitative des organisations*. Québec : Presses de l'université du Québec.
2. **ARCAVI, A.** (1994). *Symbol Sense : Informal Sense – making in formal mathematics; For the learning of mathematics*. 24-35.
3. **BARDINI Caroline,** (2003). Le rapport au symbolisme algébrique : une approche didactique et épistémologique.
4. **BELINGA BESSALA S.,** (20013). *Didactique et professionnalisation des enseignants*. Yaoundé : Editions clé.
5. **BERNARD J. Cohen,** (1988). *An integration of Equation-solving methods into a developpemental learning sequence* in a A.F.Coxford.
6. **Cahiers du service de pédagogie** expérimentale : la résolution des équations du premier degré à une inconnue - Université de Liège-3-4/2000.
7. **De Corte E.,** (1996). *Les fondements de l'action didactique*. Paris : De Boeck Université, P84.
8. **D. Gayet,** (1997). *Les performances scolaires: comment on les explique ?* Paris: Harmattan.
9. **Dictionnaire** universel (2007). Librairie Larousse, Paris.
10. **EVOLA Robert,** (2013). *Manuel d'enquête par questionnaire en sciences sociales expérimentales*. Paris : Editions Publibook.
11. **FREGE Gottlob,** (1971). *Ecrits de logique et philosophiques*. Paris : Seuil (points Essais).
12. **Furth. G et Wachs, H.G** (1978). *Thinking goes to school piaget's theory and practice*. London Oxford University press
13. **Grawitz, M. ,** (2000). *Méthodes des sciences sociales.* Paris, 11ème édition : Dalloz.
14. **Groupement national** d'équipes de recherche en didactique mathématiques, (2006). *l'apprentissage de l'algèbre au collège*. France.
15. **HAMENI Blaise**, (2007), *Les méthodes actives dans le système camerounais : le cas de la NAP dans l'enseignement de la philosophie en classes de terminale à Yaoundé,* P17.
16. **KIERAN. C,** (1988). *Two different approach among algebra learner*. In An Oxford (ED).
17. **KOUKI Rahim,** (2008). *Enseignement et apprentissage des équations , inéquations et fonctions au secondaire : entre syntaxe et sémantique* (mémoire).
18. **Larousse,** (2008). Librairie Larousse, Paris.

19. **Larousse,** (2009). Librairie Larousse, Paris.
20. **Mialaret G,** (1983). *La formation des enseignants*, Paris : PUF.
21. **Petit** x n°19 et n°23 : articles de Chavallard.
22. **Piaget J.** (1969), *Psychologie et Pédagogie*, édition Denoel; Gonthien.
23. **TARSKI Alfred,** (1960). *Introduction à la logique*. Paris : GAUTHIER – Villars (collection de logique mathématiques).
24. **TSALA, T.J.P**, (1991/1992). « *Introduction à la psychologie générale* ». Cours de psychologie. Tome 1. Doc. Inédit.
25. **TINKEU Narcisse,** (2012). *Analyse de préparation psychologique dans les équipes d'élite de football de la région du centre*, mémoire de l'I.N.J.S.
26. **VERGNAU G.,** (1987). *Actes du colloque de sèbres : Didactique et acquisitions des connaissances scientifiques. Grenoble* : La Pensée sauvage.
27. **VERGNAUD G.,** (1989). *Difficultés conceptuelles, erreurs didactiques et vrais obstacles épistémologiques dans l'apprentissage des mathématiques*. In Nadine. Bednarz et C Garnier. Construction des savoirs, obstacles et conflits. Cirade.
28. **VERGNAUD,** (1991). *La théorie des champs conceptuels, Recherches en didactique des mathématiques*, volume 10.
29. **VLASSY J. DEMONTY,** (1976). *Recherche des stratégies d'enseignement de l'algèbre*.
30. www.univ-irem.fr
31. Guy-Brousseau.com
32. www.maths.ac-orleans.fr

ANNEXES

UNIVERSITÉ DE YAOUNDÉ I
****
CENTRE DE RECHERCHE ET DE FORMATION DOCTORALE (CRFD) EN « SCIENCES HUMAINES, SOCIALES ET EDUCATIVES »
****
UNITE DE RECHERCHE ET DE FORMATION DOCTORALE EN SCIENCES DE L'EDUCATION EN INGENIERIE EDUCATIVE
****

T THE UNIVERSITY OF YAOUNDE I
****

POST COORDINATE SCHOOL FOR SOCIAL AND EDUCATIONAL SCIENCES
****
DOCTORAL UNIT OF RESEARCH AND TRAINNING IN SCIENCE OF EDUCATION AND EDUCATIONAL ENGINEERING
****

<u>QUESTIONNAIRE ADRESSE AUX ENSEIGNANTS DE MATHEMATIQUE</u>

Chers collègues,

Ce questionnaire est un outil d'investigation qui complète les travaux de recherche d'un mémoire de fin de formation au centre de recherche et de formation doctorale en sciences éducatives de Yaoundé I sur le thème « *Problématique de l'enseignement des équations du 1^er^ degré à une inconnue au secondaire et feedbacks des élèves* ».Vos réponses seront utilisées à des fins académiques. Merci de bien vouloir répondre à toutes les questions de manière sincère et objective afin de garantir la fiabilité et la scientificité de notre travail. Votre anonymat sera totalement assuré.

<u>NB</u> : Cochez uniquement la ou les cases qui vous semblent conformes à votre pensée et donnez les réponses dans les espaces prévues à cet effet.

<u>ITEM I</u> Identification : (Collecte des informations sur mon interlocuteur)

1- Etablissement :

2- Statut : Vacataire non formé ☐ Enseignant sorti de l'ENS ☐
3- Enseignez- vous en classe de 4ème ? oui ☐ non ☐
4- Depuis combien de temps êtes – vous professeur ?

0 à 3 ☐ 3 à 6 ☐ 6 à 9 ☐ plus de 9 ☐

<u>ITEM II</u> : Questions sur le concept de lettre

5- A votre avis, lorsque la lettre apparait dans un membre d'une équation ; quelle est son statut?
Lettre évaluée ☐ Inconnu spécifique ☐

6- Lorsque la lettre apparait dans les 2 membres d'une équation du 1er degré à une inconnue ; quelle est son statut ?
Lettre évaluée ☐ Inconnu spécifique ☐

ITEM III : Questions sur le concept d'égalité

7- A votre avis, l'égalité a combien de statuts dans une équation du 1^{er} degré à une inconnue ?

2 ☐ 3 ☐ 4☐

8- Avez-vous déjà entendu parler d'égalité numérique ? oui ☐ non ☐

9- Avez-vous une idée d'une égalité comme identité ? oui☐ non ☐

10- Pouvez-vous faire la différence entre égalité comme identité et égalité comme équation ?

oui ☐ non ☐

ITEM IV : Questions sur les méthodes de résolution d'une équation du 1^{er} degré à une inconnue

11- Combien de méthodes de résolution d'une équation du 1^{er} degré à une inconnue connaissez – vous ?

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐

12- A la fin de la résolution des équations demandez –vous souvent aux enfants de vérifier si le nombre trouvé est réellement solution ?

Oui ☐ non ☐

13- Lors de l'enseignement de la résolution des équations du 1^{er} degré à une inconnue envisagez-vous souvent la méthode par recouvrement ?

Oui ☐ non ☐

14- Avez-vous déjà entendu parler de la méthode par opération réciproque ?

Oui ☐ non ☐

15- Comment expliquez-vous aux enfants la résolution de l'équation : x+ 2 = 3

$x + 2 = 3$ $x = 3 – 2$ ☐ $x = 1$	$x + 2 = 3$ $x + 2 – 2 = 3 - 2$ ☐ $x = 1$

ITEM V : Les feedbacks des élèves

16- A votre avis, pourquoi les élèves écrivent –ils souvent comme ceci :

$2x = 3$

$x = 3 - 2$

……
……………………………………………………………………………

MINESEC
DUREE : 45mn

QUESTIONNAIRE DE MATHEMATIQUE

ADRESSE AUX ELEVES DE 4ème3

EXERCICE :

5) On donne (E) : $2x - 3 = x - 2$.

1 est –il solution de (E) ? Justifier votre réponse.

6) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $2x + 1 = 3$.

7) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $3x + 2 = x + 6$.

8) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $4x + 5 = 5x + 5 - x$.