

DYNAMIQUE DES IMPULSIONS D'AIRY SYMÉTRIQUES INITIALEMENT CHIRPÉES DANS UNE FIBRE OPTIQUE

Mémoire soutenu en vue d'obtention du diplôme de D.I.P.E.S II en Sciences Physiques

Présenté par :

POUATCHO NGAKIEU CEDRIC

Licencié en Physique

Matricule : 10W1195

Devant le jury constitué de :

Président : ATANGANA JACQUES

Maitre de Conférence, UYI

Rapporteur : TCHAWOUA CLEMENT

Professeur, UYI

Examineur : SIEWE SIEWE MARTIN

Maitre de Conférence, UYI

2018/2019

1^{er} juillet 2019

Dédicaces

Je dédie ce mémoire à :

- **Dieu**, Le Maître de Toute chose qui m'a donné le souffle de vie et qui a permis que ce travail arrive à sa fin.
- **Mes parents, mes frères et soeurs** pour leur patience et leur soutien durant de longues années.

Remerciements

Mes remerciements vont :

- Au Professeur **Tchawoua Clément** en tant que directeur de ce mémoire, pour avoir accepté de diriger ce travail malgré ses diverses occupations. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.
- Au Professeur **Owono Owono Luc Calvin**, chef de Département de Physique, pour les enseignements et conseils durant la formation.
- Au Docteur **Mandeng Mandeng Lucien**, je ne vous remercierais jamais assez pour votre suivi, vos conseils et encouragements dont vous avez fait preuve durant tout ce travail.
- À l'endroit de tous les **membres du jury** pour l'honneur qu'ils me font en acceptant de participer au jury.
- À l'endroit de messieurs **Heuteu Crépin, Ketchawat Vincent** pour leur soutien et conseils qu'ils m'ont accordé durant ce travail.

J'adresse également mes remerciements à tous les **Enseignants** du Département de Physique, Chimie et des Sciences de l'éducation pour la qualité de leurs enseignements dispensés. Je tiens également à remercier tous mes **camarades** de promotions, en particulier **POOUKAM KAMDEM PAOLA, DOMCHE SIMO DONALD, TSAGUE CATHY BEL-JORELLE** et **RIBOUEM A BESSONG CHARLES DOUGLAS** pour les débats éducatifs durant la formation.

À tous ceux qui ont pu m'assister pendant ces d'études, je leur exprime mes sincères remerciements.

Ce pendant, que tous ceux dont les noms n'ont été pas cité ici ne se sentent pas oubliés.

Résumé

Dans ce travail, nous étudions analytiquement et numériquement par la méthode de Fourier à pas divisés, la dynamique des impulsions d'Airy symétriques initialement chirpées dans une fibre optique. Cette dynamique est modélisée par une équation de Schrödinger non linéaire avec un terme de dispersion anormale de la vitesse de groupe et aussi un terme de nonlinéarité de type Kerr. La résolution de cette équation montre clairement que la dynamique de ces impulsions dépend non seulement du paramètre de chirp de fréquence, mais également de la position du lobe principal et du coefficient de troncature imposés aux l'impulsions. En effet, une étude analytique et numérique a été réalisée dans le régime de propagation linéaire des impulsions d'Airy symétriques initialement chirpées et il se dégage ainsi que, les valeurs positives du paramètre de chirp favorisent la génération du second foyer de collision sur l'axe de propagation tandis que les valeurs négatives tendent à supprimer l'effet de focalisation. Contrairement aux impulsions d'Airy symétriques non chirpées pour lesquelles nous obtenons uniquement un seul foyer de collision. Nous avons aussi mis en évidence à travers l'analyse numérique, le phénomène d'auto-accélération, d'inversion asymétrique et de compression de ces impulsions ainsi que la propriété des trajectoires paraboliques vers les foyers. Une étude de la dynamique de ces impulsions pour une valeur particulière du paramètre de chirp dans un régime de propagation nonlinéaire y est également présentée ainsi que le phénomène de multi-collision des solitons qui s'échappent.

Mots clés : Impulsions d'Airy, chirp, fibre optique, inversion asymétrique, dispersion anormale et soliton.

Abstract

In this work, we use the split step Fourier Method to study analytically and numerically the dynamics of symmetric Airy pulses initially chirped in an optical fiber. The propagation of these pulses is modeled by a nonlinear Schrödinger equation with an anomalous dispersion of group velocity term and Kerr-type nonlinear term. The resolution of this equation clearly shows that the dynamics of those pulses depends considerably not only on the frequency chirp parameter, but also on the position of the main lobe and the truncation coefficient imposed on the pulses. Indeed, the analytic and numerical study were carried out in the regime of linear propagation of symmetric Airy pulses initially chirped and it thus emerges that, the positive values of the parameter of chirp favor the generation of the second focus whereas negative values tend to suppress this focusing effect. Unlike unchirped symmetric Airy pulses for which we only get one collision focus. We have also highlighted through the numerical analysis, the phenomenon of self-acceleration, compression and the property of parabolic trajectories towards focus. A study of the dynamics of these pulses for a particular value of chirp parameter in a nonlinear propagation regime is also presented as well as the multi-collision phenomenon of escaping solitons.

Keywords : Airy pulses, chirp, optical fiber, asymmetrical inversion, anomalous dispersion and soliton.

Table des matières

Dédicaces	i
Remerciements	ii
Résumé	iii
Abstract	iv
Introduction générale	1
1 Revue de la littérature	4
1.1 Généralités sur la fibre optique	4
1.1.1 Description de la fibre optique	5
1.1.2 Types de fibres optiques	6
1.1.3 Atténuation dans la fibre optique	8
1.1.4 Notion de dispersion dans la fibre optique	9
1.2 Les types d'impulsions optiques	10
1.2.1 Les impulsions optiques symétriques	10
1.2.2 Les impulsions optiques asymétriques : impulsion d'Airy	13
1.2.3 Applications des impulsions d'Airy	16
1.2.4 Méthodes de génération des impulsions d'Airy	17
1.3 Inversion asymétrique des impulsions d'Airy dans la fibre optique	18
1.3.1 Inversion asymétrique pour $\beta_2\beta_3 < 0$	19
1.3.2 Inversion asymétrique pour $\beta_2C < 0$	19
1.4 Motivation et problématique	20

2	Modèle et Méthodes de traitement	22
2.1	Modélisation de la dynamique des impulsions optiques dans une fibre optique : équation de Schrödinger non linéaire	22
2.2	Étude analytique de la dynamique des impulsions d’Airy symétriques chirpées	30
2.3	Méthode de résolution numérique	33
2.3.1	Description de la méthode (split-step Fourier Method : SSFM)	34
2.3.2	Algorithme de la méthode (split step Fourier Method : SSFM)	35
2.4	Matériel utilisé	36
2.5	Conclusion	36
3	Résultats et discussions	37
3.1	Résultats analytiques	37
3.1.1	Influence du paramètre de chirp C	37
3.1.2	Évolution du Profil d’amplitude des impulsions d’Airy symétriques en fonction de la distance de propagation	38
3.1.3	Influence de la position du lobe primaire	40
3.2	Résultats numériques sur l’évolution des impulsions d’Airy symétriques chirpées	41
3.2.1	Effet du chirp initial	43
3.2.2	Influence de la position du lobe primaire	44
3.2.3	Influence du coefficient de troncature	45
3.2.4	Effet de la non linéarité sur la propagation des impulsions d’Airy chirpées positivement	46
4	Implication pédagogique du sujet sur le système éducatif	49
4.1	Fiche pédagogique	49
4.2	Intérêt didactique	50
4.3	Applications	50
4.4	Problème posé	51
	Conclusion générale	52
	Bibliographie	54

Table des figures

1.1	Structure d'une fibre optique [20]	5
1.2	Fibre optique multi-modes à saut d'indice [20]	7
1.3	Fibre optique multi-modes à gradient d'indice [20]	8
1.4	profil de puissance d'une impulsion Gaussienne de puissance $P_0 = 5W$ et de paramètre $T_0 = 1.5ps$	11
1.5	profil de puissance d'une impulsion Super Gaussienne de puissance $P_0 = 5W$ et de paramètre $T_0 = 1.5ps$	11
1.6	profil de puissance d'une impulsion Sécante hyperbolique de puissance $P_0 = 5W$ et de paramètre $T_0 = 1.5ps$	12
1.7	profil de puissance d'une impulsion cosinus surélevé de puissance $P_0 = 5W$ et de paramètre $T_0 = 1.5ps$	13
1.8	(a) trajectoire des faisceaux d'Airy théoriques et profil transverse d'intensité d'entrée correspondant, (b) trajectoire des faisceaux d'Airy expérimentales et le profil transverse d'intensité d'entrée correspondant [26].	14
1.9	Schéma de reconstruction d'un faisceau d'Airy par une superposition de rayons suivant une caustique parabolique. La partie en rouge illustre le profil d'intensité de faisceaux partiellement obstrué, tandis que la ligne noire montre le profil d'intensité d'un faisceau n'ayant pas été obstrué [27].	15
1.10	Profil d'une impulsion d'Airy obtenu de l'équation (1.10) avec $a = 0.05$, $P_0 = 1W$, $r = 1$ et $T_0 = 40ps$	16
1.11	Profils d'une impulsion Gaussienne et d'une impulsion d'Airy obtenu de celui de l'impulsion Gaussienne dans une fibre optique à dispersion anormale de vitesse de groupe et à dispersion de troisième ordre positive dominante. Avec pour caractéristiques de l'impulsion d'entrée suivante : $a = 0.05$, $P_0 = 1W$, $r = 1$ et $T_0 = 40ps$	17

1.12	Configuration de génération d'une impulsion d'Airy à partir d'une impulsion Gaussienne.	18
1.13	Illustration du phénomène d'inversion asymétrique pour $\beta_2\beta_3 < 0$ [12].	19
1.14	Illustration du phénomène d'inversion asymétrique des impulsions d'Airy tronquées pour la condition $\beta_2C < 0$ [37].	20
2.1	Organigramme de la méthode de Fourier à pas divisés	35
3.1	Profil d'amplitude des l'impulsions d'Airy symétriques non chirpées avec $a = 0.05$, $T_B = 12$ et $c = 0$ pour différentes distances de propagation.	39
3.2	Profil d'amplitude des l'impulsions d'Airy symétriques chirpées avec $a = 0.05$, $T_B = 12$ et $c = 0.14$ pour différentes distances de propagation.	40
3.3	(a) Variation des positions de collision en fonction du paramètre de chirp avec $T_B = 12$. (b) variations des positions de focalisation en fonction de la position du lobe primaire avec $c=0.14$	41
3.4	Profils d'intensité et de phase des l'impulsions d'Airy symétriques non chirpées (a et c) et chirpées (b et d) pour $a = 0.05$, $T_B = 12$ et $c = 0.14$	42
3.5	Influence du chirp sur l'évolution des l'impulsions d'Airy symétriques. (a) $c=0.1$, (b) $c = 0.2$, (c) $c = 0.3$, (d) $c=-0.1$ pour $a = 0.05$, $T_B = 12$ et $c = 0.14$	43
3.6	Influence de la position de la lobe primaire sur la dynamique des l'impulsions d'Airy symétriques non chirpées (colonne gauche) et chirpées (colonne droite). (a) et (d) $T_B = 5$; (b) et (e) $T_B = 10$; (c) et (f) $T_B = 15$ pour pour $a = 0.05$ et $c = 0.14$	44
3.7	Influence du coefficient de troncature sur l'évolution des l'impulsions d'Airy symétriques.(a) $a =0.01$, (b) $a = 0.1$, (c) $a = 0.15$ et (d) $a =0.2$ pour $T_B = 12$ et $c = 0.14$	45
3.8	Évolution des l'impulsions Airy symétriques possédant un chirp supérieur au chirp critique. Les figures a, b, c, d, e et f ont pour valeur du paramètre N respectivement 0, 0.4, 0.8, 1.0, 2.5 et 3 avec $a = 0.05$, $T_B = 12$ et $c = 0.2$	47

Liste des abréviations

FTTB : Fiber To The Building
FTTC : Fiber To The Curb
FTTH : Fiber To The Home
FWHM : Full Width at Half Maximum
GVD : Group Velocity Dispersion
MMF : Multi Mode Fiber
NLSE : Nonlinear Schrödinger Equation
ON : Ouverture Numérique
SMF : Single Mode Fiber
SSFM : Split Step Fourier Method
TIR : Total Internal Reflexion

Introduction générale

Depuis l'invention du laser en 1960 par Théodor H. Maiman [1], le champ de recherche de l'optique et en particulier l'optique nonlinéaire a connu un essor remarquable ces dernières décennies. Une source laser délivre des impulsions optiques stables, cohérentes et ultra-courtes jusqu'à l'ordre du femto-seconde. Ces impulsions ultra-courtes occupent spatialement de très petites distances et se propagent à de très grandes vitesses. Elles possèdent également une grande largeur spectrale qui peut se déduire du domaine temporelle par l'intermédiaire de la transformée de Fourier. En raison de leur forte intensité, l'utilisation de ces impulsions offre la possibilité d'exploiter l'intégralité de la nonlinéarité des matériaux pour le développement des dispositifs tout optique afin de réaliser les fonctions telles que la modulation et la commutation. Vu les propriétés dont exhibent ces impulsions optiques, les sources lasers sont de nos jours très appropriées dans la technologie de télécommunication, de détection et les applications médicales. Cependant, les lasers ont la capacité de concentrer la lumière sur de très faibles surface et l'interaction de cette lumière avec la matière conduit des phénomènes dites nonlinéaires. En effet, lorsque que la lumière est injectée dans un milieu avec une certaine fréquence, il peut arriver que la réponse ne soit pas proportionnelle à l'excitation : on dit que le milieu est nonlinéaire. L'un des effets nonlinéaires bien connu en optique est l'effet Kerr [2] qui se manifeste par la variation de l'indice de réfraction du milieu en fonction de l'intensité du champs optique excitateur. Autre fois les dispositifs de transmission des signaux utilisèrent des équipements électroniques, mais ces derniers augmentent le bruit et favorisent la distorsion du signal. D'où la nécessité d'employer des dispositifs tout-optiques afin de maintenir les signaux dans le domaine optique le plus longtemps possible.

La mise au point de la fibre optique en 1970 [3] a ainsi permis de rendre utile les propriétés non linéaires dans la fibre optique et optimiser le phénomène de propagation par fibre optique. En effet, la fibre optique est un guide d'onde dispersif plus ou moins nonlinéaire dont les pro-

priétés de nonlinéarité peuvent être améliorées par dopage. Ainsi, les effets de dispersion et de nonlinéarité peuvent servir à focaliser la lumière. C'est dans cette perspective que le soliton optique résultant d'un état d'équilibre parfait entre les effets de dispersion et de nonlinéarité a été découverte en 1973 par Hasegawa et Tappert [4] et a été mis en œuvre expérimentalement en 1980 par Mallenauer [5]. Cette découverte a ainsi révolutionné la technologie de télécommunication.

Les impulsions optiques conventionnelles ont aussi des limitations physiques inhérentes qui rendent difficile leur traitement dans le domaine optique. Ces limitations ont amené les chercheurs à mettre sur pied une nouvelle topologie d'impulsions optiques non conventionnelles que sont les impulsions d'Airy.

Les impulsions d'Airy possèdent les propriétés spectaculaires. Elles sont dotées des caractéristiques d'auto-accélération ou d'auto-décélération [6] qui se manifestent par un changement de vitesse du pic d'intensité devant le pic principal. Elles sont également dotées d'une énergie infinie et sont capables de se reconstruire par le mécanisme de redistribution de l'énergie [7] suite aux collisions. Il a également été démontré que les faisceaux d'Airy peuvent se propager dans un espace dispersif ou libre [8]. Les faisceaux d'Airy sont à l'origine de plusieurs applications. Les faisceaux d'Airy spatialement tronqués ont été appliqués pour la création des canaux de plasmas incurvés [9]. Ces derniers peuvent également servir pour micromanipulation optique des particules [10] ainsi qu'au routage optique [11].

Les études théoriques et numériques approfondies ont été réalisées sur la dynamique linéaire et nonlinéaire des impulsions d'Airy en présence de la dispersion du second ordre et/ou la dispersion du troisième ordre avec ou sans la nonlinéarité Kerr [12]. La génération du super continuum avec les impulsions d'Airy femto-seconde dans un cristal photonique [13] ont été étudié expérimentalement et numériquement. Par ailleurs, la modulation de phase quadratique [14] et l'interaction avec les solitons [15] ont également été étudiées.

Dans la pratique, les impulsions émises par les sources laser sont souvent chirpées. C'est ainsi qu'il a été démontré que le chirp de fréquence peut significativement influencer l'auto-focalisation du laser [16] et peut également servir pour le contrôle du super continuum [17]. Très récemment il a été montré qu'à partir des impulsions d'Airy chirpées, il est possible de générer deux régions focales sur l'axe de propagation après l'action d'une lentille de focalisation [18]. C'est dans cette perspective que les travaux de Zang [19] ont permis de mettre en évidence

l'influence du chirp en présence de la dispersion anormale de la vitesse de groupe dans le processus de compression des impulsions et la génération d'un foyer de focalisation sur l'axe de propagation.

C'est ainsi dans cette toile de fond que nous proposons d'étudier analytiquement et numériquement la dynamique des impulsions d'Airy symétriques initialement chirpées dans une fibre optique. Le but de ce travail est d'améliorer l'effet de focalisation des impulsions d'Airy dans la fibre optique en générant le second foyer de collision sur l'axe de propagation. La question qui se pose est la suivante : quels sont les paramètres de contrôle de l'impulsion d'une part et quelles sont les caractéristiques de guide d'onde d'autre part nécessaires pour la génération de ce second foyer de focalisation sur l'axe de propagation ? La réponse à cette fera l'objet principal de notre travail.

La modélisation de la propagation de ces impulsions se fera au moyen d'une équation de type Schrödinger non-linéaire et les solutions de cette équation seront recherchées par des techniques analytiques et la méthode de Fourier à pas divisés.

Pour ce faire, notre mémoire sera articulé autour de quatre chapitres. Le premier chapitre sera dédié à la revue de la littérature sur les impulsions d'Airy et sur la fibre optique. Quant au deuxième chapitre, il sera question de construire le modèle permettant d'étudier la dynamique de ces impulsions dans la fibre optique, la méthodologie employée y sera également présentée. Le troisième chapitre sera consacré aux interprétations et discussions des résultats obtenus des analyses numériques et analytiques de l'équation de propagation. Le dernier chapitre sera réservé aux implications pédagogiques de ce travail sur notre système éducatif et nous terminerons par une conclusion générale et les perspectives.

REVUE DE LA LITTÉRATURE

Introduction

Afin de bien mener notre étude le long de ce chapitre, nous présentons les différents concepts qui entrent en jeu dans la propagation des impulsions dans une fibre optique. De ce fait, à la section **1.1** nous présentons les généralités sur la fibres optique, qui est le support de transmission des impulsions étudiées. À la section **1.2** nous présentons un aperçu sur les différents types d'impulsions optiques, en nous focalisant particulièrement sur les impulsions d'Airy qui font l'objet de notre étude. Nous terminerons ce chapitre par la section **1.3** où nous avons indiqué la motivation sous-tendant ce travail.

1.1 Généralités sur la fibre optique

De nos jours, la fibre optique s'avère être un outil indispensable pour toute les applications utilisant le processus de transmission par voie optique via les sources lasers.

Aujourd'hui, quatre vingt pour-cent du trafic mondial longue distance se fait par fibre optique. En effet, par rapport aux câbles coaxiaux, la fibre permet la transmission des données sur de très grande distance et surtout à de très haut débit de l'ordre de 3000Gb/s sur une distance d'environ 7000 kilomètres. En outre, la fibre optique s'est également révélée comme un outil de choix dans le domaine des capteurs, du fait de sa sensibilité aux rayons électromagnétiques.

Les avantages de la fibre optique sont nombreuses : elle est moins encombrante, très souple, et peut être utilisée dans les milieux (haute température, haute tension et même dans un milieu où règne le rayonnement nucléaire).

En ce qui concerne l'historique de la fibre optique, c'est depuis la première moitié du 20^{ème} siècle qu'elle intéresse les chercheurs. Mais cependant, elle est resté longtemps moins utilisée à cause de la qualité pas vraiment satisfaisante. Mais durant les trois dernières décennies, la demande a été grandissante à cause de son perfectionnement permettant d'atteindre de très haut débit, mais surtout de la baisse des coût par les fabricants tel que FTTH (Fiber To The

Home), FTTB (Fiber To The Building), FTTC (Fiber To The Curb).

1.1.1 Description de la fibre optique

La fibre optique est un guide d'onde fabriqué à partir d'un matériau diélectrique (qui ne conduit pas le courant) . Elle a la structure d'un file cylindrique en plastique ou en verre. Elle est constituée de deux milieux d'indice de réfraction (rapport entre la vitesse de la lumière dans le vide et dans le milieu) différent. Cette différence d'indice de réfraction permet de piéger la lumière à l'intérieur de la fibre par le phénomène de réflexion totale interne (TIR : Total Internal reflexion). Le milieu d'indice le plus élevé est le coeur, il est fait à base silice (S_iO_2) et parfois dopé au germanium ou au phosphore, ce qui permet d'augmenter l'indice de réfraction. Tandis que milieu de basse indice est la gaine fait également à base de la silice, il est généralement dopé au bore ou au Fluor, ce qui permet de diminuer l'indice de réfraction de la gaine. Le dopage au bore a également permet non seulement de lutter contre la dévitrification, mais permet également d'améliorer la résistance du verre. La gaine est elle même recouverte d'une couche protectrice, généralement en polymère. Cette dernier joue un rôle double : protéger mécaniquement la fibre et permet de piéger la lumière indésirable. Le choix de la silice comme matériau de base de la fibre optique se justifie par ses diverses propriétés notamment, la transparence optique, la résistance mécanique et les faibles pertes. S'agissant du dopage, en plus de diminuer ou augmenter l'indice de réfraction, il joue également un rôle important, celui d'augmenter la non-linéarité dans la fibre. La figure (Figure 1.1) ci-dessous présente la structure d'une fibre optique.

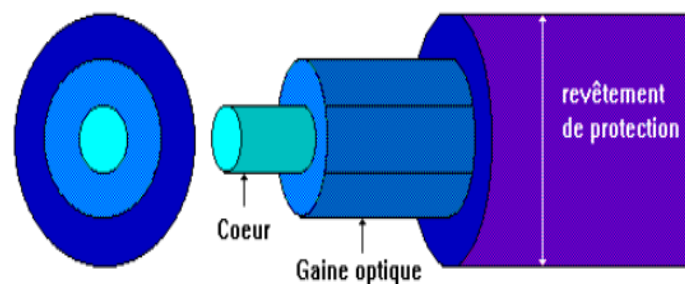


FIGURE 1.1 – Structure d'une fibre optique [20]

1.1.2 Types de fibres optiques

La propagation d'une onde dans un guide électromagnétique fait appel à la notion de modes (chemins) de propagation. Cette propagation dépend non seulement des paramètres intrinsèques, mais également des paramètres géométriques du guide d'onde. Ainsi, en ce qui concerne la classification des fibres optiques, si on tient en compte la fréquence normalisée V définie par :

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (1.1)$$

Où la quantité notée $ON = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ est appelée ouverture numérique, permettant ainsi de définir l'angle maximale d'injection des faisceaux pouvant être guidés dans la fibre. Les paramètres λ, a, n_1, n_2 désignent respectivement la longueur d'onde de la lumière, le diamètre du coeur de la fibre, l'indice de réfraction du coeur et l'indice de la gaine. Les fibres optiques sont classifiées en deux types : les fibres optiques mono modes (SMF : Single Mode Fiber) et les fibres optiques multimodes (MMF : MultiMode Fiber).

– Fibres optiques mono modes

Les fibres optiques mono-modes sont caractérisées par une fréquence de coupure normalisée V telle que $1.5 \leq V \leq 2.4$, avec un diamètre du coeur d'environ 10 micromètres. Elles assurent un bon guidage de la lumière et empêchent les réflexions abusives pendant transmission. Ce type de fibre est beaucoup utilisé pour la transmission rapide sur de longues distances [20].

Une autre caractéristique essentielle des fibres optiques mono-mode est : l'affaiblissement (dB) par unité de longueur (Km) qui est fonction de la longueur d'onde du signal. Elle varie d'environ 0.36dB/Km pour 1300 nm à 0,2dB/km pour 1550 nm.

– Fibres optiques multi-modes

Les fibres multi-modes sont caractérisées par une fréquence de coupure normalisée supérieure à 2.405 et possèdent un diamètre du coeur important de l'ordre de 50 à 85 microns. Un gros diamètre de la fibre ne favorise pas la propagation de la lumière, car le phénomène de dispersion est plus accentué par rapport aux fibres mono-modes.

Plusieurs modes (chemins optiques) de propagation sont possibles dans ce type de fibre optique. Selon les différents chemins empruntés par les faisceaux lumineux dans la fibre, il peut arriver que ces derniers émergent à des instants différents. Ce qui entraîne une forte dispersion du signal : c'est la dispersion modale.

Il existe également une autre classification des fibres optiques. Cette classification est basée sur la forme du profil de l'indice de réfraction entre le coeur de la fibre et la gaine. Ainsi, on distingue les fibres à gradient d'indice et les fibres à saut d'indice.

– **Fibre optique à saut d'indice**

Ce type de fibre optique est caractérisée par un profil d'indice de réfraction qui reste constant dans tout le coeur de la fibre, cependant à l'interface du coeur et de la gaine, le profil d'indice connaît une brusque variation, donc un saut d'indice dans la gaine. La figure(1.2) ci-dessous illustre cette brusque variation d'indice de réfraction dans une fibre multi-mode.

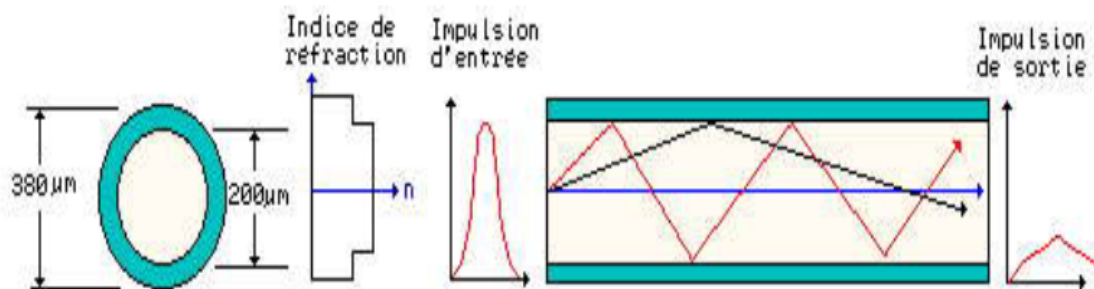


FIGURE 1.2 – Fibre optique multi-modes à saut d'indice [20]

L'avantage de ce type de fibre optique est que cette dernière est facile à mettre en oeuvre et le coût de réalisation est moins élevé. Cependant, la propagation de la lumière dans une fibre à saut d'indice s'accompagne des pertes considérables entraînant ainsi la distorsion du signal.

– **Fibre optique à gradient d'indice**

Dans une fibre à gradient d'indice, l'indice de réfraction n'est pas constant dans le coeur, bien au contraire, il décroît de façon graduelle du coeur vers la surface de séparation entre le coeur et la gaine. La figure(1.3) ci-après donne un aperçu sur le mode de propagation de la lumière dans ce type de fibre optique.

S'agissant des avantages de fibre à gradient d'indice, elle possède une bande passante élevée, permettant une bonne transmission. Cependant, elle est difficile à mettre en oeuvre et par conséquent son coût de réalisation est élevé.

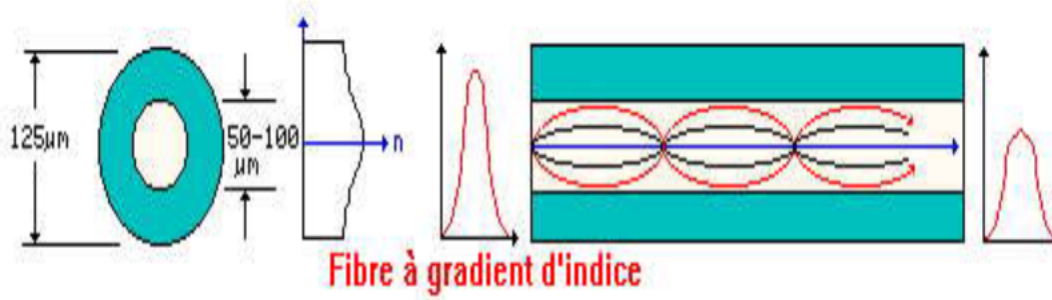


FIGURE 1.3 – Fibre optique multi-modes à gradient d'indice [20]

1.1.3 Atténuation dans la fibre optique

Pendant plusieurs années, le facteur limitant à l'utilisation des fibres optiques a été les pertes considérables au sein de ces fibres. Cependant depuis les premières fabrications des fibres optiques ayant un coefficient d'atténuation d'environ 20dB/Km en 1970 par Corning Glass Work [21], des progrès ont été accompli de façon à réduire cet effet limitatif. Les principales causes de l'atténuation sont :

- **La diffusion Rayleigh**

En effet, lorsqu'une onde électromagnétique se propage dans un milieu diélectrique tel la fibre optique, on assiste à une interaction entre le champ optique et le nuage électrique des molécules de silice constituant la fibre, ce qui provoque une absorption partielle de l'énergie du champs électromagnétique. Cette énergie sera transmise sous forme de rayonnement. Cependant, l'onde diffusée dans le guide d'onde ne sera plus totalement piégée par réflexion totale interne, l'intensité globale du champs électromagnétique va ainsi diminuer.

- **L'absorption**

L'atténuation dans la fibre optique peut également provenir de l'absorption des rayonnements électromagnétiques excitateurs. Dans le cas particulier de la fibre en silice, on note une forte absorption intrinsèque dans l'ultraviolet et l'infra rouge. Mais également une absorption due aux impuretés injectées afin de modifier l'indice de réfraction du coeur pendant la fabrication.

De façon générale, les pertes sont exprimées en fonction du coefficient d'atténuation noté α reliant la puissance transmise à la sortie P_T et la puissance à l'entrée P_0 . Les pertes étant uniformément répartis le long de la fibre optique, l'atténuation sur une distance de

propagation L est donnée par [20] :

$$P_T = P_0 \exp(-\alpha L) \quad (1.2)$$

Dans certains ouvrages, on préfère exprimer ce coefficient d'atténuation sous l'échelle logarithmique telle que :

$$\alpha_{dB} = -\frac{10}{L} \log \left(\frac{P_T}{P_0} \right) \quad (1.3)$$

1.1.4 Notion de dispersion dans la fibre optique

Le phénomène de dispersion est un effet linéaire qui se manifeste dans la fibre optique par l'étalement l'onde pendant la propagation. Cet effet résulte de la variation de l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde de la lumière entraînant aussi à son tour la variation de la vitesse de l'onde. Les types de dispersions au sein de la fibre optique sont :

– La dispersion modale

En effet, pour une fibre optique pouvant soutenir plusieurs modes de propagation, la lumière qui s'y propage emprunte plusieurs chemins avec des vitesses différentes et parvient à la sortie de la fibre à des instants différents. Ce qui entraîne ainsi une dispersion qui sera qualifiée de dispersion modale.

– La dispersion chromatique

La contribution majeure au phénomène de dispersion au sein de la fibre optique provient de la dépendance de la réponse du milieu en fonction de la fréquence d'excitation de l'onde lumineuse. La dispersion chromatique est due à l'interaction de la lumière avec les électrons liés du milieu de propagation. Dans le cas d'une fibre optique en silice, la réponse du milieu dépend de la fréquence optique. Ainsi, l'équation de Sellmier [22] permet d'exprimer l'indice de réfraction en fonction des pulsations de résonances.

$$n^2(w) = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_j w_j^2}{w_j^2 - w^2} \quad (1.4)$$

Où les B_j et w_j sont respectivement les coefficient de résonance et les fréquences de résonance. De façon générale, les effets de dispersion globale peuvent être exprimées sous différent ordre au moyen d'un développement limité autour de la fréquence centrale w_0 de la constante de propagation $\beta(w) = \frac{n}{c}w$. Il vient alors que :

$$\beta(w) = \beta_0 + \beta_1(w - w_0) + \frac{1}{2}\beta_2(w - w_0)^2 + \dots + \frac{\beta_k}{k!}(w - w_0)^k \quad (1.5)$$

La quantité β_1 est équivalent à l'inverse de la vitesse de groupe et se met sous la forme suivante :

$$\beta_1 = \frac{1}{V_g} = \frac{1}{c} \left(n + w \frac{\partial n}{\partial w} \right) \quad (1.6)$$

Par ailleurs, la quantité β_2 est appelée dispersion de la vitesse de groupe (GVD : Group Velocity Dispersion) est exprimée par la relation :

$$\beta_2 = \frac{\partial \beta_1}{\partial w} = \frac{1}{c} \left(2 \frac{\partial n}{\partial w} + w \frac{\partial^2 n}{\partial w^2} \right) \quad (1.7)$$

Selon le signe du paramètre de dispersion de vitesse de groupe β_2 , on distingue deux régimes de dispersion dans la fibre optique. Lorsque $\beta_2 > 0$, on remarque que les hautes fréquences se déplacent plus lentement que les basses fréquences, on parle alors de dispersion normale. Tandis que lorsque le paramètre $\beta_2 < 0$, on remarque que les basses fréquences se déplacent plus lentement que les hautes fréquences, on parle de dispersion anormale.

1.2 Les types d'impulsions optiques

Les impulsions optiques produites par les sources laser peuvent être classées en deux groupes suivant la forme de leur enveloppe. On distingue ainsi les impulsions symétriques et les impulsions asymétriques.

1.2.1 Les impulsions optiques symétriques

Elles sont caractérisées soit par le paramètre T_0 correspondant à la demi-largeur obtenue au point d'intensité maximale $1/e$, soit par le paramètre T_{FWHM} (FWHM : Full Width at Half Maximun) correspondant à la largeur totale à mi-hauteur d'amplitude. On distingue :

– Impulsions Gaussiennes

La forme de leur enveloppe est donnée par :

$$U(T, z = 0) = \sqrt{P_0} \exp \left(-\frac{T^2}{2T_0^2} \right) \quad (1.8)$$

P_0 étant la puissance crête à crête. Pour une impulsion Gaussienne, on a $T_{FWHM} = 2\sqrt{\ln 2} T_0$.

La figure (1.4) ci-dessous illustre le profil de puissance d'une impulsion Gaussienne pour une puissance $P_0 = 5W$ et $T_0 = 1.5ps$

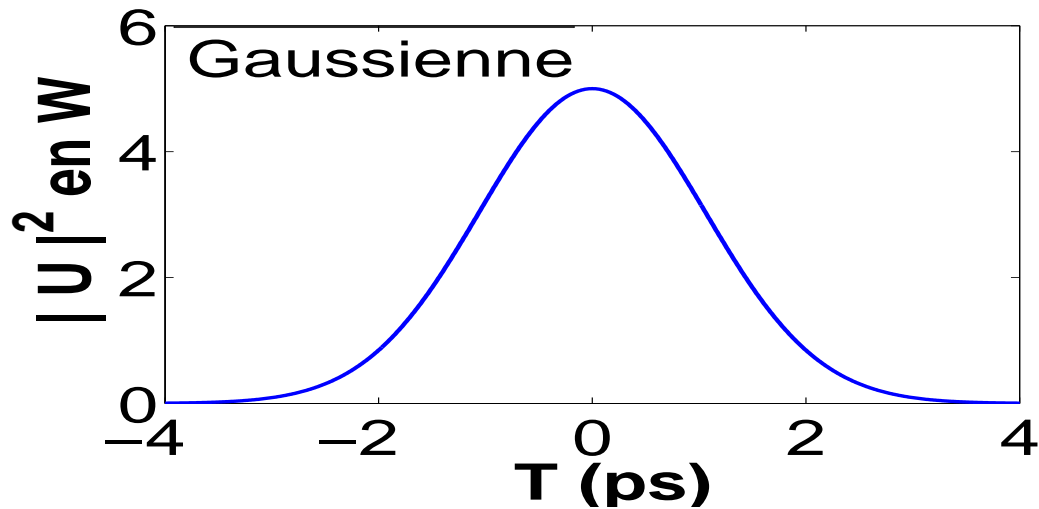


FIGURE 1.4 – profil de puissance d’une impulsion Gaussienne de puissance $P_0 = 5W$ et de paramètre $T_0 = 1.5ps$

– Impulsions Super-Gaussiennes

Leur enveloppe se met sous la forme suivante :

$$U(T, z = 0) = \sqrt{P_0} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m}\right) \quad (1.9)$$

Où m est un entier naturel non nul, P_0 étant la puissance crête à crête. Une telle impulsion admet pour largeur totale à mi-hauteur d’amplitude $T_{FWHM} = 2^m \sqrt{\ln 2} T_0$. Le profil de puissance d’une impulsion Super Gaussienne ayant pour valeur du paramètre $m = 3$ est donnée à la figure (1.5) ci-dessous.

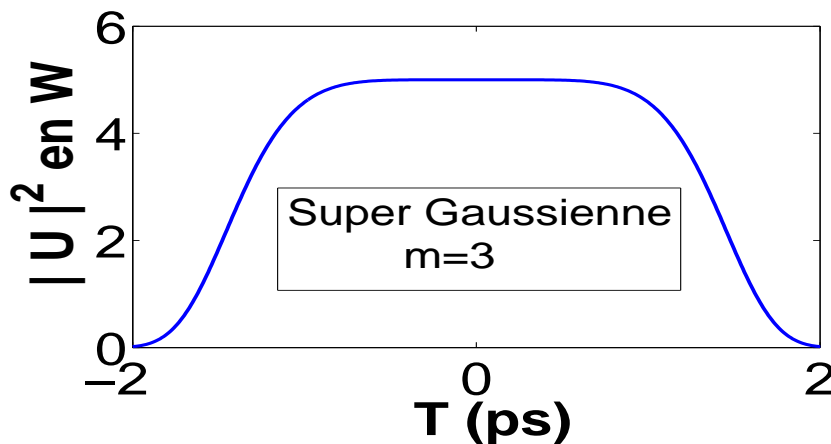


FIGURE 1.5 – profil de puissance d’une impulsion Super Gaussienne de puissance $P_0 = 5W$ et de paramètre $T_0 = 1.5ps$

– Impulsion Sécante hyperbolique

Elles sont généralement les solutions de type solitons de certaines équations aux dérivées partielles non-linéaires, en particulier dans la fibre optique pour un régime de dispersion anormale et en présence de la non-linéarité. La forme de son enveloppe est donnée par :

$$U(T, z = 0) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech} \left(\frac{T}{T_0} \right) \quad (1.10)$$

Pour une sécante hyperbolique, le paramètre $T_{FWHM} = 2 \ln 2 (1 + \sqrt{2}) T_0$.

Le profil d'une impulsion sécante hyperbolique possédant une puissance de 5W et $T_0 = 1.5ps$ se présente de la forme suivante (figure 1.6) :

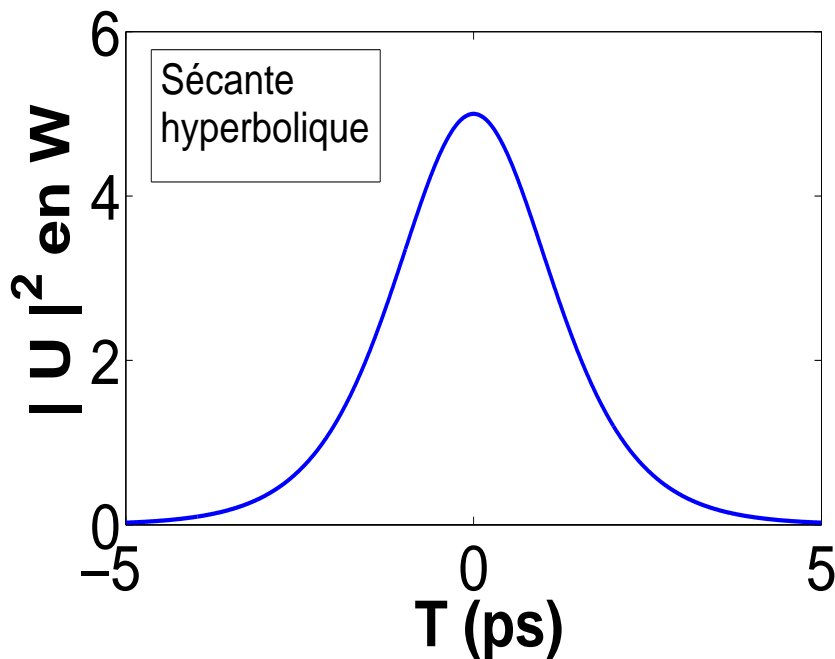


FIGURE 1.6 – profil de puissance d'une impulsion Sécante hyperbolique de puissance $P_0 = 5W$ et de paramètre $T_0 = 1.5ps$

– Impulsion cosinus surélevé (Raised-cosine)

Une telle impulsion ayant une puissance $P_0 = 5W$ et un temps caractéristiques $T_0 = 1.5ps$ admet pour $T_{FWHM} = 2T_0$. La forme de son enveloppe s'écrit :

$$U(T, z = 0) = \frac{\sqrt{P_0}}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{\pi T}{T_0} \right) \right) \quad (1.11)$$

La figure (1.7) ci-dessous illustre le profil de l'enveloppe d'une impulsion de type cosinus surélevé

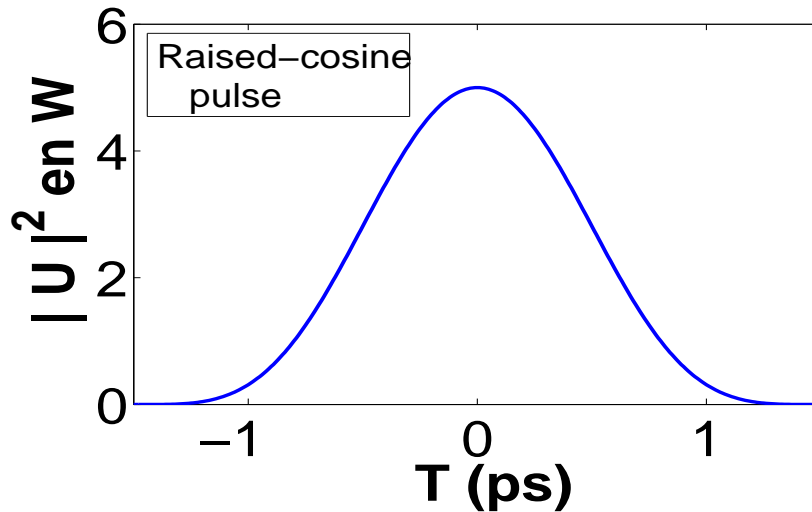


FIGURE 1.7 – profil de puissance d’une impulsion cosinus surélevé de puissance $P_0 = 5W$ et de paramètre $T_0 = 1.5ps$

Cependant d’autres impulsions optiques présentent une certaine asymétrie, c’est le cas des impulsions d’Airy. Leur étude fera l’objet du paragraphe suivant.

1.2.2 Les impulsions optiques asymétriques : impulsion d’Airy

Le terme faisceau « Airy » fut employé pour la première fois au 19^{ème} siècle par Georges Biddell Airy lorsqu’il fournit des explications aux caustiques (limite au-delà de laquelle il n’y a plus propagation de faisceau lumineux). Mais surtout sur ses travaux sur le thème « on the diffraction of an object-glass with circular aperture » où il est consigné que la figure de diffraction issue d’un trou circulaire de dimension finie produite par une source de lumière ponctuelle éloignée à l’infinie reste invariante et présente des lobes concentriques brillantes et sombres successivement alternées. C’est alors en 1979 que Michaël Berry et Nándor Balazs constatèrent que certains paquets d’ondes étaient solution de l’équation de Schrödinger dans le cas des particules libres [23] : ces derniers avaient été alors qualifiés de paquet d’Airy. De leur découverte, il fut constaté que non seulement ce paquet d’onde restait-il invariant dans le temps, mais manifestait une étrange accélération transverse et ce sans qu’une force extérieure ne soit appliquée au système. La forme de la solution trouvée présentait une succession de maxima et de minima d’intensité.

Il a fallu attendre 2007 pour observer en une et en deux dimensions de la première réalisation

expérimentale des faisceaux d'Airy [24], ceci par Siviloglou et Christodoulide, tous chercheurs à l'université de Floride. Ainsi, un faisceau d'Airy sous forme de vague non-diffractante à l'apparence de tourner quand il se propage. En effet, dans l'approximation paraxiale, l'enveloppe du champ électrique d'un paquet d'onde d'Airy en une dimension [25] s'écrit :

$$\Phi(s, \xi) = Ai \left[s - \left(\frac{\xi}{2} \right)^2 \right] \exp \left[i \frac{s\xi}{2} - i \left(\frac{\xi^3}{12} \right) \right] \quad (1.12)$$

Où $s = x/x_0$ est une coordonnée transverse normalisée, $\xi = z/k x_0^2$ est la distance de propagation non linéaire normalisée avec $k = 2\pi/\lambda_0$ et $Ai(t)$ est la fonction d'Airy de première espèce définie par :

$$Ai(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left(i \frac{u^3}{3} + iut \right) du \quad (1.13)$$

Le terme $\left(\frac{\xi}{2} \right)$ dans l'argument de l'enveloppe d'Airy indique une trajectoire parabolique de ces faisceaux. La seconde partie dans l'exponentielle donne une phase variante cubiquement.

Les faisceaux d'Airy théoriques requièrent une énergie infinie, cependant de tels faisceaux avec une énergie infinie ne sont pas physiquement réalisable. C'est pour cette raison que l'expression théorique de l'enveloppe d'un champ optique sous forme d'onde d'Airy tient compte du coefficient de troncature, lequel coefficient représentant la largeur de l'ouverture du dispositif qui génère le faisceau. La figure ci-dessous illustre les trajectoires des faisceaux d'Airy théoriques (figure 1.8a) et les faisceaux d'Airy tronqués (figure 1.8b) avec un coefficient de troncature $a = 0,05$.

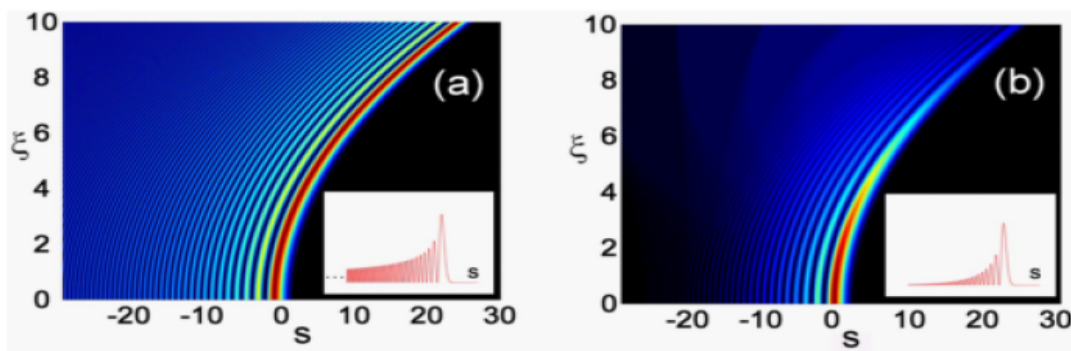


FIGURE 1.8 – (a) trajectoire des faisceaux d'Airy théoriques et profil transverse d'intensité d'entrée correspondant, (b) trajectoire des faisceaux d'Airy expérimentales et le profil transverse d'intensité d'entrée correspondant [26].

Ces faisceaux d'Airy agissent dans l'espace et leur propriété d'auto-accélération se manifeste par un changement de direction suivant une trajectoire curviligne. Une autre propriété les plus spectaculaire des ces faisceaux est la capacité d'auto-reconstruction pendant la propagation si l'on venait à obstruer une partie du faisceau, cette propriété est illustrée sur la figure suivante.

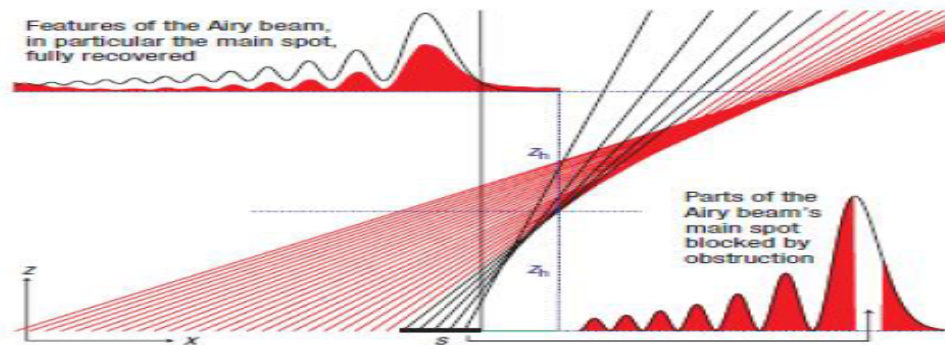


FIGURE 1.9 – Schéma de reconstruction d'un faisceau d'Airy par une superposition de rayons suivant une caustique parabolique. La partie en rouge illustre le profil d'intensité de faisceaux partiellement obstrués, tandis que la ligne noire montre le profil d'intensité d'un faisceau n'ayant pas été obstrué [27].

Cependant, leurs homologues temporelles agissent dans le temps et la propriété d'auto accélération se manifeste par un changement de vitesse du pic d'intensité devant le pic principal. En effet dans la plupart des impulsions d'Airy correspondent à l'enveloppe du champ optique produite par une source laser. Par exemple une impulsion d'Airy à énergie finie dans l'approximation de l'enveloppe lentement variable du champ électromagnétique $A(z=0, T)$ [28] s'écrit :

$$A(z=0, T) = r\sqrt{P_0}Ai\left(\frac{T}{T_0}\right)\exp\left(a\frac{T}{T_0}\right) \quad (1.14)$$

P_0 étant la puissance maximale, T_0 la largeur temporelle de l'impulsion initiale, a représente le coefficient de troncature et r est le rapport qui permet d'atteindre la même puissance de crête avec les impulsions d'entrée habituelles. Le coefficient de troncature « a » prend des valeurs compris entre 0 et 1, permet ainsi de confiner l'énergie de l'impulsion d'Airy expérimentale contrairement aux impulsions d'Airy théoriques qui possèdent une énergie quasi infinie. Par ailleurs, la nature asymétrique des impulsions d'Airy ne permet pas de définir la largeur totale à mi-hauteur d'amplitude maximale de l'impulsion comme le cas des impulsions symétriques. Toute fois, on peut définir une largeur totale à mi-hauteur d'amplitude maximale pour le lobe principale (le pic d'intensité dominant) et ce dernier assure le même rôle que celle définie pour

les impulsions symétriques. La figure 2.10 suivante illustre le profil d'une impulsion d'Airy.

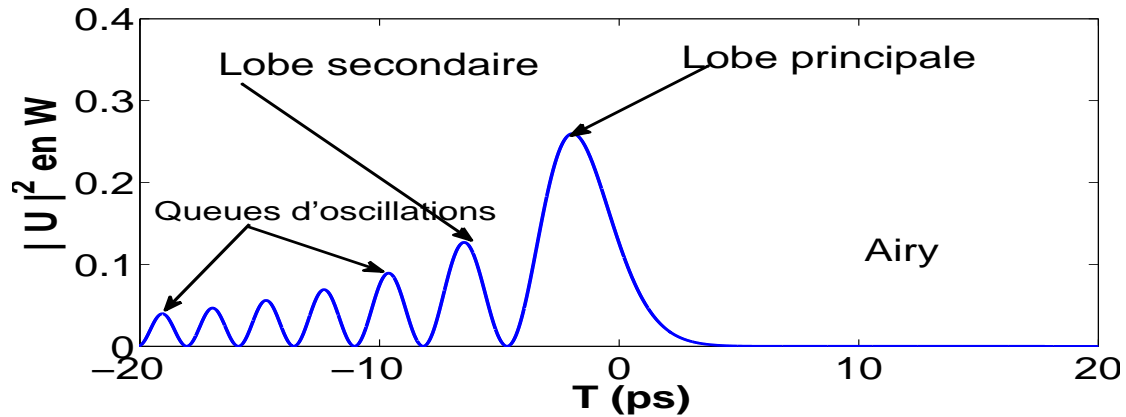


FIGURE 1.10 – Profil d'une impulsion d'Airy obtenu de l'équation (1.10) avec $a = 0.05$, $P_0 = 1W$, $r = 1$ et $T_0 = 40ps$.

1.2.3 Applications des impulsions d'Airy

Vu les propriétés précédentes dont exhibent les faisceaux d'Airy notamment, la régénération par le mécanisme de redistribution de l'énergie, la faible diffraction, la propriété des trajectoires curvilignes. Les faisceaux d'Airy donnent lieux à diverses applications, en particulier à l'ingénierie des faisceaux. Quelques applications de ces faisceaux sont :

- La micromanipulation optique des particule [29] : La propriété des trajectoires curviligne confère aux faisceaux d'Airy, la possibilité de réaliser la manipulation optique des particules telles que les pièges optiques des particules. Ces faisceaux peuvent également servir pour le nettoyage optique des solutions et le transfère des particules d'une section d'un échantillon à une autre.
- La filamentation [30, 31] : en effet, lorsqu'une impulsion de l'ordre du femto-seconde se propage dans un milieu non linéaire avec une puissance très élevée, le plus souvent l'effet de focalisation et la défocalisation sont en compétition. Par exemple dans un gaz, la défocalisation provient de la surabondance d'électrons qui résulte de la génération du plasma dans l'axe de propagation, dans les milieux condensés, le processus de défocalisation résulte de la dispersion de la vitesse de groupe. Dans les deux cas, l'impulsion se propage sous la limite de diffraction créant ainsi une zone très chaude que l'on appelle filament. Ce filament permet par effet non-linéaires la conversion de fréquence et une émission

co-propagative avec l'impulsion et de très large bande.

On distingue bien d'autres applications telle que la création des canaux de plasmas incurvés [32, 33], le routage totalement optique [34].

1.2.4 Méthodes de génération des impulsions d'Airy

De façon théorique, il a été démontré que lorsqu'on injecte une impulsion Gaussienne dans une fibre optique mono mode quasi-linéaire près de la longueur d'onde à dispersion nulle autour de $1.33\mu\text{m}$, lorsque la dispersion du troisième ordre devient plus importante que la dispersion de la vitesse de groupe, Alors le profil l'impulsion Gaussienne d'entrée qui se propage dans la fibre optique est transformé et se rapproche à celui d'une impulsion d'Airy [35]. La figure ci-dessous illustre le profil de l'impulsion d'Airy obtenu par ce mode de génération. Sur cette figure, on observe en vert (pointillés) la courbe représentant le profil de l'impulsion Gaussienne d'entrée tandis que la courbe en bleu correspond au profil de l'impulsion repéré à une distance quelconque de propagation à l'intérieur de la fibre.

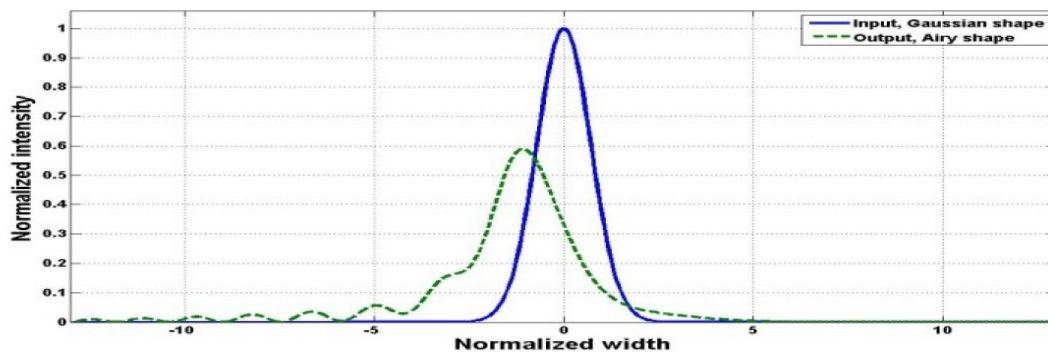


FIGURE 1.11 – Profils d'une impulsion Gaussienne et d'une impulsion d'Airy obtenu de celui de l'impulsion Gaussienne dans une fibre optique à dispersion anormale de vitesse de groupe et à dispersion de troisième ordre positive dominante. Avec pour caractéristiques de l'impulsion d'entrée suivante : $a = 0.05$, $P_0 = 1W$, $r = 1$ et $T_0 = 40ps$.

Pour générer expérimentalement les impulsions d'Airy temporelles, dans un premier temps on a généré une impulsion gaussienne à partir d'un oscillateur laser à verrouillage de mode Ti : Saphir fonctionnant à longueur d'onde centrale de 800 nm et à une fréquence centrale de répétition des impulsions de 80 MHz. En suite, on utilise un dispositif de mise en forme et à transformation limitée des impulsions commandé par ordinateur pour imposer une phase

spectrale cubique à ces impulsions Gaussiennes. Ce qui permet ainsi d'obtenir une impulsion d'Airy. La figure ci-dessous illustre ce principe de génération de l'impulsion d'Airy.

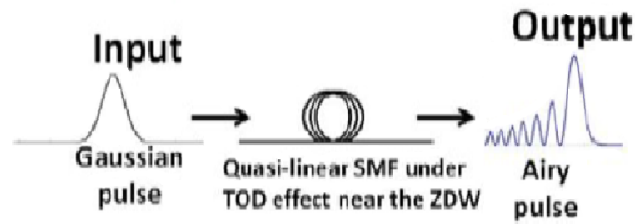


FIGURE 1.12 – Configuration de génération d'une impulsion d'Airy à partir d'une impulsion Gaussienne.

Cependant pour générer les faisceaux d'Airy, il suffit de prendre une distribution d'amplitude gaussienne et de lui imposer un changement de phase cubique et puis, d'en faire la transformée de Fourier à l'aide d'une lentille[36].

Une autre manière de moduler cubique de phase consiste à faire propager le faisceau gaussien dans un cristal non linéaire et par le processus de mélange à trois ondes, un poling qui suit une distribution non linéaire permet de moduler spatialement le coefficient de susceptibilité d'ordre deux ($\chi^{(2)}$) du cristal de manière cubique, et permet ainsi de générer un faisceau d'Airy à partir d'un faisceau gaussien [36].

La particularité qu'ont des impulsions d'Airy à réaliser des trajectoires curvilignes peut se combinée aux propriétés de la fibre optique durant la propagation pour réaliser le phénomène d'inversion asymétrique. phénomène pouvant servir à focaliser les impulsions pendant la propagation améliorant ainsi processus de transmission de données dans le télécommunication par exemple. Le paragraphe suivant sera consacré à la présentation de ce phénomène.

1.3 Inversion asymétrique des impulsions d'Airy dans la fibre optique

Ces derniers années, les chercheurs ont accordé beaucoup d'intérêts à la propagation des impulsions d'Airy au sein de la fibre optique. Il a été démontré que dans certaines conditions de propagation dans la fibre optique, les impulsions d'Airy conventionnelles peuvent réaliser une inversion de symétrie. Ce phénomène se traduit par une changement de direction des queues

d'oscillations vis à vis des lobes secondaires et du lobe principale. Dans cette situation, les queues d'oscillation oscillent dans une direction transverse opposé. On distingue deux configurations permettant de réaliser le phénomène d'inversion asymétrique dans la fibre optique.

1.3.1 Inversion asymétrique pour $\beta_2\beta_3 < 0$

En 2013, les travaux de R.Driben et al[12] d'une part et très récemment en 2018 les travaux Vincent Ketchawat [37] sur l'étude "la régénération de l'impulsion d'Airy dans une ligne de jonction de fibres optiques à profils de dispersion alternés" d'autre part ont été effectués. Il a ainsi été montré analytiquement et numériquement que lorsque le coefficient de dispersion du second ordre β_2 et le coefficient de dispersion du troisième ordre β_3 entrent en compétition dans la fibre optique, les impulsions d'Airy subissent une inversion asymétrique dans cette zone de compétition. La figure ci-dessous illustre ce phénomène.

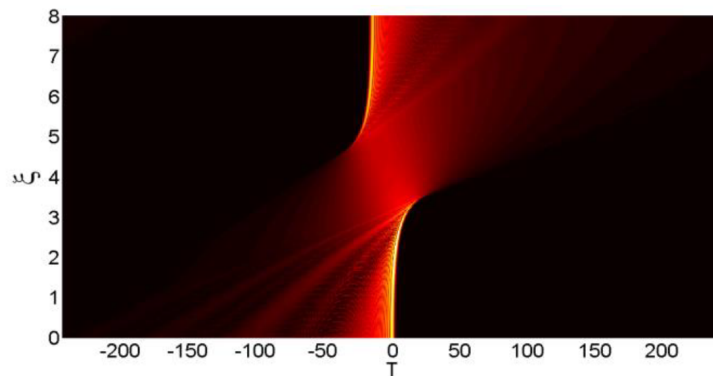


FIGURE 1.13 – Illustration du phénomène d'inversion asymétrique pour $\beta_2\beta_3 < 0$ [12] .

1.3.2 Inversion asymétrique pour $\beta_2C < 0$

Dans le même ordre d'idée que celle présentée ci-dessus, les travaux de L. Mandeng et C. Tchawoua [38] en 2014 sur le thème " Asymmetric inversion of Airy pulses induced by the interaction between the initial chirp and group-velocity dispersion in single mode fiber ont permis de montrer que les impulsions Airy chirpées positivement peuvent également subir le phénomène d'inversion asymétrique dans la zone de dispersion anormale au sein de la fibre optique. En 2015, un groupe de chercheurs Chinois conduit par Lifu Zhang sur le thème " Effect of initial frequency chirp on Airy pulse propagation in an optical fiber "[19] ont également étudiés ce phénomène dans les conditions $\beta_2C < 0$. Les graphes ci-dessus donne un aperçu de ce phénomène :

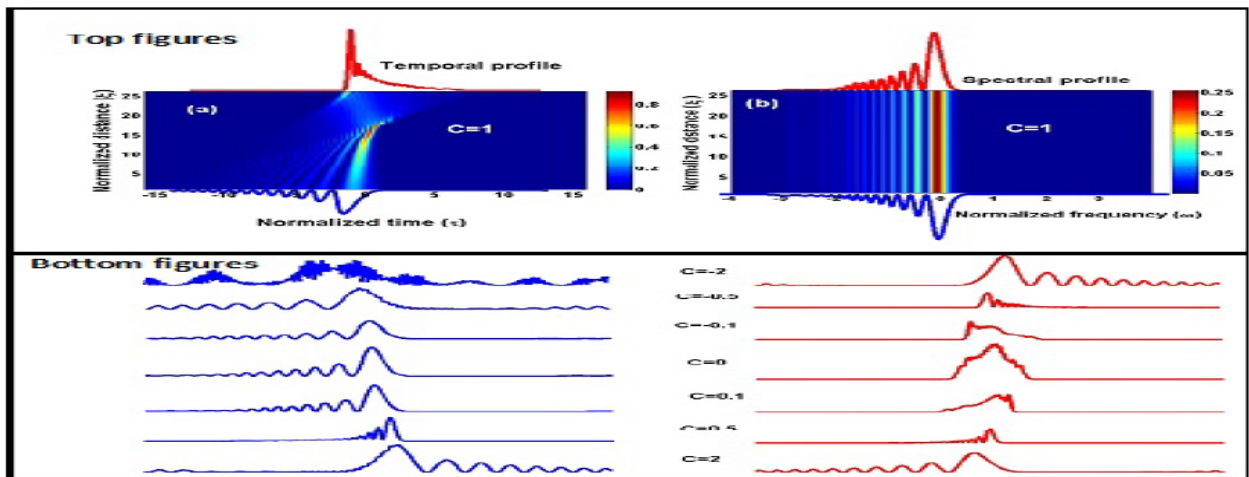


FIGURE 1.14 – Illustration du phénomène d’inversion asymétrique des impulsions d’Airy tronquées pour la condition $\beta_2 C < 0$ [37].

1.4 Motivation et problématique

Les différents travaux sur les impulsions d’Airy présentés ci-dessus nous ont permis de mettre en évidence les différentes propriétés qu’exhibent les impulsions d’Airy ainsi que leurs domaines d’applications. D’après les propriétés de ces impulsions asymétriques à pouvoir réaliser des trajectoires curvilignes d’une part, cela nous laisse penser qu’il serait évident de produire un foyer de focalisation en injectant initialement dans une fibre optique une impulsion d’Airy symétrique. D’autre part, nous avons vu que les impulsions d’Airy initialement chirpées positivement sont capables réaliser le phénomène d’inversion asymétrique dans une zone de dispersion anormale au cour de la propagation dans la fibre optique. Alors, la véritable question qui se pose est la suivante : est-il possible de générer un second foyer de focalisation sur l’axe de propagation par inversion asymétrique après le premier foyer de focalisation ?

Motivé par les recherches pionnières sur les impulsions d’Airy dans la fibre optique, nous nous sommes proposés d’étudier la dynamique des impulsions d’Airy symétriques initialement chirpées dans une fibre optique. Dans la suite de ce travail, nous nous intéresseront à ces impulsions non conventionnelles dotées du chirp de fréquence afin de répondre de trouver les éléments de réponse à la question ci-dessus.

Conclusion

Il était question pour nous dans ce chapitre introductif de présenter une revue de littérature sur les impulsions d'Airy et la fibre optique. Ainsi nous avons fait une description de la fibre optique et leurs propriétés y sont présentées. Nous avons aussi ressorti les domaines d'applications des fibres optiques et les phénomènes physiques rencontrés dans la fibre optique lors de l'interaction avec la lumière. Par ailleurs, nous avons également présenté les types d'impulsions optiques produites par les sources laser en ressortant leur particularité. Nous avons accordé une attention particulière sur la méthode de génération de ces impulsions et aux domaines d'applications. Les travaux sur les impulsions d'Airy dans la fibre optique sont également présentés. La motivation sous-tendant l'étude des impulsions d'Airy chirpées a été présenté au dernier paragraphe du chapitre. Dans le paragraphe qui suit, nous essayons de modéliser la dynamique des impulsions d'Airy symétriques initialement chirpées dans une fibre optique et nous décrivons les méthodes employées pour analyser l'équation de propagation découlant de cette modélisation.

MODÈLE ET MÉTHODES DE TRAITEMENT

Introduction

La fibre optique étant un milieu dispersif plus ou moins nonlinéaire, la dynamique des impulsions optiques dans la fibre obéit à une certaine équation de Schrödinger nonlinéaire(NLSE). Elle s'obtient par une combinaison des équations de Maxwell sous certaines approximations et hypothèses simplificatrices. Dans la suite de ce chapitre, nous établissons dans la section **2.1** l'équation mathématique qui modélise la dynamique de ces impulsions optiques dans une fibre. Quant à la section **2.2**, nous présentons le matériel utilisé pour l'explorer l'équation de la dynamique de notre système et enfin nous présentons à la section **2.3**, les méthodes employées pour détermination des solutions de l'équation de propagation des dites impulsions.

2.1 Modélisation de la dynamique des impulsions optiques dans une fibre optique : équation de Schrödinger non linéaire

Comme tout champ électromagnétique, les impulsions optiques obéissent aux équations de Maxwell [39] suivantes :

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\text{div} \vec{D} = \rho_{\text{libre}} \quad (2.3)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (2.4)$$

Où \vec{E} , \vec{H} , \vec{D} et \vec{B} sont respectivement le vecteur champs électrique, le vecteur champs magnétique, le vecteur déplacement électrique et le vecteur induction magnétique. En outre \vec{J} et ρ_{libre} sont les sources de champs et représente respectivement le vecteur densité de courant et densité de charge. Dans le cas particulier de la fibre optique en silice $\vec{J} = \vec{0}$ et $\rho_{\text{libre}} = 0$ car il s'agit d'un milieu diélectrique. Le vecteur déplacement et vecteur induction magnétique étant

définis respectivement par :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (2.5)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} \quad (2.6)$$

ε_0 et μ_0 représentent respectivement la permittivité et la perméabilité du vide. \vec{P} est le vecteur polarisation électrique et \vec{M} le vecteur aimantation. Cependant, la fibre optique étant un milieu non magnétique, alors le vecteur aimantation est évidemment nul.

En appliquant le vecteur rotationnel à l'équation (2.1) et tenant compte des relations (2.2), (2.5) et (2.6), il vient que :

$$\overrightarrow{\text{Rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (2.7)$$

Où nous avons considéré la relation $\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$. En faisant usage de la relation d'analyse vectorielle suivante :

$$\overrightarrow{\text{Rot}}(\overrightarrow{\text{Rot}} \vec{E}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} \quad (2.8)$$

L'équation (2.7) devient

$$\overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (2.9)$$

Par ailleurs, le vecteur déplacement électrique peut encore se mettre sous la forme :

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \quad (2.10)$$

En appliquant la divergence à l'équation (2.10) et en substituant dans (2.9), nous obtenons ainsi la relation suivante :

$$\overrightarrow{\text{grad}} \left(-\frac{1}{\varepsilon} \vec{E} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \varepsilon \right) - \Delta \vec{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (2.11)$$

En Considérons le milieu de propagation homogène et isotrope, cette dernière équation prend la forme suivante :

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (2.12)$$

L'exploitation de ce résultat nécessite la connaissance de la relation entre le vecteur champs électromagnétique \vec{E} et le vecteur polarisation \vec{P} . Pour la suite, nous décomposons le vecteur

polarisation en une composante linéaire $\vec{P}_L(\vec{r}, t)$ et en une composante non linéaire $\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t)$ tel que :

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \vec{P}_L(\vec{r}, t) + \vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) \quad (2.13)$$

Où la polarisation linéaire s'écrit :

$$P_L(r, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(1)}(t - t') E(r, t') dt' \quad (2.14)$$

$\chi^{(1)}$ étant la susceptibilité linéaire du premier ordre qui est un tenseur du second ordre.

Puisque les cristaux constituant silice possèdent une axe de symétrie, seule les susceptibilités d'ordre impaire vont subsister. C'est ainsi que dans l'expression de la polarisation non linéaire, nous prendrons en compte seule les effets de non linéarité du troisième ordre, lesquelles ont une contribution majeure induite par $\chi^{(3)}$. La polarisation non linéaire peut alors s'écrit alors :

$$P_{NL}(r, t) = \varepsilon_0 \int \int \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^{(3)}(t - t_1, t - t_2, t - t_3) : E(r, t_1) E(r, t_2) E(r, t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \quad (2.15)$$

La relation (2.12) prend ainsi la forme suivante :

$$\Delta \vec{E}(r, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(r, t)}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_L(r, t)}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}(r, t)}{\partial t^2} \quad (2.16)$$

Cette dernière équation est une équation non linéaire assez complexe. Pour la résoudre, nous procédons par la méthode des perturbations. Cette méthode n'est valable que pour des impulsions lumineuses de faibles intensités (de l'ordre de $10^{13} W/cm^2$). En effet, l'application d'une impulsion optique courte et de haute intensité sur une molécule perturbe sa structure électronique, conduit à une modification de la polarisabilité qui dépend de l'intensité, ou à un indice de réfraction qui dépend également de l'intensité de la lumière. Ainsi, plaçons nous dans le régime perturbatif, où le champ incident est largement inférieur au champ coulombien atomique et ne perturbe que faiblement les états atomiques. Ce ci étant dit, les effets de la polarisation linéaire dominant considérablement la contribution des effets de la polarisation non linéaire. Alors dans un premier temps, nous posons dans l'équation (2.16) $P_{NL}(\vec{r}, t) = \vec{0}$ et appliquons la transformée de Fourier, il vient que :

$$\Delta \tilde{E}(r, w) + \frac{w^2}{c^2} \tilde{E}(r, w) = -\mu_0 \varepsilon_0 w^2 \chi^{(1)} \tilde{E}(r, w) \quad (2.17)$$

Avec

$$\tilde{E}(r, w) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(r, t) \exp(iwt) dt \quad (2.18)$$

En posant :

$$\varepsilon(w) = 1 + \chi^{(1)}(w) \quad (2.19)$$

Nous obtenons ainsi une équation qui admet des solutions sous forme d'onde planes. Cette équation est appelée équation d'Helmholtz et s'écrit :

$$\Delta \tilde{E}(r, w) + \frac{w^2}{c^2} \varepsilon(w) \tilde{E}(r, w) = 0 \quad (2.20)$$

L'expression donnée par la relation (2.19) est la permittivité du milieu et est reliée à l'indice de réfraction du milieu par la relation :

$$\varepsilon(w) = \left(n(w) + \frac{i c \alpha(w)}{2w} \right)^2 \quad (2.21)$$

Où $n(w)$ et $\alpha(w)$ sont respectivement l'indice de réfraction et le coefficient d'absorption linéaire donnés par les relations suivantes :

$$n(w) = 1 + \frac{1}{2} \text{Re}(\chi^{(1)}(w)) \quad (2.22)$$

$$\alpha(w) = \frac{w}{nc} \text{Im}(\chi^{(1)}(w)) \quad (2.23)$$

La résolution de l'équation d'Helmholtz permet d'obtenir l'expression du champ optique et nous déduisons par la suite l'expression du vecteur polarisation linéaire. Ainsi, il vient que :

$$\vec{E}(r, t) = \frac{1}{2} \vec{x} (E(r, t) \exp(iwt) + cc) \quad (2.24)$$

$$\vec{P}_L(r, t) = \frac{1}{2} \vec{x} (P_L(r, t) \exp(iwt) + cc) \quad (2.25)$$

En écrivant le vecteur polarisation non linéaire comme une perturbation de la polarisation linéaire, nous avons :

$$\vec{P}_{NL}(r, t) = \frac{1}{2} \vec{x} (P_{NL}(r, t) \exp(iwt) + cc) \quad (2.26)$$

Où désigne \vec{x} la direction de polarisation et cc le complexe conjugué. Admettons que la réponse du milieu soit instantanée, alors la polarisation non linéaire peut se mettre sous la forme suivante :

$$\vec{P}_{NL}(r, t) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} : \vec{E}(r, t) \vec{E}(r, t) \vec{E}(r, t) \quad (2.27)$$

En tenant compte uniquement de la contribution de l'effet que Kerr optique dans la susceptibilité non linéaire et en négligeant les contributions des vibrations mécaniques et acoustiques

des molécules de la silice, la relation précédente prend la forme suivante :

$$\overrightarrow{P_{NL}}(r, t) \approx \varepsilon_0 \varepsilon_{NL} \overrightarrow{E}(r, t) \quad (2.28)$$

Où nous avons posé

$$\varepsilon_{NL} = \frac{3}{4} \chi^{(3)} \left| \overrightarrow{E}(r, t) \right|^2 \quad (2.29)$$

En prenant en compte des relations (2.25),(2.26),(2.28)et (2.28) que nous substituons dans (2.16) et en appliquant le transformée de Fourier, nous obtenons :

$$\Delta \tilde{E}(r, w - w_0) + \frac{w^2}{c^2} \varepsilon(w) \tilde{E}(r, w - w_0) = 0 \quad (2.30)$$

Avec

$$\tilde{E}(r, w - w_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(r, t) \exp(i(w - w_0)t) dt \quad (2.31)$$

Et la permittivité s'écrit :

$$\varepsilon(w) = 1 + \chi^{(1)}(w) + \varepsilon_{NL}(w) \quad (2.32)$$

La contribution de la non linéarité étant prise comme une perturbation, la relation entre la permittivité et l'indice de réfraction s'écrit exactement de la même forme que celle donnée (2.17) dans le traitement linéaire. Ainsi, il vient que :

$$\varepsilon(w) = \left(\tilde{n} + \frac{ic\tilde{\alpha}}{2w} \right)^2 \quad (2.33)$$

Avec l'indice de réfraction et le coefficient d'absorption totale sont donnés par :

$$\tilde{n} = n + n_2 |E(r, w)|^2 \quad (2.34)$$

$$\tilde{\alpha} = \alpha + \alpha_2 |E(r, w)|^2 \quad (2.35)$$

Dans ces dernières relation, n_2 et α_2 désigne respectivement l'indice de réfraction non linéaire et le coefficient d'absorption non linéaire. ce sont :

$$n_2 = \frac{3}{8n} R_e(\chi^{(3)}) \quad (2.36)$$

$$\alpha_2 = \frac{3w}{4nc} I_m(\chi^{(3)}) \quad (2.37)$$

Afin de résoudre l'équation de propagation donnée par la relation (2.30), nous procédons par une séparation des variables en tenant compte de la symétrie cylindrique du guide d'onde (fibre optique) employé. Ce qui nous permet ainsi d'écrire d'après [39] :

$$\tilde{E}(r, w - w_0) = F(\rho)\tilde{A}(z, w - w_0) \exp(im\phi) \exp(i\beta_0 z) \quad (2.38)$$

Où $F(\rho)$, $\tilde{A}(z, w - w_0)$, $m\phi$ et β_0 désignent respectivement la distribution transversale du champ du champ optique, la transformée de Fourier de l'amplitude du champ lentement variable suivant la direction de propagation, le mode de propagation, la phase et la constante de propagation.

Avec

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.39)$$

Pour la suite, nous travaillons dans la cas où l'impulsion se propage dans le mode fondamental ($m=0$). En insérant (2.38) dans (2.30), il vient que :

$$\frac{1}{F(x, y)} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right) + \frac{w^2}{c^2} \varepsilon(w) = -\frac{1}{\tilde{A}} \left(\frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2} + 2i\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} - \beta_0^2 \tilde{A} \right) = \tilde{\beta}^2(w) \quad (2.40)$$

Ce qui aboutit au système aux équations suivantes :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \left[\frac{w^2}{c^2} \varepsilon(w) - \tilde{\beta}^2(w) \right] F(x, y) = 0 \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{A}}{\partial z^2} + 2i\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + \left(\tilde{\beta}^2(w) - \beta_0^2 \right) \tilde{A} = 0 \quad (2.42)$$

S'agissant de l'équation (2.41) donnant la distribution transversale, la référence [39] propose la méthode de résolution et les formes de solutions qui sont des combinaisons linéaires des fonctions de type Bessel et Neumann. Quant à l'équation(2.42), sa résolution permet de connaître l'évolution du profil longitudinal de l'enveloppe des impulsions introduites dans la fibre. C'est sur cette dernière équation que nous allons focaliser notre attention pour la suite. En prenant en compte l'hypothèse de l'onde l'onde lentement variable dans la relation (2.42), la dérivée seconde de l'enveloppe sera négligée et nous aboutissons à la relation suivante :

$$2i\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}(z, w - w_0)}{\partial z} + \left(\tilde{\beta}^2(w) - \beta_0^2 \right) \tilde{A}(z, w - w_0) = 0 \quad (2.43)$$

L'hypothèse de perturbation nous permet alors d'écrire

$$\tilde{\beta}^2(w) - \beta_0^2 \approx 2\beta_0(\tilde{\beta}(w) - \beta_0) \quad (2.44)$$

Nous obtenons ainsi :

$$i\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + (\tilde{\beta}(w) - \beta_0)\tilde{A} = 0 \quad (2.45)$$

Au premier ordre de la théorie de perturbation, la constante de propagation $\tilde{\beta}(w)$ se met forme suivante :

$$\tilde{\beta}(w) = \beta(w) + \Delta\beta \quad (2.46)$$

Où la quantité $\Delta\beta$ représente la perturbation engendrée par la variation de l'indice de réfraction Δn qui s'écrit telle que :

$$\Delta n = n_2|E|^2 + \frac{i\tilde{\alpha}c}{2w} \quad (2.47)$$

En exploitant le référence [39], on montre que $\Delta\beta$ est donné par la relation :

$$\Delta\beta = \frac{w}{c} \frac{\int \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta n |F(x, y)|^2 dx dy}{\int \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y)|^2 dx dy} \quad (2.48)$$

En remplaçant Δn par son expression donnée par la relation (2.47), nous arrivons à l'expression suivante

$$\Delta\beta = \frac{n_2 |\tilde{A}|^2 w}{c A_{eff}} + \frac{i\alpha}{2} \quad (2.49)$$

La quantité A_{eff} est appelée " air efficace " et donnée par :

$$A_{eff} = \frac{\int \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y)|^4 dx dy}{\int \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y)|^2 dx dy} \quad (2.50)$$

En substituant les relations (2.46) et (2.49) (2.45), nous aboutissons à l'équation suivante :

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} - i(\beta - \beta_0)\tilde{A} - i\gamma |\tilde{A}|^2 \tilde{A} + \frac{\alpha}{2}\tilde{A} = 0 \quad (2.51)$$

Avec γ représentant le coefficient de non-linéarité dont l'expression est donnée par :

$$\gamma = \frac{n_2 w}{c A_{eff}} \quad (2.52)$$

La relation de dispersion étant donnée par :

$$\beta - \beta_0 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(w - w_0)^k}{k!} \beta_k \quad (2.53)$$

Avec

$$\beta_k = \left. \frac{d^k \beta(w)}{dw^k} \right|_{w=w_0} \quad (2.54)$$

Étant donné que la transformée de Fourier inverse s'écrit :

$$A(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{A}(z, w - w_0) \exp(-i(w - w_0)t) dt \quad (2.55)$$

En appliquant cette transformée de Fourier inverse à (2.51) et en exploitant également (2.53), nous obtenons l'équation suivante :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \sum_{k=1}^{+\infty} (i)^k \frac{\beta_k}{k!} \frac{\partial^k A}{\partial t^k} + i \frac{\alpha}{2} A + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (2.56)$$

Dans la suite, nous nous intéressons aux effets de la dispersion de la vitesse de groupe induit par le paramètre β_2 et nous nous plaçons dans le référentiel où l'enveloppe du champs évolue à la vitesse de groupe $v_g = \frac{1}{\beta_1}$. Ainsi, effectuons le changement de variable suivant

$$\tau = t - \beta_1 z \quad (2.57)$$

L'équation (2.53) devient

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} + i \frac{\alpha}{2} A + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (2.58)$$

Étant donné que l'absorption est assez faible pour les fibres optiques en silice, nous négligeons ainsi le coefficient α dans la suite et nous procédons a un additionnement des grandeurs de notre équation. nous posons :

$$U = \frac{A}{\sqrt{P_0}} \quad (2.59)$$

$$Z = \frac{z}{L_D} \quad (2.60)$$

$$T = \frac{\tau}{T_0} \quad (2.61)$$

Où P_0 et $L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$ sont respectivement la puissance de l'impulsion et la longueur d'onde de dispersion de la fibre. On obtient ainsi l'équation

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} - \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} + \gamma P_0 L_D |U|^2 U = 0 \quad (2.62)$$

soit respectivement L_{NL} la longueur non linéaire et l'état N solitonique définie respectivement par :

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (2.63)$$

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} \quad (2.64)$$

Nous obtenons ainsi une équation différentielle du second ordre de type Schrödinger non linéaire (NLSE) qui s'écrit :

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} - \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} + N^2 |U|^2 U = 0 \quad (2.65)$$

C'est cette équation qui permet de modéliser la propagation des impulsions optiques dans une fibre optique en silice sous l'effet de la dispersion de la vitesse de groupe et la non linéarité de type kerr.

2.2 Étude analytique de la dynamique des impulsions d'Airy symétriques chirpées

La notion de chirp pour une impulsion permet de rendre compte le dépendance temporelle de la phase de cette impulsion et ainsi de sa fréquence instantanée. Le chirp de fréquence est donc un paramètre très important dans la dynamique des impulsions optiques. Ainsi pour notre modèle, nous injectons à l'entrée d'une fibre optique possédant une dispersion anormale de la vitesse de groupe ($sgn(\beta_2) = -1$) des impulsions d'Airy symétriques initialement chirpées de la forme suivante :

$$U(0, T) = \{A_i(T_B + T) \exp(a(T_B + T)) + A_i(T_B - T) \exp(a(T_B - T))\} \exp(-iCT^2) \quad (2.66)$$

Où A_i , T_B , a et C désigne respectivement la fonction d'Airy de première espèce, la position temporelle du lobe principale de l'impulsion, le coefficient de troncature et le paramètre de chirp.

L'équation de la propagation étant donnée par (2.65), nous étudions dans un premier temps la propagation linéaire ($N=0$) de ces impulsions dans un régime de dispersion anormal. Ainsi, l'équation de propagation linéaire se met sous la forme suivante :

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} = 0 \quad (2.67)$$

Afin d'obtenir une équation différentielle du premier ordre en Z , nous appliquons la transformée à l'équation précédente et nous obtenons la relation ci-dessous :

$$\tilde{U}(Z, w) = \tilde{U}(0, w) \exp\left(\frac{iw^2 Z}{2}\right) \quad (2.68)$$

Où $\tilde{U}(0, w)$ représente la transformée de Fourier de $U(0, T)$ dont expression est donné par :

$$\tilde{U}(0, w) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(0, T) \exp(iwT) dw \quad (2.69)$$

Pour déterminer $U(Z, T)$, il faut remarquer $\tilde{U}(0, w)$ est un produit de deux de deux termes, donc $U(Z, T)$ sera également un produit de convolution. Alors, il suffit de déterminer la trans-

formée de Fourier du terme en exponentielle, car l'autre étant connu comme l'impulsion initial à l'entrée de la fibre. En effet,

$$H(z, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{i}{2}zw^2\right) \exp(-iTw)dw \quad (2.70)$$

Où $H(z, T) = TF^{-1} \left\{ \exp\left(-\frac{i}{2}zw^2\right) \right\} (T)$

En utilisant la table d'intégration, nous aboutissons à l'expression ci-dessous :

$$H(z, T) = \sqrt{\frac{1}{2\pi iz}} \exp\left(\frac{iT^2}{2z}\right) \quad (2.71)$$

Le produit de convolution donnant $U(Z, T)$ s'écrit alors :

$$U(z, T) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(0, u)H(z, T - u) du \quad (2.72)$$

En explicitant les termes de ce produit de convolution (2.72) devient :

$$\begin{aligned} U(z, T) = & \sqrt{\frac{1}{2\pi iz}} \int_{-\infty}^{+\infty} A_i(T_B + u) \exp(a(T_B + u)) \times \\ & \exp(-icu^2) \exp\left(\frac{i(T-u)^2}{2z}\right) du \\ & + \sqrt{\frac{1}{2\pi iz}} \int_{-\infty}^{+\infty} A_i(T_B - u) \exp(a(T_B - u)) \exp(-icu^2) \exp\left(\frac{i(T-u)^2}{2z}\right) du \end{aligned} \quad (2.73)$$

Posons

$$\begin{aligned} I(z, T) = & \sqrt{\frac{1}{2\pi iz}} \int_{-\infty}^{+\infty} A_i(T_B + u) \exp(a(T_B + u)) \exp(-icu^2) \times \\ & \exp\left(\frac{i(T-u)^2}{2z}\right) du \end{aligned} \quad (2.74)$$

Et

$$\begin{aligned} J(z, T) = & \sqrt{\frac{1}{2\pi iz}} \int_{-\infty}^{+\infty} A_i(T_B - u) \exp(a(T_B - u)) \exp(-icu^2) \times \\ & \exp\left(\frac{i(T-u)^2}{2z}\right) du \end{aligned} \quad (2.75)$$

Vue la symétrie qui existe entre I et J, nous allons résoudre I et déduire le résultat de J. Ainsi

$$\begin{aligned} I(z, T) = & \sqrt{\frac{1}{2\pi iz}} \int_{-\infty}^{+\infty} A_i(T_B + u) \exp(a(T_B + u)) \exp(-icu^2) \times \\ & \exp\left(\frac{i(T^2 - 2uT + u^2)}{2z}\right) du \\ = & \sqrt{\frac{1}{2\pi iz}} \exp\left(\frac{iT^2}{2z}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} A_i(T_B + u) \exp(a(T_B + u)) \times \\ & \exp\left\{i\left(\frac{1}{2z} - c\right)u^2\right\} \exp\left(-i\frac{Tu}{z}\right) du \end{aligned} \quad (2.76)$$

Pour calculer I, remarquons que cette dernière est proportionnelle à une l'intégrale de la forme suivante :

$$G(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_i(x - x_0) \exp(a(x - x_0)) \exp(i\beta x^2) \exp(-iux) dx \quad (2.77)$$

Cependant, en exploitant la définition de la transformée de Fourier de la fonction d'Airy, nous montrons que :

$$TF \{A_i(x - x_0) \exp(a(x - x_0))\}(u) = \exp(-iu x_0) \exp\left(\frac{i}{3}(u + ia)^3\right) \quad (2.78)$$

Nous montrons également que :

$$TF \{\exp(i\beta x^2)\}(u) = \sqrt{\frac{i\pi}{\beta}} \exp\left(\frac{-iu^2}{4\beta}\right) \quad (2.79)$$

En exploitant la notion de produit de convolution, nous montrons que :

$$G(u) = \sqrt{\frac{i\pi}{\beta}} Ai\left(\frac{u+ia}{2\beta} - \frac{1}{16\beta^2} - x_0\right) \exp\left[\left(a + \frac{i}{4\beta}\right)\left(\frac{u+ia}{2\beta} - \frac{1}{16\beta^2} - x_0\right)\right] \times \exp\left(\frac{a^3}{3} - \frac{1}{3}\left(a + \frac{i}{4\beta}\right)^3\right) \quad (2.80)$$

En appliquant le résultat de(2.80) à (2.76) avec $\beta = \frac{1}{2z} - c$ et $u = \frac{T}{z}$ et en posant

$$\eta = \frac{T^2}{2z} + \frac{z}{2(1-2cz)} \left(\frac{T}{1-2cz} - \frac{z^2}{4(1-2cz)^2} + T_B\right) + \frac{az^2}{2(1-2cz)^2} - \frac{z^3}{24(1-2cz)^3} \quad (2.81)$$

La relation (2.76) prend la forme :

$$I(z, T) = \exp(i\eta) \sqrt{\frac{1}{1-2cz}} Ai\left(\frac{T_B+T-2cT_Bz}{1-2cz} - \frac{z^2}{4(1-2cz)^2} + \frac{iaz}{1-2cz}\right) \times \exp\left(\frac{a(T_B+T-2cT_Bz)}{1-2cz} - \frac{az^2}{4(1-2cz)^2}\right) \quad (2.82)$$

De façon analogue, en remarquant que l'intégrale J et I sont symétriques par rapport à la variable u. nous appliquons le résultat de (2.82) et nous montrons que :

$$J(z, T) = \exp(i\eta') \sqrt{\frac{1}{1-2cz}} Ai\left(\frac{T_B-T-2cT_Bz}{1-2cz} - \frac{z^2}{4(1-2cz)^2} + \frac{iaz}{1-2cz}\right) \times \exp\left(\frac{a(T_B-T-2cT_Bz)}{1-2cz} - \frac{az^2}{4(1-2cz)^2}\right) \quad (2.83)$$

Avec

$$\eta' = \frac{T^2}{2z} + \frac{z}{2(1-2cz)} \left(\frac{T}{1-2cz} - \frac{z^2}{4(1-2cz)^2} + T_B\right) + \frac{az^2}{2(1-2cz)^2} - \frac{z^3}{24(1-2cz)^3} \quad (2.84)$$

En combinant les relations (2.82) et (2.83), il vient que :

$$|U(z, T)| = \left| \begin{aligned} & \sqrt{\frac{1}{1-2cz}} Ai\left(\frac{T_B+T-2cT_Bz}{1-2cz} - \frac{z^2}{4(1-2cz)^2} + \frac{iaz}{1-2cz}\right) \times \\ & \exp\left(\frac{a(T_B+T-2cT_Bz)}{1-2cz} - \frac{az^2}{4(1-2cz)^2}\right) \\ & + \sqrt{\frac{1}{1-2cz}} Ai\left(\frac{T_B-T-2cT_Bz}{1-2cz} - \frac{z^2}{4(1-2cz)^2} + \frac{iaz}{1-2cz}\right) \times \\ & \exp\left(\frac{a(T_B-T-2cT_Bz)}{1-2cz} - \frac{az^2}{4(1-2cz)^2}\right) \end{aligned} \right| \quad (2.85)$$

Il se dégage immédiatement de cette équation que toutes les valeurs du paramètre Z ne sont pas permises. Toute fois, la position de l'impulsion sur l'axe de propagation doit satisfaire à chaque instant la condition suivante :

$$1 - 2cz \neq 0 \quad (2.86)$$

De la relation(2.85), en posant égale à zéro l'argument de chacun des termes en exponentielle, nous constatons que les deux impulsions d'Airy symétriques injectées à l'entrée de la fibre se propagent chacune suivant une trajectoire parabolique définie par les équations (2.87) et (2.88) suivantes :

$$T_1 = T_B - \frac{z^2}{4(1 - 2cz)} - 2cT_B z \quad (2.87)$$

$$T_2 = -T_B + \frac{z^2}{4(1 - 2cz)} + 2cT_B z \quad (2.88)$$

Partant des relations (2.87) et (2.88) nous déduisons ainsi que chacune de ces impulsions rencontre l'axe de propagation en z_1 et z_2 données respectivement par :

$$z_1 = \frac{2\sqrt{T_B}}{1 + 4c\sqrt{T_B}} \quad (2.89)$$

$$z_2 = \frac{2\sqrt{T_B}}{-1 + 4c\sqrt{T_B}} \quad (2.90)$$

Ces deux dernières relations permettent ainsi de définir une valeur critique du paramètre de chirp (Cr) pour laquelle z_1 et z_2 ne sont pas définis. Ainsi, nous définissons Cr par :

$$Cr = \frac{1}{4\sqrt{T_B}} \quad (2.91)$$

Où les z_1 et z_2 vérifient à chaque instant les relations suivantes :

$$\frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_2} = -\frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_1} = 2c \quad (2.92)$$

Avec z_0 défini par :

$$z_0 = 2\sqrt{T_B} \quad (2.93)$$

Dans la suite, nous décrivons la méthode de Fourier à pas divisés permettant d'analyser et de déterminer numériquement des solutions de l'équation de propagation de notre modèle.

2.3 Méthode de résolution numérique

La détermination des solutions de l'équation de propagation des impulsions optiques par les méthodes analytiques n'est généralement pas évidente et parfois même impossible. La complexité de ces équations de propagation se justifie par la présence des termes de non linéarité.

Pour contourner cette difficulté, on fait recours aux techniques numériques. Parmi les techniques de résolution numérique, on distingue : la méthode de différences finies[40] et les méthodes pseudo spectrale[41]. La méthode pseudo spectrale est celle qui est appliquée aux équations de Schrödinger dépendant du temps. Une variante de cette dernière méthode est la méthode de Fourier à pas divisés ou encore la méthode Split-Step de Fourier (SSFM) [42]. C'est cette méthode que nous allons employer pour la résolution de l'équation de propagation de notre modèle. Dans la suite, nous décrivons cette méthode et l'algorithme pour notre modèle sera également proposé.

2.3.1 Description de la méthode (split-step Fourier Method : SSFM)

C'est une méthode itérative rapide et performante qui utilise l'algorithme de la transformée de Fourier à pas divisés. Elle permet de résoudre numériquement l'équation de Schrödinger non linéaire dépendant du temps. Cette résolution permet ainsi de simuler la propagation d'une impulsion optique dans la fibre optique sous l'environnement Matlab.

La méthode de Fourier à pas divisés consiste à découpler l'équation de propagation et de la mettre sous la forme suivante [39] :

$$\frac{\partial U}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N}) U \quad (2.94)$$

Où les \hat{D} et \hat{N} désignent respectivement l'opérateur de dispersion (termes linéaires) et l'opérateur de non linéarité. Dans le cas particulier de notre modèle, nous avons :

$$\hat{D} = i \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} \quad (2.95)$$

$$\hat{N} = i N^2 |U|^2 \quad (2.96)$$

De façon rigoureuse, pendant de la propagation de l'impulsion dans la fibre optique, les effets de dispersion et de non linéarité agissent simultanément. La conséquence immédiate est que les opérateurs \hat{D} et \hat{N} ne commutent pas. Pour lever cette difficulté et optimiser les résultats de la simulation numériques, la méthode de Fourier à pas divisés consiste alors à supposer une distance de propagation h assez petite et admettre que sur cette distance, ces opérateurs agissent de façon indépendante. Ceci étant dit, dans un premier temps nous supposons que la non linéarité agit seule ($\hat{D} = 0$) et nous résolvons l'équation, puis dans un deuxième temps nous supposons cette fois que la dispersion agit seule ($\hat{N} = 0$) et nous prenons pour condition

initiale, la solution obtenue précédemment lorsque la non linéarité agissait seule. On répète le processus ainsi de suite jusqu'à la sortie de la fibre. L'algorithme de la méthode est présenté ci-dessous.

2.3.2 Algorithme de la méthode (split step Fourier Method : SSFM)

Considérons une distance de propagation L sur laquelle nous souhaitons simuler la propagation de l'impulsion. soit h le pas et M le nombre de points distants de h de sorte que L soit réparti en S_L intervalles équidistants. Alors pour un point situé à une distance z , on a $z = jh$ où j va de 1 à S_L . Soit également $U(0,T)$ l'amplitude de l'impulsion à l'entrée de la fibre, l'amplitude à la sortie est donnée par l'organigramme suivant :

Le schéma ci-dessous illustre l'organigramme de cette méthode.

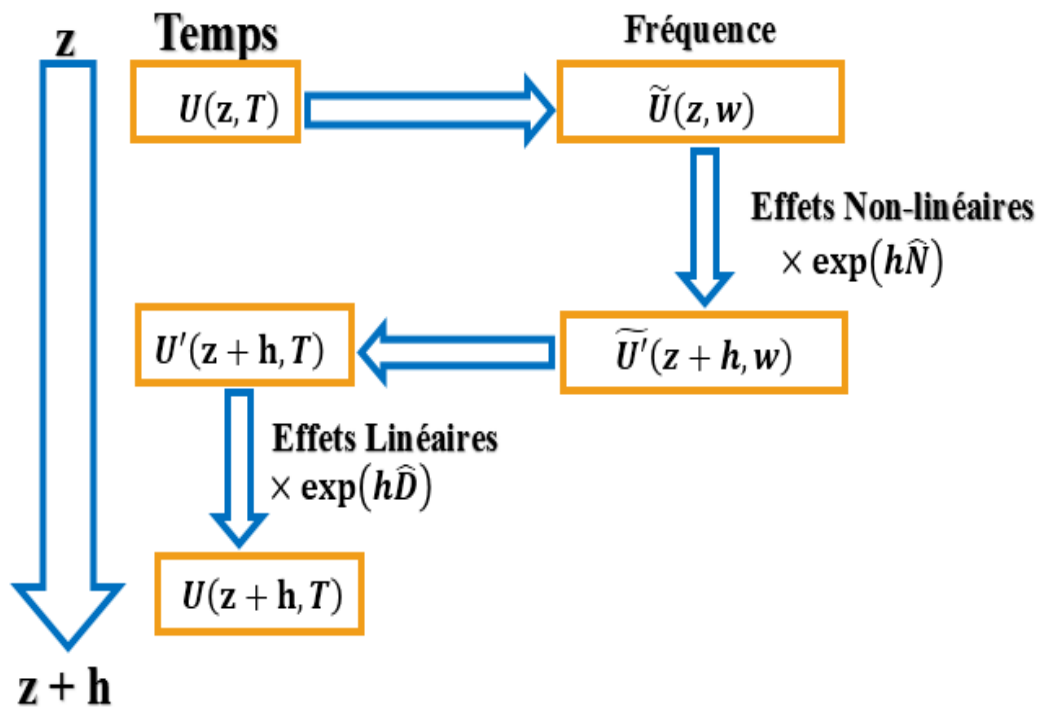


FIGURE 2.1 – Organigramme de la méthode de Fourier à pas divisés

Nous déduisons l'algorithme ci-dessous.

Pour j allant de 1 à S_L

Étape 1

Lorsque la non linéarité agit seule ($\hat{D} = 0$), on obtient alors :

$$U(z = jh, T) = \exp\left(h\hat{N}\right) U((j-1)h, T) \quad (2.97)$$

Étape 2

On applique la transformée de Fourier à l'expression précédente, il vient que

$$\tilde{U}(z = jh, w) = FT \left\{ \exp\left(h\hat{N}\right) U((j-1)h, T) \right\} \quad (2.98)$$

Étape 3

Lorsqu'on considère seule les effets de la dispersion ($\hat{N} = 0$) et en prenant comme condition initiale la solution précédant

$$U(z = jh, T) = TF^{-1} \left\{ \exp\left(h\hat{D}(iw)\right) FT \left\{ \exp\left(h\hat{N}\right) U((j-1)h, T) \right\} \right\} \quad (2.99)$$

L'équation ainsi obtenu sera implémentée afin de rendre compte de la dynamique de l'impulsion à la sortie de la fibre

2.4 Matériel utilisé

La technique numérique dite de Split Step de Fourier décrite ci-dessus ayant permis de simuler la propagation des impulsions d'Airy symétriques chirpées dans une fibre optique a été implémenter sous l'environnement du logiciel Matlab installé dans un ordinateur HP620. Il en est de même pour les tracés des courbes qui découlent des solutions obtenues par la résolution analytique. Un autre outil principale employé ici est la table d'intégration numérique.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons modélisé la propagation des impulsions d'Airy symétriques chirpées dans une fibre optique aux moyens des équations de Maxwell. Ainsi, nous avons établi l'équation de Schrödinger modélisant la dynamique de ces impulsions et les solutions analytiques ont été proposé. Nous avons également présenté le matériel employé pour la simulation des résultats analytiques, ainsi que la méthode de Fourier à pas divisés permettant de simuler numériquement la dynamique de ces impulsions. Dans le chapitre qui suit, nous faisons l'interprétation et la discussion des résultats analytiques et numériques.

RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Introduction

Dans ce chapitre nous présentons les résultats analytiques et numériques obtenues en résolvant l'équation de propagation régissant la dynamique des impulsions d'Airy symétriques initialement chirpées dans une fibre optique. Ces résultats permettront de déterminer les paramètres qui influencent la dynamique de ces impulsions d'Airy symétriques chirpées dans une fibre optique sous l'influence seule de la non linéarité de type Kerr et les effets dispersion de la vitesse de groupe. De ce fait, nous avons organisé le chapitre autour de trois sections. À la section **3.1** nous analysons les résultats analytiques issus de l'équation de propagation linéaire. La section **3.2** est réservée l'analyse des résultats de la simulation numérique et nous terminerons par la section **3.2** qui porte sur la quintessence de ces résultats.

3.1 Résultats analytiques

Au moyen des artifices de calcul et de la table d'intégration, la résolution de l'équation de propagation linéaire (2.65) à permis de déterminer l'amplitude de l'impulsion résultante (2.85) qui se propage dans la fibre à une distance de propagation quelconque. Une analyse de ce résultat montre clairement que l'intensité de l'impulsion résultante est une combinaison linéaire des deux impulsions évoluant suivant des trajectoires paraboliques telle que montrent les relations (2.87) et (2.88). Cette analyse permet également de se rendre compte qu'il est possible d'obtenir deux positions particulières z_1 et z_2 sur l'axe de propagation. Lesquelles positions correspondraient aux différentes positions de collision des impulsions d'Airy symétriques injectées à l'entrée de la fibre.

3.1.1 Influence du paramètre de chirp C

Les relations (2.89) et (2.90) donnant les expressions des positions de collision sur l'axe de propagation montrent clairement que ces positions sont dépendantes du paramètre de chirp. Il

se dégage ainsi que :

Lorsque le paramètre de chirp est nul ($c = 0$), on obtient juste une position réelle de collision sur l'axe de propagation qui apparaît en $z_0 = 2\sqrt{T_B}$ et une position virtuelle qui correspond en $-z_0$. L'existence de l'unique position de collision réelle se justifie par le fait que ces impulsions possèdent les caractéristiques des trajectoires curvilignes d'une part, et sont symétriques d'autre part. À cet effet, un point de collision serait alors envisageable pendant la propagation. Lorsque le paramètre de chirp est positif ($c > 0$), le point de collision z_1 existe toujours quelque soit la valeur c , car z_1 reste toujours positif. Lorsque $c > c_r$ il est possible d'obtenir deux positions de collision car z_1 et z_2 deviennent tous positifs. Cependant, la deuxième position z_2 disparaît une fois que $0 < c < c_r$. Ainsi, l'existence de la deuxième position de collision est mise en évidence grâce au phénomène d'inversion asymétrique que exhibent les impulsions d'Airy lorsque le paramètre de chirp et la dispersion de la vitesse de groupe sont en compétition [19]. Lorsque le paramètre $c < 0$, on constate que seule la première position de focalisation z_1 peut exister. Mais si et seulement si $c_r < c < 0$. Cependant, pour $c < -c_r$, aucune position de focalisation sur l'axe de propagation ne peut subsister car z_1 et z_2 prennent tous des valeurs négatifs.

L'interprétation immédiate de l'influence du paramètre de chirp sur la dynamique des impulsions d'Airy symétriques est donc la suivante : les chirps positifs agissent de façon à favoriser la génération d'un second foyer de collision. ce résultat permet ainsi de conclure que le chirp positif a pour effet de favoriser l'effet de focalisation tandis que le chirp négatif a pour effet de supprimer cet effet de focalisation.

3.1.2 Évolution du Profil d'amplitude des impulsions d'Airy symétriques en fonction de la distance de propagation

L'exploitation du Résultat (2.85) issu de la résolution analytique de l'équation de propagation linéaire donne l'amplitude de l'impulsion résultante. Ce résultat permet alors de tracer le profil d'amplitude des impulsions d'Airy symétriques. Ainsi, la figure (3.1) ci-dessous illustre l'évolution de l'amplitude des impulsions d'Airy symétriques non chirpées pour différente distance de propagation.

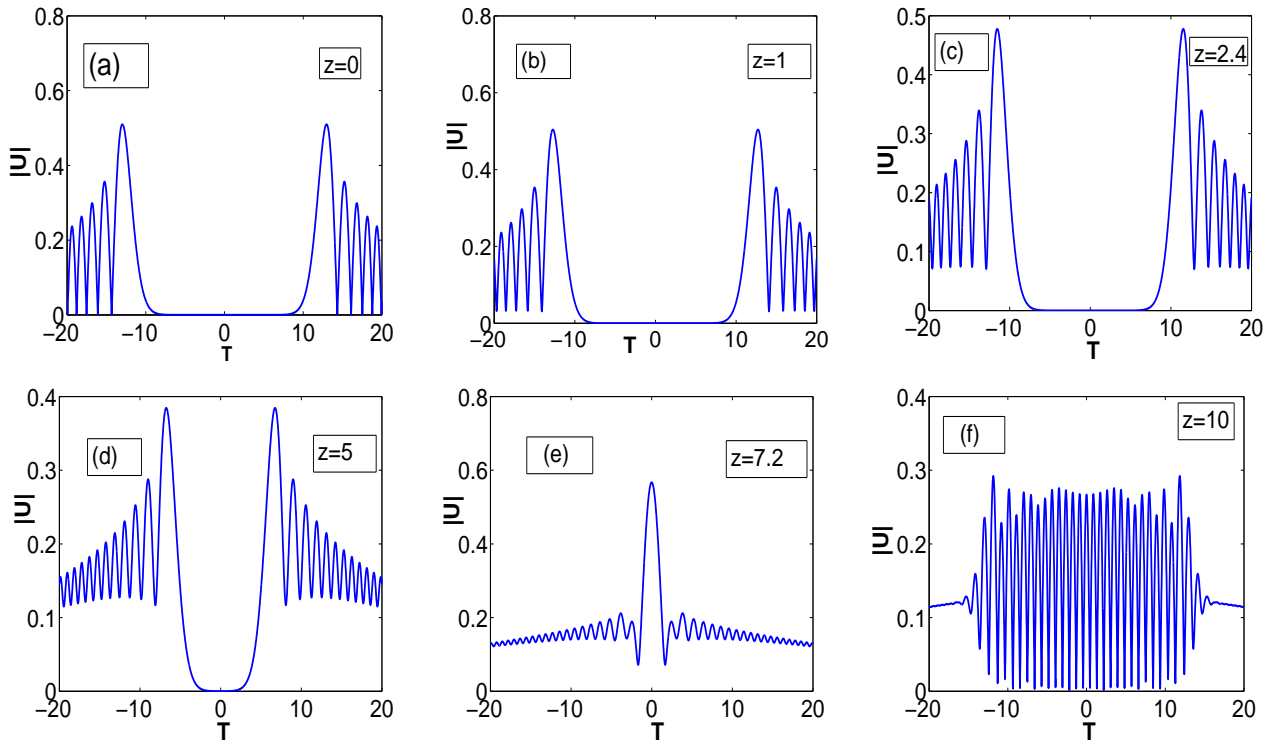


FIGURE 3.1 – Profil d’amplitude des l’impulsions d’Airy symétriques non chirpées avec $a = 0.05$, $T_B = 12$ et $c = 0$ pour différentes distances de propagation.

Ces figures montrent clairement que lorsque la distance de propagation augmente faiblement, les impulsions subissent une légère compression. lorsque la distance de propagation augmente davantage, les impulsions entrent en collision (fig 3.1 e) et par la suite finissent par se disperser. Cependant, lorsqu’on tient en compte le paramètre de chirp, les impulsions d’Airy décrivent une autre dynamique telle que représentée à la figure (3.2) ci-dessous. En effet lorsque la distance de propagation augmente légèrement, les impulsions d’Airy symétriques chirpées positivement subissent d’abord une légère compression. Par la suite, il apparait une première collision (figure 3.2 c), en suite ces impulsions se séparent en vagues sous forme de « peigne » (figure 3.2 d). Au fur et à mesure que la distance de propagation augmente davantage, on assiste à une deuxième collision (figure 3.2 e). Cependant, la remarque spectaculaire est que après la seconde collision ces impulsions d’Airy symétriques positivement se reconstruisent sous forme de nouvelles d’impulsions d’Airy symétriques avec un changement d’accélération (figure 3.2 f).

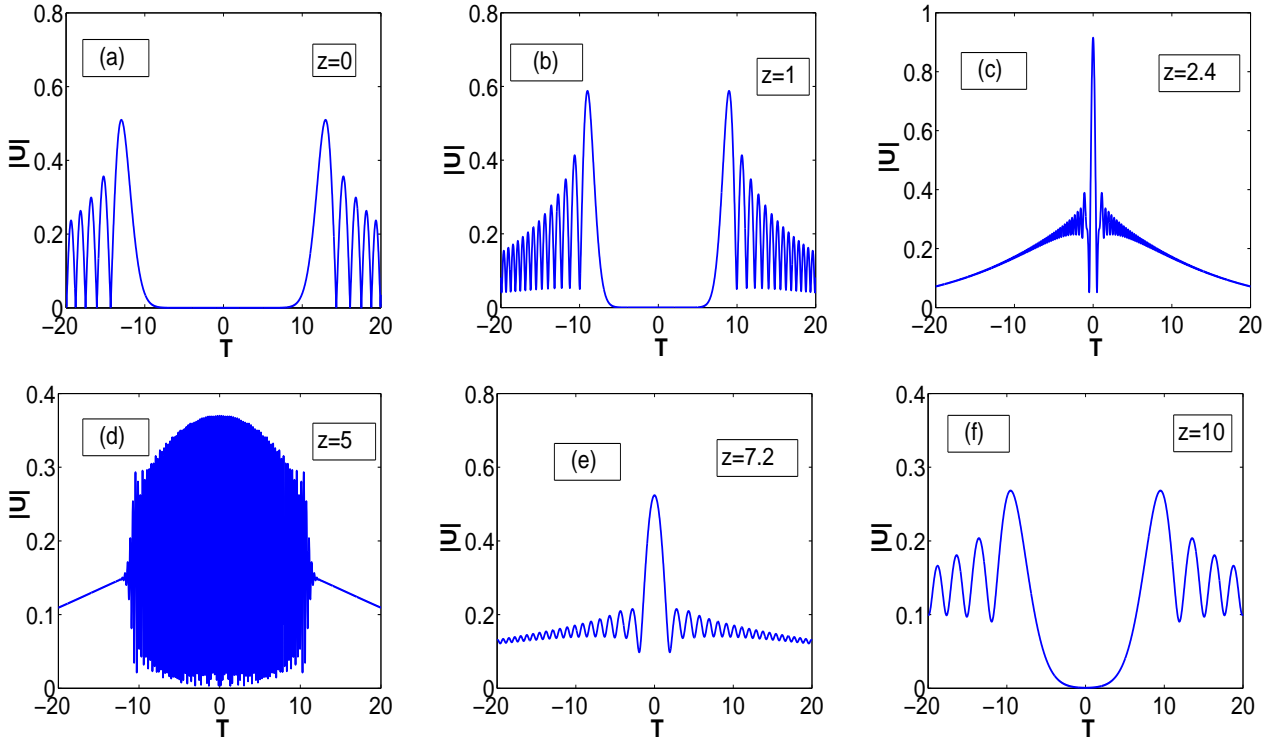


FIGURE 3.2 – Profil d’amplitude des l’impulsions d’Airy symétriques chirpées avec $a = 0.05$, $T_B = 12$ et $c = 0.14$ pour différentes distances de propagation.

À la lumière des figures (3.1) et figures (3.2), nous retenons qu’au cour de la propagation des impulsions d’Airy symétriques, l’existence du chirp permet de générer un deuxième foyer de collision. Par ailleurs, ces figures ne permettent pas de rendre compte des caractéristiques des trajectoires paraboliques vers les foyers. Mais toute fois, la caractéristique d’auto accélération est bien visible, car elle se manifeste ici par le changement de pic d’intensité des lobes secondaires par rapport au pic principal.

3.1.3 Influence de la position du lobe primaire

Les expressions des points de collisions des impulsions sur l’axe de propagation données par les relations (2.87) et (2.88) illustrent clairement que ces positions de collisions dépendent non seulement de la valeur du paramètre de chirp, mais aussi de la position du lobe primaire. En effet lorsqu’on augmente la valeur du paramètre donnant de position du lobe primaire T_B , on remarque que la valeur du premier point de collision croit légèrement tandis que la valeur du deuxième point de collision décroît très rapidement. Toutefois on observe également que

(figure 3.3 b) pour des faibles valeurs du paramètre T_B , la distance qui sépare les deux points de collision reste relativement grande alors que pour des valeurs élevées de T_B , cette distance devient suffisamment faible. Ainsi, il se dégage que pour améliorer l'effet de focalisation des impulsions d'Airy symétriques, on peut imposer au paramètre donnant la position du lobe primaire des valeurs relativement importantes. Dans le même ordre d'idée la figure (3.3 a) montre également que pour les faibles valeurs positives du paramètre de chirp, les valeurs des positions de collision restent suffisamment élevées. Tandis que pour des valeurs importantes du paramètre de chirp, les valeurs des positions de collision chutent très rapidement vers zéro. Cela permet ainsi de rapprocher les points de collision et favoriser une fois de plus l'effet de focalisation.

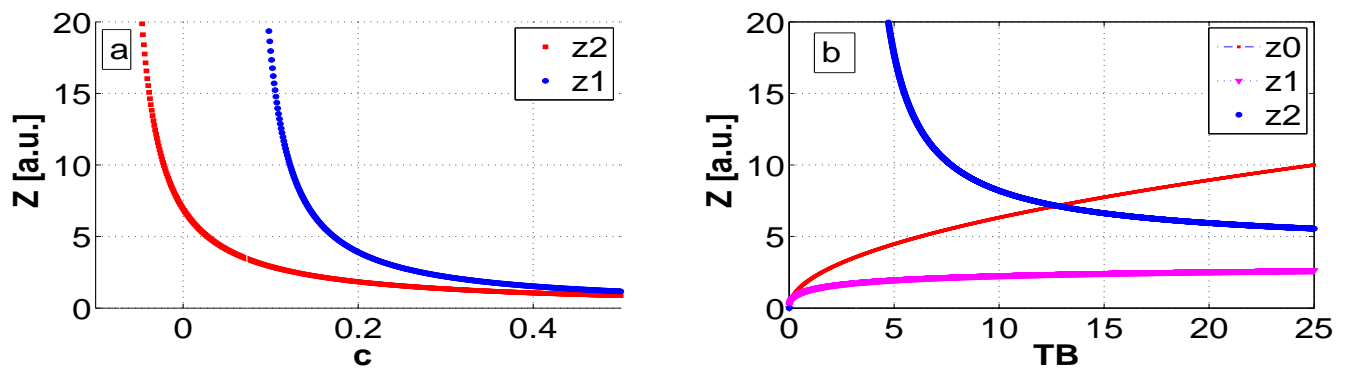


FIGURE 3.3 – (a) Variation des positions de collision en fonction du paramètre de chirp avec $T_B = 12$. (b) variations des positions de focalisation en fonction de la position du lobe primaire avec $c=0.14$.

Dans le paragraphe qui suit nous procédons aux interprétations et à la discussions des résultats de la simulation numérique obtenues à partir de la méthode Split Step de Fourier décrite au chapitre précédent. Nous commencerons par traiter le cas de la propagation linéaire des impulsions d'Airy symétriques et en fin le cas de la propagation non linéaire.

3.2 Résultats numériques sur l'évolution des impulsions d'Airy symétriques chirpées

Afin de confirmer les résultats analytiques dans le cadre de la dynamique linéaire des impulsions d'Airy symétriques, nous avons fait appel à la méthode split step de Fourier pour simuler numériquement la propagation de ces impulsions dans une fibre optique sous les effets seule de

la dispersion de la vitesse de groupe. Ainsi la figure (3.4) illustre les profils d'intensité et de phase de impulsions d'Airy non chirpées et chirpées pour $T_B = 12$ et $a = 0.05$.

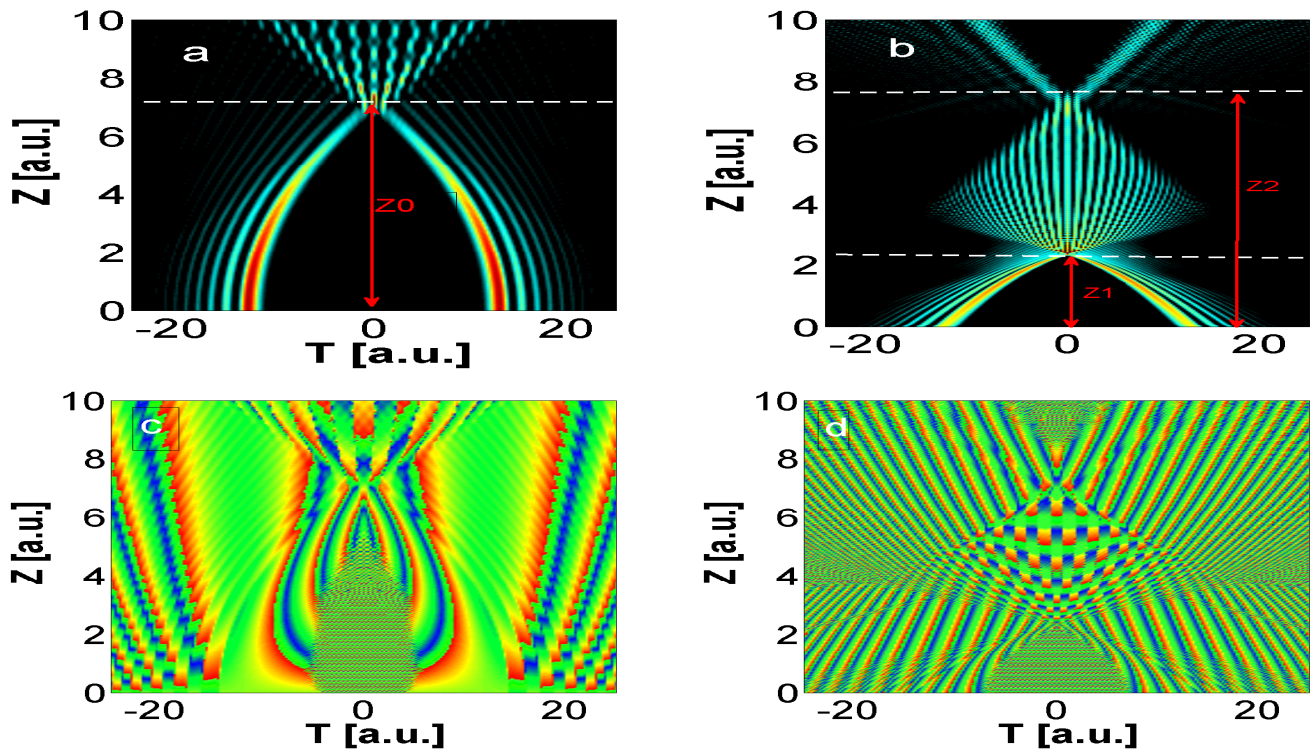


FIGURE 3.4 – Profils d'intensité et de phase des l'impulsions d'Airy symétriques non chirpées (a et c) et chirpées (b et d) pour $a = 0.05$, $T_B = 12$ et $c = 0.14$.

La figure (3.4) illustre clairement la caractéristique des trajectoires paraboliques vers les foyers pour les graphes d'intensité et de phase. On note également ici la caractéristique d'auto accélération des impulsions d'Airy qui se manifeste par un changement de trajectoire. Cependant en ce qui concerne l'effet de focalisation de ces impulsions, le résultat de la simulation numérique donnant profil d'intensité des impulsions d'Airy non chirpées (figure 3.4 a) montre l'existence d'un seul foyer de focalisation qui apparait presque en $Z_0 = 7.2$. Après ce point de collision, les impulsions sont entièrement dispersées. Le profil de phase des impulsions d'Airy symétriques non chirpées (figure 3.4 b) présente également un seul point de focalisation. Quant à la dynamique des impulsions d'Airy symétriques chirpées, le profil d'intensité de la figure 3.4 (b) montre clairement que au cour de la propagation, il y'a génération d'un premier foyer de collision en $Z_1 = 2.3$. Après ce premier point de collision, ces impulsions entrent dans une phase de compression et on observe une onde sous forme de « peigne ». Par la suite, un second point

de collision apparaît en $Z_2 = 7.2$. Cependant le graphe de phase (figure 3.4 b) montre qu'au cours de la propagation, les lobes latérales sont arrêtées dans l'espace construite par les deux lobes principales.

Par la suite nous examinons l'influence du paramètre de chirp sur cette dynamique des impulsions d'Airy.

3.2.1 Effet du chirp initial

La figure 3.5 ci-dessous présente le profil d'intensité des l'impulsions d'Airy symétriques chirpées pour différente valeur du paramètre de chirp avec $a = 0.05$, $T_B = 12$.

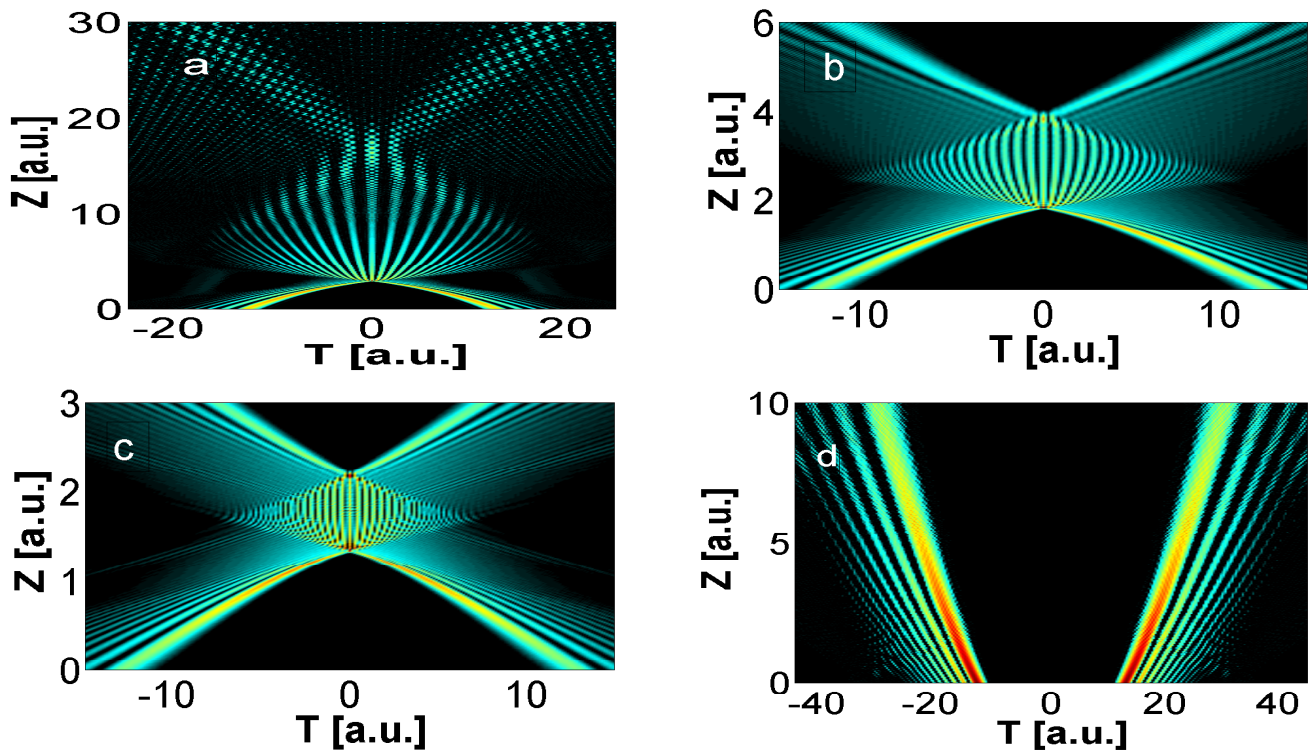


FIGURE 3.5 – Influence du chirp sur l'évolution des l'impulsions d'Airy symétriques. (a) $c=0.1$, (b) $c = 0.2$, (c) $c= 0.3$, (d) $c=-0.1$ pour $a = 0.05$, $T_B = 12$ et $c = 0.14$.

Les figure 3.5 (a, b, c) illustrent que pour les valeurs du chirp positif, on observe toujours deux foyers de focalisation. pour la valeur de $c=0.1$ nous remarquons que les impulsions se compriment après le premier point de focalisation et atteignent le second foyer, puis se brisent. Pour $c = 0.2$ et $c= 0.3$, les impulsions se compriment également après le second foyer de focalisation et atteignent le second foyer, puis se dispersent. Cependant, lorsque les impulsions

d’Airy symétriques sont chirpées négativement ($c=-0.1$), on observe aucun point de focalisation. La conclusion immédiate en ce qui concerne l’effet du chirp sur la dynamique des impulsions d’Airy est que : le chirp positif a pour rôle favoriser la génération du second foyer de collision et améliorer l’effet de focalisation. Ces résultats de la simulation numérique sont donc en parfait accord avec les résultats analytiques de la dynamique linéaire présentés plus haut.

3.2.2 Influence de la position du lobe primaire

Les résultats de la simulation numérique montrent également que la position du lobe primaire T_B a une influence sur la dynamique des impulsions d’Airy symétriques. La figure 3.6 ci-dessous illustre l’évolution de ces impulsions d’Airy pour plusieurs valeurs du paramètre T_B .

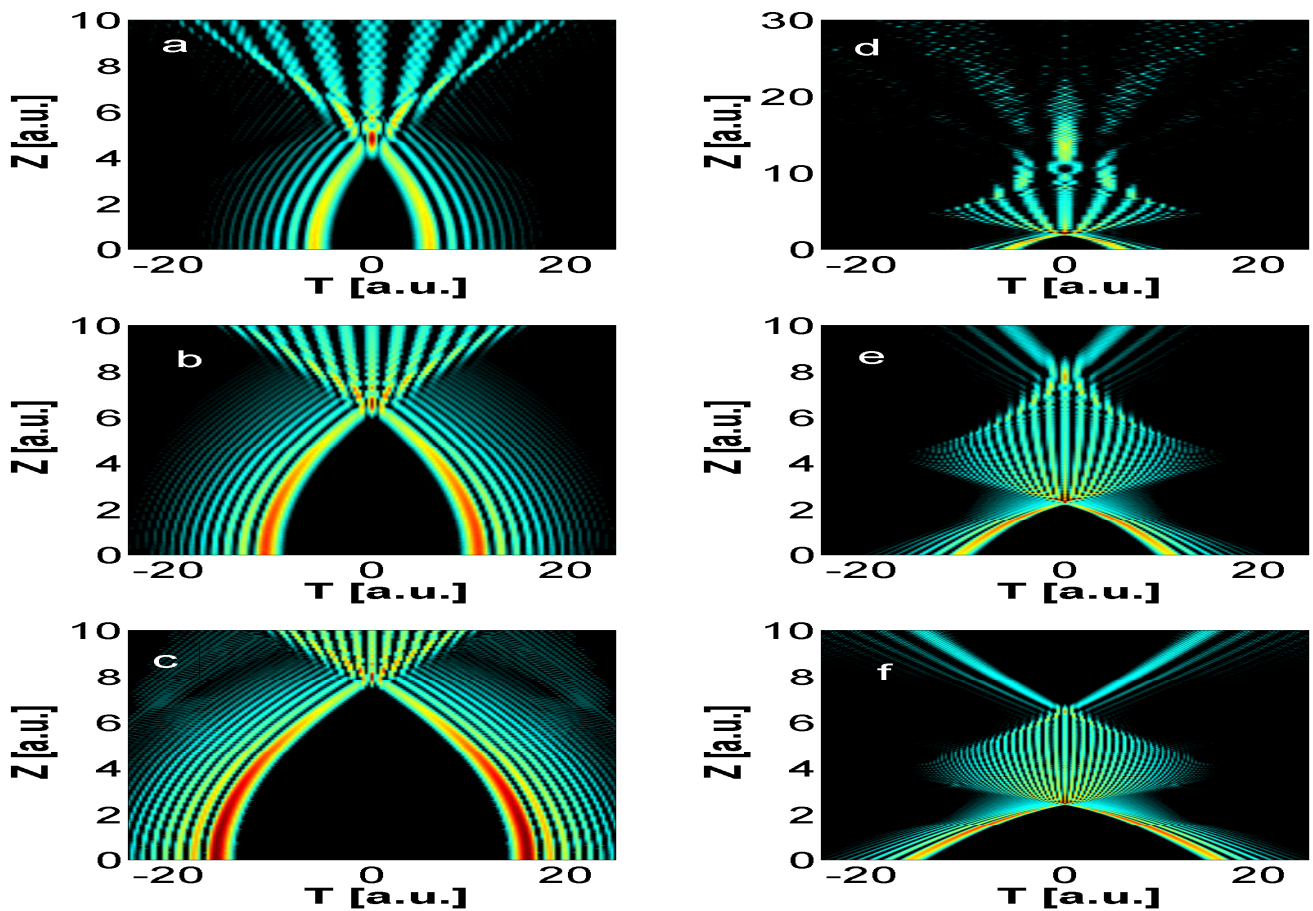


FIGURE 3.6 – Influence de la position de la lobe primaire sur la dynamique des l’impulsions d’Airy symétriques non chirpées (colonne gauche) et chirpées (colonne droite). (a) et (d) $T_B = 5$; (b) et (e) $T_B = 10$; (c) et (f) $T_B = 15$ pour pour $a = 0.05$ et $c = 0.14$.

Il se dégage de ces figures que pour les impulsions d'Airy symétriques non chirpées (figures 3.6 a, b et c), lorsque la valeur de la position du lobe primaire croît, la position du seul point de collision croît également. Tandis que pour le cas des impulsions chirpées positivement, il apparait deux position de collision de sorte que la valeur position de la première croît faiblement tandis que celle de la deuxième position de focalisation décroît lorsque la valeur de T_B augment. on peut également remarquer que lorsque la valeur de la position du lobe primaire croît, le nombre d'onde sous forme de « peigne » entre les deux foyers de collision augmente. En outre, l'écart entre les deux positions de collision pour le cas des impulsions chirpées croît rapidement. Un autre paramètre déterminant dans la dynamique des impulsions d'Airy symétriques est le coefficient de troncature.

3.2.3 Influence du coefficient de troncature

Tel que prévu par la littérature, le coefficient de troncature a pour rôle de contrôler l'énergie des l'impulsion d'Airy par rapport aux impulsions d'Airy conventionnelles qui ont une énergie infinie. La figure 3.7 ci-dessous illustre l'influence du coefficient de troncature sur la propagation des impulsions d'Airy symétriques chirpées positivement.

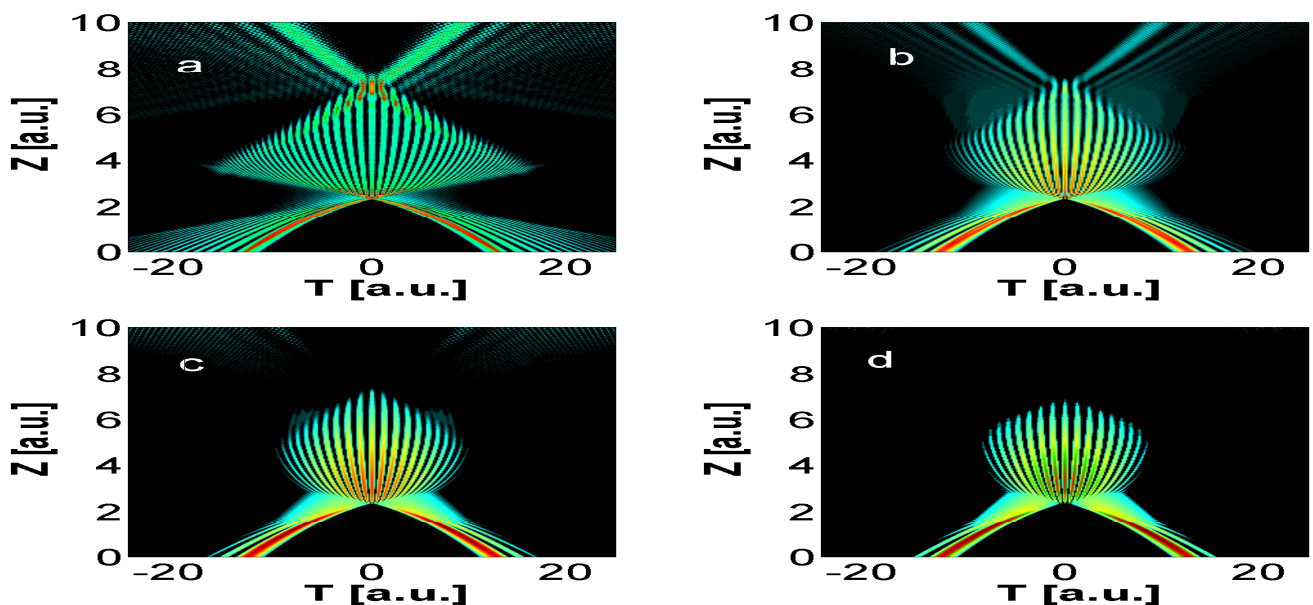


FIGURE 3.7 – Influence du coefficient de troncature sur l'évolution des l'impulsions d'Airy symétriques.(a) $a = 0.01$, (b) $a = 0.1$, (c) $a = 0.15$ et (d) $a = 0.2$ pour $T_B = 12$ et $c = 0.14$.

Il en ressort de la figure 3.8 que pour des faibles valeurs du coefficient de troncature, la propagation des impulsions d'Airy symétriques chirpées positivement donne lieu à deux foyers de focalisation sur l'axe de focalisation. Cependant lorsque la valeur du coefficient de troncature croît, le nombre d'onde sous forme de « peigne » diminue. Par ailleurs, pour des valeurs de ce coefficient élevées, les impulsions n'atteignent véritablement pas le second foyer de collision car, elles ont perdu une grande partie de leur énergie dans la première collision et la génération des ondes sous forme de « peigne ».

L'ensemble de ces résultats numériques sur la propagation linéaire des impulsions d'Airy symétriques sont ainsi en parfait accord avec les résultats analytiques. Que ce soit l'effet du chirp initial ou l'influence de la position du lobe primaire ou encore l'influence du coefficient de troncature. Intéressons à présent sur la propagation non linéaire (N non nul) des impulsions d'Airy symétriques chirpées positivement dans une fibre optique qui prend compte seule les effets de dispersion de la vitesse de groupe (GVD). Puisque la méthode split step de Fourier a été satisfaisante dans pour l'étude de la propagation linéaire, étant donné que la détermination des solutions de l'équation de propagation non linéaire est assez complexe. Dans le paragraphe qui suit nous ferons une analyse numérique des cette propagation non linéaire en utilisant une fois de plus la méthode split step de Fourier.

3.2.4 Effet de la non linéarité sur la propagation des impulsions d'Airy chirpées positivement

Dans cette section, nous nous intéressons à la propagation non linéaire ($N \neq 0$) des impulsions d'Airy symétriques chirpées positivement dans une fibre optique, sous l'effet de la dispersion anormale et la non linéarité Kerr. La simulation numérique de la dynamique de ces impulsions par la méthode Split Step de Fourier feront l'objet des paragraphes qui suivent.

La figure 3.8 ci-dessous illustre le profil de ces impulsions pour différentes valeurs de paramètre de non linéarité et avec pour valeur du coefficient de troncature, du paramètre de chirp et la position de la lobe primaire respective $a = 0.05$, $C = 0.2$ et $T_B = 12$.

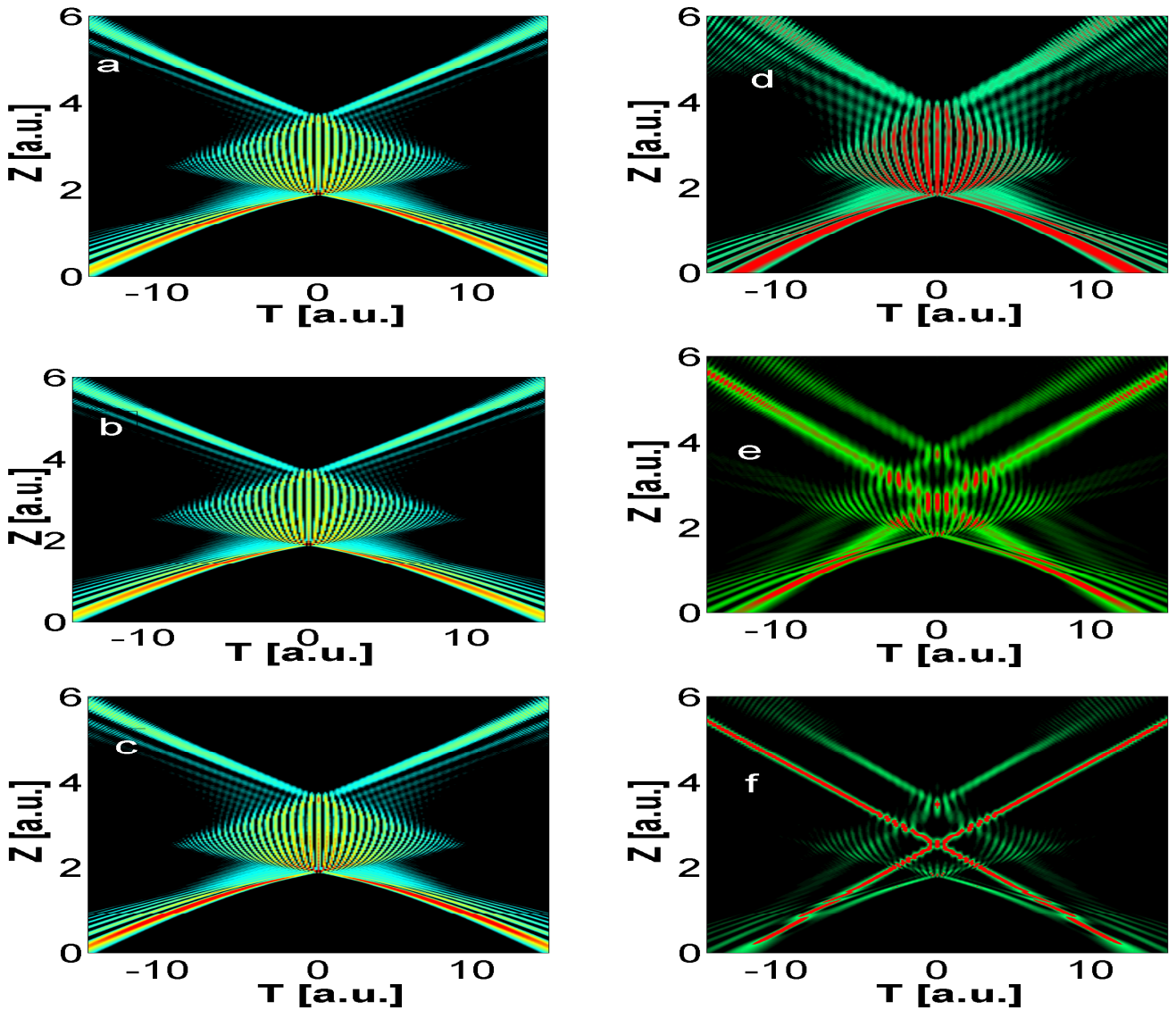


FIGURE 3.8 – Évolution des l'impulsions Airy symétriques possédant un chirp supérieur au chirp critique. Les figures a, b, c, d, e et f ont pour valeur du paramètre N respectivement 0, 0.4, 0.8, 1.0, 2.5 et 3 avec $a = 0.05$, $T_B = 12$ et $c = 0.2$.

Pour les figures 3.8 (a, b et c) ayant une valeur du paramètre $N < 1$, il apparaît sur chacun des tracés deux foyers de collision au cours de la propagation. Tandis que pour $N=1$ (fig 3.7 d) on observe aussi deux foyers de focalisation, mais également ces impulsions sont comprimées avec une grande énergie localisée entre ces foyers de focalisation : cet état de propagation est appelé état solitonique. Dans cet état de propagation, les effets de dispersion compensent exactement les effets de non linéarité . Cependant, lorsque la valeur du paramètre N devient supérieur à un , les effets de non linéarité dominent les effets de dispersion. Ainsi, les figures 3.8 (d, e et f)

montrent clairement que dans cet état de propagation, les impulsions disposent d'une très grande énergie et parviennent à subsister aux multiples collisions. Cependant, le phénomène de focalisation observé dans le cadre de la propagation linéaire est totalement perturbé.

Conclusion

Au terme de l'analyse des résultats analytiques et numériques présentés ci-dessus, nous avons montré l'influence de paramètre de chirp, de la position du lobe primaire et du coefficient de troncature sur la propagation linéaire des impulsions d'Airy symétriques chirpées. Nous avons aussi étudié numériquement la dynamique non linéaire des ces impulsions dans une fibre optique sous l'effet de la dispersion anormale et la non linéarité kerr. Il se dégage ainsi que la dynamique des impulsions d'Airy symétriques initialement chirpées dans une fibre optique est conditionnée non seulement par les caractéristiques intrinsèques de ces impulsions, mais aussi des propriétés du guide qui soutant ces impulsions.

IMPLICATION PÉDAGOGIQUE DU SUJET SUR LE SYSTÈME ÉDUCATIF

Introduction

Dans le chapitre premier de ce travail, nous avons présenté l'intérêt de l'étude de la propagation des impulsions optiques dans la fibre optique. Cependant, en tant que futur enseignant des Sciences et Technologique, ce travail présente un intérêt majeur sur le plan pédagogique et didactique. Pour ce fait, ce chapitre sera organisé autour de quatre sections. Dans la première section, nous présentons une fiche pédagogique y relative. La deuxième section porte sur l'intérêt didactique de ce travail. Quant à la troisième section, elle est consacrée aux applications. La dernière section porte sur les difficultés rencontrées par les apprenants en générale et en particulier par les apprenants du secondaire.

4.1 Fiche pédagogique

La fiche pédagogique ici donne un aperçu générale sur un ensemble d'activités d'enseignement/apprentissage. ces activités étant menées dans le but de développer un certain nombre de savoirs que les apprenants doivent mobiliser pour résoudre les problèmes de la vie courante appartenant à une famille de situation. S'agissant de notre thème, La fiche pédagogique qui ce dégage de ce travail se présente de la façon suivante :

– **Thème d'étude**

Dynamique des impulsions d'Airy symétriques chirpées dans une fibre optique

– **Niveau des apprenants**

L'ensemble de concepts abordés dans ce travail permettrons à l'enseignant de faciliter et de faire acquérir aux apprenants un certains nombres de connaissances. Il s'agit particulièrement les élèves de la classes de terminale Scientifiques sur le thème III du programme de physique intitulé : **phénomènes ondulatoires et corpusculaires**.

Ce travail s'adresse également aux élèves de la classe première C en ce qui concerne le thème II du programme de physique portant sur : **l'optique géométrique**. Mais éga-

lement aux élèves du secondaire en générale pour bonne compréhension de la notion transport de l'information abordée pendant le cours d'informatique.

– **Les objectifs généraux**

Il permet aux apprenants de connaître l'utilité de la fibre optique dans le processus de transmission de l'information, de donner les propriétés des fibres optiques et de les classer. Ce travail devrait permettre également aux apprenants de maîtriser le phénomène de réflexion totale exploité dans la transmission par la fibre optique. Par ailleurs ce travail permettra aux apprenants d'acquérir des éléments de base leur permettant de comprendre le principe de fonctionnement des appareils utilisés dans les dispositifs de télécommunication. Ce qui pourrait permettre aux apprenants de se familiariser avec l'outil informatique.

– **Le média utilisé pour la pratique**

Dans ce travail, le média utilisé est par excellence la fibre optique. Elle est incontournable pour l'industrie de télécommunication et l'imagerie des faisceaux. Elle est fabriquée à base de la silice et assure le transport de l'information.

– **La méthode de travail**

Elle est expérimentale, pratique et explicative.

4.2 Intérêt didactique

Bien transposer et définir certains phénomènes et concepts afin de faciliter les activités d'enseignement et apprentissage.

4.3 Applications

En ce qui concerne les impulsions d'Airy, les applications qui s'y prêtent sont la micromanipulation optique des particules soit pour réaliser des pinces optiques, soit pour le nettoyage d'un volume de solution, soit également pour déplacer massivement des particules d'une aire à une autre d'un échantillon. Les faisceaux d'Airy sont aussi beaucoup utilisés pour rendre compte de la dynamique des impulsions femto-secondes.

4.4 Problème posé

Il s'agit ici d'un travail purement analytique et numérique. Une étude expérimentale serait la bienvenue pour une bonne compréhension des concepts et phénomènes abordés dans ce travail.

Conclusion

Dans ce chapitre il était question de dégager les intérêts pédagogiques de ce travail sur notre système éducatif. pour cela, nous avons élaboré une fiche pédagogique qui comporte des éléments nécessaires pour le déroulement d'une activité d'enseignement/apprentissage. Ce ci dans le but de développer une certaine compétences chez les apprenants. Nous avons également montrer en quoi ce travail peut permettre aux apprenants de maitriser les outils de télécommunication et de s'en servir pour résoudre leurs problèmes. Cependant, nous avons fait part de l'absence de l'expérimentation dans ce travail qui aurait pu faciliter davantage la compréhension des phénomènes et concepts développés.

Conclusion générale

Nous sommes parvenu ainsi au terme de notre travail portant sur la dynamique des impulsions d'Airy symétriques initialement chirpées dans une fibre optique. Il était question d'étudier analytiquement et numériquement la propagation de ces impulsions dans une fibre optique sous l'influence de la dispersion anormale de vitesse de groupe et sous l'effet de la non linéarité de type Kerr. À cet effet, nous avons articulé le travail autour de quatre chapitres. Au premier chapitre, nous avons présenté une revue de littérature sur la fibre optique et les types d'impulsions optiques. Notamment les impulsions optiques symétriques (les Gaussiennes, les Super-Gaussiennes, les Sécantes hyperboliques et les impulsions cosinus surélevé) et les impulsions optiques asymétriques en particulier les impulsions d'Airy ainsi que leurs propriétés. Au chapitre deux, nous avons établi l'équation de Schrödinger non linéaire permettant de rendre compte de la dynamique de ces impulsions. Les méthodes de résolution de cette équation de propagation y sont présentées en occurrence la méthode analytique et la méthode numérique dite split step Fourier qui s'appuie sur les transformées de Fourier et s'implémente dans un environnement Matlab. Quant au chapitre trois, il a été consacré aux interprétations et aux discussions des résultats. Ainsi l'analyse des solutions de l'équation de propagation linéaire a permis de montrer que seules les valeurs positives du paramètre de chirp permettent de générer le second foyer de collision. En effet, l'existence du premier foyer de focalisation était envisageable à cause de la propriété des trajectoires paraboliques de ces impulsions d'Airy d'une part et la nature symétrique des impulsions d'autre part. Cependant le problème posé était de savoir s'il était possible de générer un second foyer de focalisation au cour de la propagation ?. Après nos analyses, nous pouvons dire ainsi que la génération de ce second foyer n'est possible que si l'on tient en compte le phénomène d'inversion asymétrique. Ce phénomène d'inversion asymétrique ne se réalise que lorsque les impulsions sont dotées d'un chirp positif. Car la fibre optique considéré pour l'étude portait une dispersion anormale de la vitesse de groupe, ce qui assurerait

la condition $\beta_2 C < 0$. Alors, il s'en suit que pour les valeurs du paramètre de chirp négatives on observe aucun foyer de focalisation. Tandis que pour les valeurs positives du paramètre de chirp et supérieur au chirp critique, il apparaît deux foyers de collision et la distance inter-foyers décroît lorsque le paramètre de chirp augmente. Une étude comparative des résultats analytiques et numériques de la propagation linéaire permet de conclure que ces résultats sont en parfait accord. Les résultats montrent également que la position du lobe primaire conditionne la dynamique de ces impulsions en ce sens qu'il permet de définir la valeur du chirp critique qui a son tour détermine la possibilité de générer le second foyer de focalisation. Par ailleurs, nous avons aussi montré que les valeurs du coefficient de troncation élevée ne permettent pas aux impulsions d'atteindre le second foyer de collision, car une grande partie de l'énergie se trouve perdue pendant la phase de compression qui se produit entre les deux foyers. S'agissant de la propagation non linéaire, la simulation par la méthode Split Step de Fourier nous a permis de montrer que lorsque la non linéarité augmente, le phénomène de focalisation est perturbé par les multiples collisions des solitons qui s'échappent. En fin au chapitre quatre l'implication pédagogique de ce travail sur le système éducatif y est présentée.

En guise de perspectives, nous souhaitons dans le futur étendre ce travail amorcé en prenant en compte les effets de dispersion et de non linéarité d'ordre élevé.

Bibliographie

- [1] T. H. Maiman, *Nature*. 187(1960).
- [2] P.D. Maker, R.W. Terhune, and C.M. Savage. *Phys. Rev.Lett.* 507 (1964).
- [3] A. Yariv, *Quantum Electronics*. Wiley, NewYork, 3 ed. (1989).
- [4] A. Hasegawa and F. Tappert, *Appl. Phys. Lett.* 23 (1973).
- [5] L.F. Mollenauer, R.H. Stolen, and J.P. Gordon, *Phys. Rev. Lett.* 45 (1980).
- [6] I. Kaminer, Y. Lumer, M. Segev, D.N. Christodoulides, *Opt. Express*. 19 (2011).
- [7] J. Broky, G.A. Siviloglou, A. Dogariu, D.N. Christodoulides, *Opt. Express*. 16 (2008).
- [8] M.A. Bandres, I. Kaminer, M. Mills, B. Rodríguez-Lara, E. Greenfield, M. Segev, D.N. Christodoulides, *Opt. Photonics News*. 24 (2013).
- [9] P. Polynkin, M. Kolesik, J.V. Moloney, G.A. Siviloglou, D.N. Christodoulides, *Science*. 324 (2009).
- [10] T. Vettenburg, H.I. Dalgarno, J. Nylk, C. Coll-Lladó, D.E. Ferrier, F.J. Gunn-Moore, K. Dholakia, *Nat.Methods* 11 (2014).
- [11] P. Rose, F. Diebel, M. Boguslawski, C. Denz, *Appl. Phys. Lett.* 102 (2013).
- [12] R. Driben, Y. Hu, Z. Chen, B.A. Malomed, R. Morandotti, *Opt. Lett.* 38(2013).
- [13] C. Ament, P. Polynkin, J.V. Moloney, *Phys. Rev. Lett.* 107 (2011).
- [14] L. Zhang, K. Liu, H. Zhong, J. Zhang, J. Deng, Y. Li, D. Fan, *Sci. Rep.* 5 (2015).
- [15] A. Rudnick, D.M. Marom, *Opt. Express*. 19(2011).
- [16] L. Bergé, J.J. Rasmussen, E.A. Kuznetsov, E.G. Shapiro, S.K. Turitsyn, *J. Opt. Soc. Am. B* 13 (1996).
- [17] V. Kartazayev, R. Alfano, *Opt. Lett.* 32 (2007).

- [18] D.G. Papazoglou, V.Y. Fedorov, S. Tzortzakis, *Opt. Lett.* 41 (2016).
- [19] L. Zhang, K. Liu, H. Zhong, J. Zhang, Y. Li, D. Fan, *Opt. Express.* 23 (2015).
- [20] R. Saidi, Etude d'une structure de liaison par fibre optique : caractéristique de la propagation et bilan énergétique. Université de Briska,(2009).
- [21] F. P. Kapron, D. B. Keck, and R. D. Maurer, *Appl. Phys. Lett.* 17 (1970).
- [22] L. H. Malitson, *J. Opt. Soc. Am.* 55 (1965).
- [23] E. Wu, Measuring chromatic dispersion of single-mode optical fibres using white light interferometry, A thesis submitted in fulfilment of the requirements for the degree of Master of Science in Physics, The University of Auckland, 2006.
- [24] M.V. Berry, N.L. Balazs, *Am. J. Phys.* 47 (1979).
- [25] G.A. Siviloglou, D.N. Christodoulides, *Opt.Lett.* 32 (2007).
- [26] O. Vallée and M. Soares, London imperial College Press, 2004.
- [27] G. Siviloglou, J. Broky, A. Dogariu, D. Christodoulides, *Phys. Rev. Lett.* 99 (2007).
- [28] Y. Fattal et al. *Opt. Express.*19 (2011).
- [29] J. Baumgartl, M. Mazilu, and K. Dholakia, *Nature Photonics.* 2(2008).
- [30] T. Vettenburg, H.I. Dalgarno, J. Nylk, C. Coll-Lladó, D.E. Ferrier, F.J. Gunn-Moore, K. Dholakia, *Nat. Methods* 11 (2014).
- [31] R. Nuter, S. Skupin, L. Bergé, *Opt. Lett.* 30 (2005).
- [32] A. Couairon, A. Mysyrowicz, *Phys. Rep.* 441 (2007).
- [33] P. Polynkin, M. Kolesik, J.V. Moloney, G.A. Siviloglou, D.N. Christodoulides, *Science.* 324 (2009).
- [34] I. Epstein, Y. Lilach, A. Arie, *J. Opt. Soc. Am. B* 31 (2014).
- [35] G. P. Agrawal. *Nonlinear Fiber Optics.* 4th ed. San Diego (U.S.A) : Academic Press, 2007.
- [36] T. Ellenbogen, N. Voloch-Bloch, A. Ganany-Padowicz, and A. Arie, *Nature Photonics* 3, 395 (2009).
- [37] K. F. Vincent, Département de Physique, ENS. Yde. (2018).
- [38] L. M. Mandeng and C. Tchawoua. *FiO/LS 2014 c OSA 2014*, editor. *FiO Conference*, October 2014, Washington D.C. (U.S.A) : OSA Publishing, 2014. p. FTh4B.5.

-
- [39] G.P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, 2013.
- [40] A. Goel and R. K. Shevgaonkar, *IEEE Photon. Technol. Lett.* 8, 1668 (1996).
- [41] T. R. Taha and M. J. Ablowitz, *J. Comput. Phys.* 55, 203 (1984).
- [42] M. J. Yadlowsky, E. M. Deliso, and V. L. daSilva, *Proc. IEEE* 85, 1765 (1997).