

REPUBLIQUE DU CAMEROUN

Paix-Travail-Patrie

UNIVERSITE DE YAOUNDE I

ECOLE NORMALE SUPERIEURE



REPUBLIC OF CAMEROON

Peace-Work-Fatherland

UNIVERSITY OF YAOUNDE I

HIGHER TEACHER TRAINING COLLEGE

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

DEPARTEMENT OF PHYSICS

INFLUENCE DE LA NON LINEARITÉ DANS LA GÉNÉRATION DES ONDES EXTRÊMES DANS UNE LIGNE COMPOSITE MAIN GAUCHE/MAIN DROITE.

Mémoire présenté et soutenu en vue de l'obtention du diplôme de professeur de l'enseignement secondaire deuxième grade (DIPES II)

PAR

WOUAKAM TEGUE SIMPLICE

MATRICULE : 02Y465

Titulaire d'un DIPES I

Licencié en physique

Sous la direction du :

P_r ATANGANA JACQUES

Maitre de conférences

Année Académique 2015-2016

**ÉTUDE NUMÉRIQUE DE
L'INFLUENCE DE LA NON
LINÉARITÉ DANS LA GÉNÉRATION
DES ONDES EXTRÊMES DANS UNE
LIGNE COMPOSITE MAIN GAUCHE
/MAIN DROITE**

Présenté par :

WOUAKAM TEGUE Simplicie

licencié en physique

Sous la Direction du

Professeur **ATANGANA Jacques**

Maître de conférences

Université de Yaoundé I

2016

Dédicaces

Je dédie ce mémoire :

- A mon épouse WOUAKAM Hermine Corine ;
- A mes filles, WOUAKAM Davilla et WOUAKAM Wendy

Remerciements

Avant de commencer ces remerciements, je tiens à m'excuser d'avance de tout oubli et prie les personnes potentiellement concernées de ne pas m'en tenir rigueur.

Je rends grâce à **l'éternel Dieu de l'univers**, le tout Puissant pour m'avoir accordé la santé et l'intelligence une fois de plus durant ces années et dont ce travail en témoigne.

- Je tiens tout particulièrement à exprimer ma profonde gratitude et ma reconnaissance infinie à mon directeur de mémoire Professeur ATANGANA Jacques Maître de conférences à l'université de Yaoundé 1 de m'avoir enseigné et soutenu tout au long de ce travail, de n'avoir jamais manqué de m'orienter et pour sa disponibilité ;
- Je remercie tous les enseignants du département de Physique, de chimie et de sciences de l'Education de l'Ecole Normale Supérieur de Yaoundé pour tous les enseignements dispensés et l'encadrement reçu durant ces années de formation. Je pense particulièrement aux : Pr. BEGUIDE, Pr. OWONO, Dr ONANA, M. et Mme MBALLA, Mme NGOMSI ;
- Je remercie tous les membres du jury pour leur disponibilité ;
- Je remercie tous les enseignants encadreurs du Lycée Général Leclerc pour la peine prise à la formation des jeunes enseignants ;
- Je remercie mes feus parents, feu TEGUE Samuel et feu TEGUE Christine : PAPA, MAMAN que votre âme repose en paix ;
- Je remercie mon épouse Madame WOUAKAM Hermine pour avoir toujours été à mes cotés pendant cette période ;
- Je remercie mes enfants : WOUAKAM Davilla et WOUAKAM Wendy pour le peu d'attention que j'ai porté à leur rencontre pendant cette période, je promets d'y remédier ;
- Je remercie particulièrement la famille FODJO TEGUE pour l'aide fournie à ma famille avant et pendant cette période de travail ;
- Je remercie mes frères : TEGUE Judithe, TEGUE François, TEGUE Thierry, TEGUE Berline, TEGUE Nicole, TEGUE Christelle pour le soutien et les encouragements qu'ils m'ont apporté tout au long de ce travail ;
- Je remercie ma belle famille en occurrence mes beaux parents M. et Mme DONFACK pour toutes leurs aides multiformes qu'ils m'ont apporté pendant ces années de dure

labeur ;

- Je remercie mes camarades de promotion en particulier : BOLPE, DJOMO, TADJOUO pour leur amitié, leur confiance et leur soutien permanent ;
- Enfin je remercie tous ceux qui de près ou de loin ont contribué à l’aboutissement de ce mémoire.

Table des matières

Dédicaces	i
Remerciements	ii
Table des matières	vi
Table des Figures	vii
Liste des tableaux	viii
Resumé	ix
Abstract	x
INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
1 GÉNÉRALITÉS SUR LES ÉVÉNEMENTS EXTRÊMES DANS UN MILIEU PHYSIQUE FORTEMENT PERTURBÉ	3
1.1 Les ondes extrêmes	3
1.1.1 événements extrêmes	3
1.1.2 Quelques exemples d'événements extrêmes	3
1.1.3 Vagues extrêmes ou vagues scélérates	4
1.1.4 Ondes extrêmes ou rogue waves	4
1.1.5 Définition scientifique	4
1.1.6 Piste d'explication sur le plan scientifique	5
1.2 Lien entre l'hydrodynamique et l'optique	5
1.3 Les métamatériaux	6
1.3.1 Historique	6
1.3.2 Structure des métamatériaux	7
1.3.3 Quelques types de métamatériaux	9
1.4 Effets linéaires et non-linéaires dans les métamatériaux	11
1.4.1 Effets linéaires dans les métamatériaux	11
1.4.2 Effets non linéaires dans les métamatériaux	12

1.5	Quelques domaines d'application des métamatériaux	13
1.5.1	La miniaturisation d'antennes et de circuits	13
1.5.2	Super résolution	13
1.6	Les lignes de transmission	14
1.6.1	Définition	14
1.6.2	Lignes de transmission main droite ou right handed transmission line (RH-TL)	14
1.6.3	Lignes de transmission main gauche ou left handed transmission line (LH-TL)	16
1.6.4	Ligne de transmission composite main droite / main gauche ou right/left handed transmission line (CRLH-TL)	17
1.6.5	Applications des lignes de transmission	18
1.7	Dynamique de génération des ondes extrêmes dans une ligne de transmission composite main gauche /main droite soumise à la non-linéarité et à la dispersion d'ordre 2. . . .	19
2	LA THEORIE DES VARIABLES COLLECTIVES	23
2.1	Généralités sur la théorie des variables collectives	23
2.1.1	Description du champ par des ansatz	24
2.1.2	Analyse de la dynamique des impulsions par la technique des variables collectives	25
2.1.3	Approximation Bare	27
2.2	Minimisation théorique d'une fonction	28
2.2.1	Principe de la minimisation	28
2.2.2	Minimisation du champ résiduel	29
2.3	Méthodes numériques utilisées	30
2.3.1	Procédure d'initialisation du système ligne de transmission composite pour l'ana- lyse numérique.	30
3	APPLICATION DE LA THÉORIE DES VARIABLES COLLECTIVES À L'ÉTUDE NUMÉRIQUE DE L'INFLUENCE DE LA NON LINÉARITÉ DANS LA GÉNÉRATION DES ONDES EXTRÊMES DANS UNE LIGNE COMPOSITE MAIN GAUCHE /MAIN DROITE	34
3.1	Modèle théorique	34
3.1.1	Fonction ansatz d'approche	35
3.1.2	Dynamique des variables collectives	35
3.2	Étude numérique de la propagation d'une impulsion lumineuse dans une ligne composite main gauche /main droite.	36
3.2.1	Analyse et interprétation des résultats de simulations	37
3.2.2	Analyse de l'influence de la non linéarité d'ordre 2 dans la génération des ondes extrêmes dans une ligne composite main gauche / droite.	45
	Apport pédagogique	47
	CONCLUSION GÉNÉRALE	48

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

49

Table des figures

1.1	Hauteur d'une vague : $H = \max(H_-, h_+)$	4
1.2	La structure proposée par D. Smith qui combine les fils minces et les SRR pour avoir un milieu doublement négatif (métamatériaux).	7
1.3	Principe d'une super-lentille	7
1.4	structure des métamatériaux : (1) : résonateur à anneau fendue(SRR);(2) : Dans le matériau de gauche : décrivent des atomes constitutifs dans celui de droite, ils décrivent d'éléments constitutifs tel que des SRR;(3) : première structure main gauche;(4) : structure à résonateur fendus à deux dimensions;(5) : Structure 3D-Cube Boeing[8].	8
1.5	(a) Méta matériau à permittivité négative; (b) Méta matériau à perméabilité négative (c); Méta matériau à indice négatif[8].	10
1.6	a) schéma de principe d'une cellule unitaire et b) vue d'un prototype d'un métamatériau à indice négatif à base de lignes de transmission coplanaires.	10
1.7	a) image obtenue à partir d'une super-lentille; b) image obtenue à partir d'une lentille ordinaire	13
1.8	Modèle d'un tronçon de ligne (main droite) avec perte.	14
1.9	Modèle de tronçon de ligne duale (main gauche) avec pertes.	16
1.10	Modèle de tronçon de ligne CRLH : (a) avec pertes; (b) sans pertes.	17
1.11	Image du prototype des lignes CRLH fabriquées en technologie micro-ruban et composées de 7 cellules unitaires [14]	19
1.12	Ligne de transmission main gauche non linéaire	19
1.13	Ligne de transmission CRLH équilibré est équivalente à la connexion en série d'une LH-line (dispersion) et d'un RH-line (retard de la constante de groupe)	20
2.1	Représentation d'une impulsion injectée dans une ligne composite [26]	33
3.1	Impulsion soliton obtenue grâce à une compensation parfaite entre la dispersion d'ordre 2 et la non linéarité d'ordre 2 à $Z = 8,72x10^{-6}m$, $\omega = 100rad/s$ et $\alpha = 10^{-18}$	39
3.2	Impulsion obtenue à $Z = 8,72x10^{-6}m$, $\omega = 18rad/s$ et $\alpha = 10^{-18}$	41
3.3	Impulsion obtenue à $Z = 8,72x10^{-6}m$, $\omega = 18rad/s$ et $\alpha = 10^{-10}$	43
3.4	Impulsion obtenue grâce à une dispersion d'ordre 2 et la non linéarité d'ordre 2 à $Z = 8,72x10^{-6}m$, $\omega = 15rad/s$ et $\alpha = 10^{-10}$	45

Liste des tableaux

3.1	les conditions de simulation pour $\omega = 100rad/s$ et $\alpha = 10^{-18}$	37
3.2	les conditions de simulation pour $\omega = 18rad/s$ et $\alpha = 10^{-18}$	40
3.3	les conditions de simulation pour $\alpha = 10^{-10}$ et $\omega = 18rad/s$	42
3.4	les conditions de simulation pour $\alpha = 10^{-10}$ et $\omega = 15rad/s$	44

RESUMÉ

Les métamatériaux sont des matériaux exceptionnels possédant une permittivité et une perméabilité simultanément négatives . Ils sont très utilisés en télécommunication dans les lignes de transmission et de ce fait il en existe plusieurs types. Des structures de propagation composites main gauche/ main droite peuvent être envisagées sous la forme de lignes de transmission chargées par une capacité en série et une inductance en parallèle. L'introduction d'éléments discrets non linéaires sous forme de varactors et la dispersion conserve le caractère main gauche /main droite du circuit en apportant des propriétés spécifiques comme la génération d'ondes extrêmes. Nous nous proposons d'illustrer ici ce comportement chaotique à l'aide des simulations effectuées sur un modèle simplifié de ligne de transmission composite main gauche /main droite.

Mots clés : Onde extrême; métamatériaux; ligne composite; dispersion d'ordre deux; non-linéarité d'ordre deux.

ABSTRACT

Metamaterials are outstanding materials with negative permittivity and permeability simultaneously. They are widely used at telecommunication in the transmission lines and thus there are many types. Composite propagating structures right hand/ left hand, can be consider as transmission lines with charges by generation capacity by series and an inductor in parallel. The introduction of discrete non elements linears as varactors and dispersion retains the composite character right hand/ left hand of the circuit by making specifics proprieties like generation of rogue waves. We propose to illustrate here a chaotic behavior through simulations on a effected simplify model composite transmission line right / left hand.

Key words : Rogue waves ; metamaterials ; composite line ; dispersion of order two ; non-linearity of order two.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'Homme dans sa quête effrénée des réponses aux phénomènes naturels ou non a créé une branche appelée physique. Ainsi deux domaines très importants sont particulièrement intéressants ; l'optique et l'hydrodynamique. Signalons que l'intérêt pour ces deux branches de la physique voit le jour dans l'antiquité avec :

- Platon (423 – 346*av.J.C*) et Aristote (384 – 322*av.J.C*) qui commencent l'histoire de l'optique.

- Descartes (1596-1650) qui a travaillé sur la véritable nature de la lumière.

- Huygens (1629 – 1695) qui considérera la lumière comme une onde.

- Isaac Newton (1642 – 1727) qui a présenté la lumière comme un corps soumis aux lois de la mécanique.

- Maxwell (1831-1879) sur l'aspect ondulatoire de la lumière et ses fameuses équations qui régissent toutes les interactions électriques et magnétiques.

- Théodore Maiman (1831 – 2007) a qui on attribue la naissance du laser qui a continué un travail débuté par Albert Einstein et sa démonstration de l'émission stimulée ce qui rend de nos jours possible des communications à longue distance. [1]

Sur ce cheminement historique de l'optique, on a aussi en hydrodynamique :

- Les inventions d'Archimède avec notamment les miroirs ardents qui auraient selon la légende servis à brûler les bateaux ennemis et des lunettes permettant de voir les bateaux très en avance par rapport à l'œil nu.

- Hooke (1635 – 1703), un des précurseurs de la vision ondulatoire développée ensuite par Huygens disait : Chaque impulsion ou vibration de la source lumineuse générera une sphère qui augmentera continuellement à la manière des vagues ou des anneaux à la surface de l'eau qui se développent en des cercles de plus en plus grands centrés en un point où le mouvement a été amorcé par le plongeon d'une pierre.[2]

Le soliton découvert par John Scott Russel (1808-1882) sera un phénomène non-linéaire hydrodynamique .Celui-ci a pourtant aussi été démontré en optique [3].

L'un des objectifs de notre travail est d'étudier l'existence d'un phénomène commun à l'optique et l'hydrodynamique.

En effet, dans les océans, il existe des vagues géantes capables potentiellement de détruire n'importe quel navire que l'on nomme vagues scélérates. L'étude de ces vagues en mer est im-

possible pour l'instant du fait du danger mais aussi de leurs caractères rare, aléatoire et très destructeur. Dès lors, on comprend qu'il est intéressant de trouver un système palliatif de laboratoire aux effets comparables à ceux existant en mer. Les milieux diélectriques (fibres optiques, métamatériaux) se présentent en parfaits candidats avec l'avantage de faire appel à des ondes ultra-brèves permettant ainsi l'acquisition de nombreux données physiques en un temps très court même lorsque les événements qui nous intéressent sont extrêmement rares. Il s'agit de trouver des effets physiques se trouvant dans les milieux diélectriques ici les métamatériaux et d'en expliquer les origines dans différentes configurations à travers des études analytiques et numériques.

Ce travail sera structuré sur trois chapitres : Au chapitre premier nous présenterons les généralités sur les événements extrêmes en établissant l'analogie entre l'hydrodynamique et l'optique, ensuite les lignes de transmission à métamatériaux et les effets qui peuvent perturber la transmission du signal lumineux dans ces métamatériaux enfin établir l'équation de la dynamique de génération des ondes extrêmes dans une ligne de transmission composite main gauche /main droite soumise à la non-linéarité et à la dispersion d'ordre 2 dont la recherche de la solution constitue la problématique de notre travail.

Le second chapitre sera consacré sur les matériels et les méthodes utilisés dans la description de la dynamique du champ électromagnétique dans les milieux diélectriques lorsqu'une impulsion lumineuse y est injectée.

Dans le chapitre trois nous ferons une application de cette méthode numérique sur un cas pratique à savoir : la dynamique de génération des ondes extrêmes dans une ligne de transmission composite main gauche /main droite soumise à la non-linéarité et à la dispersion d'ordre 2. Notre travail se terminera par une conclusion générale.

GÉNÉRALITÉS SUR LES ÉVÉNEMENTS EXTRÊMES DANS UN MILIEU PHYSIQUE FORTEMENT PERTURBÉ

Dans ce chapitre, nous partirons de la notion d'événement extrême, pour définir les ondes extrêmes. Par la suite, nous introduisons les metamateriaux comme milieu de propagation des ondes extrêmes.

1.1 Les ondes extrêmes

1.1.1 événements extrêmes

Un évènement extrême est un phénomène qui se produit dans un espace et un temps et dont les causes peuvent être naturelles ou liées à l'homme. En effet, un événement est d'autant plus extrême que ses conséquences sont grandes avec des dégâts très importants.

1.1.2 Quelques exemples d'événements extrêmes

De nombreux événements extraordinaires ont marqué l'histoire de notre planète et ceci dans plusieurs domaines. On peut citer :

- **Tremblements de terre** : Les tremblements de terre ne représentent pas un phénomène rare puisqu'il y en a environ 1000 chaque jour. Toute-fois, certains sortent du lot tel que le plus fort tremblement de terre jamais enregistré en 1960 au Chili qui avait une magnitude de 9,5 sur l'échelle de Richter. Le plus destructif, qui avait eu lieu en Chine en 1556 en causant plus de 800 000 morts. Plus récemment, le tremblement de terre du Japon au sud de Fukushima a défrayé la chronique avec une magnitude de 8.9 menant à la génération d'un tsunami et d'une catastrophe nucléaire.
- **En médecine** : Les crises cardiaques ou les ruptures d'anévrisme sont deux exemples d'évènements extrêmes. Un autre exemple très étudié est l'épilepsie ou plus précisément les crises d'épilepsie. Nous n'iront pas assez loin mais nous inviterons le lecteur intéressé à lire la Réf [3] qui présente les principaux évènements extrêmes dans la nature et la société afin de rendre compte de l'étendue des domaines touchés. [3]

1.1.3 Vagues extrêmes ou vagues scélérates

L'hydrodynamique n'échappe pas à l'existence de phénomènes extrêmes qui ont donné naissance à bon nombre de marins et autre à l'instar des sirènes de bateaux alors que d'autres sont passés de légendes à des réalités scientifiques comme c'est le cas des vagues scélérates. En effet, cela fait des siècles que des marins parlent d'une eau apparaissant de nulle part et disparaissant en engloutissant parfois les navires. On peut citer :

- Les récits de l'officier naval et scientifique français Dumont d'Urville lors de son expédition de 1826 rapportant la rencontre d'une vague atteignant 30 mètre de haut.
- Durant la nuit du 12 décembre 1978, le cargo "Munchen" doté d'une technologie de pointe envoya un signal de détresse et disparut en laissant très peu de traces alors qu'aucune tempête n'avait été signalée.
- En 1980, le commandant d'un pétrolier (Esso Languedoc) a pu prendre une photographie d'une vague géante apportant la première preuve visuelle de l'existence des vagues scélérates.
- En 1995, l'enregistrement par les sondes à vagues de la plateforme pétrolière Draupner située en mer du nord pour obtenir une mesure précise et scientifique d'une vague de hauteur crête-croix atteignant 26 mètres alors que la moyenne des vagues les plus grandes de la mer à ce moment-là n'était que de 12 mètres [4].

1.1.4 Ondes extrêmes ou rogue waves

Depuis quelque temps, ce que l'on appelle en anglais Freak ou Rogue Waves est universellement reconnu comme un phénomène extrême existant. L'étude de ces vagues géantes par le biais du projet européen MAXWAVE [4] a montré que leur fréquence n'est pas négligeable et ainsi les pertes de bateaux de marchandises et des personnes peuvent être très importantes.

1.1.5 Définition scientifique

Avant d'aller plus loin, il nous faut expliquer la notion de hauteur d'une vague. Comme la Fig (1-1) le montre, la hauteur est la distance verticale entre la crête de la vague et le creux le plus profond avant ou après la vague.

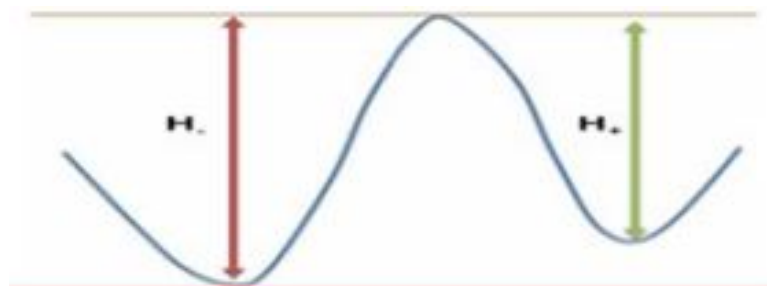


FIGURE 1.1 – Hauteur d'une vague : $H = \max(H_-, h_+)$

Les vagues sont ainsi une somme de sinusoïdes d'amplitudes et phases aléatoires et indépendantes. C'est pourquoi nous pouvons utiliser le théorème de central limite et ainsi supposer qu'une mer aléatoire a une distribution gaussienne et plus précisément que l'on peut écrire la densité de probabilité des élévations d'une mer de la manière suivante.

$$g(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1.1)$$

Les développements analytiques et statistiques montrent qu'une vague sur 3000 est scélérate. Ainsi si l'on considère une mer de période typique 10s alors une vague scélérate se produira toute les 8,3 heures. Notons que selon certains hydrologues, l'indice d'anormalité(AI) doit être supérieur à 2,2 pour considérer la vague comme scélérate. Dans ce cas, une vague sur 16000 sera extrême et toujours en considérant une période de 10s. Cela signifierait qu'une vague tueuse se produit toute les 445 heures. Si l'AI devrait être supérieur à 2,5 alors seule une vague sur 269000 serait dite scélérate. Bien que ces chiffres puissent paraître importants, de telles vagues sont dans la queue de la distribution statistique confirmant leur caractère rare. Précisons que ces valeurs permettent de considérer une mer gaussienne en négligeant de nombreux effets dont la non-linéarité en particulier .

1.1.6 Piste d'explication sur le plan scientifique

Dans la mer, il existe de nombreuses collisions et autres superpositions de paquets de vagues se propageant à des vitesses et directions différentes. En effet, dans une théorie quasi-linéaire, un état de mer peut être vu comme la somme d'ondes sinusoïdales monochromatiques d'amplitudes et de fréquences différentes. Les phases sont aléatoires et distribuées uniformément. Si l'on se place dans un modèle unidimensionnel, il est aisé d'imaginer que par simple dispersion, les ondes aux grandes longueurs d'ondes, plus rapides, vont rattraper celles ayant de courtes longueurs d'ondes, plus lentes [5]. On parlera de focalisation dispersive(ou spatio-temporelle). Précisons qu'il existe aussi la focalisation géométrique ou des trains de vagues de directions différentes qui peuvent se croiser de manière constructive et mener à des vagues scélérates [6-7]. Ajoutons aussi qu'une focalisation vers une structure extrême a été suite à de multiples collisions d'ondes aléatoires turbulentes dans un modèle bidimensionnel utilisant l'équation de Schrödinger non-linéaire [8].

1.2 Lien entre l'hydrodynamique et l'optique

- **Les équations de propagation**

L'équation de Schrödinger non linéaire généralisée rend compte de l'existence de nombreux phénomènes où il parait difficile de trouver des analogies en hydrodynamique. Toutefois, sous certaines conditions, il est possible de simplifier cette équation pour ne tenir compte que de la dispersion chromatique du second ordre et de la non-linéarité Kerr. Dans ce cas, en négligeant

les pertes, l'équation devient :

$$i \frac{\partial A}{\partial Z} - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (1.2)$$

L'équation de Schrödinger non-linéaire, telle qu'écrite ci-dessus, est aussi utilisé en hydrodynamique puisqu'elle est conforme à l'équation normalisée et est donnée sous forme

$$i \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2u|u|^2 \quad (1.3)$$

Elle représente un lien de poids puisque son existence dans les deux domaines signifie qu'une structure qui naitrait en hydrodynamique peut naitre en optique inversement. Toutefois, lorsque l'on compare l'équation normalisée des deux équations, nous remarquons que les variables de temps et d'espace ont été « échangées ». Par exemple, la dérivée première n'est plus par rapport à la variable de temps mais par rapport à la variable d'espace ; cependant cela ne change pas les conceptions physiques [4]. Dans les lignes de transmission à métamatériaux, la propagation peut être principalement affectée par des effets dispersifs ou non-linéaires.

1.3 Les métamatériaux

Les métamatériaux sont des matériaux nouveaux aux propriétés électromagnétiques fascinantes. On les définit comme des matériaux artificiels dont les propriétés électromagnétiques vont au-delà de celles existantes dans les structures naturelles.

Les métamatériaux se définissent également comme étant des matériaux dont la structure interne interagit avec une onde incidente (acoustique ou électromagnétique) de manière à créer des propriétés macroscopiques inhabituelles, voir inobservées dans les matériaux naturels. La propriété particulière qui fait la renommée des métamatériaux est la possibilité d'avoir une perméabilité et une permittivité simultanément négatives. Les métamatériaux sont donc des milieux à indice de réfraction négatif. [3]

1.3.1 Historique

La première mention de matériaux à indice négatif apparait avec Veselago en 1968 [9], qui publie un article sur les applications des matériaux à indice de réfraction négatif. Il évoque la possibilité de créer des lentilles plates avec de tels matériaux. Il décrit également les bases de la réfraction négative en spécifiant les matériaux “main droite” et les matériaux “main gauche”. Seulement, l'absence de tels matériaux directement dans la nature ne permet pas de mettre en œuvre cette étude. Après la découverte de matériaux à perméabilité magnétique négative, JB Pendry [9] parvient à mettre en place une lentille fonctionnant sur le principe de la réfraction négative permettant d'obtenir une résolution beaucoup plus importante. On comprend dès lors l'intérêt des métamatériaux, car étant totalement artificiels, il devient possible de créer des matériaux aux propriétés très innovantes. Le premier prototype d'un métamatériau a été réalisé

par D.R.Smith et Al, de l’université de Californie à San Diego. Ils proposèrent une structure alternant des SRR(Split Ring Resonator) en cuivre en forme de C et des fils de cuivre réalisés par lithographie sur le substrat comme l’indique la figure 1-2

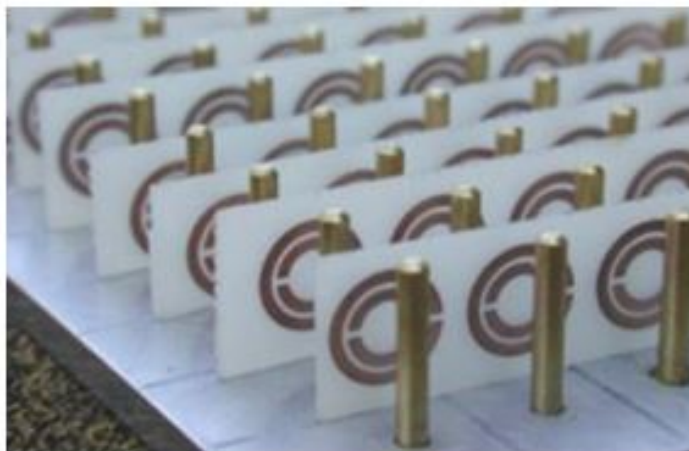


FIGURE 1.2 – La structure proposée par D. Smith qui combine les fils minces et les SRR pour avoir un milieu doublement négatif (métamatériaux).

Grâce à l’avancée sur les travaux de recherche de Veselago, Pendry examina cette fois la transmission et la réflexion d’une lame à faces parallèles d’indice $n = -1$ et montra que ce type de matériau focalise non seulement dans le champ lointain mais dans le cas d’une lentille classique, et nomma ce type de lentille “super lentille” offrant des possibilités d’imageries parfaites, et permettant potentiellement de franchir la limite de diffraction des lentilles classiques[8].

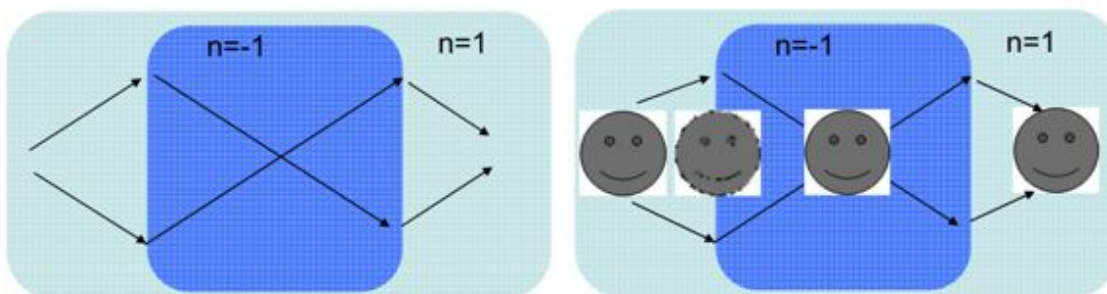


FIGURE 1.3 – Principe d’une super-lentille

1.3.2 Structure des métamatériaux

En 1999, J. Pendry et Al [10] ont proposé une variété de structures planes périodiques qui selon eux permettraient de construire des métamatériaux. Ces structures consistaient en résonateur en anneau fendu “ split ring résonators(SRR)” équivalent à des boucles ou à des tubes conducteurs interrompus par un espace et de tiges conductrices périodiques continues ou discontinues. Un champ magnétique variable crée dans une telle structure ” anneau” une force

électromotrice située dans le plan de l'élément qui génère des courants dans le conducteur. Le gap équivaut à une capacité permettant l'apparition d'un phénomène de résonance fonction de la géométrie de l'élément (figure 1.4). De tels éléments peuvent être assemblés en un métamatériau dans lequel ils conditionnent les valeurs de la permittivité ϵ et de la perméabilité μ comme les atomes le font dans les matériaux naturels (figure 1.4). En 2000, D.R Smith et Al [9] reprenant les idées de J. Pendry ont montré pour la première fois comment fabriquer ce type de métamatériau qui n'existe pas dans la nature. Ils ont utilisé comme cellule élémentaire des tiges et des anneaux conducteurs montés en un réseau périodique 1D ou 2D (figure 1.4). En 2003 C. G. Parazolli et Al ont réalisé un Phantom Boeing Works une structure 3D connue sur le nom de Boeing cube (figure 1.4). La validation des équations de Maxwell par Victor Vaseloga [9] et les premières réalisations de D.R Smith et Al ont ouvert tout un champ nouveau de conception des matériaux fabriqués par l'Homme.

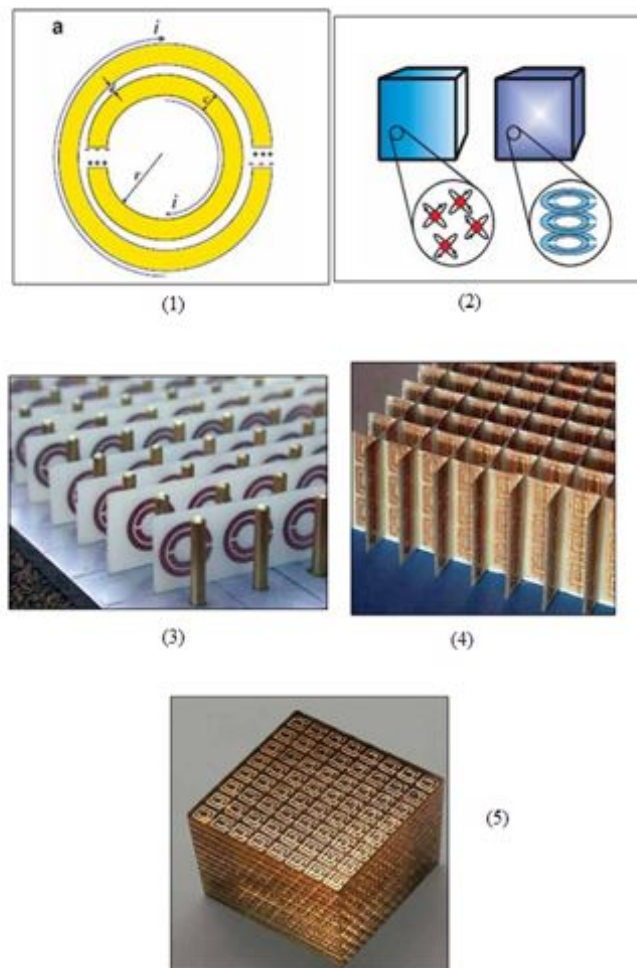


FIGURE 1.4 – structure des métamatériaux : (1) : résonateur à anneau fendu(SRR);(2) : Dans le matériau de gauche : décrivent des atomes constitutifs dans celui de droite, ils décrivent d'éléments constitutifs tel que des SRR;(3) : première structure main gauche;(4) : structure à résonateur fendus à deux dimensions;(5) : Structure 3D-Cube Boeing[8].

1.3.3 Quelques types de métamatériaux

On distingue :

1.3.3.1 Motifs métalliques dans une matrice, ou métalldiélectrique.

Ce sont les premiers à avoir été conçus. Grâce à eux, on a pu obtenir des premières indices négatives par superposition de deux structures pour lesquels le chercheur PENDRY a montré qu'il existait des domaines fréquentiels à perméabilité et permittivité négatives à savoir les réseaux de fils continus et les réseaux de résonateurs à anneaux fendus. Parmi ces derniers on distingue [8] :

1. Les matériaux à permittivité négative :

la permittivité est négative dans ces types de matériaux pour des fréquences en deça de la fréquence plasma (pour des métaux usuels celle-ci se situe dans la gamme UV). Pour obtenir cette permittivité négative dans la gamme micro-onde, on peut utiliser le modèle wire medium proposé par Brown et Rotman ensuite repris par Pendry et utilisée plus tard pour la fabrication du premier métamatériau.

2. Les métamatériaux à perméabilité négative :

En 1981, Hardy et Whitehead ont proposé des structures métalliques en forme d'anneaux coupés fonctionnant dans les micro-ondes et les courants induits donnant naissance à une forte réponse magnétique. Pendry reprend et améliore ces structures en 1999 pour pouvoir donner naissance à une perméabilité négative dans la gamme micro-ondes.

3. Les métamatériaux à indice négatif :

L'idée originale pour obtenir ces types de métamatériau était de superposer à la même fréquence, l'effet de permittivité et de perméabilité négative grâce aux structures proposées précédemment. Cependant, il ne s'agit pas de l'unique solution et il existe des structures dont les mêmes constituants élémentaires donnent à la fois une permittivité et une perméabilité négative. Parmi ces structures on peut citer : les paires de bâtonnets métalliques, les structures fishnet, les structures en forme oméga ou de structures dendritiques. .

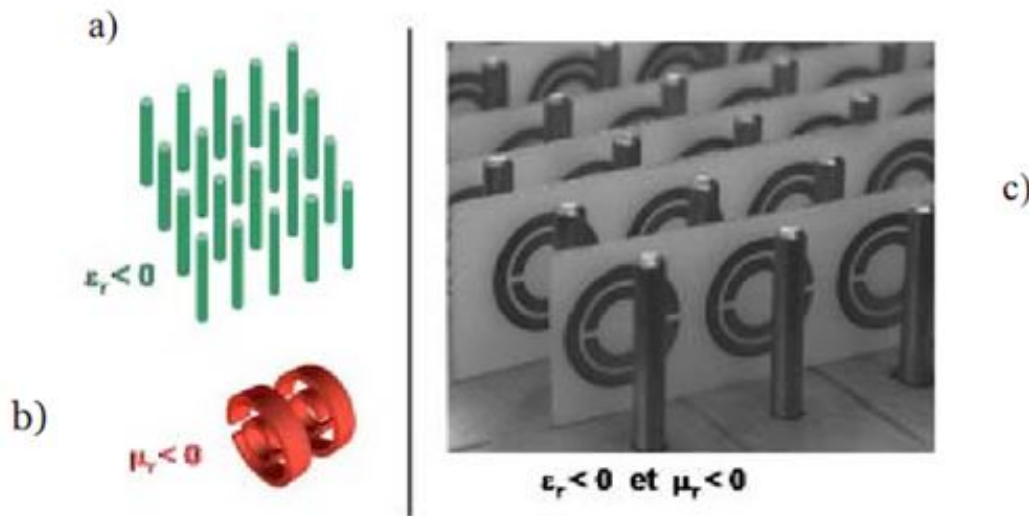


FIGURE 1.5 – (a) Méta matériau à permittivité négative ; (b) Méta matériau à perméabilité négative (c) ; Méta matériau à indice négatif[8].

1.3.3.2 Métamatériaux à base de lignes de transmission

Ils sont basés sur les inclusions métalliques et ou de structures dendritiques.

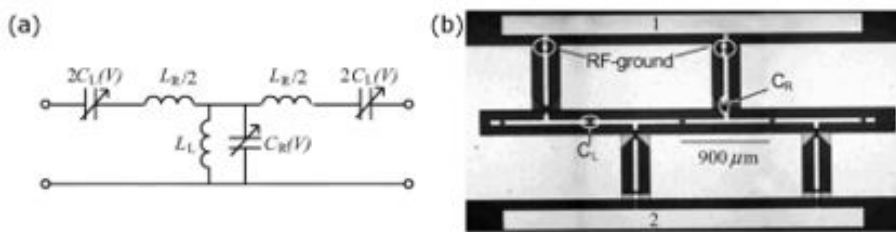


FIGURE 1.6 – a) schéma de principe d’une cellule unitaire et b) vue d’un prototype d’un métamatériau à indice négatif à base de lignes de transmission coplanaires.

Les métamatériaux à base de lignes de transmission permettent d’avoir des supports de transmission micro-onde chargés par des éléments effectifs qui peuvent avoir des applications intéressantes. L’on a ainsi démontré qu’il était possible de réaliser une lentille plane et d’obtenir un effet de super-résolution en utilisant des lignes de transmission micro-ruban 2D et 3D chargées.

1.3.3.3 Métamatériaux à base de composites

Ils sont obtenus en faisant un mélange hétérogène de matériaux différents [10].

1.4 Effets linéaires et non-linéaires dans les métamatériaux

Pendant la propagation d'une onde lumineuse dans les métamatériaux, plusieurs phénomènes font en sorte que l'information transmise à l'entrée atteigne la sortie de manière perturbée. Ceci s'explique par les effets linéaires et non-linéaires qui entrent en jeu dans les matériaux au cours de la propagation.

1.4.1 Effets linéaires dans les métamatériaux

Pendant la propagation d'une impulsion lumineuse dans une ligne de transmission, celle-ci subit un étalement temporel plus ou moins important en fonction de sa largeur temporelle et sa longueur d'onde. Parmi les sources de dégradation linéaire les plus importantes nous pouvons citer l'atténuation et la dispersion chromatique.

1. L'atténuation

Les effets de l'atténuation se manifestent par une perte de la puissance du signal au fur et à mesure qu'il se propage dans les métamatériaux. Cette perte d'énergie est la somme de plusieurs processus d'absorption et de diffusion de l'énergie dans des directions autres que celle de la propagation [11].

2. La dispersion chromatique

Quand on transmet à une longueur d'onde où la dispersion chromatique de premier ordre n'est pas nulle, chaque composante spectrale du signal subit un retard de transmission différent. Ces différences de temps d'arrivée des composantes spectrales engendrent un élargissement temporel de l'enveloppe de l'impulsion [17]

• Dispersion d'ordre un

Elle est notée β_1 et est l'inverse de la vitesse de déplacement de l'enveloppe de l'impulsion (vitesse de groupe). Elle traduit simplement la vitesse à laquelle l'énergie de l'impulsion se propage.

$$\beta_1 = \frac{1}{V_g} = \frac{n_g}{c} = \frac{1}{c} \left(n + \omega \frac{\partial n}{\partial \omega} \right) \quad (1.4)$$

• Dispersion d'ordre deux

Encore appelé **coefficient de dispersion de la vitesse de groupe** (GVD, group velocity dispersion), elle traduit la variation de la vitesse de groupe vis-à-vis de la fréquence ou de l'élargissement de l'impulsion. Elle s'exprime S^2/m et est définie par :

$$\beta_2 = \frac{\partial \beta_1}{\partial \omega} = \frac{1}{c} \left(2 \frac{\partial n}{\partial \omega} + \omega \frac{\partial^2 n}{\partial \omega^2} \right) \quad (1.5)$$

L'équation de propagation d'une impulsion soumise uniquement à la dispersion chromatique d'ordre 2 est donnée par

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = -\frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (1.6)$$

• Dispersion d'ordre trois

Elle est observée pour des impulsions à très large spectre (impulsion lumineuse ultra brève)

et engendre une asymétrie de l'impulsion avec l'apparition d'oscillations sur un des fronts de l'impulsion. Pour ce cas, l'équation de propagation est donnée par :

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (1.7)$$

1.4.2 Effets non linéaires dans les métamatériaux

Un matériau est constitué principalement d'ions, d'électrons et d'atomes. Lorsque les particules chargées sont soumises à un champ électrique, elles se déplacent à travers le matériau donnant naissance à un courant électrique. Les effets non-linéaires naissent lorsque l'on a des champs électromagnétiques intenses, ces effets varient selon la structure du matériau et la forme du champ électrique. En effet ces effets non-linéaires en propagation sur une ligne sont provoqués par la variation de l'indice de réfraction du milieu avec l'intensité du signal transmis. Une forte intensité induit une polarisation non-linéaire additionnelle, ce qui entraîne une modulation de l'indice de celui-ci. On distingue : L'effet Kerr, la diffusion stimulée Raman(SRS), la diffusion stimulée Brillouin(SBS) [12]. Nous n'allons considérer que l'effet Kerr qui est plus pénalisant dans les transmissions optiques actuelles.

L'effet Kerr optique :

Un diélectrique solide, liquide ou gaz, transparent, optiquement isotrope, devient biréfringent lorsqu'il est soumis à un champ électrique intense. Ce phénomène de biréfringence provoqué, découvert en 1875 par le physicien écossais John Kerr, est connu sous le nom d'effet Kerr. Il trouve son origine dans la polarisation non-linéaire du troisième ordre, qui produit une modulation de l'indice de réfraction via l'intensité de l'onde envoyée.

La modulation d'indice se traduit par une modulation de fréquence (chirp) de la porteuse optique. Ceci génère de nouvelles fréquences dans et hors de la bande spectrale initiale du signal. La particularité principale de ce phénomène est qu'il s'établit et disparaît en des temps très brefs (de l'ordre de 10^{-10} s). L'effet Kerr est un phénomène de biréfringence créé dans un matériau par un champ électrique extérieur, caractérisant l'existence de plusieurs indices de réfractifs différents : un rayon lumineux est séparé en deux rayons lorsqu'il entre dans ce matériau. En effet lorsque des impulsions très brèves et très intenses traversent un matériau, le vecteur polarisation n'est plus proportionnel au champ électrique et l'indice de réfraction devient alors dépendant de l'intensité de l'onde de propagation . L'équation de propagation en tenant compte de l'effet Kerr s'écrit comme suit :

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} - i\beta_1 \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{2} i\beta_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - i\beta_3 \frac{\partial^3 \psi}{\partial t^3} + \gamma |\psi|^2 \psi = \frac{i\alpha}{2} \psi \quad (1.8)$$

L'effet Kerr intervient dans une très grande variété de phénomènes tels que l'auto-modulation de phase et fréquence, la propagation d'impulsion soliton. L'auto modulation de phase ou le déphasage auto-induit par exemple est une variation de phase de l'impulsion par elle-même. Elle modifie le profil spectral de l'impulsion en gérant les photons de fréquences inférieures à la fréquence de la porteuse sur le front montant de l'impulsion et respectivement supérieures sur le

front descendant. La propagation d'une onde lumineuse est modélisée par l'équation suivante :

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = i\gamma(\omega) \psi |\psi|^2 \tag{1.9}$$

1.5 Quelques domaines d'application des métamatériaux

Les différentes applications des metamateriaux sont multiples à savoir :

1.5.1 La miniaturisation d'antennes et de circuits

Il existe déjà des téléphones portables à antennes métamatérielles à l'instar du LG Chocolate BL 40. Les résonateurs électriques et magnétiques développés dans les gammes gigahertz ont été énormément étudiés et adaptés pour des applications en télécommunication et les techniques de fabrication dans ces gammes sont aisées. Les progrès récents permettent la miniaturisation et la directivité des antennes.

1.5.2 Super résolution

Les super-lentilles sont des systèmes très prometteurs qui pourraient permettre d'améliorer fortement certaines techniques d'imagerie, en exploitant non seulement le champ lointain mais aussi ses parties évanescentes. Ces dispositifs sont en réalité très difficiles à réaliser dans la mesure où ces lentilles nécessiteraient un indice $n = -1$ avec un niveau de perte très faible. Dans son article intitulé « negative refraction makes a perfect lens » J. Pendry [9] a proposé une manière plus simple d'obtenir une image sub-longueur d'onde en utilisant des lentilles métalliques dans la limite électrostatique. Face à la difficulté de fabriquer des super-lentilles, des chercheurs ont développé d'autre systèmes exploitant des propriétés des métamatériaux afin d'obtenir une résolution sub-longueur d'onde, ce sont des réseaux de fils fonctionnant en régime dit de canalisation, les réseaux de nanoparticules et les hyper-lentilles utilisant de structures en forme sphériques et anisotropes[8].

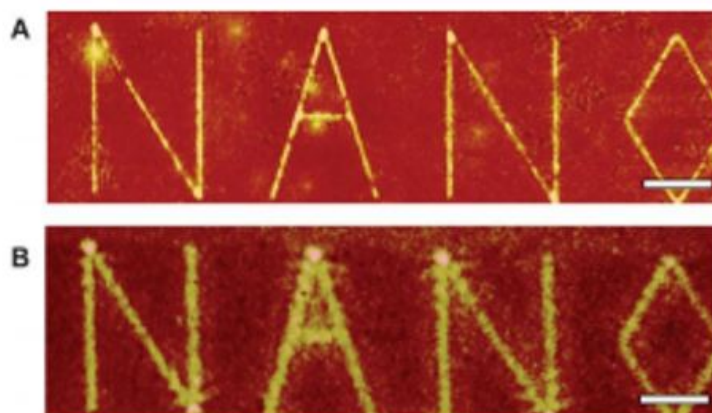


FIGURE 1.7 – a) image obtenue à partir d'une super-lentille ; b) image obtenue à partir d'une lentille ordinaire

1.6 Les lignes de transmission

1.6.1 Définition

Une ligne de transmission est un ensemble de deux ou plusieurs conducteurs acheminant de concert un signal électrique d'une source (ou émetteur) vers une charge (ou récepteur). La ligne de transmission comme support de communication est la plus modélisée en télécommunication. Au cours de la propagation dans une ligne de transmission, l'impulsion est soumise à des effets de pertes nécessitant ainsi un processus de filtrage afin d'avoir une information de qualité. Pour cela, la ligne de transmission sera modélisée comme suit :

- Une Résistance R pour éliminer les pertes de puissance pendant la propagation.
- Un condensateur monté en dérivation pour filtrer les bruits occasionnés par l'ajout de la résistance.
- Une inductance montée en série avec la résistance car il se produit un phénomène de propagation qui est dû au comportement inductif de la ligne.
- Une résistance parallèle ou une inductance pour éliminer la fuite de courant car les diélectriques qui séparent les deux conducteurs ne sont pas parfaites.

Pour notre étude nous allons choisir une section de circuit appelée **section élémentaire ou cellule unité**. Partant de cela, on a constaté qu'il existe trois principaux types de lignes de transmission[13] :

1.6.2 Lignes de transmission main droite ou right handed transmission line (RH-TL)

Cette approche a pris son origine dans la théorie des lignes de transmission. En effet une ligne de transmission peut être modélisée par un réseau de cellules unitaires identiques mises en cascade. La longueur de la cellule unitaire (tronçon de ligne) est choisie petite devant la longueur d'onde. Dans le cas idéal, cette cellule est composée d'une inductance en série et d'une capacité en parallèle. Dans le réel, on ajoute une résistance R liée aux pertes et un élément G lié aux pertes diélectrique. Elles sont des lignes classiques rencontrées généralement dans des câbles coaxiaux. Le schéma de ce tronçon de ligne est le suivant :

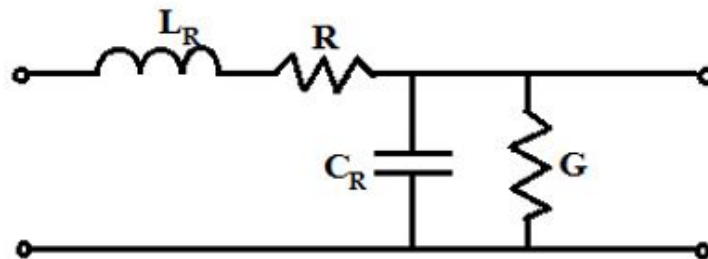


FIGURE 1.8 – Modèle d'un tronçon de ligne (main droite) avec perte.

En appliquant les lois de Kirchhoff en tension et en courant sur le tronçon des lignes de

transmissions de la figure 1.8 on obtient :

$$i(z, t) - i(z + dz, t) = C_R \frac{\partial v(z, t)}{\partial t} dz + Gv(z, t) dz \quad (1.10)$$

$$v(z, t) - v(z + dz, t) = L_R \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} dz + Ri(z, t) dz \quad (1.11)$$

En régime sinusoïdal permanent, les équations précédentes deviennent :

$$i(z, \omega) - i(z + dz, \omega) = (jC_R\omega + G) dz + v(z, \omega) dz \quad (1.12)$$

$$v(z, \omega) - v(z + dz, \omega) = (jL_R\omega + R) iz\omega dz \quad (1.13)$$

Posons $Z = R + jL_R\omega$ et $Y = G + C_R\omega$ avec Z l'impédance des éléments séries qui caractérisent l'affaiblissement et la dissipation sur la ligne. Y l'admittance des éléments parallèles qui caractérisent le filtrage et les effets de fuite.

La tension $v(z)$ et le courant $i(z)$ dans la ligne sont liées par les équations des télégraphistes :

$$\frac{\partial v(z)}{\partial z} = -i(z) Z \quad \text{et} \quad \frac{\partial i(z)}{\partial z} = -v(z) Y \quad (1.14)$$

En dérivant ces équations par rapport à z on a :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 v(z, \omega)}{\partial z^2} = ZY v(z, \omega) \\ \frac{\partial^2 i(z, \omega)}{\partial z^2} = ZY i(z, \omega) \end{cases} \quad (1.15)$$

On appelle exposant linéique ou constante de propagation la variable $\gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta$ qui caractérise les effets de dissipation et de comportement de la phase, où α est l'affaiblissement linéique caractérisant les effets de perte exprimés en Neper / mètre et β le déphase numérique caractérisant les effets de dispersion.

La vitesse de phase et la vitesse de groupe sont données respectivement par :

$$v_\varphi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{ZY}} ; \quad v_g = \frac{\partial \omega}{\partial \beta} \quad (1.16)$$

Dans le cas idéal,

$$\gamma = j\beta = -j\omega\sqrt{L_R C_R} \quad \text{avec} \quad \beta = \omega\sqrt{L_R C_R} \quad (1.17)$$

$$\begin{cases} \gamma = j\beta = -j\omega\sqrt{L_R C_R} \\ v_\varphi = \sqrt{\frac{L_R}{C_R}} \\ v_g = \frac{1}{\sqrt{L_R C_R}} \\ v_g = \frac{1}{\sqrt{L_R C_R}} \end{cases} \quad (1.18)$$

La vitesse de groupe et la vitesse de phase sont de même signe. On conclut que la ligne est purement de type main droite. Les équations de Maxwell pour une ligne de tronçon Z peuvent s'écrire :

$$\frac{\partial E(z)}{\partial z} = j\omega\mu H \quad \text{et} \quad \frac{\partial H(z)}{\partial z} = j\omega\varepsilon E \quad (1.19)$$

Il est possible d'identifier les équations des télégraphistes (1.15) aux équations de Maxwell (1.20) en faisant correspondre la tension au champ électrique et le courant au champ magnétique. La permittivité et la perméabilité peuvent s'écrire alors :

$$\varepsilon = \frac{Y}{j\omega} \quad \text{et} \quad \mu = \frac{Z}{j\omega} \tag{1.20}$$

1.6.3 Lignes de transmission main gauche ou left handed transmission line (LH-TL)

La permutation dans le modèle électrique de la capacité et de l'inductance permet d'avoir une permittivité et une perméabilité toutes deux négatives. C'est la topologie duale de la ligne de transmission classique qu'on appellera ligne de transmission main gauche(LH-TH-TL).

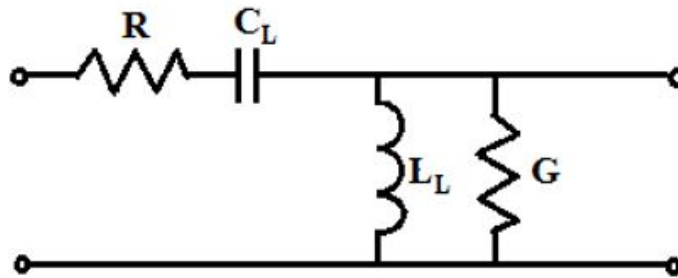


FIGURE 1.9 – Modèle de tronçon de ligne duale (main gauche) avec pertes.

Par un raisonnement analogue aux lignes de transmission main droite, on obtient les caractéristiques fondamentales d'une ligne de transmission main gauche données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta \\ Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \\ v_\varphi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{ZY}} \\ v_g = \frac{\partial \omega}{\partial \beta} \end{array} \right. \tag{1.21}$$

Dans le cas idéal, on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma = j\beta = -j \frac{1}{\omega \sqrt{L_L C_L}} \quad \text{avec} \quad \beta = -\frac{1}{\omega \sqrt{L_L C_L}} \\ Z_c = \sqrt{\frac{L_L}{C_L}} \\ v_\varphi = -\omega^2 \sqrt{L_L C_L} \\ v_g = +\omega^2 \sqrt{L_L C_L} \end{array} \right. \tag{1.22}$$

Ces équations montrent que la vitesse de phase et de groupe sont opposées ce qui entraîne que la ligne de transmission peut supporter des ondes inversées. C'est donc une ligne purement main gauche.

1.6.4 Ligne de transmission composite main droite / main gauche ou right/left handed transmission line (CRLH-TL)

Dans la pratique, il est difficile d'avoir une ligne purement main gauche, car les éléments main gauche ont besoin d'interconnexions pour les relier ce qui fait intervenir automatiquement des tronçons de lignes classiques et donc des éléments main droite. On parle alors dans le cas pratique, d'une ligne composite main droite / main gauche ou ligne CRLH-TL (Composite Right Left-Handed Transmission Line) la Figure (1-10) (a). et la Figure (1-10) (b) représente le modèle CRLH-TL après intégration des pertes.

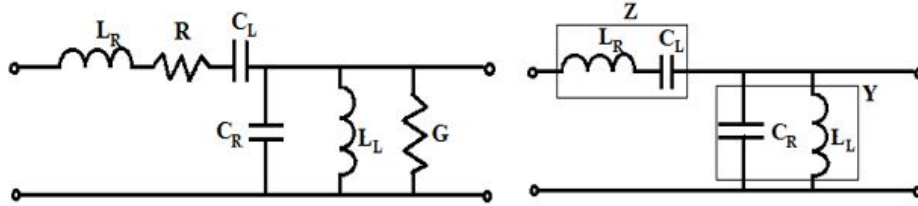


FIGURE 1.10 – Modèle de tronçon de ligne CRLH : (a) avec pertes ; (b) sans pertes.

Les caractéristiques essentielles du CRLH-TL peuvent être déduites par l'analyse du circuit équivalent où l'impédance et l'admittance du circuit équivalent sont données par :

$$\begin{cases} Z = j \left(\omega L_R - \frac{1}{\omega C_L} \right) \\ Y = j \left(\omega C_R - \frac{1}{\omega L_L} \right) \end{cases} \quad (1.23)$$

Le coefficient de propagation est

$$\gamma = \sqrt{ZY} = j \sqrt{\left(2 + \frac{\omega^2}{\omega_R^2} + \frac{\omega_L^2}{\omega^2} \right)} \quad (1.24)$$

Avec

$$\begin{cases} \omega_R = \frac{1}{\sqrt{L_R C_R}} \quad (rad.m/s) \\ \omega_L = \frac{1}{\sqrt{L_L C_L}} \quad (rad.m/s) \end{cases} \quad (1.25)$$

ω_R et ω_L sont respectivement les fréquences de résonances main droite et main gauche.

L'impédance caractéristique de la ligne composite est sous cette forme :

$$Z_C = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{\omega L_R - 1/\omega C_L}{\omega C_R - 1/\omega L_L}} \quad (1.26)$$

Ce qui donne :

$$Z_C = Z_L \sqrt{\frac{(\omega/\omega_{se})^2 - 1}{(\omega/\omega_{sh})^2 - 1}} \quad (1.27)$$

Avec

$$\begin{cases} \omega_{se} = \frac{1}{\sqrt{L_R C_L}} \quad (rad.m/s) \\ \omega_{sh} = \frac{1}{\sqrt{L_L C_R}} \quad (rad.m/s) \end{cases} \quad (1.28)$$

ω_{se} et ω_{sh} sont les fréquences de résonance série et parallèle du composite. La constante de propagation du composite est donc donnée par :

$$\gamma = jS(\omega) \sqrt{\frac{(\omega^2 - \omega_{se}^2)(\omega^2 - \omega_{sh}^2)}{L_L C_L \omega_{se}^2 \omega_{sh}^2 \omega^2}} \quad (1.29)$$

Avec

$$S(\omega) = \begin{cases} -1 & \text{si } \omega < \min(\omega_{se}, \omega_{sh}) \\ +1 & \text{si } \omega > \max(\omega_{se}, \omega_{sh}) \end{cases} \quad (1.30)$$

La vitesse de phase est :

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = S(\omega) \frac{\omega}{\sqrt{(\omega/\omega_R)^2 + (\omega_L/\omega)^2 - k \cdot \omega_L^2}} \quad (1.31)$$

Avec

$$k = L_R C_L + L_L C_R \quad (s/rad)^2 \quad (1.32)$$

La vitesse de groupe définie comme suit

$$v_g = \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)^{-1} = \frac{|\omega \cdot \omega_R^{-2} - \omega^{-3} \cdot \omega_L^2|}{\sqrt{(\omega/\omega_R)^2 + (\omega_L/\omega)^2 - k \cdot \omega_L^2}} \quad (1.33)$$

Avec

$$\beta = \pm \sqrt{\omega^2 L_R C_L + \frac{1}{\omega^2 L_L C_L} - \left(\frac{L_R}{L_L} + \frac{C_R}{C_L} \right)} \quad (1.34)$$

dans le cas du modèle CRLH sans perte.

La valeur de β tend vers un comportement purement main gauche en basse fréquence et vers un comportement purement main droite en haute fréquence.

1.6.5 Applications des lignes de transmission

Plusieurs types d'applications ont été mise en œuvre. Pour les lignes de transmissions, des prototypes de ligne CRLH ont été fabriquées. A l'exemple de la Figure 1.11 qui montre une ligne constituée d'une mise en cascade de cette cellule CRLH suffisamment petite devant la longueur d'onde. Les cellules sont implémentées en technologie micro-ruban sous forme d'élément distribué (capacité IDC et stub court-circuité). Le caractère main gauche a été mis en évidence expérimentalement , la partie main gauche s'étend sur une large bande allant de 1 à 3 Gh



FIGURE 1.11 – Image du prototype des lignes CRLH fabriquées en technologie micro-ruban et composées de 7 cellules unitaires [14]

Pour les coupleurs, l'utilisation des lignes main gauche a pour avantage d'avoir un niveau de couplage plus élevé à distance égale par rapport à des lignes classiques. Un prototype a été réalisé en technologie micro-ruban [14].

1.7 Dynamique de génération des ondes extrêmes dans une ligne de transmission composite main gauche /main droite soumise à la non-linéarité et à la dispersion d'ordre 2.

- **Modèle étudié et mise en évidence de l'équation de propagation**

Le modèle a étudié est le suivant :

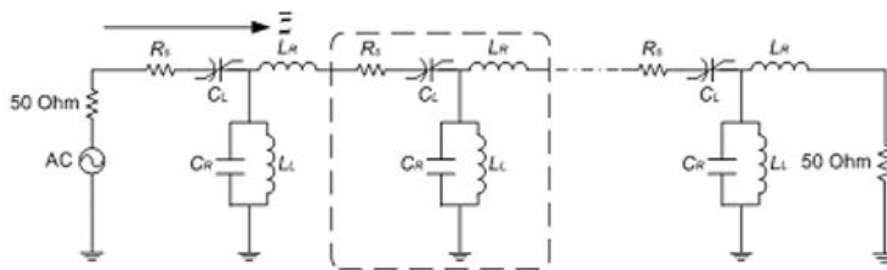


FIGURE 1.12 – Ligne de transmission main gauche non linéaire

Pour mieux ressortir l'équation de propagation de ce modèle, nous allons utiliser le modèle ci-dessous

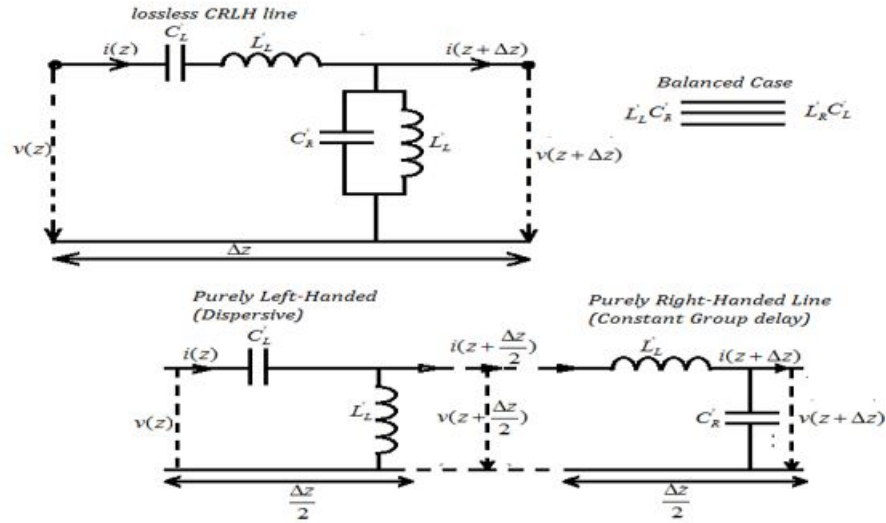


FIGURE 1.13 – Ligne de transmission CRLH équilibré est équivalente à la connexion en série d’une LH-line (dispersion) et d’un RH-line (retard de la constante de groupe)

Ce modèle est une ligne de transmission composite main gauche /main droite (CRLH-line). Toute fois une telle ligne n’existe pas dans la nature en raison de la présence des séries d’inductances parasites et du shunt des capacités responsables des contributions main droite. Pour prendre en compte ces effets, il a été développé le concept de composée main gauche/ main droite (CRLH-line) qui agit comme une LH-TL à basse fréquence et RH-TL à haute fréquence en fonction de la valeur relative des contributions gauche ou droite.

En se référant à la figure (1-13), on a $\frac{\Delta z}{2} \rightarrow \Delta z \Rightarrow i(z + \frac{\Delta z}{2}) = i(z + \Delta z)$ Compte tenu du fait que la capacité par unité de longueur vaut : $C'_L = C_L \Delta z$ et l’inductance, $L'_L = L_L \Delta z$ Pour une analyse dispersive LH, on ignore la contribution RH et on a : $v(z + \Delta z) = \frac{\partial}{\partial t} \{ L'_L [i(z) - i(z + \Delta z)] / \Delta z \}$

Pour l’analyse du groupe de retard constant RH, on néglige la contribution LH on obtient : $i(z) = \frac{\partial}{\partial t} \{ C'_L [v(z) - v(z + \Delta z)] / \Delta z \}$ Pour les grandes longueurs d’onde $\frac{\Delta z}{\lambda} \rightarrow 0$ on a : $i(z) \simeq -C'_L \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial t}$ et $v(z) = -L'_L \frac{\partial^2 i(z)}{\partial z \partial t}$ on obtient la relation suivante :

$$v(z) = L'_L C'_L \frac{\partial^4 v(z)}{\partial z^2 \partial t^2} \quad (1.35)$$

En appliquant la transformée de Fourier sur cette équation on a :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} v(z, t) e^{-j\omega t} dt = L'_L C'_L \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^4 v(z, t)}{\partial z^2 \partial t^2} e^{-j\omega t} dt \quad (1.36)$$

On obtient par une intégration partie par partie l’équation suivante :

$$\frac{j^2}{\omega^2 L'_L C'_L} \tilde{v}(z, \omega) = \frac{\partial^2 \tilde{v}(z, \omega)}{\partial z^2} \quad (1.37)$$

En multipliant l’équation obtenue par $\frac{d\tilde{v}}{dz}$ et en intégrant en fonction de z, on obtient :

$$\frac{j^2}{\omega^2 L'_L C'_L} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{v}(z, \omega) \frac{d\tilde{v}(z, \omega)}{dz} dz = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \tilde{v}(z, \omega)}{\partial z^2} \frac{d\tilde{v}(z, \omega)}{dz} dz \quad (1.38)$$

En remarquant que $((f)^n)' = n f' f^{n-1}$ on obtient l'équation suivante :

$$\frac{j^2}{\omega^2 L'_L C'_L} \left[\frac{1}{2} \tilde{v}(z, \omega) \right]^2 = \left[\frac{1}{2} \frac{d\tilde{v}(z, \omega)}{dz} \right]^2 \tag{1.39}$$

Pour s'assurer de la causalité, on applique la racine carré et on intègre de 0 à $a + \infty$ et on obtient

$$\frac{d\tilde{v}(z, \omega)}{dz} = j \frac{1}{\omega \sqrt{L'_L C'_L}} \tilde{v}(z, \omega) \tag{1.40}$$

En posant $\omega_L = \frac{1}{\sqrt{L'_L C'_L}}$ et $\beta_L(\omega) = -\frac{\omega_L}{\omega}$, on obtient donc

$$\frac{d\tilde{v}(z, \omega)}{dz} = -j \beta_L(\omega) \tilde{v}(z, \omega) \tag{1.41}$$

Dans le cas de la contribution RH line, on procède de la même manière et on obtient $\beta_R(\omega) = \frac{\omega}{\omega_R}$ et la constante de propagation de la contribution CRLH-line est donnée par : $\beta(\omega) = \beta_R(\omega) + \beta_L(\omega)$ Par conséquent l'équation (1.42) dévient :

$$\frac{d\tilde{v}(z, \omega)}{dz} = -j \beta(\omega) \tilde{v}(z, \omega) \tag{1.42}$$

En divisant cette équation par $\tilde{v}(z, \omega)$ et en intégrant le résultat par rapport à z on obtient l'équation suivante :

$$\tilde{v}(z, \omega) = \exp[-j \beta(\omega) z] \tilde{v}(z = 0, \omega) \tag{1.43}$$

En faisant une décomposition en série de Fourier de $\beta(\omega)$ autour de ω_0 , on obtient la relation suivante

$$\beta(\omega) \simeq \beta_0 + \beta_1 (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \beta_2 (\omega - \omega_0)^2 + \dots \tag{1.44}$$

L'équation (1-43) devient :

$$\frac{d\tilde{v}(z, \omega')}{dz} = -j (\beta_0 + \beta_1 \omega' + \frac{1}{2} \beta_2 \omega'^2) \tilde{v}(z, \omega') \tag{1.45}$$

Avec $\omega' = \omega - \omega_0$ en appliquant l'opérateur $\frac{\partial}{\partial t} \leftarrow j\omega$ dans l'expression de $\beta(\omega)$, l'équation (1.46) dévient

$$\frac{d\tilde{v}(z, \omega)}{dz} = -j \left[\beta_0 - j \beta_1 \frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \tilde{v}(z, \omega) \tag{1.46}$$

Sachant que le système admet une solution de la forme

$$v(z, t) = \psi(z, t) \exp(j\omega_0 t - \beta_0 z) \tag{1.47}$$

et de transformée de Fourier

$$\tilde{v}(z, \omega) = \tilde{\psi}(z, \omega) \exp(-j\beta_0 z) \tag{1.48}$$

l'équation (1.47) devient :

$$\frac{d\tilde{\psi}(z, \omega)}{dz} = -\beta_1 \frac{d\tilde{\psi}(z, \omega)}{dt} + j \frac{\beta_2}{2} \frac{d^2 \tilde{\psi}(z, \omega)}{dt^2} \tag{1.49}$$

donc la transformée inverse de Fourier est :

$$\frac{d\psi}{dz} = -\beta_1 \frac{d\psi}{dt} + j \frac{\beta_2}{2} \frac{d^2\psi}{dt^2} \quad (1.50)$$

En procédant par un changement de variable $T = t - \beta_1 z$ et tenant compte que $\beta_1 < 0$ on obtient l'équation de propagation de l'impulsion sous la forme

$$j \frac{d\psi}{dz} - \frac{|\beta_2|}{2} \frac{d^2\psi}{dT^2} = 0 \quad (1.51)$$

Dans le cas d'une évolution non linéaire et tenant compte de la décomposition en série de Fourier de $\beta(\omega)$ à l'ordre 2, on obtient une équation de propagation de la forme :

$$\frac{\partial\psi}{\partial Z} = -j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} + \gamma_0 |\psi|^2 \psi \quad (1.52)$$

où

$$\begin{cases} \beta_2 = -\frac{1}{\omega^3 \sqrt{L'_L C'_L}} \\ \gamma_0 = \frac{\alpha^2}{4(\omega \sqrt{L'_L C'_L})^3} \end{cases} \quad (1.53)$$

Avec :

- β_2 = Coefficient de dispersion d'ordre 2
- γ_0 = Paramètre de non linéarité d'ordre 2
- α = Coefficient de non linéarité d'ordre 2

Cette équation de Schrödinger non linéaire décrit le comportement de l'impulsion dans une ligne de transmission composite main gauche /main droite soumise à une non linéarité cubique et une dispersion d'ordre 2.

Conclusion

Ce chapitre nous a permis d'introduire les ondes extrêmes, décrire les métamatériaux , présenter les lignes de transmission surtout les lignes de transmission composite main gauche /main droite et établir l'équation de propagation de l'onde dans une ligne de transmission composite dont la recherche de la solution tient lieu de problématique à notre travail. Cette équation assez complexe n'a pas forcément une solution analytique. Pour la suite nous allons proposer une méthode de résolution numérique à savoir celle de la théorie des variables collectives.

LA THEORIE DES VARIABLES COLLECTIVES

Introduction

En transmission numérique, une information émise est traitée numériquement. On parle de numérisation du signal en suite binaire (0 et 1). En transmission électrique, les suites binaires sont des variations de tension ou de courant prenant deux valeurs binaires. En transmission optique, le signal est constitué d'impulsions lumineuses où les 0 et 1 désignent deux valeurs de la puissance optique. L'impulsion codée en 0 et 1 est donc responsable du transport d'informations. Ces différentes variations pendant la propagation constituent sa dynamique de propagation. Cette dynamique est transportée sous forme d'une onde électromagnétique qui est une onde lumineuse. Elle est influencée par des propriétés diélectriques du milieu (indice de réfraction, vitesse etc). Ce signal étant numérique, le champ électromagnétique est représenté par l'enveloppe Ψ qui est donc une impulsion représentant le bit. [15] Dans le chapitre premier nous avons vu que cette impulsion lumineuse Ψ se propageant dans une ligne de transmission est automatiquement influencée par des effets linéaires et surtout non linéaires ce qui a complexifié l'équation de Schrödinger de propagation de celle-ci et rendant difficile la résolution de façon classique. Afin de trouver une solution approchée à cette ESNL (équation de Schrödinger non linéaire), nous optons pour des méthodes numériques. Ce chapitre deux sera entièrement consacré à la présentation en particulier de l'une de ces méthodes numériques qui est basée sur la description totale des paramètres spécifiques de Ψ appelée théorie des variables collectives.

2.1 Généralités sur la théorie des variables collectives

Les théories sur les variables collectives ont été développées et appliquées avec succès dans les systèmes physiques de la manière condensée, en particulier dans les systèmes Klein-Gordon non linéaires [16-17]. Plusieurs approches telles que la dynamique Lagrange avec ses multiplicateurs, la dynamique Hamiltonienne qui utilise le crochet de Dirac [18] ont été utilisés pour obtenir les équations des coordonnées collectives. Un des résultats les plus utiles de la théorie des coordonnées collectives en physique de la matière condensée a été obtenu par Boersh et Al. [19] Dans le cadre de la propagation optique, les ondes électromagnétiques se propageant dans un milieu dans un milieu diélectrique non linéaire deviennent instables en présence d'une variété d'effets perturbateurs (pertes, interactions croisées. . .) [20-21].

Ainsi la propagation des impulsions lumineuses lasers intenses s'accompagnent de nombreux processus dynamiques complexes et particulièrement difficiles à comprendre à partir de l'équation obtenue car elle induit le plus souvent un important nombre de phénomènes non linéaires qui prennent naissance au cours des interactions multiples[22]. Pour obtenir une meilleure compréhension de ces processus dynamiques, des développements analytiques peuvent être abordés dans le but de ramener la dynamique de l'impulsion à celle d'un système mécanique simple n'ayant qu'un petit nombre de degrés de liberté. A chaque degré de liberté du système mécanique équivalent sera associé un paramètre appelé coordonnée collective représentant une grandeur physique fondamentale qui entre dans la caractérisation de l'impulsion (amplitude, position temporelle, largeur, fréquence instantanée, chirp, déformation). la dynamique de la propagation est complètement décrite par un champ $\Psi(z, t)$ solution de l'équation de Schrödinger non linéaire. Toutefois la difficulté sera de choisir une fonction d'approche appelée communément **ansatz** qui pourra décrire le comportement global de la fonction réelle $\Psi(z, t)$ à obtenir. Cet ansatz devra être choisi de manière à ce qu'elle présente la minimisation la plus petite dans la conversion en énergie. L'ansatz généralement noté $f(X_j, t)$ est une fonction à plusieurs variables permettant de décrire avec une certaine fiabilité de comportement du champ. Si cette description est exacte, nous pourrions avoir $\Psi(z, t) \approx f(X_j, t)$, les X_j étant liés à la fonction d'essai, dans ce cas, on dira que les erreurs sont négligeables et la courbe donnant le profil de l'impulsion lumineuse se superpose à toute distance z . Dans le cas contraire, il faut changer d'ansatz ou alors ajouter une certaine correction $q(z, t)$ à $f(X_j, t)$ et la description du champ sera donnée par

$$\Psi(z, t) = f(X_j, t) + q(z, t) \quad (2.1)$$

où $q(z, t)$ est le champ résiduel encore appelé habillage ou dressing [18].

2.1.1 Description du champ par des ansatz

La fonction ansatz décrivant le comportement du champ exact devra être choisie avec une erreur minimale de manière à caractériser à tout moment l'impulsion soumise à la différente perturbation intervenant dans la ligne de transmission. Cette caractérisation devrait présenter le comportement de l'impulsion tant sur le plan profil que sur la phase définissant les manifestations internes de l'impulsion. L'ansatz généralement utilisé est une gaussienne, fonction d'approche d'une impulsion lumineuse porteuse d'informations. Actuellement, la propagation étant de très haut débit et pour de très longues distances, la fonction ansatz doit être choisie de manière à incorporer toutes perturbations intervenant dans le profil. L'ansatz classique symétrique est donné par :

$$f(X_j, t) = X_1 \exp \left[- \left(\frac{t - X_2}{X_3} \right)^2 + \frac{1}{2} i X_4 (t - X_2)^2 + i X_5 (t - X_2) + i X_6 \right] \quad (2.2)$$

Qui peut encore s'écrire :

$$f(X_j, t) = A[X_j(z), t] * B[X_j(z), t] \quad (2.3)$$

Avec

$$\begin{aligned} A[X_j(z), t] &= X_1 \exp \left[- \left(\frac{t-X_2}{X_3} \right)^2 \right] \\ B[X_J(z), t] &= \exp \left[\frac{1}{2} i X_4 (t - X_2)^2 + i X_5 (t - X_2) + i X_6 \right] = \exp [\psi(t)] \end{aligned} \quad (2.4)$$

$A[X_j(z), t]$ caractérisant l'impulsion à profil. C'est cette fonction qui donne le comportement symétrique de l'ansatz, $\Psi(t)$ représente le comportement de la phase pendant la propagation. Cependant, l'impulsion soumise aux fortes perturbations lors de la propagation est contrainte à des comportements asymétriques avec apparition des états radiatifs, des dérivés en fréquence etc. Ceci rend l'ansatz précédent inadéquat pour la résolution de l'équation de propagation des impulsions fortement perturbées. D'autres ansatz ont été proposé ayant un comportement asymétrique et capable de caractériser le profil d'intensité des impulsions se propageant dans les milieux fortement perturbés qui prennent en compte les états radiatifs. Ces ansatz sont de type I donné par l'équation

$$\begin{aligned} f[X_j(z), t] &= X_1 \left(1 + X_7 \frac{t-X_2}{X_3} \right) \exp \left[- \left(\frac{t-X_2}{X_3} \right)^2 \right] \\ &\quad \exp \left\{ i \left[\frac{1}{2} X_4 (t - X_2)^2 - X_5 (t - X_2) + X_6 \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Et de type II avec pour équation [23]

$$\begin{aligned} f[X_j(z), t] &= X_1 \exp \left[- \left(\frac{t-X_2}{X_3} \right)^2 \right] \\ \text{esp} \left\{ i \left(\frac{1}{4} X_8 (t - X_2)^4 + \frac{1}{2} X_7 (t - X_2)^3 + \frac{1}{2} X_4 (t - X_2)^2 + X_5 (t - X_2) + X_6 \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.6)$$

2.1.2 Analyse de la dynamique des impulsions par la technique des variables collectives

Nous avons vu précédemment que la description exacte du champ était très difficile, voire même impossible. A cet effet, on approche la fonction exacte à l'aide d'une autre fonction appelée fonction ansatz. L'erreur fait sur la description du système est évaluée grâce à une fonction appelée **fonction du champ résiduel**. Pour une bonne description du système, on introduit une équation permettant de minimiser l'énergie du champ résiduel. Cette énergie est donné par :

$$\Lambda = \int_{-\infty}^{+\infty} |q|^2 dt = \Lambda \int_{-\infty}^{+\infty} |\psi - f(X_1, X_2, \dots, X_n, t)|^2 dt \quad (2.7)$$

Dans cette approche, Λ représente la valeur complète de l'énergie du champ résiduel. Partant de Λ , on peut construire deux quantités qui représentent des contraintes : $C_j = \frac{d\Lambda}{dX_j}$ où c_j représente le taux de variation de Λ avec la j-ième variation collective ; $\dot{c}_j = \frac{dC_j}{dX_j}$ et \dot{C}_j représente le taux de variation de c_j avec la distance

$$C_j = \frac{d\Lambda}{dX_j} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d|q|^2}{dX_j} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(q \frac{\partial q^*}{\partial X_j} + q^* \frac{\partial q}{\partial X_j} \right) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} R \left(q \frac{\partial q^*}{\partial X_j} \right) dt \quad (2.8)$$

Posons $\psi^* = f^* + q^*$ soit $q^* = \psi^* - f^*$ on obtient

$$C_j = -2 \int_{-\infty}^{+\infty} R \left(q \frac{\partial f^*}{\partial X_j} \right) dt \text{ avec } \frac{\partial \psi^*}{\partial X_j} = 0$$

$$C_j = \frac{dC_j}{dz} = -2 \int_{-\infty}^{+\infty} R \left(\frac{\partial q}{\partial z} \frac{\partial f^*}{\partial X_j} + q \frac{\partial^2}{\partial X_j \partial z} \right) \quad (2.9)$$

Or

$$\frac{\partial^2 f^*}{\partial X_j \partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial f^*}{\partial X_j} = \sum_{K=1}^N \frac{\partial}{\partial X_j} \frac{\partial X_K}{\partial z} \frac{\partial f^*}{\partial X_j} = \sum_{K=1}^N \dot{X}_K \frac{\partial^2 f^*}{\partial z \partial X_j} \quad (2.10)$$

On obtient

$$C_j = -2 \int_{-\infty}^{+\infty} R \left(q_z f_{X_j}^* \right) dt - 2 \sum_{k=1}^N \dot{X}_k \int_{-\infty}^{+\infty} R \left(q f_{X_j X_k}^* \right) dt \quad (2.11)$$

Les équations du mouvement des variables collectives sont obtenues en partant de la relation :

$$\dot{C}_j = \frac{dC_j}{dz} \quad (2.12)$$

On obtient ensuite :

$$C_j = \sum_{K=1}^N \frac{\partial C_j}{\partial X_K} \frac{\partial X_K}{\partial z} + R_K = \sum_{K=1}^N \dot{X}_K \frac{\partial C_j}{\partial X_K} + R_K \quad (2.13)$$

Avec

$$\frac{\partial C_j}{\partial X_K} = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} R \left(f x_k f^* x_j \right) dt - 2 \int_{-\infty}^{+\infty} R \left(q f^* x_j x_k \right) dt \quad (2.14)$$

Et

$$R_k = \theta \int_{-\infty}^{+\infty} R \left(f^* x_k P \right) dt \quad (2.15)$$

R_k est la force décrivant l'action de la dispersion, des pertes et des effets non linéaires qui entre en jeu pendant la propagation ; l'ensemble des R_k qui engendrent le mouvement des variables collectives. θ_p représente la différente contribution de l'équation de Schrödinger non linéaire. la forme matricielle est sous la forme :

$$[\dot{C}] = \left[\frac{\partial C}{\partial X} \right] [\dot{X}] + [R] \quad (2.16)$$

Avec

$$[\dot{X}] = \begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dots \\ \dot{X}_N \end{bmatrix}$$

D'après la théorie de Dirac basée sur la méthode des systèmes dynamiques sous contraintes on peut rendre nul les contraintes \dot{C}_j et on obtient l'équation du mouvement des variables collectives sous la forme :

$$[\dot{X}] = - \left[\frac{\partial C}{\partial X} \right]^{-1} [R] \quad (2.17)$$

Les équations ainsi obtenus permettent de décrire complètement la propagation de l'impulsion modélisée par l'équation de Schrödinger non linéaire et de mesurer l'erreur faite sur la solution exacte. Cependant, il existe un bon nombre de situations où cet écart devient négligeable ($q = 0$) par exemple, lorsque la non linéarité est faible par rapport à la dispersion uniforme avec un profil très proche d'une gaussienne. Dans de telle situation, on peut négliger le champ résiduel dans la mise en œuvre de la méthode des variables collectives et appliquer alors l'approximation Bare. Dans ces considérations nous poseront $q = 0$ et l'équation de propagation devient

$$\left[\dot{X} \right] = - \left[\frac{\partial C}{\partial X} \right]^{-1} [R^0] \quad (2.18)$$

Avec

$$\frac{\partial C_j}{\partial X_k} = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} R(f x_k f^* x_j)$$

2.1.3 Approximation Bare

Les théories des coordonnées collectives dans les supports physiques de transmission à propagation du soliton ont une propriété commune à savoir [19 ,20] : l'habillage (dressing) du soliton qui est complètement ignoré. Ceci peut conduire à des conséquences dramatiques dépendant de la fonction d'approche choisie pour traduire le comportement des différentes coordonnées collectives, afin de parvenir à une bonne description du champ exact. Dans la physique de la matière condensée, cette approximation qui consiste à négliger le dressing du soliton est appelée approximation Bare. Généralement, cette approximation mène à un ensemble d'équations différentielles ordinaires qui décrivent l'évolution des équations de coordonnées collectives, de degrés de précision différents selon le choix de la fonction d'approche. L'approximation Bare ne pourra donc offrir des résultats logiques que lorsque les états radiatifs associés à l'impulsion ne sont pas importants. L'habillage sur le soliton devient ainsi négligeable. C'est ce qui fut remarquablement illustré dans une étude récente menée par Abdullaev et Caputo [22], ils ont effectué une analyse exacte de la validité de l'approximation de Bare sur la propagation d'une impulsion dans un système avec une dispersion spatialement variable. En particulier, ils ont montré que cette approximation Bare offre des résultats très pauvres dans toutes les situations où le champ des radiations associées est important. La principale raison pour laquelle cet habillage a été depuis lors négligé provient de la complexité du traitement des coordonnées collectives dans les équations de Schrödinger non linéaires généralisées et dans lesquelles, les paramètres de la ligne deviennent fonction de la distance de propagation, surtout dans le cas des solitons DM. Le problème devient de plus en plus complexe si la fonction d'approche n'a pas une forme mathématique facilement intégrable. Ce traitement d'approche de l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée conduit à l'analyse d'un certain nombre de problèmes rattachés aux effets non linéaires qui entrent en jeu lors de la propagation des impulsions lumineuses ultra brèves. A ce effet, la dispersion d'ordre trois, la diffusion Raman stimulée, les effets non Kerr

et d'autre issus de l'incorporation des termes quantiques non linéaires qui non pas pu être analysés par la théorie des coordonnées collectives peuvent être examinées analytiquement et numériquement. Un pas important serait ainsi franchi si on utilise la théorie des coordonnées collectives complètes qui incorpore l'habillage de soliton optique soumis à des effets d'ordre supérieur ci-dessus évoqués. Le traitement théorique adéquat utilise le formalisme de l'opérateur de projection similaire à celui développé par Boest et Al [23] lors du traitement des variables collectives dans le modèle de Klein Gordon non linéaire en physique de la matière condensée. Pour une description correcte de la propagation des solitons optiques modélisés par l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée, nous utiliserons l'approche développée dans ce qui permet d'éviter l'approximation Bare, d'évaluer la minimisation en prenant en compte l'impulsion avec toutes les radiations y associées, et constituant le champ exact de l'impulsion. Ce traitement des coordonnées collectives [24] est également satisfait dans les lignes gérées en dispersion. Bien plus, l'autre important dans cette approche est la minimisation du champ résiduel direct par un traitement numérique et permettant à tout moment de pouvoir déterminer la limite de validité de la fonction d'approche pour décrire le champ exact.

2.2 Minimisation théorique d'une fonction

Il nous revient ici de déterminer une méthode permettant d'approcher le minimum et le maximum d'une fonction. Pour l'équation de propagation que nous voulons résoudre, on veut approcher la solution par une ansatz possédant les variables décrivant le comportement du champ exact et variant avec la distance de propagation. Cette fonction d'approche devrait présenter par rapport au champ solution exact avec une erreur minimale. Cette erreur évaluée en fonction de z , l'écart moyen existant entre le champ solution exacte et le champ virtuel approché par le biais de la fonction d'approche utilisée. Le décalage présentant cette erreur est appelé énergie du champ résiduel. La théorie de minimisation des coordonnées collectives nous permettra de minimiser cette énergie du champ résiduel. Il faudra partir d'une fonction d'approche à plusieurs variables se rapprochant du comportement du champ solution de notre équation de propagation [22].

2.2.1 Principe de la minimisation

Une fonction possédant un minimum peut être bien approchée par une parabole près conformément au développement limité d'une fonction f en X_0 et s'exprimant par :

$$f(X_0 + \partial X) = f(X_0) + \frac{\partial X^2}{2} \frac{d^2 f}{dx^2}(X_0) + \frac{\partial X^3}{6} \frac{d^3 f}{dx^3}(X_0) + \dots \quad (2.19)$$

Comme X_0 est le minimum, le second terme de l'équation précédente est nul. ∂X étant très petit, les autres termes ∂X^2 , ∂X^3 seront encore plus petits.

L'équation précédente devient donc :

$$f(X_0 + \partial X) = f(X_0) + \frac{\partial X^2}{2} \frac{d^2 f}{dx^2}(X_0) \quad (2.20)$$

Ou encore

$$f(X_0 + \partial X) = A + B \partial X^2 \quad (2.21)$$

A et B étant des constantes. Comme f est la fonction à plusieurs variables, X se comportera comme un vecteur. Ainsi, $\frac{\partial f}{\partial X_i}$ sera nul à un minimum de la fonction. On peut donc introduire la tangente de la courbe qui est la dérivée première de f. Les méthodes de minimisation utilisant les dérivées de la fonction sont appelées méthodes des gradients. Le principe se base sur la recherche du minimum en un point, dans la direction opposée du gradient, $\left(-\frac{\partial f}{\partial X_i}\right)$. La recherche du minimum d'une fonction revient à la recherche d'une racine de la dérivée de cette fonction car celle-ci s'annule au minimum. La dérivée seconde de la fonction est une courbure.

2.2.2 Minimisation du champ résiduel

Le principe de minimisation est basé sur la résolution de l'ESNL par la méthode des gradients conjugués explicitée dans les paragraphes suivants. Ainsi, à chaque distance de propagation z, sera utilisée la première série de conditions de contraintes pour obtenir l'ensemble des variables collectives qui minimise l'énergie du champ résiduel. Le champ étant connu à une distance donnée, la résolution de l'équation des contraintes devient un problème familier de minimisation pour une fonction conformément à N variables collectives. Le problème peut alors être résolu suivant plusieurs procédures itératives notamment la méthode de minimisation Newton-Raphson [2] :

$$X_{i+1} = X_i - \left[\frac{\partial C}{\partial X}\right]_i^{-1} [C]_i \quad (2.22)$$

L'indice i indique le nombre d'itération. Un critère simple permettant de contrôler les procédures itératives est que la valeur absolue de toutes les contraintes soit maintenue en dessous d'un seuil ε tel que $\max(|C_1|; |C_2|; \dots; |C_N|) < \varepsilon$. Si les variables collectives sont correctement estimées au début du processus (i = 0), alors seul un certain nombre d'itérations sera suffisant pour minimiser l'énergie du champ résiduel. En effet, la fonction ansatz fournira une juste représentation du champ exacte $\Psi(z, t)$, si la minimisation de l'énergie du champ résiduel est de l'ordre d'une fraction extrêmement petite de l'énergie de l'impulsion soit :

$$\frac{\Lambda(X_i(z))}{E(z)} < \varepsilon \ll 1 \quad (2.23)$$

Avec

$$E(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(z, t)|^2 dt \quad (2.24)$$

$$\Lambda(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} |q(z, t)|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (|\Psi(z, t)|^2 - |f(z, t)|^2) dt \quad (2.25)$$

Et ε une quantité très petite.

Sur ces bases, on peut définir quelques variables collectives comme suit :

$$X_1 = X_{amplitude} = \max(|\Psi|) \quad (2.26)$$

$$X_2 = X_{\text{position temporelle}} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (t|\Psi|^2) dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dt} \quad (2.27)$$

$$X_3 = X_{\text{largeur mihauteur}} = 2\sqrt{\frac{L}{B} - X_2^2} \quad (2.28)$$

$$L = \int_{-\infty}^{+\infty} (t^2|\Psi|^2) dt \quad (2.29)$$

$$B = \int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dt \quad (2.30)$$

$$X_4 = X_{\text{Chirp}} = \frac{i}{2} \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} t\Psi\Psi_t^* dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} t^2\Psi\Psi_t^* dt} \quad (2.31)$$

$$X_5 = X_{\text{frequence}} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\omega|\tilde{\Psi}|^2) d\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{\Psi}|^2 d\omega} \quad (2.32)$$

$$X_6 = X_{\text{phase}} = \text{constante} \quad (2.33)$$

Où $\tilde{\Psi}$ est la transformée de Fourier spectrale de Ψ Avec

- X_1 Représentant l'amplitude de l'impulsion
- X_2 La position temporelle de l'impulsion
- X_3 La largeur à mi-hauteur de l'impulsion
- X_4 Le paramètre qui renseigne si l'impulsion présente un glissement de fréquence linéaire. On l'appelle *shirp* de l'impulsion.
- X_5 Le glissement de fréquence dans le domaine temporel appelé Shirp frequency de l'impulsion
- X_6 La constante de phase de l'impulsion.

D'autres variables collectives peuvent également être mise en jeu, surtout lorsque l'impulsion devient asymétrique. $\tilde{\Psi}$ représentant la transformée de Fourier spectrale de Ψ .

2.3 Méthodes numériques utilisées

2.3.1 Procédure d'initialisation du système ligne de transmission composite pour l'analyse numérique.

La procédure d'analyse numérique utilisée dans ce chapitre respecte dans une large mesure les principes technologiques de caractérisation des paramètres intervenant dans les systèmes

technologiques des lignes de transmission composite. Nous partirons d'une impulsion optique numérique représentant un bit de valeur "0, $2 \cdot 10^{-5} m$ " où il y a apparition du flash de lumière. Les paramètres principaux intervenant dans la transmission des informations optiques sont les paramètres de propagation définis plus haut. La propagation étant effectuée que sur une distance très limitée, les paramètres de dispersion et de non linéarité sont ceux caractérisant la ligne composite.

- Principes numériques de description du champ

Ce sont les principes qui permettent aux concepteurs de systèmes de télécommunication sur l'approche des variables collectives de simuler la propagation des impulsions optiques injectées conformément aux normes conventionnelles reconnues. Ils permettent également de vérifier si d'autres considérations physiques faites sur les paramètres de la ligne composite peuvent décrire le champ exact. La méthode numérique utilisée consiste à associer au traitement dynamique de l'impulsion celui des variables collectives et la valeur du champ résiduel afin que

$\Psi(z, t) = f(X_j, t) + q(z, t)$ soit une description exact.

• Paramètres numériques de propagation du champ exact

L'équation définie en (1-53) avec les caractéristiques attribuées aux différents paramètres traduit la propagation du champ dans une ligne composite main gauche / main droite. Les conditions suivantes ont été dans un premier temps définies à l'entrée d'une impulsion dans la ligne composite au cours des différentes études numériques de la dynamique.

- On supposera négligeable les pertes issues de diverses formes sauf celles de la dispersion chromatique d'ordre 2 et la non linéarité d'ordre 2.
- L'impulsion d'entrée correspond à la longueur d'onde de la porteuse répondant aux systèmes de télécommunication. Elle est souvent une sécante hyperbolique non chirpée à l'instant initial ($Z = 0$). Son expression standard en télécoms est défini par $\Psi(0, t) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech}(\frac{t}{\gamma_0})$ où γ_0 représente la largeur temporelle de l'impulsion dans le système d'entrée de ligne composite au début de la propagation.
- Souvent, une impulsion gaussienne est aussi considérée car elle reproduit une meilleure représentation de l'impulsion lumineuse. On la définit par $\Psi(z = 0, t) = A_0 \exp(-t^2/2\gamma_0^2)$.
- La largeur temporelle est reliée à la largeur à mi-hauteur notée Δ par la relation $\Delta = 2\gamma_0 \operatorname{Argcosh}(\sqrt{2})$ exprimé en seconde.
- Si on utilise une impulsion gaussienne, la largeur à mi-hauteur est reliée à la largeur temporelle initiale γ_0 par $\gamma_0 = \Delta / \sqrt{2 \ln 2}$. Seulement, elle subit un élargissement à cause de la dispersion.
- La fenêtre temporelle minimale totale que nous considérerons sera $T_0 = 10\gamma_0$ en seconde.
- L'intervalle spectral sera $f_0 = 1/T_0$ en HZ.
- La puissance d'entrée peut avoir une valeur fixée si on ne considère pas une impulsion dans les conditions solitons. Mais par contre, pour les impulsions solitoniques, cette puissance est requise pour la dispersion par la non-linéarité. Soit $LD = LNL$. Ce qui se traduit par la relation classique $p_o = \frac{(\beta_2)}{\gamma(z)\delta_0^2}$

- L'amplitude au début de la propagation est donné par : $A_0 = \sqrt{P_0}$
- La fréquence maximale est à 150 HZ.
- Les longueurs des effets de dispersion et non-linéarité (celle à partir de laquelle ces effets se font ressentir pendant la propagation) vaudront $L_d = \frac{\delta_0^2}{(\beta_2)}$, $L_{d3} = \frac{\delta_0^2}{(\beta_3)}$ et $L_{nk} = \frac{1}{\gamma P_0}$
- La longueur L_{min} de la propagation prenant en compte tous ces effets sera la longueur minimale de ces trois différentes longueurs ci-dessus et de la distance de propagation estimée.
- Le champ sera décrit par les fonctions ansatz.
- L'impulsion d'entrée sera définie en fonction des coordonnées collectives initiales intervenant dans la formulation de l'ansatz. Elle aura pour valeurs initiales : $X_1(0) = A_0$; $X_2(0) = t_0$, $X_3(0) = \Delta_0$, $X_4(0) = X_5(0)$, $X_6(0) = 0$. C'est à dire les valeurs initiales caractérisant l'impulsion initiale obtenue à partir de ces ansatzs seront fonction de l'amplitude initiale, la position temporelle initiale, la largeur temporelle initiale et la valeur initiale de la composante de déformation pour des impulsions distordues .

Ce sont ces différentes configurations qui entreront dans l'analyse numérique des impulsions.

• Evolution des coordonnées collectives

C'est la simulation numérique (sur MATLAB par exemple) des équations variationnelles définies par la dynamique des variables collectives qui sera appliquée au chapitre suivant. Elle sera effectuée sur la base de la transformation de fourier. Elle représentera aussi la résolution numérique décrivant la propagation de différentes coordonnées collectives et permettra d'examiner le comportement de ces différentes coordonnées collectives tout en contrôlant la perte d'énergie qui doit être la plus minimale. Cette perte minimale est décrite par une évolution dépendante du champ et des équations variationnelles . C'est ce qu'on a appelé minimisation de l'énergie du champ résiduel.

• Profil de l'impulsion soliton

Pour une impulsion soliton, la largeur de dispersion est équivalente à celle de la non-linéarité ce qui peut se faire dans une ligne composite idéale. Lors de la propagation, le soliton garde sa robustesse ; les équations variationnelles décrivent parfaitement la dynamique de cette impulsion. Ce qui se traduit par une variation de l'énergie du champ résiduel en dessous de 5%.

• Profil d'une impulsion gaussienne

Elle représente une impulsion injectée dans un guide diélectrique avec une certaine puissance d'entrée. Le milieu qui ne présente aucun effet physique perturbateur n'exposera pas notre impulsion à des phénomènes linéaires ou non-linéaires. La figure ci-dessous donne une représentation de cette impulsion injectée dans une ligne composite.

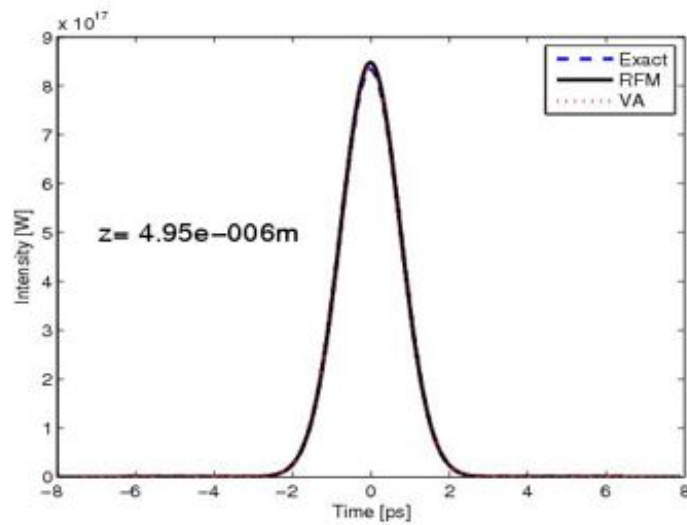


FIGURE 2.1 – Représentation d’une impulsion injectée dans une ligne composite [26]

Conclusion

Nous avons ainsi présenté en choisissant une fonction d’essai nommé ansatz comment la solution de l’équation de Schrödinger non linéaire peut être approximer par la méthode des variables collectives précédemment bien définie. Nous constatons que cette fonction d’essai peut prendre plusieurs formes pourvu que celle choisi décrive parfaitement la fonction exacte. Dans la suite de notre travail nous utiliserons cette théorie pour reconstituer le champ exact solution de notre équation de Schrödinger non-linéaire.

**APPLICATION DE LA THÉORIE DES VARIABLES COLLECTIVES À
L'ÉTUDE NUMÉRIQUE DE L'INFLUENCE DE LA NON LINÉARITÉ
DANS LA GÉNÉRATION DES ONDES EXTRÊMES DANS UNE LIGNE
COMPOSITE MAIN GAUCHE /MAIN DROITE**

Introduction

Le premier chapitre nous a permis de développer les généralités sur les métamatériaux et les lignes de transmission tout en précisant leurs différentes propriétés. Nous avons également établi par la suite l'équation de Schrödinger non linéaire qui décrit le comportement de l'impulsion dans une ligne de transmission composite main gauche /main droite soumise à une non linéarité. Dans le chapitre 2 il a été question de décrire la théorie des variables collectives qui nous permettra d'approcher la solution de notre équation. Dans ce chapitre 3 il sera principalement question d'appliquer la dite méthode sur notre cas à savoir : la génération des ondes extrêmes dans une ligne composite main gauche /main droite. Les variables collectives seront dégagées, une étude analytique sera faite et une étude numérique par des simulations sur MATLAB qui fera ressortir l'influence de la non-linéarité dans la génération des ondes extrêmes.

3.1 Modèle théorique

Dans cette partie, nous allons négliger tous les autres effets et ne prendre en compte que les effets de dispersion d'ordre deux et de la non-linéarité cubique dans la propagation des ondes lumineuses dans une ligne composite main gauche / main droite.

Considérons l'équation 1.53 qui décrit la propagation développée :

$$\frac{\partial \psi}{\partial Z} = -j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \gamma_0 |\psi|^2 \psi \quad (3.1)$$

Avec $\Psi(z, t)$ représentant l'enveloppe du champ électrique.

où

$$\begin{cases} \beta_2 = -\frac{1}{\omega^3 \sqrt{L'_L C'_L}} \\ \gamma_0 = \frac{\alpha^2}{4(\omega \sqrt{L'_L C'_L})^3} \end{cases}$$

Avec :

- β_2 = Coefficient de dispersion d'ordre 2

- γ_0 = Paramètre de non linéarité d'ordre 2
- α = Coefficient de non linéarité d'ordre 2

la solution $\Psi(z, t)$ de l'équation de Schrödinger qui pourra décrire le comportement d'une non linéarité dans la génération des ondes extrêmes dans une ligne de composite main gauche / main droite faite à base des métamatériaux étant compliquée, nous allons utiliser une fonction d'approche appelée **fonction ansatz**.

3.1.1 Fonction ansatz d'approche

La solution de l'équation de Schrödinger dans un milieu fortement perturbé sera approximée à l'aide de l'ansatz classique symétrique de la forme :

$$f(X_j, t) = X_1 \exp \left[- \left(\frac{t - X_2}{X_3} \right)^2 + \frac{1}{2} i X_4 (t - X_2)^2 + i X_5 (t - X_2) + i X_6 \right] \quad (3.2)$$

Cet ansatz classique est une gaussienne; il décrit en générale les impulsions solitons qui sont sans perturbations complémentaires. Appliquons à présent la méthode des variables collectives.

3.1.2 Dynamique des variables collectives

3-1-2-1 Equations variationnelles

Utilisant la méthode développée au chapitre précédant, les équations obtenues dans l'approximation Bare constituent les équations de types variationnelles découlant de la prise en compte de l'ansatz f choisie. Cet ansatz détermine le nombre de coordonnées collectives imposées par la dynamique de l'impulsion. Partant de l'équation (3-2), nous procédons comme au chapitre 2 notamment le paragraphe (2-2-2) en utilisant le logiciel MAPLE pour obtenir les équations variationnelles suivantes :

$$\dot{X}_1 = \frac{1}{2} X_1 X_4 \beta_2(z) \quad (3.3)$$

$$\dot{X}_2 = -X_5 \beta_2(z) \quad (3.4)$$

$$\dot{X}_3 = -X_3 X_4 \beta_2(z) \quad (3.5)$$

$$\dot{X}_4 = \left(-\frac{4}{X_3^4} + X_4^2 \right) \beta_2(z) - \frac{\sqrt{2} X_1^2}{X_3^2} \gamma_0(z) \quad (3.6)$$

$$\dot{X}_5 = 0 \quad (3.7)$$

$$\dot{X}_6 = \left(-\frac{1}{2} X_5^2 + \frac{1}{X_3^2} \right) \beta_2(z) \quad (3.8)$$

Ces équations variationnelles nous donnent les dérivés des paramètres qui décrivent notre impulsion. Nous avons les paramètres internes et externes.

- **Les paramètres internes :**
 - Constante de phase X_6

- Glissement de fréquence dans le domaine temporel X_5
- Glissement de fréquence linéaire X_4
- **Les paramètres externes :**
 - Amplitude X_1
 - La position temporelle X_2 qui évalue le décalage temporel du centre de l'impulsion par rapport à l'axe de prédilection.
 - La largeur à mi-hauteur de l'impulsion X_3 qui renseigne sur l'énergie disponible dans l'impulsion pendant sa propagation.

3-1-2-2 Etude analytique des équations variationnelles.

La dynamique des variables collectives est fortement influencée par β_2 . Ce qui signifie que le profil de l'impulsion soumise aux effets de la non-linéarité cubique sera fortement influencé par la dispersion de la vitesse de groupe c'est-à-dire le profil de l'impulsion subira un étalement considérable (le centre de l'impulsion va subir un décalage temporel par rapport à l'axe de propagation).

★ \dot{X}_1, \dot{X}_3 et \dot{X}_4 ne dépendent pas de \dot{X}_5 donc le décalage en fréquence n'affectera pas l'amplitude, la largeur à mi-hauteur et le chirp.

★ \dot{X}_2 et \dot{X}_6 dépendent de \dot{X}_5 ce qui signifie que l'effet de décalage en fréquence influence le décalage temporel et la phase. En d'autres termes, une impulsion ultra-breve soumise à l'effet de non-linéarité cubique est confrontée aux perturbations internes et externes, C'est-à-dire une dynamique qui agit sur la caractérisation interne et externe.

★ La non-linéarité cubique γ_0 intervient dans l'expression de \dot{X}_4 ; donc elle influencera la dynamique du chirp qui est un paramètre interne de caractérisation de l'impulsion.

★ $\dot{X}_5 = 0 \Rightarrow X_5 = cte$; le décalage en fréquence a un effet constant sur l'impulsion. Effet qui ne varie pas avec la distance de propagation.

3.2 Étude numérique de la propagation d'une impulsion lumineuse dans une ligne composite main gauche /main droite.

Dans cette partie, nous voulons observer et analyser le comportement d'une impulsion lumineuse dans une ligne composite main gauche /main droite faite à base de métamatériaux lorsque le **coefficient de non linéarité** (α) et la **fréquence propre** (ω) de l'impulsion varient. Chaque courbe a été obtenue en résolvant numériquement l'équation des variables collectives ainsi que l'équation de propagation à travers le logiciel MATLAB dans différentes conditions de simulations avec une distance de propagation constante $Z = 8,72 \times 10^{-6} m$. On aura donc :

- **La figure (a)** qui représentera le **profil d'intensité des champs** et on distinguera :

- la courbe en pointillés bleu qui donne le profil du champ exact solution de l'équation de Schrödinger non linéaire.
- la courbe en noire représentant le champ reconstruit à l'aide des variables collectives issue de la minimisation du champ résiduel (q).
- la courbe en rouge représentant le champ reconstruit à l'aide des variables collectives issue de l'approximation Bare (négliger l'habillage $q = 0$)
- **La figure (b)** qui représentera les courbes obtenues à partir de **la dynamique des variables collectives**. De même, on distinguera :
 - une courbe en rouge donnant une représentation de la dynamique des variables collectives dans l'approximation Bare ($q = 0$) .
 - une courbe en noire qui donne les coordonnées en utilisant la minimisation du champ résiduel.
 - l'énergie du champ résiduel y est également représentée en pourcentage par la courbe en vert. Pour une évolution de moins de 5% de q , les variables collectives décrivent parfaitement le champ exact mais dans le cas contraire, cette description ne sera pas acceptable.
- **La figure (C)** qui présentera la **Full équation** dans le domaine temporel au bout d'une distance de propagation z .

3.2.1 Analyse et interprétation des résultats de simulations

Cette partie comportera quatre cas de simulation, d'analyse et d'interprétation.

3.2.1.1 Cas 1 : conditions de simulation

Nom	Fréquence de l'onde	Coefficient de non linéarité	Distance de propagation
Symbole	ω	α	Z
Valeur	$100rad/s$	10^{-18}	$Z = 8,72 \times 10^{-6}m$

TABLE 3.1 – les conditions de simulation pour $\omega = 100rad/s$ et $\alpha = 10^{-18}$

Après simulation sur MATLAB, on obtient ces figures suivantes :

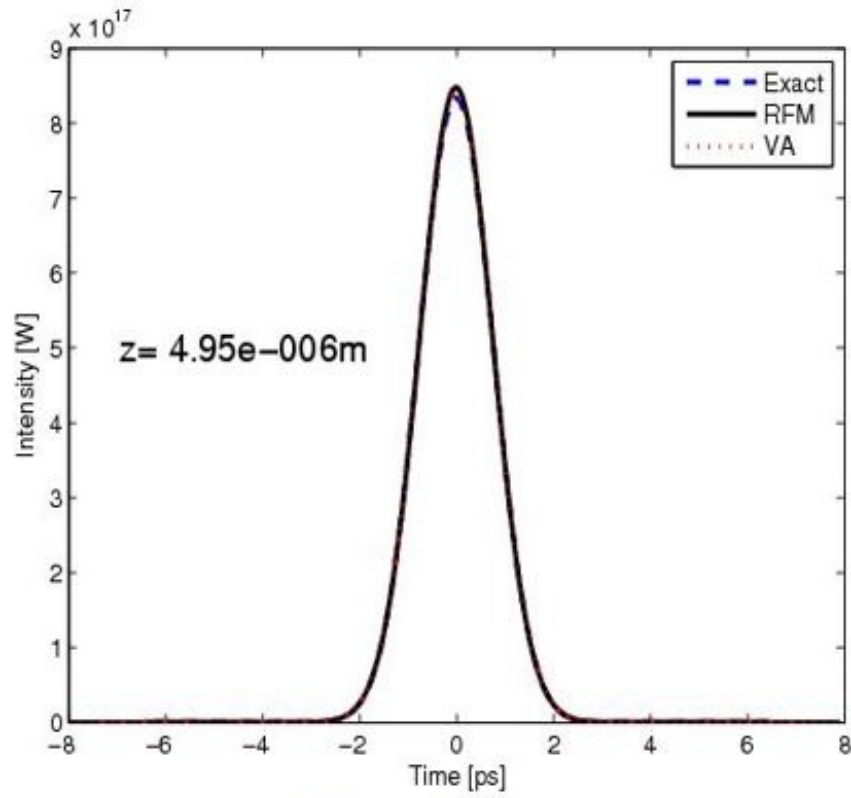


figure (a)

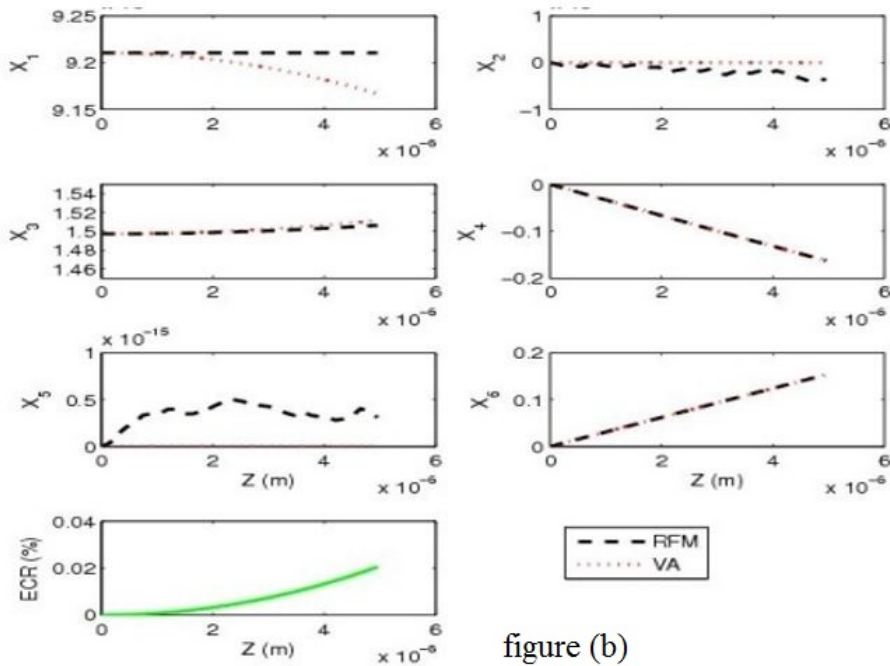


figure (b)

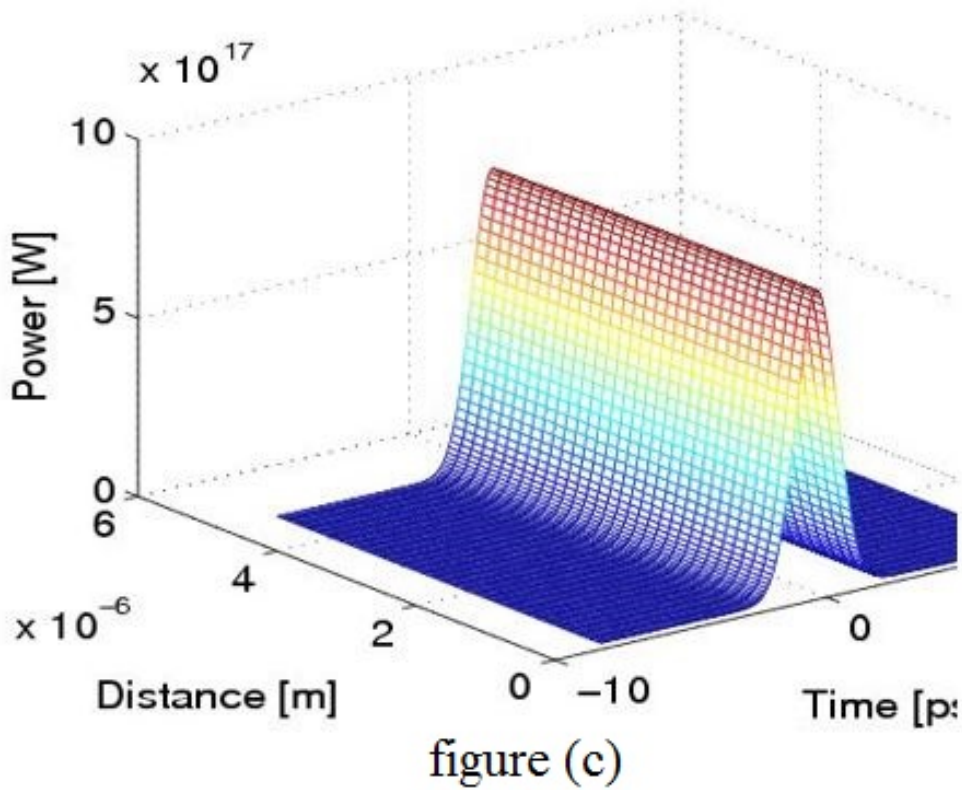


FIGURE 3.1 – Impulsion soliton obtenue grâce à une compensation parfaite entre la dispersion d'ordre 2 et la non linéarité d'ordre 2 à $Z = 8,72 \times 10^{-6} m$, $\omega = 100 rad/s$ et $\alpha = 10^{-18}$

(a) Profils d'intensité des champs; (b) Dynamique des variables collectives; (c) Full équation.

Analyse des courbes

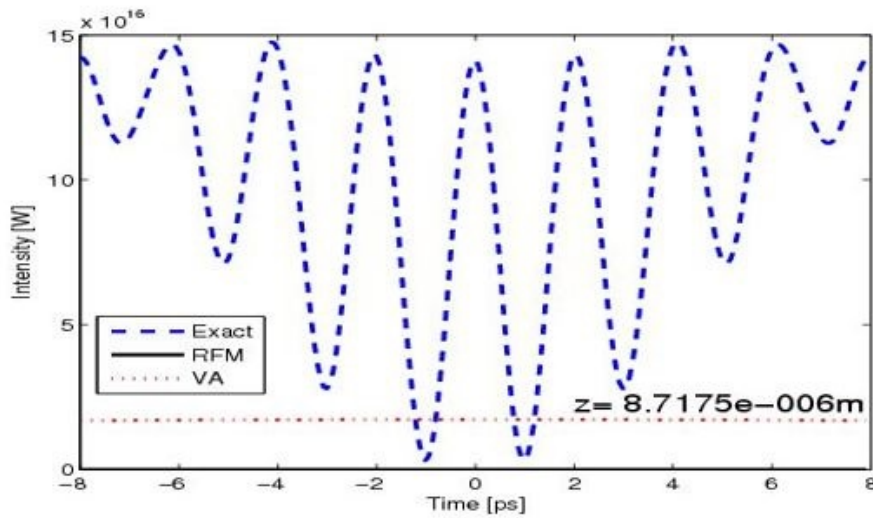
Sur la figure 3-1-(a) on voit que les courbes en bleue, noire et rouge sont parfaitement confondues cela veut tout simplement dire que le champ exact est parfaitement décrit par celui reconstruit à partir des variables collectives issues de la minimisation du champ résiduel et de l'approximation Bare. On voit aussi ce champ qui présente une forme gaussienne ce qui signifie qu'il y a propagation complète de l'impulsion soliton. Ce comportement s'illustre également sur **la figure(b)** qui présente une dynamique des variables collectives sans rupture avec pour amplitude maximale X_1 , la partie en vert représentant l'énergie du champ résiduel qui montre que la valeur de cette énergie est très inférieure à cinq pour cent ($E.C.R < 5\%$) témoigne aussi de la bonne description du champ exact. Tous ces phénomènes décrits précédemment sont confirmés à **la figure(c)** qui laisse observer une onde robuste, stable et qui se propageant normalement avec une amplitude X_1 constante; il y a une compensation parfaite entre la non linéarité cubique et la dispersion d'ordre 2.

3-2-1-2 Cas 2 : Les conditions de simulation : on diminue la fréquence de 100 rad/s à 18 rad/s.

Nom	Fréquence de l'onde	Coefficient de non linéarité	Distance de propagation
Symbole	ω	α	Z
Valeur	18rad/s	10^{-18}	$Z = 8,72 \times 10^{-6} m$

TABLE 3.2 – les conditions de simulation pour $\omega = 18 rad/s$ et $\alpha = 10^{-18}$

Les simulations nous donnent les courbes de la FIGURE 3-2



figure(a)

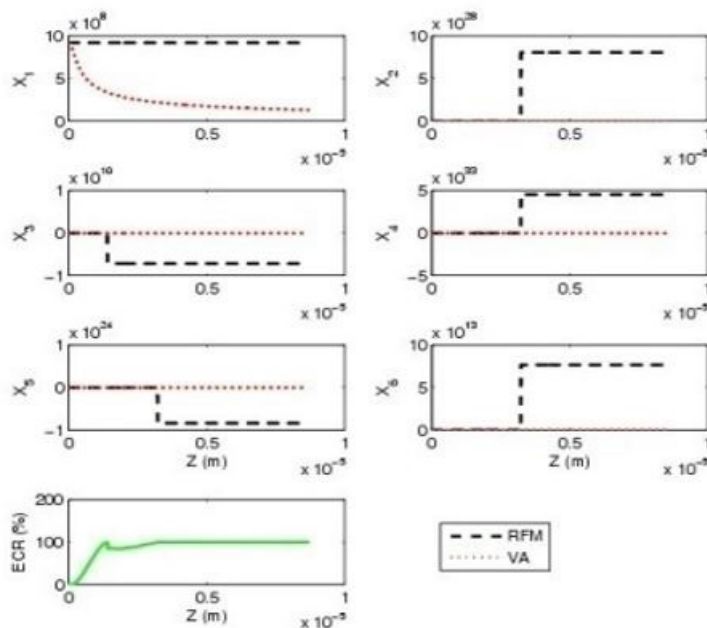


figure (b)

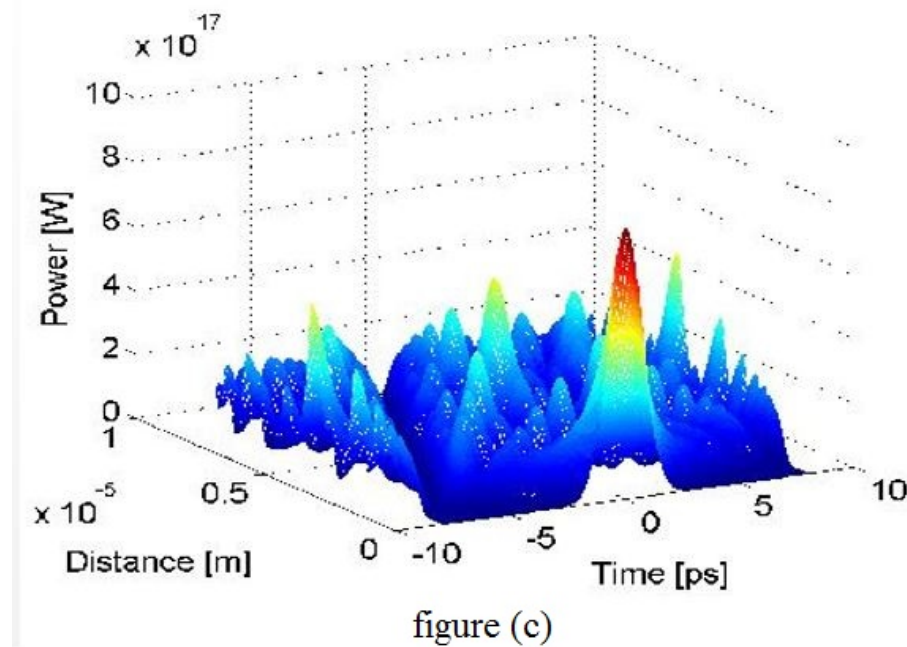


FIGURE 3.2 – Impulsion obtenue à $Z = 8,72 \times 10^{-6} m$, $\omega = 18 \text{ rad/s}$ et $\alpha = 10^{-18}$

(a) Profils d'intensité des champs; (b) Dynamique des variables collectives; (c) Full équation.

Analyse des courbes

Sur la figure 3-2-(a) les courbes en bleue, noire et rouge ne se confondent plus d'où le champ exact n'est plus bien décrit par celui reconstruit à partir des variables collectives issues de la minimisation du champ résiduel et de l'approximation Bare. Les fluctuations apparaissent; le champ est détruit et décrit un mouvement oscillatoire appelé modulation de phase se propageant à des amplitudes variables. De plus, il perd son profil gaussien ce qui s'explique par le fait que l'impulsion n'est plus dans les conditions solitons. Ces différences s'observent aussi sur la figure 3-2-(b) qui présente une rupture à une certaine distance entre les variables collectives issues de la minimisation du champ résiduel et celles issues de l'approximation Bare avec des amplitudes X_1 qui augmentent. En effet, le déséquilibre issu de la non-linéarité et de la dispersion chromatique provoque la cassure de X_4 et X_6 à une distance d'environ $Z = 3,5 \cdot 10^{-6} m$. Cette déformation des paramètres internes va induire la modification des paramètres externes qui vont se briser à X_2 et X_3 . Toutes ces perturbations vont conduire à un saut d'amplitude X_1 qui devient élevée. L'apparition de cette grande amplitude révèle la naissance d'un événement extrême provenant d'une agitation interne. Ceci s'observe également en regardant la courbe en vert représentant l'énergie du champ résiduel qui nous montre que la valeur de cette énergie augmente à environ 100% ($E.C.R > 5\%$) montrant ainsi que le champ exact n'est plus décrit par les champs provenant de l'approximation Bare et de la minimisation du champ résiduel. La perturbation interne ayant provoqué le saut d'amplitude préalablement observé induit la fragmentation de notre impulsion conduisant au champ chaotique observé à la courbe 3-2-(c) qui nous présente un étalement du profil avec de nombreuses ondes extrêmes. La dispersion d'ordre 2 a pris le

dessus sur la non linéarité

3-2-1-3 Cas 3 : Les conditions de simulation : on maintient la fréquence à $18rad/s$ et on augmente le coefficient de non linéarité de 10^{-18} à 10^{-10}

Nom	Fréquence de l'onde	Coefficient de non linéarité	Distance de propagation
Symbole	ω	α	Z
Valeur	$18rad/s$	10^{-10}	$Z = 8,72 \times 10^{-6}m$

TABLE 3.3 – les conditions de simulation pour $\alpha = 10^{-10}$ et $\omega = 18rad/s$

Les simulations nous donnent les courbes de la FIGURE 3-3

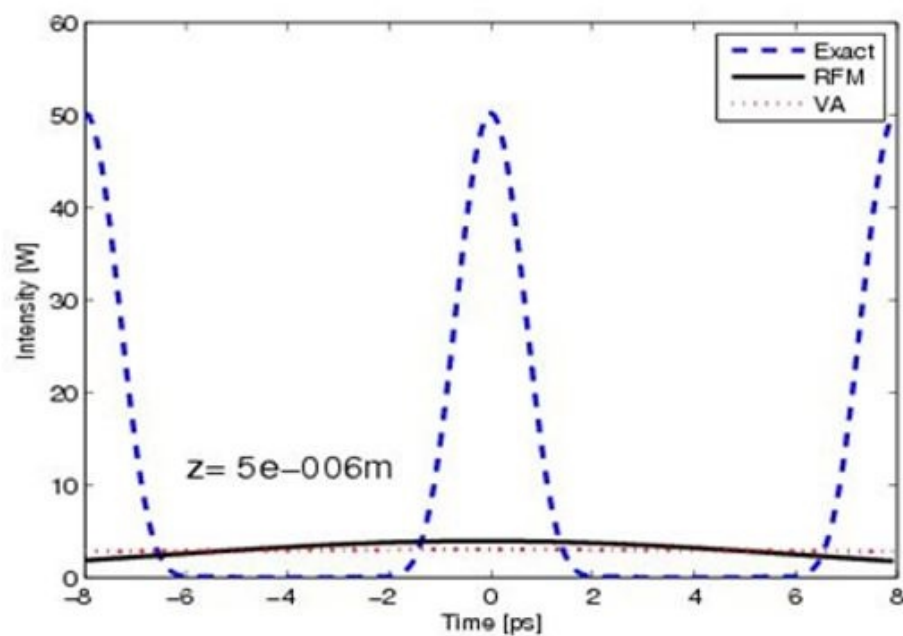


figure (a)

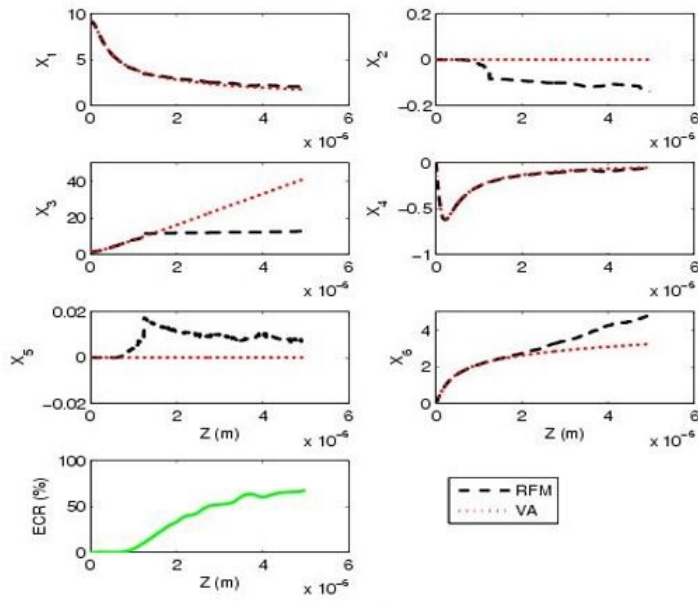


figure (b)

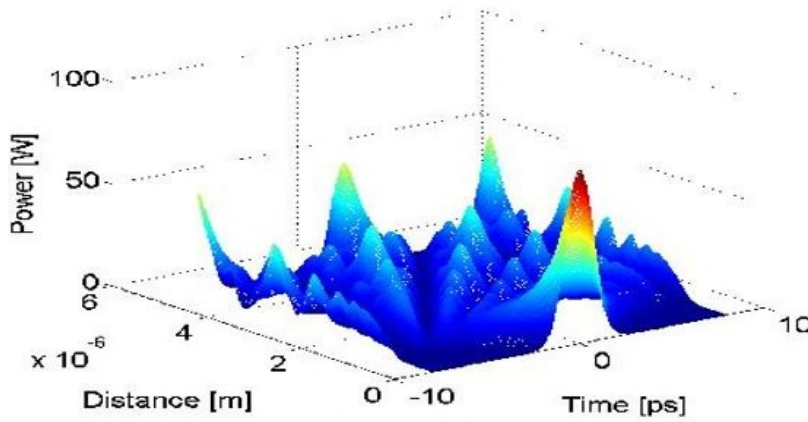


figure (c)

FIGURE 3.3 – Impulsion obtenue à $Z = 8,72 \times 10^{-6} m$, $\omega = 18 rad/s$ et $\alpha = 10^{-10}$

(a) Profils d'intensité des champs ; (b) Dynamique des variables collectives ; (c) Full équation.

Analyse des courbes

Sur la courbe 3-3-(a) On observe une dynamique qui prend un autre comportement. Le profil gaussien tend à se reformer, Le champ exact tend également à être stable malgré l'élargissement de la base ,les fluctuations ont presque disparu. Le champ exact n'est pas toujours bien décrit par celui reconstruit à partir des variables collectives issues de la minimisation du champ résiduel et de l'approximation Bare. Ceci s'observe aussi sur la courbe 3-3-(b) où la dynamique des variables collectives présente une légère rupture à une distance d'environ $Z = 2,75.10^{-6} m$ avec la variable interne X_6 ce qui a influencé d'autres variables externes notamment la largeur à mi-hauteur X_3 , La position temporelle X_2 et l'amplitude X_1 ; la courbe en vert représentant l'énergie du champ résiduel montre que la valeur de cette énergie baisse à environ 75% ($E.C.R > 5$) ce qui montre

toujours l’instabilité de l’onde. L’ansatz choisi n’est pas toujours bonne et sur la courbe 3-3-(c) où on voit une onde moins perturbé , moins d’ondes extrêmes que précédemment et l’étalement du profil de l’onde qui a diminué considérablement.la non linéarité a atténué considérablement les effets de la dispersion d’ordre 2

3-2-1-4 Cas 4 : Les conditions de simulation : on maintient le Coefficient de non-linéarité à 10^{-10} et on diminue la fréquence de $18rad/s$ à $15rad/s$.

Nom	Fréquence de l’onde	Coefficient de non linéarité	Distance de propagation
Symbole	ω	α	Z
Valeur	$15rad/s$	10^{-10}	$Z = 8,72 \times 10^{-6}m$

TABLE 3.4 – les conditions de simulation pour $\alpha = 10^{-10}$ et $\omega = 15rad/s$

Les simulations nous donnent les courbes de la FIGURE 3-4

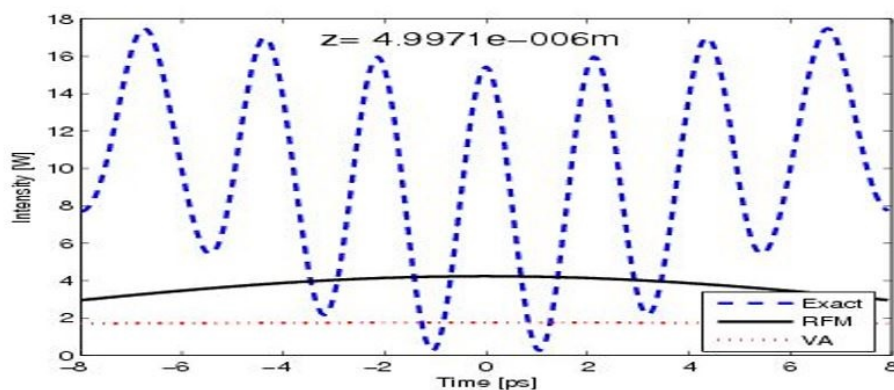


figure (a)

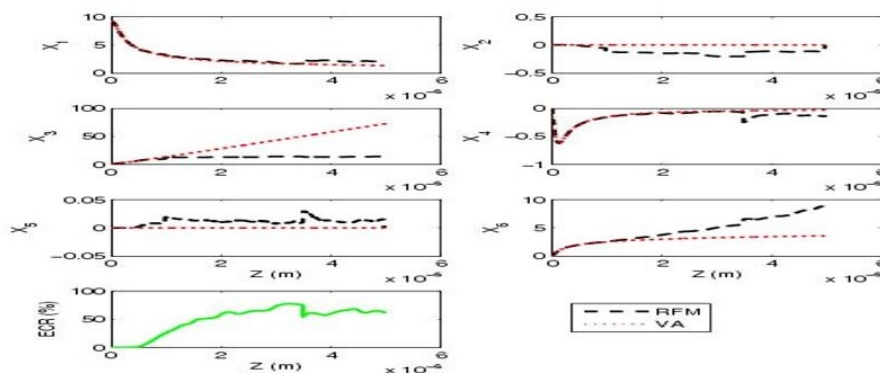


figure (b)

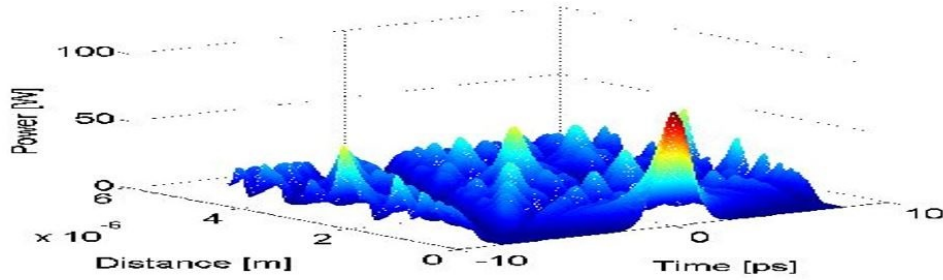


figure (c)

FIGURE 3.4 – Impulsion obtenue grâce à une dispersion d'ordre 2 et la non linéarité d'ordre 2 à $Z = 8,72 \times 10^{-6} m$, $\omega = 15 rad/s$ et $\alpha = 10^{-10}$

(a) Profils d'intensité des champs; (b) Dynamique des variables collectives; (c) Full équation.

Analyse des courbes

Sur la courbe 3-4-(a) On observe encore qu'on repart avec un comportement oscillatoire induit par la modulation de phase même si, il est moins aigu qu'à la courbe 3-2-(a), les fluctuations apparaissent d'avantage, le champ exact est également détruit. Il y a distorsion de phase car les conditions de l'impulsion soliton ont d'avantage disparu, l'onde n'est plus bien décrit, ce champ exacte perd d'avantage son profil gaussien au profit d'un nombre désordonné d'états radiatifs plus ou moins importants ce qui ce fait remarquer aussi à la courbe 3-4-(b) qui montre que la dynamique de la phase subit une cassure à la distance $Z = 2.10^{-4} m$. Elle nous montre également la courbe en vert représentant l'énergie du champ résiduel donc la valeur de cette énergie remonte à environ 90% ($E.C.R > 5$). La courbe 3-4-(c) qui présente un étalement du profil de l'onde et une dynamique chaotique représentant la décomposition du champ gaussien en une multitude de champ aux amplitudes variables X_1 plus ou moins élevées; ce sont encore ces amplitudes qu'on appelle ondes extrêmes. la dispersion d'ordre 2 reprend encore plus le dessus sur la non linéarité.

3.2.2 Analyse de l'influence de la non linéarité d'ordre 2 dans la génération des ondes extrêmes dans une ligne composite main gauche / droite.

Dans le paragraphe précédent, nous voyons que la diminution de la fréquence qui est liée à la dispersion d'ordre 2 augmente la génération des ondes extrêmes, par contre l'augmentation de la valeur du coefficient de non linéarité diminue la génération de ces ondes extrêmes.

Conclusion

Dans le but de trouver une solution à notre équation par la méthode des variables collectives, nous avons présenté l'étude analytique de l'équation de propagation qui nous a permis de faire une analyse de la dynamique des coordonnées collective. Nous avons également réalisé

les simulations numériques qui nous ont permis de comprendre que lorsqu'il y a perturbation dans une ligne de transmission composite main gauche / main droite, il y a génération d'ondes extrêmes. La non linéarité a pour effet d'atténuer cette génération alors que la dispersion d'ordre 2 de multiplier cette génération.

**Apport pédagogique de l'étude de l'influence de la non linéarité d'ordre 2 dans la
génération des ondes extrêmes dans une ligne composite main gauche / droite
faite à base des métamatériaux**

L'apport pédagogique d'un travail scientifique est l'ensemble des techniques dégagées par celui-ci dans le but de favoriser la compréhension voir même la résolution des problèmes liés à l'apprentissage de la discipline cadre dudit mémoire.

Le mémoire en général nous a permis en temps qu'enseignant retour sur titre de nous initier véritablement à la recherche afin de faire bénéficier nos apprenants. Quant-au thème proprement dit, il nous permet maintenant d'appréhender plus efficacement et sereinement certains thèmes comme le thème III du programme de physique de la classe de Terminale scientifique de l'enseignement secondaire général qui porte sur la lumière et les ondes mécaniques et le thème II du programme de physique de la classe de première scientifique de l'enseignement secondaire général qui porte cette fois ci sur le prisme et les lentilles.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Au terme de ce manuscrit rapportant les travaux réalisés dans le cadre de ce mémoire portant sur la génération des ondes extrêmes dans une ligne composite main gauche /main droite à métamatériau soumise à une non linéarité cubique et dans le but de comprendre la formation des vagues scélérates, nous avons présenté au chapitre premier les généralités sur les ondes extrêmes notamment comme phénomène optique et hydrodynamique, les métamatériaux comme matériau hors du commun ainsi que les effets qui peuvent perturber la bonne transmission dans ces matériaux ,les lignes de transmission qui permettent la propagation des ondes et la problématique de notre travail qui s'est résumée à trouver la solution à l'équation de Schrödinger non-linéaire de la génération des impulsions. Le chapitre deux fut consacré à une méthode de résolution à savoir celle de la théorie des variables collectives. Quant au chapitre trois il a été question d'observer et d'analyser les résultats de la simulation. En définitive nous pouvons dire que Lorsqu'il y a perturbation dans une ligne de transmission main gauche /main droite à métamatériau, il y a génération d'onde extrêmes. La non linéarité a pour effet de diminuer cette génération alors que la dispersion d'ordre 2 l'augmentation de cette génération. D'autre part, le présent travail pourra apporter quelques réponses aux problèmes liés à la compréhension de la production des ondes extrêmes.

En perspective nous proposons de recourir à un autre anzats qui serait plus approprié à la résolution de notre équation de Schrödinger non-linéaire établie par ce modèle.

Bibliographie

- [1] Kwan A., Dudley J. and Lantz E. Who really discovered Snell's law Phys. World, 2002.15(4) :P. 64-64.
- [2] Hasegawa A. and Tappert F. Transmission of Stationary Nonlinear Optical Pulses in Dispersive Dielectric Fibers. 1. Anomalous Dispersion. Appl.Phys.Lett. 1973.23(3) :p.142-144.
- [3] Maiman T.H. Stimulated optical radiation in ruby. Nature, 1960.187(4736) :p.493-494.
- [4] Pelinovsky E., Talipova T. and Harif C.K. Nonlinear dispersive mechanism of the freak wave formation in shallow water. Physica D : Nonlinear Phenomena, 2000. 147(1-2) : P.83-94.
- [5] Johannessen T.B. and Swan C. A laboratory study of the focusing of transient and directionally spread surface waves. Proc. R. Soc. London Ser.A-Math.Phys. Eng.Sci., 2001.457(2008) :P.971-1006.
- [6] Fochesato C., Grilli .S and Dias F. Numerical modeling of extreme rogue waves generated by directional energy focusing. Wave Motion, 2007.44(5) :p.395-416.
- [7] Hasegawa A. and Tappert F. Transmission of Stationary Nonlinear Optical Pulses in Dispersive Dielectric Fibers. 1. Anomalous Dispersion. Appl.Phys.Lett. 1973.23(3) :p.142-144.
- [8] Pendry D.J. Robbing, and Steward W.J. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques, 47 (11), 2075-2084, 1999.
- [9] Veselago V. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of μ and ε : Vol . 92, no.3, PP. 517-526, 1967.
- [10] Croenne C. Contrôle de la propagation et du rayonnement électromagnétique par Les métamatériaux, thèse de doctorat, université de Lille 1, Octobre 2009.
- [11] Bouchiche F. Étude et structure coplanaire à métamatériaux et à couche magnétique 30/11 /2010.
- [12] verneuil J .L . Simulation de systèmes de télécommunications par fibre optique à 40 Gbit /S », 2003 .
- [13] Aziza Z. contribution à l'étude et faisabilité de micro-résonateurs en structure planaire, thèse de Doctorat, Université Jean Monnet de Saint-Etienne, juin 2011.

- [14] FATOME J. Propagation d'impulsions ultra-courtes à 160 GB/S dans les lignes de fibre optique gérées en dispersion , rapport de thèse, 2003.
- [15] Fischer A. physique des lasers Cours de Télécommunication Optique IUT GTR Université de paris XIII, Chap.5.
- [16] Heidemann R., Wedding B. and Veith G. 10GB/S transmission and beyond proceeding of the IEEE, VOL.81,n0 1,Novembre 1993.
- [17] BAHAA E.A.S. and MALVIN C.T. "Electro-optique" Fundamentals of Photonics, 1991.
- [18] Erkana D. Étude de la propagation optique dans une structure de fibre optique en présence de micro déformations périodiques. Thèse de magister en électronique, Batna.2004
- [19] R.BENJAMEN Réduction dynamique de porteuse optique d'un signal hyperfréquence ,2003 .
- [20] FOMKOUENG C. D. Dynamique des impulsions lumineuses ultra-brèves dans la fibre optique soumise à une non linéarité saturante cubique et cubique quantique. Mémoire de DIPES II (Diplôme de professeur d'Enseignement Secondaire deuxième grade) Juin 2011.
- [21] Boesch R. Stanciof P. and Willis C. R. "Hamiltonian equation for for multi collective variable théories of non linear Klein Gordon : a projective operator approche" Phys. Rev.B 38, (1988) pp 4958.
- [22] Tchofo P.D., Moubissi A.B. and Nkkeeran K. Collectives variables theory for optical solitons in fibers. Phys.Rev.E.64 :016608 1-15,2001.
- [23] ONANA ESSAMA B. G. Application de la théorie des variables collectives sur les impulsions lumineuses ultra-brèves soumises à l'effet de l'auto-raidisement. Mémoire de DIPES II (Diplôme de professeur d'Enseignement Secondaire deuxième grade) Juin 2009.
- [24] Valenzuela Peres C. E. Formats de Modulation pour les télécommunications optiques, thèse de Doctorat le soutenue le 13 mars 2006.
- [25] BOLPE L. Action de la dispersion d'ordre trois sur la génération des ondes extrêmes dans une ligne composite main gauche /main droite Mémoire de DIPES II (Diplôme de professeur d'Enseignement Secondaire deuxième grade) Juin 2015.