



## **ANALYSE ECONOMIQUE DES ELECTIONS COMMUNALES AU BENIN EN 2015**

*BADIROU DAOUD*

*Université d'Abomey-Calavi.*

---

### **RESUME**

*Une question essentielle qui se pose naturellement après les élections législatives ou municipales dans les pays démocratiques concerne la composition du gouvernement ou de la majorité municipale, pour une gestion du pays ou de la commune.*

*Dans l'un ou l'autre cas, une telle coalition sera-t-elle stable ?*

*L'objet de notre travail, est de déterminer, à l'aide des outils de la théorie des jeux coopératifs (et plus précisément les indices de pouvoir), les coalitions qui sont formées dans un certain nombre de villes de la République du Bénin après les élections municipales de 2015 et d'étudier leur stabilité.*

---

**Mots-clés :** *indice de pouvoir - formation de coalitions - stabilité-Bénin.*

---

---

### **ABSTRACT**

*In the democratic countries, after the legislative or local elections, the voters always ask the question to know the government that will be formed to rule the country or which majority to lead the town council.*

*Will this coalition of political parties be stable ?*

*Our work aims at determining with some tools of the theory of the cooperative games (the power indices) the coalitions that will be formed in some towns of the republic of Benin after the local elections of 2015 and studying their stability.*

---

**Key words:** *power indices-formation of coalitions-stability, Benin.*

---

### **INTRODUCTION**

Dans la plupart des pays démocratiques, les élections législatives sont généralement suivies par la formation d'un nouveau gouvernement (nouvelle majorité).

Ce gouvernement résulte de négociations entre plusieurs partis politiques.

De nombreux auteurs se sont intéressés à l'étude des processus de formation de coalitions.

Taylor [1971] étudie la théorie de la formation des coalitions sous l'hypothèse que chaque parti politique souhaiterait appartenir à une

coalition gagnante et ne pas y jouer un simple rôle de figurant ; en d'autres termes, chaque parti politique souhaiterait peser sur les décisions de la coalition gagnante (majorité gouvernementale ou municipale).

Leiserson [1996] s'intéresse aux facteurs les plus importants qui motivent les partis politiques quant au choix de leurs partenaires dans une coalition ; en particulier, il étudie d'une part le rôle de la proximité idéologique, et d'autre part le contrôle des autres partis politiques membres de la coalition. Il a montré alors que plus les partis politiques sont idéologiquement proches dans une coalition gagnante moins il y a de conflits dans cette

coalition : c'est-à-dire que la stabilité d'une coalition est d'autant plus grande que les différences idéologiques y sont minimales.

Dans le même ordre d'idées, Axelrod (1970, page 167) dans son étude de la formation des coalitions montre que les coalitions les plus probables sont celles dans lesquelles il y a moins de conflits entre les partis politiques. Autrement dit les coalitions qui ont le plus de chances de se former sont celles où les différences idéologiques sont minimales.

En un certain sens, tous ces travaux abordent la question fondamentale de la stabilité des gouvernements ou majorités formés après les élections législatives ou municipales.

On peut noter que ce problème de stabilité dépend de l'environnement sociologique, de la proximité entre les partis politiques et enfin de la distribution du pouvoir au sein du gouvernement ou majorité.

Pour répondre à notre interrogation en ce qui concerne la stabilité des majorités.

Nous allons adopter la démarche suivie par Andjiga, Badirou, Mbih (2007)

Plus exactement, après avoir évalué le pouvoir de chaque parti politique à l'aide des indices de pouvoir de Shapley-Shubik et de Banzhaf dans toutes les partitions, nous allons examiner la possibilité de former un gouvernement ou une majorité stable.

Pour cela, nous proposons comme dans l'article cité ci-dessus deux méthodes de prédiction de formation de gouvernements, à savoir la méthode parlementaire et le cœur.

La méthode parlementaire consiste à confier la charge de la formation d'un gouvernement ou d'une majorité au parti ayant obtenu le plus grand nombre de sièges à l'issue des élections législatives ou municipales.

La méthode du cœur fait reposer la formation du gouvernement ou de la majorité sur la relation de dominance classique définie sur les partitions ayant une coalition gagnante.

En théorie des jeux coopératifs la notion de cœur est souvent utilisée pour illustrer la notion de stabilité ; et dans la réalité la méthode parlementaire est considérée comme la voie naturelle pour former un gouvernement ou une majorité stable.

Commençons notre analyse par une remarque de Maschler (1992)

*"Consider a group of players who face a game. A basic question would be: What coalitions will form and how will their members share the*

*proceeds? In my opinion, no satisfactory answer has so far been given to this important question. [The current theory] answers a more modest question: How would or should the players share the proceeds, given that a certain coalition structure has formed? "*

Un jeu peut être défini comme une situation où des individus font des choix parmi un certain nombre d'actions possibles, et dans un cadre défini à l'avance. Le problème réel qui se pose en théorie des jeux coopératifs aux joueurs (partis politiques) face à un jeu avec fonction caractéristique a donc deux volets :

- la prédiction des coalitions qui seront formées à l'issue du jeu (quel parti politique sera au gouvernement ou dans la majorité et quel parti politique sera dans l'opposition).
- la prédiction de la répartition du pouvoir qui sera obtenu dans le jeu (quelle sera la part de pouvoir de chaque parti politique).

Notons qu'il est naturel de penser que l'on doit d'abord résoudre :

- le problème de formation des coalitions, avant de résoudre
- le problème de répartition du pouvoir obtenu, car le pouvoir obtenu dépend des coalitions formées.

Toutefois une coalition ne se forme que si chaque joueur "optimise" son gain, la formation d'une coalition dépend aussi de la répartition des gains qui en sera issue.

On peut noter que les deux problèmes sont liés à savoir ; avant d'intégrer une coalition chaque joueur (chaque parti politique) évalue son pouvoir au sein de cette coalition.

Dans les grandes démocraties, une fois les élections terminées, il faut former un gouvernement ; pour des raisons budgétaires on peut décider de *former un gouvernement qui comprend une majorité composée du minimum de partis nécessaires pour la composer (on dira dans la suite que l'on a composé une coalition minimale gagnante)*. C'est dans ce même ordre d'idées que, Riker (1962) défend l'idée selon laquelle dans un jeu à  $n$  personnes à somme nulle où les paiements latéraux sont permis, les joueurs sont rationnels et les informations sont parfaites, seules les coalitions gagnantes minimales sont prises en compte.

## II) Formation d'une majorité au conseil municipal dans quelques villes du Bénin

Nous allons mener cette étude dans quelques villes du Bénin à savoir : Abomey, Abomey-calavi, Cotonou, Parakou, Porto-Novo, Sèmè-kpodji.

- Supposons que les 5 partis politiques décisifs après les élections municipales 2015 au Bénin soient notés A, B, C, D et E ; et leurs poids respectifs par  $W_a, W_b, W_c, W_d, W_e$  de sorte que :  $W_a > W_b > W_c > W_d > W_e$ .

Autrement dit,  $W_i$  est le nombre de députés du parti i.

Après avoir calculé le pouvoir de décision de chaque parti dans toutes les partitions comprenant une coalition gagnante nous allons étudier la stabilité des majorités formées à l'aide de la méthode parlementaire et la méthode du cœur.

### La méthode parlementaire :

Dans les parlements nationaux des pays démocratiques, le parti qui obtient plus de sièges à l'Assemblée après les élections législatives est chargé de former un gouvernement ; nous supposons, sans perte de généralité que le parti A est le parti ayant le plus grand nombre de députés.

Nous allons fonder notre analyse du choix par A de la meilleure partition, et par conséquent du gouvernement, sur les 5 critères suivants :

**Critère 1** : le parti A doit choisir une partition qui contient une coalition gagnante dont il est membre.

Il est évident que la finalité d'un parti politique étant d'accéder au pouvoir, A ne peut donc que choisir une partition pour laquelle il se trouve dans une coalition gagnante et par conséquent où il fait partie de la majorité gouvernementale.

**Critère 2** : le parti A va choisir la partition qui vérifie le critère 1 où son pouvoir est maximal.

Si l'accès au pouvoir est une fin pour un parti, il est important que ce parti n'y soit pas en tant que « faire-valoir ». Le parti A essaiera donc d'avoir un pouvoir maximal dans la partition formée, A lui-même se trouvant dans une coalition gagnante.

**Critère 3** : Le pouvoir de A et de ses partenaires dans la partition qui vérifie le critère 2 doit être indépendant de la distribution du pouvoir des autres partis politiques. On dira que la partition vérifie la condition de « stabilité externe ».

Dans un système libre, il est imprudent de faire

dépendre le pouvoir au sein d'une coalition S, de l'organisation des partis qui ne sont pas dans cette coalition. Chaque parti étant libre, les membres extérieurs à S peuvent évoluer dans leur organisation (en se regroupant ou en se divisant) et cela ne doit pas être nuisible aux intérêts des éléments de S.

**Critère 4** : Le parti A va choisir la partition qui vérifie le critère 3 et qui contient un nombre minimal de partis politiques décisifs. On dira que cette partition vérifie la condition de « stabilité interne ».

Il est important pour le parti A d'avoir un pouvoir politique « maximal » dans le gouvernement et par conséquent, qu'il y ait moins de « grands » partis en son sein.

**Critère 5** : Le parti A va choisir la partition qui vérifie les critères 3 et 4.

On a ici le gouvernement idéal pour le parti A : il a le pouvoir maximal, dans un gouvernement ayant un minimum de partis décisifs, le pouvoir dans ce gouvernement ne dépendant pas de la structuration de l'opposition.

## 2-1 Evaluation du conseil municipal de la ville de Porto-Novo législature 2015-2019

### • Répartition des sièges

Le conseil municipal de Porto-Novo comprend **33 sièges**, répartis de la manière suivante : le parti du Renouveau Démocratique (noté A) **32 sièges** ; L'Union fait la Nation (noté B) **1 siège** ;

Le nombre minimal de voix pour faire passer une décision au conseil municipal de Porto-Novo est de 17 voix. On peut donc formaliser ce conseil municipal par le jeu à quota suivant :

G : [17 : 32 ; 1].

### • Configuration idéologique

Le paysage idéologique au conseil municipal de Porto-Novo peut-être représenté de l'extrême droite à l'extrême gauche de la manière suivante : **A-B**.

### \* Mesure de

### pouvoir

Les coalitions gagnantes sont les suivantes : **A, AB**.

La coalition **AB**, on suppose qu'on a un gouvernement d'union nationale : tous les partis politiques se mettent ensemble pour diriger la ville de Porto-Novo.

La coalition A, on suppose que seul le parti du

renouveau démocratique dirige le conseil municipal de Porto-Novo et l'Union fait la Nation est dans l'opposition.

Les calculs de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf, pour chaque partition, sont résumés dans le tableau suivant :

**Tableau 1 : calcul de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf**

Partitions	La valeur d'Owen	l'indice de Banzhaf
T(AB)	1 ; 0.	1/3 ; 0.
T (A ; B)	1 ; 0	1/3 ; 0

**Source :** Réalisé par l'auteur à partir des calculs de la valeur d'Owen et l'indice de Banzhaf-Owen.

Les détails sur les calculs de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf se trouvent dans l'annexe.

Dans le tableau ci-dessous nous allons présenter le choix par le parti 1 des partitions vérifiant chaque critère selon la méthode parlementaire, selon que le pouvoir est mesuré par la valeur d'Owen ou par l'indice de Banzhaf.

**Tableau 2: Choix du parti A des partitions vérifiant chaque critère**

Choix du parti A des partitions vérifiant chaque critère		pouvoir		
Indices	Critère 2	Critère 3	Critère 4	Critère 5
Owen	T (A ; B), T (AB)	T (A ; B), T (AB)	Les coalitions gagnantes sont les suivantes : A, AB, AC, ABC.	T (A ; B), T (AB)
Banzhaf	T (A ; B), T(AB)	T (A ; B), T(AB).	La coalition A, on suppose qu'on a une majorité composée du parti A. les partis B et C sont unis ou divisés dans l'opposition.	T (A ; B), T (AB)

**Source :** Réalisé par l'auteur à partir des critères définis ci-dessus.

- **Pour la valeur d'Owen**, le parti A obtient son pouvoir maximal dans les partitions suivantes : T (A ; B) et T (AB).

La valeur d'Owen propose une majorité composée du **Parti renouveau démocratique** et

**L'Union fait la Nation** est dans l'opposition ou une majorité composée des deux partis.

- Pour l'indice de Banzhaf, le parti A obtient son pouvoir maximal dans les partitions suivantes : T (A ; B), T (AB).

Notons que ces 2 partitions vérifient la condition de stabilité externe.

Donc l'indice de Banzhaf propose un gouvernement composé du parti A, le

parti **B** est dans l'opposition ou une majorité composée des deux partis.

**2-2 Evaluation du conseil municipal de la ville de SEME-PODJI législature 2015-2019**

• **Répartition des sièges**

Le conseil municipal de SEME-PODJI comprend **25 sièges**, répartis de la manière

suivante : le parti **Union Renouveau Démocratique** (noté **A**) **16 sièges**; Le parti **Alléuya** (noté **B**) **5 sièges** et le parti **Force Cauris pour un Bénin Emergent** (**C**) **4 sièges** ;

Le nombre minimal de voix pour faire passer une décision au conseil municipal de Sème-Podji est de 13 voix. On peut donc formaliser ce conseil municipal par le jeu à quota suivant :

G : [13 ; 16 ; 5 ; 4].

• **Configuration idéologique**

Le paysage idéologique au conseil municipal de Sème-Podji peut-être représenté de l'extrême droite à l'extrême gauche de la manière suivante : **A-B-C**.

\* **Mesure de**

La coalition **AB**, on suppose qu'on a une majorité composée des partis A et B, et le parti C est dans l'opposition.

La coalition **AC**, la majorité est composée des partis A et C, seul le parti B est dans l'opposition.

La coalition **ABC**, la majorité est composée des trois partis politiques (gouvernement d'union nationale).

Les calculs de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf, pour chaque partition, sont résumés dans le tableau suivant :

**Tableau 3 : calcul de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf**

Partitions	La valeur d'Owen
T(ABC)	1 ; 0 ; 0.
T (A B; C)	1 ; 0 ; 0.
T (AC, B)	1 ; 0 ; 0.
T (A ; BC)	1 ; 0 ; 0.

**Source :** Réalisé par l'auteur à partir des calculs de la valeur d'Owen et l'indice de

Banzhaf-Owen.

Les détails sur les calculs de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf se trouvent dans l'annexe.

Dans le tableau ci-dessous nous allons présenter le choix par le parti 1 des partitions vérifiant chaque critère selon la méthode parlementaire, selon que le pouvoir est mesuré par la valeur d'Owen ou par l'indice de Banzhaf.

**Tableau 4: Choix du parti A des partitions vérifiant chaque critère**

Choix du parti A des partitions vérifiant chaque critère				
Indices	Critère 2	Critère 3	Critère 4	Critère 5
Owen	T (AC ; B), T (AB ; C), T (A ; BC), T (A ; BC).	T (A ; B), T (AB ; C), T (AC ; B), T (ABC)	T (A ; B), T (AC ; B), T (ABC)	T (A ; B), T (AC ; B), T (ABC)
Banzhaf	T (AC ; B), T (AB ; C), T (A ; BC), T (A ; BC).	T (AC ; B), T (AB ; C), T (A ; BC).	T (AC ; B), T (A ; BC).	T (A ; B), T (AC ; B), T (ABC)

Source : Réalisé par l'auteur à partir des critères définis ci-dessus.

Pour la valeur d'Owen, le parti A obtient son pouvoir maximal dans les partitions suivantes : T (AC ; B), T (AB ; C), T (A ; BC).

La méthode parlementaire propose pour la valeur d'Owen une majorité composée du parti renouveau démocratique et l'opposition composée du parti « Alléluya » et les Forces Cauris pour un Bénin Emergent, ou le PRD peut choisir un ou les deux partis de l'opposition pour diriger la marie de Sémé-Podji.

° Pour l'indice de Banzhaf, le parti A obtient son pouvoir maximal dans les partitions suivantes : T (A ; BC), T (AB, C), T(AC,B).

La méthode parlementaire propose selon l'indice de Banzhaf une majorité composée du Parti du renouveau démocratique et une opposition composée du parti « Alléluya » et les forces cauris pour un Bénin émergent, ou le PRD choisit un ou les deux partis de l'opposition.

• Répartition des sièges

Le conseil municipal d'Abomey comprend 19 sièges, répartis de la manière suivante : le parti Renaissance du Bénin (noté A) 10 sièges ; L'Union fait la Nation (noté B) 7 sièges et le parti Force Cauris pour un Bénin Emergent (C) 1 siège ; l'Alliance Nationale Pour la Démocratie et le Développement AND (D) 1 siège ;

Le nombre minimal de voix pour faire passer une décision au conseil municipal d'Abomey

est de 10 voix. On peut donc formaliser ce conseil municipal par le jeu à quota suivant :

• Configuration idéologique au conseil municipal d'Abomey peut être représenté de l'extrême droite à l'extrême gauche de la manière suivante : A-B-C-D. \*  
Mesure de pouvoir

Les coalitions gagnantes sont les suivantes : A, AB, AC, AD, ABC, ABD, ACD, ABCD.

La coalition A, on suppose qu'on a une majorité composée du parti A: les partis B, C et D sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition AB, on suppose qu'on a une majorité composée des partis A et B, et les partis C et D sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition AC, la majorité est composée des partis A et C, les partis B et D sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition AD, la majorité est composée des partis A et D, les partis B et C sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition ABC, la majorité est composée par les trois partis politiques et le parti D est dans l'opposition.

La coalition ACD, la majorité est composée des partis ACD et le parti B est seul dans l'opposition.

La coalition ABD, la majorité est composée des partis A, B et D, seul le parti C se retrouve dans l'opposition.

La coalition ABCD, la majorité est composée de tous les partis politiques.

Les calculs de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf, pour chaque partition, sont résumés dans le tableau suivant :

2-3 Evaluation du conseil municipal de la ville d'ABOMEY législature 2015-2019

**Tableau 5 : calcul de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf**

Partitions	La valeur d'Owen	Forces Cauris	Houngbo	Bénin Emergent	et enfin
T(ABCD)	1 ; 0 ; 0 ; 0.	le parti AN	DI	0 ; 0 ; 0 ; 0	n'importe quel coalition
T (A B; CD)	1 ; 0 ; 0 ; 0.	gagnante formée par la renaissance	du Bénin.		
T (AC, BD)	1 ; 0 ; 0 ; 0.	° Pour l'indice de Banzhaf, le parti A obtient			
T (AD ; BC)	1 ; 0 ; 0 ; 0.	son pouvoir maximal dans les			
T (ABC ; D)	1 ; 0 ; 0 ; 0 .	partitions suivantes : T (AC ; BD), T			
T (ABD ; C)	1 ; 0 ; 0 ; 0.	(AB ; 1 ; 0 ; 0) ; 0.T (AD ; BC),			
T (ACD ; B)	1 ; 0 ; 0 ; 0.	T(ABC,D),T(ABD,C), (ACD,B),			
T (A ; BCD)	1 ; 0 ; 0 ; 0.	T(A,BCD),T(A,BCD).			

**Source :** Réalisé par l'auteur à partir des calculs de la valeur d'Owen et l'indice de Banzhaf-Owen.

Les détails sur les calculs de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf se trouvent dans l'annexe.

Dans le tableau ci-dessous nous allons présenter le choix par le parti 1 des partitions vérifiant chaque critère selon la méthode parlementaire, selon que le pouvoir est mesuré par la valeur d'Owen ou par l'indice de Banzhaf.

**Tableau 6: Choix du parti A des partitions vérifiant chaque critère**

Choix du parti A des partitions vérifiant chaque critère		
Indices	Critère 2	Critère 3
Owen	T (AC ; BD), T (AB ; CD), T (AD ; BC), T (A ; BCD), T(ABC,D),T(ACD,B),T(ABD,C), T(ABCD).	T (AC ; BD), T (AB ; CD), T (AD ; BC), T (A ; BCD), T(ABC,D),T(ACD,B),T(ABD,C), T(ABCD).
Banzhaf	T (AC ; BD), T (AB ; CD), T (AD ; BC), T (A ; BCD), T(ABC,D),T(ACD,B),T(ABD,C), T(ABCD).	T (AC ; BD), T (AB ; CD), T (AD ; BC), T (A ; BCD), T(ABC,D),T(ACD,B),T(ABD,C), T(ABCD).

**Source :** Réalisé par l'auteur à partir des critères définis ci-dessus.

**Pour la valeur d'Owen,** le parti A obtient son pouvoir maximal dans les partitions suivantes : T (AC ; BD), T (AB ; CD), T (AD ; BC), T(ABC,D),T(ABD,C), (ACD,B), T(A,BCD),T(ABCD).

La méthode parlementaire propose pour la valeur d'Owen une majorité composée du parti

la renaissance du Bénin et l'opposition composée de l'Union fait la Nation et les

Forces Cauris pour un Bénin Emergent et enfin le parti Alliance Nationale pour la Démocrate et le Développement ou n'importe quel coalition gagnante formée par la renaissance du Bénin.

° Pour l'indice de Banzhaf, le parti A obtient son pouvoir maximal dans les partitions suivantes : T (AC ; BD), T (AB ; 1 ; 0 ; 0) ; 0.T (AD ; BC), T(ABC,D),T(ABD,C), (ACD,B), T(A,BCD),T(A,BCD).

La méthode parlementaire propose pour l'indice de Banzhaf une majorité composée du parti la Renaissance du Bénin et l'opposition composée de l'Union fait la Nation et les Forces Cauris pour un Bénin Emergent et enfin le parti Alliance Nationale pour la Démocrate et le Développement ou n'importe quel coalition gagnante formée par la renaissance du Bénin.

**2-4 Evaluation du conseil municipal de la ville de Parakou législature 2015-2019**

• Répartition des sièges

Le conseil municipal de Parakou comprend 25 sièges, répartis de la manière suivante : le parti Force Cauris Pour un Bénin Emergent (noté A), 16 sièges ; L'Alliance Soleil (noté B), 8 sièges et l'alliance ABT (C) 1 siège ;

Le nombre minimal de voix pour faire passer une décision au conseil municipal de Parakou est de 13 voix. On peut donc formaliser ce conseil municipal par le jeu à quota suivant : G : [13 ; 16 ; 8 ; 1].

• Configuration idéologique

Le paysage idéologique au conseil municipal de Parakou peut être représenté de l'extrême droite à l'extrême gauche de la manière suivante : A-B-C.

Les coalitions gagnantes sont les suivantes : A, AB, AC, ABC.

La coalition A, on suppose qu'on a une majorité composée du parti A: les partis B et C sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition AB, on suppose qu'on a une majorité composée des partis A et B, et le parti C est dans l'opposition.

La coalition AC, la majorité est composée des partis A et C, seul le parti B est dans

l'opposition.

La coalition **ABC**, la majorité est composée des trois partis politiques (gouvernement d'union nationale).

Les calculs de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf, pour chaque partition, sont résumés dans le tableau suivant :

**Tableau 7 : calcul de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf**

Partitions	La valeur d'Owen	L'indice de Banzhaf
T(ABC)	1 ; 0 ; 0.	1 ; 0 ; 0.
T (A B ; C)	1 ; 0 ; 0.	1 ; 0 ; 0.
T (AC, B)	1 ; 0 ; 0.	1 ; 0 ; 0.
T (A ; BC)	1 ; 0 ; 0.	1 ; 0 ; 0.

**Source :** Réalisé par l'auteur à partir des calculs de la valeur d'Owen et l'indice de Banzhaf-Owen.

Les détails sur les calculs de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf se trouvent dans l'annexe.

Dans le tableau ci-dessous nous allons présenter le choix par le parti 1 des partitions vérifiant chaque critère selon la méthode parlementaire, selon que le pouvoir est mesuré par la valeur d'Owen ou par l'indice de Banzhaf.

**Tableau 8: Choix du parti A des partitions vérifiant chaque critère**

Choix du parti A des partitions vérifiant chaque critère		
Indices	Critère 2	Critère 3
Owen	T (AC ; B), T (AB ; C), T (A ; BC), T (A ; BC).	T (A ; B), T (AB ; C), T (AC ; B), T(ABC)
Banzhaf	T (AC ; B), T (AB ; C), T (A ; BC), T (A ; BC).	T (AC ; B), T (AB ; C), T (A ; BC)

**Source :** Réalisé par l'auteur à partir des critères définis ci-dessus.

**Pour la valeur d'Owen**, le parti A obtient son pouvoir maximal dans les partitions suivantes : T (AC ; B), T (AB ; C), T (A ; BC).

La méthode parlementaire propose pour la valeur d'Owen une majorité composée du parti force cauris pour un Bénin émergent et l'opposition composée des alliances soleil et ABT. En un mot n'importe quelle coalition gagnante formée par les forces cauris pour un Bénin émergent.

° Pour l'indice de Banzhaf, le parti A obtient son pouvoir maximal dans les partitions

suivantes : T (A ; BC), T (AB, C),T (AC,B).

La méthode parlementaire propose pour l'indice de Banzhaf une majorité composée du parti Force Cauris Pour un Bénin Emergent et l'opposition composée des Alliances Soleil et ABT.

Autrement dit n'importe quelle coalition gagnante formée par les Forces Cauris pour un Bénin Emergent.

**2-5 Evaluation du conseil municipal de la ville de Cotonou législature 2015-2019**

• Répartition des sièges

Le conseil municipal de la ville de Cotonou comprend **49 sièges**, répartis de la manière suivante : le parti Renaissance du Bénin (noté A) 21 sièges ; le Parti Renouveau Démocratique (noté B) 13 sièges, l'Union fait la Nation (C) 10 sièges, les Forces Cauris Pour un Bénin Emergent (D) 4 sièges ; le Parti Reseatao (E) 1 siège ;

Le nombre minimal de voix pour faire passer une décision au conseil municipal de Cotonou est de 25 voix. On peut donc formaliser ce conseil municipal par le jeu à quota suivant : **G : [25 ; 21 ; 13 ; 10 ; 4 ; 1]**.

Le paysage idéologique au conseil municipal de Cotonou peut être représenté de l'extrême droite à l'extrême gauche de la manière suivante : **A-B-C-D-E**.

• Configuration idéologique

\* Mesure

de pouvoir

Les coalitions gagnantes sont les suivantes : **AB,AC,AD, ABC,ABD,ABE,ACE,ADE,ADC,BCD,ABC D,ABDE,ABCE,BCDE,ACDE,ABCDE**.

La coalition **AB**, on suppose qu'on a une majorité composée des partis A et B, et les partis C, D et E sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **AC**, la majorité est composée des partis A et C, les partis B, D et E sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **AD**, la majorité est composée des partis A et D, les partis B, C et E sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **ABC**, la majorité est composée par les trois partis politiques les partis **D** et **E** sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **ACD**, la majorité est composée des partis ACD et les partis B et E sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **ABD**, la majorité est composée des partis A, B et D, les partis C et E sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **ADE**, la majorité est composée des partis A, E, D et les partis C et B sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **ACE** ; la majorité est composée des partis A, E, C et les partis B et D sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **ABE**, la majorité est composée des partis A, E, B et les partis C et D sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **BCD**, la majorité est composée des partis BCD et les partis A et E sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **ABCD** ; la majorité est composée des partis A, B, C, D et le parti E est seul dans l'opposition.

La coalition **ABDE** ; la majorité est composée des partis A, B, E, D et le parti C est seul dans l'opposition.

La coalition **ABCE** ; la majorité est composée des partis A, B, C, E et le parti D est seul dans l'opposition.

La coalition **AECD** ; la majorité est composée des partis A, E, C, D et le parti B est seul dans l'opposition.

La coalition **BCDE** ; la majorité est composée des partis E, B, C, D et le parti A est seul dans l'opposition.

La coalition **ABCDE** ; la majorité est composée de tous les partis A, B, C, D et E.

Les calculs de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf, pour chaque partition, sont résumés dans le tableau suivant :

**Tableau 9 : calcul de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf**

Partitions	La valeur d'Owen
T (AB, CD, E)	0,5 ; 0,5 ; 0 ; 0 ; 0.
T (AB; CDE)	0,5 ; 0,5 ; 0 ; 0,0.
T (AC, BDE)	0,5 ; 0 ; 0,5 ; 0,0.
T (AD ; BCE)	0,5 ; 0 ; 0,0,5 ; 0.

T (ABC ; DE)	<b>0.66</b> ; 0,16 ; 0,16 ; 0,16 ; 0. .
T (ABD ; CE)	<b>0.66</b> ; 0,16 ; 0 ; 0,16 ; 0
T (ACD ; BE)	<b>0.66</b> ; 0 ; 0,16 ; 0,16 ; 0.
T (ACE ; BD)	0,5 ; 0 ; 0,5 ; 0 ; 0.
T (ADE, BC)	0,5 ; 0 ; 0 ; 0,5 ; 0.
T (ABE, CD)	0,5 ; 0,5, 0, 0,0.
T (BCD, AE)	0 ; 0,33 ; 0,33 ; 0,33 ; 0.
T (ABCD, E)	0,5 ; 0,16 ; 0,16 ; 0,16 ; 0.
T (ABDE, C)	<b>0.66</b> ; 0,16 ; 0 ; 0,16 ; 0.
T (ACDE,B)	<b>0.66</b> ; 0 ; 0,16 ; 0,16 ; 0.
T(ABCE,D)	<b>0.66</b> ; 0,16 ; 0,16 ; 0 ; 0.
T(A,BCDE)	0 ; 0,33 ; 0,33 ; 0,33 ; 0
T(ABCDE)	0,5 ; 0,16 ; 0,16 ; 0,16 ; 0

**Source** : Réalisé par l'auteur à partir des calculs de la valeur d'Owen et l'indice de Banzhaf-Owen.

Les détails sur les calculs de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf se trouvent dans l'annexe.

Dans le tableau ci-dessous nous allons présenter le choix par le parti 1 des partitions vérifiant chaque critère selon la méthode parlementaire, selon que le pouvoir est mesuré par la valeur d'Owen ou par l'indice de Banzhaf.

**Tableau 10: Choix du parti A des partitions vérifiant chaque critère**

Choix du parti A des partitions vérifiant chaque critère		
Indices	Critère 2	Critère 3
Owen	T (ABC ; DE), T (ABD ; CE), T (ACD ; BE), T (ACDE,B) ; T(ABDE,C), T(ABCE,D)	T (ABC ; DE), T (ABD ; CE), T (ACD ; BE), T (ACD ; BE), T(ABDE,C), T(ABCE,D)
Banzhaf	T (ABC ; DE), T (ABD ; CE), T (ACD ; BE), T (ACDE,B) ; T(ABDE,C), T(ABCE,D)	T (ABC ; DE), T (ABD ; CE), T (ACD ; BE), T (ACD ; BE), T(ABDE,C), T(ABCE,D)

**Source** : Réalisé par l'auteur à partir des critères définis ci-dessus.

**Pour la valeur d'Owen**, le parti A obtient son pouvoir maximal dans les partitions suivantes :

**T(ABC,DE),T(ABD,CE) ;T(ACD,BE) ;T(A CDE,B) ;T(ABDE,C) ;T(ACDE,B).**

La méthode parlementaire propose pour la valeur d'Owen les partitions suivantes :

**T(ABC,DE),T(ABD,CE) ;T(ACD,BE) ;T(A CDE,B) ;T(ABDE,C) ;T(ACDE,B).**

° Pour l'indice de Banzhaf, le parti A obtient



son pouvoir maximal dans les partitions suivantes :  $T(ABC,DE), T(ABD,CE) ; T(ACD,BE) ; T(ACDE,B) ; T(ABDE,C) ; T(ACDE,B)$ .

La méthode parlementaire propose pour l'indice de Banzhaf les partitions suivantes :

$T(ABC,DE), T(ABD,CE) ; T(ACD,BE) ; T(ACDE,B) ; T(ABDE,C) ; T(ACDE,B)$ .

#### \*Critique de la méthode parlementaire

En parcourant l'analyse de notre jeu ci-dessus, on peut faire les constats suivants :

Pour la valeur d'Owen, si on suppose que le parti B est dans l'opposition, il ne peut entrer dans un gouvernement qu'en s'alliant avec C et D.

On peut noter que les pouvoirs donnés par la valeur d'Owen aux partis B, C et D, lorsqu'ils forment le gouvernement (0.33 chacun au lieu de 0.16 pour C et D lorsqu'ils sont au gouvernement avec le parti A) et 0 pour le parti B peuvent inciter à la formation d'un tel gouvernement.

Par conséquent la meilleure partition pour les partis B, C et D est  $T(A ; BCD)$ , ou  $T(A, BCDE)$  mais notre hypothèse d'un gouvernement formé par A, exclut cette possibilité. Ceci est une insuffisance de la méthode parlementaire et nous allons proposer une autre méthode pour y remédier : le cœur.

#### La méthode du cœur

Nous venons de constater qu'il peut exister des situations où l'hypothèse qui consiste à donner une place privilégiée à un parti dans la formation du gouvernement, même si elle correspond à la réalité, peut ne pas être raisonnable. Nous allons donc supposer que tous les partis ont la même capacité de décision et la détermination du gouvernement se déroule de manière dynamique.

On définit une relation de dominance entre les partitions ayant une coalition gagnante de la manière suivante :

Une partition  $T_k$  (ayant une coalition gagnante) domine une partition  $T_l$  (ayant une coalition gagnante) selon un indice s'il existe une coalition gagnante dans  $T_k$  où chaque parti a un pouvoir dans  $T_k$  qui est strictement plus grand que son pouvoir dans  $T_l$ .

Le cœur selon un indice est l'ensemble des partitions (ayant une coalition gagnante) non

dominées selon un indice.

#### \*Pour la valeur d'Owen

Le cœur propose les partitions  $T(A ; BCD, E)$  et  $T(AE, BCD)$ .

Les partis B, C et D forment la majorité et les partis A et E sont dans l'opposition unis ou divisés.

Notons que les partis B, C et D peuvent associer le parti E dans la majorité cela n'affecte pas leur pouvoir.

#### \*Pour l'indice de Banzhaf

Le cœur propose les partitions  $T(A ; BCD, E)$  et  $T(AE, BCD)$ .

Les partis B, C et D forment la majorité et les partis A et E sont dans l'opposition unis ou divisés.

Notons que les partis B, C et D peuvent associer le parti E dans la majorité cela n'affecte pas leur pouvoir.

## 2-6 Evaluation du conseil municipal de la ville d'Abomey-Calavi législature 2015-2019

### • Répartition des sièges

Le conseil municipal de la ville d'Abomey-Calavi comprend **49 sièges**, répartis de la manière suivante : **l'Alliance renaissance du Bénin et Réveil Patriotique** (noté A) **13 sièges** ; **l'Alliance Nationale Pour la Démocratie et le Développement** (noté B) **9 sièges**, **les Forces Cauris Pour un Bénin Emergent** (C) **9 sièges**, **l'Union fait la Nation** (D) **5 sièges**, **Le Parti du Renouveau Démocratique** (E) **1 siège** ;

Le nombre minimal de voix pour faire passer une décision au conseil municipal d'Abomey-Calavi est de 19 voix. On peut donc formaliser ce conseil municipal par le jeu à quota suivant :

$G : [19 : 13 ; 9;9;5 ; 1]$ .

#### Configuration idéologique

Le paysage idéologique au conseil municipal de Cotonou peut-être représenté de l'extrême droite à l'extrême gauche de la manière suivante : **A-B-C-D-E**.

#### \* Mesure

#### de pouvoir

Les coalitions gagnantes sont les suivantes : **AB, AC, ADE, BCD, BCE, ABC, ABD, ABE, AC D, ACE, ABCD, ABCE, ABDE, ACDE, BCDE, ABCDE**.

.La coalition **AB**, on suppose qu'on a une majorité composée des partis A et B, et les

partis C, D et E sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **AC**, la majorité est composée des partis A et C, les partis B, D et E sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **ADE**, la majorité est composée des partis A, D et E, les partis B et C sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **ABC** la majorité est composée des trois partis politiques A,B,C et les partis D et E sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **ACD**, la majorité est composée des partis ACD et les partis B et E sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **ABD**, la majorité est composée des partis A, B et D, les partis C et E sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **ACE** ; la majorité est composée des partis A, E, C et les partis B et D sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **ABE** ; la majorité est composée des partis A, E, B et les partis C et D sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **BCD** ; la majorité est composée des partis BCD et les partis A et E sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **BCE**, la majorité est composée des partis B, C et E, les partis A et D sont unis ou divisés dans l'opposition.

La coalition **ABCD** ; la majorité est composée des partis A, B, C, D et le parti E est seul dans l'opposition.

La coalition **ABDE** ; la majorité est composée des partis A, B, E, D et le parti C est seul dans l'opposition.

La coalition **ABCE** ; la majorité est composée des partis A, B, C, E et le parti D est seul dans l'opposition.

La coalition **AECD** ; la majorité est composée des partis A, E, C, D et le parti B est seul dans l'opposition.

La coalition **BCDE** ; la majorité est composée des partis E, B, C, D et le parti A est seul dans l'opposition.

La coalition **ABCDE** ; la majorité est composée de tous les partis A, B, C, D et E.

Les calculs de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf, pour chaque partition, sont résumés dans le tableau suivant :

**Tableau 11 : calcul de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf**

Partitions	La valeur d'Owen
------------	------------------

T (AB; CDE)	0,5 ; 0,5 ; 0,0 ; 0.
T (AC, BDE)	0,5 ; 0 ; 0,5 ; 0, 0.
T (ABC ; DE)	<b>0.66</b> ; 0,16 ; 0,16 ; 0 ; 0. .
T (ABD ; CE)	0,5 ; 0,5 ; 0 ; 0. 0
T (ACD ; BE)	0,5 ; 0 ; 0,5 ; 0 ; 0.
T (ACE ; BD)	0,5 ; 0 ; 0,5 ; 0 ; 0.
T (ADE, BC)	0,33 ; 0 ; 0 ; 0,33 ; 0,33.
T (ABE, CD)	0,5 ; 0,5, 0 0, 0.
T (BCD, AE)	0 ; 0,33 ; 0,33 ; 0,33 ; 0.
T (BCE, AD)	0 ; 0,33 ; 0,33 ; 0 ; 0,33.
T (ABCD, E)	0,41 ; 0,25 ; 0,25 ; 0,08 ; 0.
T (ABDE, C)	0,58 ; 0,25 ; 0 ; 0,25 ; 0,08.
T (ACDE, B)	0,58 ; 0 ; 0,25 ; 0,08 ; 0,08.
T (ABCE, D)	0,41 ; 0,25 ; 0,25 ; 0 ; 0,08.
T (A, BCDE)	0 ; 0,41 ; 0,41 ; 0,08 ; 0,08.
T(ABCDE)	0,40 ; 0,23 ; 0,23 ; 0,06 ; 0,06.

**Source** : Réalisé par l'auteur à partir des calculs de la valeur d'Owen et l'indice de Banzhaf-Owen.

Les détails sur les calculs de la valeur d'Owen et de l'indice de Banzhaf se trouvent dans l'annexe.

Dans le tableau ci-dessous nous allons présenter le choix par le parti 1 des partitions vérifiant chaque critère selon la méthode parlementaire, selon que le pouvoir est mesuré par la valeur d'Owen ou par l'indice de Banzhaf.

**Tableau 12: Choix du parti A des partitions vérifiant chaque critère**

Choix du parti A des partitions vérifiant chaque critère		
Indices	Critère 2	Critère 3
Owen	T (ABC ; DE), T (ABC, D,E)	T (ABC ; DE), T (ABC,
Banzhaf	T (ABC ; DE), T (ABC, D,E)	T (ABC ; DE), T (ABC,

**Source** : Réalisé par l'auteur à partir des critères définis ci-dessus.

**Pour la valeur d'Owen**, le parti A obtient son pouvoir maximal dans les partitions suivantes :

**T (ABC, DE), T (ABC, D ; E).**

La méthode parlementaire propose pour la valeur d'Owen les partitions suivantes :

**T (ABC, DE), T (ABC ; D ; E).**

° Pour l'indice de Banzhaf, le parti A obtient son pouvoir maximal dans les partitions suivantes :

**T (ABC, DE), T (ABC ; D ; E).**

La méthode parlementaire propose pour l'indice de Banzhaf les partitions suivantes :

**T (ABC, DE), T (ABC, D ; E);**

**\*Critique de la méthode parlementaire**

En parcourant l'analyse de notre jeu ci-dessus, on peut faire les constats suivants :

Pour la valeur d'Owen, si on suppose que le parti B est dans l'opposition, il ne peut entrer dans un gouvernement qu'en s'alliant avec C et D.

On peut noter que les pouvoirs donnés par l'indice de Banzhaf aux partis B, C et D, lorsqu'ils forment le gouvernement (0.33 chacun au lieu de 0.20 pour C et D lorsqu'ils sont au gouvernement avec le parti A) et 0 pour le parti B peuvent inciter à la formation d'un tel gouvernement.

Par conséquent la meilleure partition pour les partis B, C et D est T (AE ; BCD), ou T (A, BCD, E) mais notre hypothèse d'un gouvernement formé par A, exclut cette possibilité. Ceci est une insuffisance de la méthode parlementaire et nous allons proposer une autre méthode pour y remédier : **le cœur**.

**La méthode du cœur**

Nous venons de constater qu'il peut exister des situations où l'hypothèse qui consiste à donner une place privilégiée à un parti dans la formation du gouvernement, même si elle correspond à la réalité, peut ne pas être raisonnable. Nous allons donc supposer que tous les partis ont la même capacité de décision et la détermination du gouvernement se déroule de manière dynamique.

On définit une relation de dominance entre les partitions ayant une coalition gagnante de la manière suivante :

Une partition  $T_k$  (ayant une coalition gagnante) domine une partition  $T_l$  (ayant une coalition gagnante) selon un indice s'il existe une coalition gagnante dans  $T_k$  où chaque parti a un pouvoir dans  $T_k$  qui est strictement plus grand que son pouvoir dans  $T_l$ .

Le cœur selon un indice est l'ensemble des partitions (ayant une coalition gagnante) non dominées selon un indice.

**\*Pour la valeur d'Owen**

Le cœur selon la valeur d'Owen propose les partitions suivantes T (AB, CDE); T (AC, BDE), T (A; BCD, E), T (AE, BCD), T (AD, BCE), T (A, BCE, D).

Les partis B, C et D forment la majorité et les

partis A et E sont dans l'opposition unis ou divisés ou les partis B, C et E forment la majorité et les partis A et D sont dans l'opposition unis ou divisés.

Le parti A peut aussi prendre l'un des partis B et C dans la majorité et les autres partis sont dans l'opposition.

**\*Pour l'indice de Banzhaf**

Le cœur propose les partitions T (AB, CDE); T (AC, BDE), T (A; BCD, E), T (AE, BCD), T (AD, BCE), T (A, BCE, D).

Les partis B, C et D forment la majorité et les partis A et E sont dans l'opposition unis ou divisés ou les partis B, C et E forment la majorité et les partis A et D sont dans l'opposition unis ou divisés.

Le parti A peut aussi prendre l'un des partis B et C dans la majorité et les autres partis sont dans l'opposition.

### III – Conclusion

L'objet de notre travail est d'étudier toutes les possibilités de formation de majorités stables. Notons qu'une solution de notre jeu consiste chaque fois à proposer une partition de l'ensemble des partis politiques.

Pour les jeux qui sont définis sur les municipalités d'Abomey, Porto-Novo, Parakou, Sémè-Podji nous constatons qu'un seul parti politique détient la majorité requise pour faire passer une motion. Les prévisions de nos deux méthodes coïncident avec la réalité : à Porto-Novo et à Sémè-Podji le Parti du Renouveau Démocratique (PRD) dirige la mairie ; à Abomey l'Alliance Renaissance du Bénin et Réveil Patriotique dirigent la mairie ; à Parakou les Forces Cauris pour un Bénin Emergent dirigent la mairie.

En ce qui concerne la mairie de Cotonou, il y a une divergence entre la réalité et nos prévisions par nos deux méthodes d'évaluation de la stabilité.

Par conséquent la coalition formée de l'alliance Renaissance du Bénin-Réveil Patriotique, Force Cauris pour un Bénin Emergent, et le parti RESEATAO est une coalition instable car il y a deux partis politiques décisifs à savoir : l'alliance Renaissance du Bénin –Réveil Patriotique et

les Forces Cauris pour un Bénin Emergent. Il suffit que les Forces Cauris pour un Bénin Emergent se retirent et la majorité éclate.

L'instabilité politique coûte chère à un gouvernement démocratique ; la formation d'une coalition stable suppose de la discipline au sein de la coalition et les partis politiques doivent être idéologiquement proches pour la cohérence de la coalition. On observe *a contrario* dans les pays en voie de développement de nombreuses défections dans les partis politiques après les élections.

Pour lutter contre les transhumances politiques, on pourra par exemple, introduire dans la constitution quelques règles pour décourager les transhumants :

- Par exemple si un député ou un conseiller élu sous l'étiquette d'un parti politique décide de quitter ce parti politique pour une raison quelconque (ne respecte pas la discipline du groupe), il doit être automatiquement remplacé par son suppléant (cas du Sénégal).
- Si le suppléant pour une raison ou une autre décide d'emboîter le pas de son mentor, son siège est remis en jeu : on reprend l'élection dans cette circonscription (cas du Cameroun).

Cette décision pourrait décourager au maximum les transhumants d'une part, et d'autre part elle va contribuer à la stabilité des majorités gouvernementales ou municipales. Le gouvernement ou la majorité municipale pourrait mener sa politique pour laquelle il a été élu sans difficultés majeures car il aura une majorité stable.

## BIBLIOGRAPHIE

(Andjiga, Badirou, Mbih 2007) « On evaluation of power in parliaments and government formation » dans Constitutional Political Economy.

Axelrod R.(1970) Conflict of interest Chicago: Markam.

Leiserson M (1966). *Coalitions in politics Ph. D. Dissertation. Yale University, New Haven.*

Owen G and Carrerras F (1998). Evaluation of Catalanian Parliament 1980-1984. Mathematical Social Sciences, 15(1) 87-92.

Owen G (1977) "Values of games with a priori unions". In R Henn, O. Moeschlin. (Eds). Mathematical Economics and Game Theory (pp. 76-88). Berlin: Springer-Verlag.

Owen G. (1981). Modification of the Banzhaf-Coleman index for games with a priori unions. In M.J .Holler. (Ed), Voting and voting power.(pp 232-238). Physical-verlag.

Shapley, L.S (1953). A value for n-person games, Annals of mathematics studies, study 28. (pp 307-317). Princeton University Press.

Taylor M (1971). Mathematical political theory, British journal of Political science,1(3), 339-382.

## ANNEXE :

Pour définir la valeur d'Owen les axiomes suivants doivent être vérifiés :

A<sub>1</sub>. Si K est un support du jeu v, alors

$$\sum_{i \in K} \varphi_i[v, T] = v(K).$$

- L'axiome A<sub>1</sub> signifie que si K est le support du jeu v alors la somme des parts distribués par la valeur d'Owen à tous les joueurs de K est égale à la valeur v [K]. Intuitivement cela veut dire que la somme de la valeur d'Owen distribue exactement le pouvoir disponible.

A<sub>2</sub>. Pour tout T<sub>j</sub> appartenant à T, Pour tout ρ ,

$$\varphi[v; \{T_1, T_2, \dots, T_m\}] = \varphi[v; \{T\rho_1, T\rho_2, \dots, T\rho_m\}].$$

- L'axiome A<sub>2</sub> veut que la somme des parts distribués par la valeur d'Owen aux joueurs d'une coalition T<sub>h</sub> dépend du jeu externe [M, θ]. Autrement dit cette somme dépend des unions qui peuvent se former dans le jeu externe.

La somme obtenue par la coalition T<sub>h</sub> dans le jeu [v, T] ne dépend pas du nom que porte cette coalition.

**A<sub>3</sub>.** Pour tout  $j \in M$ , la quantité  $\varphi[v, T] + \varphi[v', T] = \varphi[v + v', T]$  dépend uniquement du jeu quotient  $u = v/T$ .

- L'axiome  $A_3$  est l'axiome d'anonymat entre les coalitions qui signifie que le pouvoir que reçoit une coalition  $T_h$  dans le jeu  $[v, T]$  ne dépend pas du nom que porte cette coalition.

**A<sub>4</sub>.** Pour tout  $\pi, \varphi_i[\pi v; \{T_1, T_2, \dots, T_m\}] = \varphi \pi_i[v; \{\pi T_1, \pi T_2, \dots, \pi T_m\}]$ .

- L'axiome  $A_4$  est l'axiome d'anonymat entre les joueurs qui signifie que le pouvoir que reçoit un joueur  $i \in T_h$  ne dépend pas du nom que porte le joueur  $i$  dans la coalition  $T_h$ . Par conséquent, deux joueurs  $i, j \in T_h$  qui sont symétriques dans une coalition de  $T$  obtiennent le même pouvoir.

**A<sub>5</sub>.** Soient deux jeux,  $v$  et  $v'$   
 $\varphi[v, T] + \varphi[v', T] = \varphi[v + v', T]$ .

L'axiome  $A_5$  est l'axiome d'additivité.

Owen (1977) montre le résultat suivant :

**Théorème :** Il existe une seule et unique valeur qui vérifie les cinq axiomes  $A_1$  à  $A_5$  : c'est la valeur d'Owen.

La valeur d'Owen :

$$\varphi_i[N, v, T] = \sum_{h \in S} \sum_{i \in K} \frac{s!(m-s-1)!k!(t_h-k-1)!}{m!t_h!} [v(S \cup K \cup h) - v(S \cup K)]$$

Owen en 1982 modifie de la même manière la valeur de Banzhaf : on obtient la formule suivante :

$$\beta_h[v, M] = \sum_{h \in S} \frac{1}{2^{m-1}} [v(S \cup h) - v(h)].$$