

Modélisation des paramètres viscoélastiques du teck et de l'ébène par un modèle puissance à deux coefficients

Houanou K. A.¹, Foudjet A. E.², Tchéhouali A.³

- (1) Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Appliquée - Ecole Polytechnique d'Abomey-Calavi, Université d'Abomey Calavi, Bénin / e-mail : agapikh13@yahoo.fr
(2) CRESA Forêt-Bois - Faculté d'Agronomie et des Sciences Agricoles, Université de Dschang, Cameroun
(3) Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Appliquée - Ecole Polytechnique d'Abomey Calavi, Université d'Abomey-Calavi, Bénin

Résumé

Aujourd'hui, l'emploi du bois dans la construction est vivement recommandé en réponse aux enjeux environnementaux du siècle. Dans ce contexte, la maîtrise des sollicitations mécaniques qui peuvent être instantanées, de courte, de moyenne ou de longue durée est d'une importance avérée. Cette étude a pour but de modéliser les paramètres viscoélastiques du teck et de l'ébène par un modèle puissance à deux coefficients. Ainsi, elle a contribué à évaluer l'influence de la durée du chargement sur les paramètres viscoélastiques linéaires du bois permettant dans le futur de ne conduire des essais expérimentaux que pendant un temps assez court, nous permettant plus tard de conduire d'autres essais de fluage sur d'autres essences de bois pendant ce temps expérimental déterminé et d'en déduire la courbe de fluage sur une période de temps supérieure à la période d'observation en laboratoire. Les données utilisées dans ce travail sont issues des essais effectués sur deux essences de bois tropicaux *Tectona*

grandis L.f et *Dispyros mespiliformis* du Bénin et dont le comportement au fluage a fait l'objet d'une publication (Houanou et al. 2012). Ces données ont été exploitées suivant quatorze différentes durées de chargement déduites de la durée totale de l'essai. Les paramètres viscoélastiques du bois ont été déterminés par la méthode des moindres carrés non linéaires appliquée aux données expérimentales relatives à chaque fenêtre d'observations du temps de fluage. De l'analyse de ces résultats, il ressort que la durée du chargement n'a aucune influence sur le module de viscosité dynamique, mais fait décroître le module d'élasticité dynamique qui tend asymptotiquement vers zéro lorsqu'elle croît. Cette configuration du module d'élasticité dynamique suivant la durée de chargement a été modélisée par une fonction « puissance » à deux coefficients. Ce modèle établi permettra d'extrapoler les valeurs des flèches expérimentales de façon adéquate.

Mots clés : Viscoélasticité linéaire, Durée de charge, Elasticité dynamique, Viscosité dynamique, Fonction puissance.

Abstract

Today, the use of wood in building is highly recommended in response to environmental challenges of this century. In this context, the control of mechanical stresses which can be instantaneous, short, average or long-term is very important. The purpose of this study is to model the viscoelastic parameters of teak and ebony by power function with two coefficients. Thus, it contributed to evaluate the influence of the loading duration on linear viscoelastic parameters for wood which will enable us in the future to conduct experimental tests on other species of wood during a determined time and to deduct the creep curve on a period of time higher than the period of observation in the laboratory. The data used in this work are derived from tests on two species of tropical wood which are: *Tectona grandis* L.f and *Dispyros mespiliformis* coming from Republic of Benin and whose creep behavior

has been published (Houanou et al. 2012).

These data were analyzed according to fourteen different loading duration deducted from the total duration of the test. The viscoelastic parameters of wood were determined by the method of nonlinear least squares applied to the experimental data for each window of observation of creep time. From the analysis of these results, it appears that the loading time has no influence on the modulus of dynamic viscosity, but the dynamic modulus of elasticity decreases and tends asymptotically to zero when the loading duration grows. This configuration of the dynamic modulus of elasticity depending on the loading duration was modeled by a "power" function with two coefficients. This model established will be used to extrapolate experimental arrows values appropriately.

Keywords : linear viscoelasticity, loading time, dynamic elasticity, dynamic viscosity, power function.

1. Introduction

Selon la destination, les ouvrages en bois peuvent être sollicités par des charges de courte, de moyenne ou de longue durée. Les déformations de la structure sous l'effet de ces charges, sont de deux ordres : la déformation instantanée et les déformations différées.

La déformation instantanée est observée dès l'application de la charge tandis que les déformations différées, connues sous le nom de fluage, apparaissent dans le temps lorsque l'état de chargement est maintenu constant (Foudjet 1986 ; Guitard 1987). La loi constitutive modélisant le comportement mécanique différé est le plus souvent schématisée par des modèles rhéologiques. Les modèles élémentaires utilisés sont le ressort (solide élastique parfait) de module d'élasticité dynamique E et l'amortisseur (liquide visqueux newtonien) de module de viscosité dynamique η .

Ce comportement mécanique différé du bois met en évidence l'insuffisance de la modélisation élastique dans bien des applications techniques. Ainsi, le calcul des structures en bois, selon l'Eurocode 5, demande l'utilisation de deux coefficients modificateurs à savoir :

· *k_{mod}* : il prend en compte l'effet de la durée de charge et de l'humidité dans la structure sur les résistances ;

· *k_{def}* : il prend en compte l'augmentation de la déformation en fonction du temps, sous l'effet du fluage et de l'humidité (Eurocode 5, 1995).

Plusieurs travaux antérieurs ont permis de caractériser les comportements viscoélastiques du bois aussi bien dans le domaine linéaire que non linéaire

Par exemple, Foudjet (1986) a étudié la rhéologie du matériau bois. Lors de cette étude, il a mené des essais de fluage sur quelques essences tropicales (l'Azobé, le Tali, le Sapelli et le Movingui). Les résultats obtenus montrent que le comportement différé du matériau bois est viscoélastique linéaire pour des contraintes inférieures ou égales à 35% de la contrainte de rupture. Ces mesures ont été obtenues sur des éprouvettes (cantilever) isocontraintes stabilisées à 12% du taux d'humidité et sollicitées dans le sens longitudinal à différents niveaux de contraintes imposées (respectivement 25%, 30% ; 35% et 42% de la contrainte de rupture). Dans ce cadre, Foudjet (1986) a calculé les complaisances viscoélastiques, $J(t)$, à partir des différentes flèches relevées en exploitant la formule ci-après :

$$f = \frac{6PL}{b_0 h^3} x^2 \cdot J(t) \quad \text{Eq.1}$$

où on désigne par :

f, la flèche,

P, la force appliquée,

L, la longueur utile de la poutre,

b₀, la largeur au droit de l'encastrement,

h, l'épaisseur de la poutre,

x, l'abscisse où l'on mesure la flèche.

Cette complaisance $J(t)$ est la somme de la complaisance instantanée et la $J(\tau)$ complaisance viscoélastique linéaire avec τ , le $J(t > \tau)$ laps de temps au bout duquel la déformation instantanée est lue ($\tau=15$ secondes). L'expression mathématique de la complaisance est de la forme (Foudjet 1986 ; Guitard 1987; Houanou et al 2012) :

$$J(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} = \frac{1}{E_0} + \frac{1}{E} \left(1 - \exp\left(-\frac{E}{\eta} t\right) \right) \quad \text{avec } t > 0 \quad \text{Eq.2}$$

Cette équation est déduite du modèle rhéologique de Zener, modèle caractérisant au mieux le fluage du bois. Ce modèle est l'association en série d'un ressort caractérisant la déformation instantanée et d'un modèle de Kelvin-Voigt caractéristique du fluage propre du bois dans le domaine viscoélasticité linéaire (Foudjet 1986 ; Guitard 1987; Houanou et al. 2012). Dans cette expression, « E_0 » désigne le module d'élasticité de Hooke, « E » désigne le module d'élasticité dynamique du ressort et « η » le module de viscosité dynamique de l'amortisseur. Par identification, nous avons

$$J(\tau) = \frac{1}{E_0} \quad \text{Eq.3}$$

et

$$J(t) = \frac{1}{E} \left(1 - \exp\left(-\frac{E}{\eta} t\right) \right) \quad \text{avec } t > \tau \quad \text{Eq.4}$$

Egalement, quant à Randriambololona (2003), il a travaillé sur la modélisation du comportement différé du bois en environnement variable. Cette modélisation est conduite en adoptant un modèle rhéologique de Kelvin-Voigt généralisé où les paramètres sont vieillissants et dépendant de l'histoire de l'humidité

et associé au modèle de retrait-gonflement sous contrainte de Ranta-Maunus. Les résultats obtenus sur les éprouvettes de petites dimensions montrent qu'à l'échelle mésoscopique le modèle décrit bien les faits caractéristiques du phénomène que sont les accélérations instantanées de la déformation lors du fluage et de la recouvrance à la première humidification ou lorsque l'humidité jamais atteinte est dépassée. A l'échelle structure, les résultats expérimentaux mettent en évidence un comportement viscoélastique différent en compression et en traction.

Dans le même ordre d'idées, Moutee (2006) a contribué à la modélisation du comportement mécanique du bois au cours du séchage à moyenne température. Ces résultats ont permis de développer un modèle rhéologique, qui prend en compte le comportement viscoélastique non linéaire, dont la loi constitutive est basée sur un modèle élasto-viscoplastique composé seulement d'un élément de Kelvin combiné en série avec un élément de type seuil viscoplastique qui tient compte du gradient d'humidité dans le bois, de l'effet de la charge externe et du temps. En plus du modèle élasto-viscoplastique, un élément dû au retrait libre et une composante due à la déformation mécanosorptive viennent s'ajouter pour constituer un modèle rhéologique global de modélisation des déformations et des contraintes de la poutre cantilever soumise à différents niveaux de charge et à différentes conditions hygrométriques.

Placet (2006), lors de ses travaux sur l'étude du comportement viscoélastique du bois vert dans le plan transverse, a montré que le comportement du bois varie sensiblement en fonction de la fréquence de sollicitation, de l'essence de bois, de la direction matérielle et du type de bois (normal/réaction).

Quant aux travaux de Dlouhá (2009), sur la caractérisation du comportement différé du bois vert dans des conditions thermiques et hydriques contrôlées, les résultats ont montré clairement que les propriétés de rigidité et d'amortissement du bois traitées thermiquement en milieu aqueux évoluent en fonction de la sévérité du traitement et de la structure native des macromolécules constitutives.

Les travaux de Husson (2009) ont permis de considérer un couplage de la déformation élastique et de la déformation mécanosorptive par une décomposition de la contrainte interne du matériau en une première partie due au chargement mécanique et une seconde

partie due à l'effet du chargement hydrique sur le chargement mécanique.

D'après les travaux de Montero (2010) dont l'objectif était de caractériser expérimentalement le comportement différé du bois autant dans la description de sa cinétique d'évolution que dans l'analyse de ses déterminants microstructuraux, il a été mis en évidence et décrit l'influence de différents paramètres déterminants de la complaisance viscoélastique par l'approche phénoménologique. Au nombre des paramètres déterminants mis en évidence, il y a le temps, la teneur en eau et les phénomènes mécanosorptifs.

Au regard de ces différents travaux, Houanou et al (2012) a été consacré l'identification des paramètres viscoélastiques linéaires du bois à un taux d'humidité déterminé et maintenu constant, sous une charge appliquée également constante durant toute la période d'essai. Le présent travail a pour objectif de modéliser les paramètres viscoélastiques du teck et de l'ébène suivant la durée du chargement par un modèle puissance à deux coefficients en vue d'extrapoler les valeurs de fluage voire des déformations. Autrement, il vise à étudier l'influence de la durée du chargement sur lesdits paramètres (modules d'élasticité et de viscosité dynamiques). Egalement, le domaine de prédiction des modèles établis sera défini. Enfin, il va contribuer à déduire la durée d'un essai de fluage en flexion deux (2) points au bout de laquelle un modèle de Kelvin-Voigt traduit de façon optimale le comportement viscoélastique linéaire du bois.

Pour atteindre ces objectifs, nous avons exploité la démarche d'identification des paramètres décrite dans Houanou et al. (2012) appliquée suivant les fenêtres d'observations du fluage judicieusement choisies ainsi que des fonctions mathématiques appropriées pour bâtir les modèles d'extrapolation.

2. Matériel et Méthodes

Dans le cadre du présent travail, les données traitées sont extraites de Houanou et al (2012). La configuration géométrique des éprouvettes ainsi que les dimensions sont présentées (Figure 1). La teneur en eau de chacune des éprouvettes de bois est de 12% et maintenue constante pendant toute la durée de l'essai.

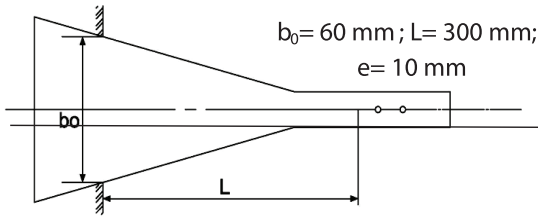


Figure 1 : Epreuve iso contrainte de l'essai de fluage
- Tiré de Houanou et al (2012).

A l'aide du dispositif expérimental (Figure 2), les différentes poutres isocontraintes ont été sollicitées en flexion deux (2) points tel que décrit dans Houanou et al (2012). La charge de sollicitation est égale à 20% de leur charge de rupture et maintenue constante pendant toute la durée de l'essai.

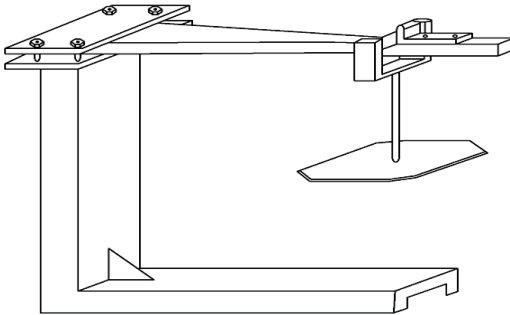


Figure 2 : Dispositif expérimental de l'essai de flexion. Tiré de Houanou et al (2012)

La Figure 3 illustre le montage ayant permis de relever les flèches.

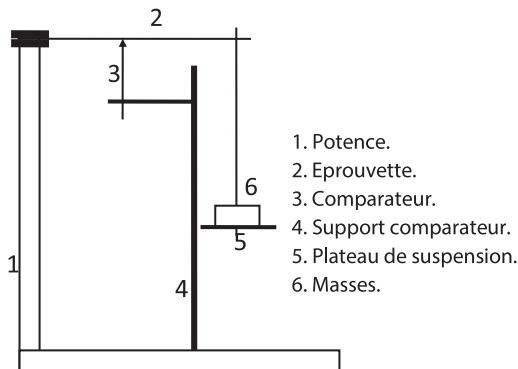


Figure 3 : Schéma du principe de mesure de la flèche. Tiré de Houanou et al (2012)

A cet effet, les éprouvettes sont entourées de papier d'aluminium. Egalement, au démarrage et à la fin de l'essai, la masse de chacune des éprouvettes a été prise afin de s'assurer de cette constance de leur teneur en eau interne. Les essais ont été réalisés dans un local climatisé. Les données, présentées dans le tableau 5, sont constituées par les flèches relevées à mi-portée des poutres pendant 15 heures. Elles sont ensuite regroupées en 14 périodes à savoir (0-2h), (0-3h), (0-4h), (0-5h), (0-6h), (0-7h), (0-8h), (0-9h), (0-10h), (0-11h), (0-12h), (0-13h), (0-14h) et (0-15h). Chacune de ces périodes représente une fenêtre d'observations.

A l'aide de Eq. 1, les différentes flèches relevées ont été converties en complaisance viscoélastique, $J(t)$. Pour chaque fenêtre d'observation, les valeurs optimales de «E» et « η » de l'expression de la complaisance viscoélastique linéaire (Eq.4) sont déterminées en ajustant les valeurs de la complaisance calculées (Eq.1) au moyen de la méthode des moindres carrés non linéaire comme décrite dans Houanou et al (2012).

Pour mieux conduire l'analyse des données dans le domaine purement viscoélastique linéaire, un changement de base est opéré où l'origine est aux coordonnées (0 ; 0) et le point de départ de l'expérimentation est maintenant aux coordonnées $(-\tau, -j(\tau))$; dans le nouveau repère. Ce changement permet de rendre compte de la période de lecture de la déformation instantanée, caractérisant le domaine purement élastique.

De même, la distribution du module d'élasticité dynamique « E » en fonction de la durée du chargement « t » a été modélisée au moyen de la méthode des moindres carrés non linéaire. Au regard de la forme de la courbe expérimentale, la fonction type convenable est la fonction puissance (Polyanin et Manzhirou 2007). Elle se présente ci-après :

$$E(t) = at^b \text{ Avec } a > 0; b < 0 \text{ et } t > 0 \text{ Eq.5}$$

Les différentes itérations ont été conduites en considérant les modules d'élasticité dynamiques fournis par les modèles de viscoélasticité linéaire dont le coefficient de détermination est supérieur à 90%.

Tableau 1: Paramètres viscoélastiques linéaires suivant la durée de charge

Durée du chargement (heures)	Fenêtre d'observation (t)	<i>Tectona grandis L.f</i>			<i>Diospyros mespiliformis</i>		
		E (10 ⁴ MPa)	η (10 ⁷ MPa.s)	Coefficient de détermination R ²	E (10 ⁴ MPa)	η (10 ⁷ MPa.s)	Coefficient de détermination R ²
2	0 ≤ t ≤ 2	8.03	34.8	86.60%	11.55	39.48	73.48%
3	0 ≤ t ≤ 3	7.45	34.8	89.27%	8.99	39.48	77.23%
4	0 ≤ t ≤ 4	6.94	34.8	93.87%	7.71	39.48	83.11%
5	0 ≤ t ≤ 5	6.58	34.8	99.44%	6.46	39.48	98.16%
6	0 ≤ t ≤ 6	6.33	34.8	99.66%	6.01	39.48	98.80%
7	0 ≤ t ≤ 7	6.19	34.8	99.73%	5.81	39.48	98.80%
8	0 ≤ t ≤ 8	6.09	34.8	99.77%	5.63	39.48	99.11%
9	0 ≤ t ≤ 9	6.00	34.8	99.84%	5.52	39.48	99.15%
10	0 ≤ t ≤ 10	5.91	34.8	99.87%	5.44	39.48	99.40%
11	0 ≤ t ≤ 11	5.82	34.8	98.66%	5.37	39.48	94.95%
12	0 ≤ t ≤ 12	5.75	34.8	98.49%	5.29	39.48	94.84%
13	0 ≤ t ≤ 13	5.69	34.8	98.35%	5.24	39.48	94.77%
14	0 ≤ t ≤ 14	5.64	34.8	98.15%	5.17	39.48	94.73%
15	0 ≤ t ≤ 15	5.61	34.8	98.01%	5.12	39.48	94.72%

La qualité de chaque ajustement sera caractérisée par le coefficient de détermination et la normalité des résidus (Montgomery 2003). Dès que le modèle reliant le module d'élasticité à la durée de chargement sera validé, nous allons procéder à la détermination de ses domaines de prédiction (intervalle de confiance de chaque valeur expliquée et le domaine de prédiction des valeurs futures issues d'autres essais) au risque de 1% à l'aide de t-Distribution. Ensuite, en exploitant le coefficient de détermination nous allons déterminer la fenêtre d'observations optimale.

Les essais sont effectués sur deux essences tropicales du Bénin, le *Tectona grandis L.f* et le *Diospyros mespiliformis*. Les échantillons de bois proviennent du parc à grumes de la Société ATC Bois. Le *Tectona grandis L.f* est provient des plantations de l'Office National du Bois du Bénin situées au centre du Bénin. Par contre, le *Diospyros mespiliformis* provient des forêts naturelles situées au Nord-ouest du Bénin. Ces grumes ont été stockées à l'air libre pendant un (1)

à deux (2) mois avant d'être mises en planches. Les différentes planches sont séchées dans le séchoir moderne de marque SECAL de la Société ATC Bois. Au total, douze (12) éprouvettes par espèce sont confectionnées dans le duramen suivant le sens longitudinal (Houanou et al. 2012).

3. Résultats

Données de base

Les données de bases sont extraites de Houanou et al. 2012.

Paramètres viscoélastiques linéaires suivant les fenêtres d'observations

Le tableau 1 présente les valeurs optimales de « E » et « η » déterminées pour chaque durée de chargement ainsi que le coefficient de détermination indiquant la fiabilité du modèle simulé.

Les Figures 4 (a et b) dressent les courbes représentatives des différentes complaisances

viscoélastiques issues des modèles et valeurs calculées à partir des observations. Les courbes modèles (f12 ; f14 ; f16 ; f18 ; f10 ; f12 et f14) représentent la complaisance viscoélastique en fonction du temps lorsqu'on remplace dans l'expression Eq. 2 les valeurs «E» et «η» (Tableau 1) correspondantes à chaque durée de chargement considérée tandis que celle des observations (flexp) traduit les valeurs de complaisance viscoélastique calculées avec Eq. 1 et mentionnées dans les données de base.

D'après les Figures 4 (a et b), les courbes modélisées (f12, f14, f16, f18, f10, f12 et f14) pour les durées de chargement de 2h, 4h, 6h, 8h, 10h, 12h et 14h ont la même allure que la courbe expérimentale (flexp). A de très faibles durées de chargement, toutes les courbes sont confondues. Lorsque la durée de chargement devient importante nous constatons qu'elles se détachent les unes des autres. Ainsi, les courbes de fortes durées de chargement deviennent l'enveloppe de celles dont les durées de chargement sont faibles.

Modélisation du module d'élasticité dynamique suivant la durée de chargement

Les valeurs des coefficients « a » et « b » obtenus pour chaque essence sont consignés dans le tableau 2.

Tableau 2 : Valeurs des coefficients du modèle

Modèle	Coefficient	<i>Tectona grandis L.f</i>	<i>Diospyros mespiliformis</i>
Puissance	a	8.44 10 ⁻⁶	8.58 10 ⁻⁶
	b	-0.154	-0.197

Pour chacune des espèces étudiées, la Figure 5 présente les courbes expérimentales et modélisées.

Les Figures 5 (a et b) montrent bien la similitude entre la courbe expérimentale et celle issue du modèle puissance. Elles traduisent la chute progressive du module d'élasticité dynamique lorsque la durée de chargement augmente.

4. Discussion

Durée optimale d'un essai de fluage en flexion deux points pour une appréciation pertinente du comportement viscoélastique linéaire du bois

La caractérisation du comportement mécanique différé du bois passe par des essais de fluage ou de relaxation. Le tableau 1 montre que le coefficient de détermination (R²) des différents modèles viscoélastiques linéaires croît avec l'augmentation de

la durée de chargement et atteint une valeur maximale de 99.87% pour une durée de chargement de 10 h dans le cas du *Tectona grandis L.f*. Egalement, cette valeur est de 99.40% pour une durée maximale de 10 heures dans le cas du *Diospyros mespiliformis*. Cette variation du coefficient de détermination s'explique par le comportement des différents paramètres viscoélastiques linéaires du modèle rhéologique de Kelvin-Voigt. Ainsi, les résultats indiquent que l'analyse du comportement viscoélastique linéaire du bois pour caractériser son fluage propre se fait efficacement en adoptant le modèle rhéologique de Kelvin-Voigt à condition que la durée du chargement au cours de l'essai de flexion deux points se situe autour de 10 heures.

Stabilité du module de viscosité dynamique

D'après les résultats du tableau 1, le module de viscosité dynamique est constant quel que soit la durée de chargement considérée, aussi bien pour le *Tectona grandis L.f* que pour le *Diospyros mespiliformis*. Ceci est logique puisque la viscosité d'un matériau traduit le frottement interne relatif aux déplacements des atomes à l'échelle microscopique (Repellin 2006). La température étant maintenue constante, rien ne justifie une éventuelle désorganisation des atomes constitutifs.

Corrélation entre la durée de chargement et le module d'élasticité dynamique

La Figure 6 montre que le module d'élasticité dynamique du bois, obtenu par le test de fluage dans le domaine viscoélastique linéaire, décroît lorsque la durée de chargement augmente. Cette observation est valable pour les deux essences tropicales étudiées. Ces résultats sont en accord avec ceux trouvés à l'issue des travaux de Gardelle (2005) qui a rapporté que le matériau bois est sensible à la durée de chargement et que sous un chargement donné, sa rigidité décroît au cours du temps donnant lieu à de plus amples déformations. Cette perte de rigidité s'accompagne, en supposant un comportement élastique du bois, d'une diminution des contraintes dans le matériau.

Ce résultat confirme la dépendance des propriétés mécaniques du bois vis-à-vis de la durée du chargement à l'instar des polymères (Placet 2006 ; Laplanche 2006 ; Montero 2010 ; Moutee 2006).

Cette variation du module dynamique d'élasticité a été modélisée au moyen d'une fonction puissance à deux coefficients dont les valeurs sont consignées dans le tableau 2.

Qualité du modèle de corrélation entre la durée du chargement et le module d'élasticité dynamique

Les détails de calcul relatifs à l'analyse de la qualité du modèle établi sont dressés dans le tableau 3. Ils montrent que le coefficient de détermination est de 98.54% pour le *Tectona grandis L.f* et de 96.48% pour le *Diospyros mespiliformis*. Ces différentes valeurs nous permettent de conclure qu'au moins 95% des valeurs expérimentales sont expliquées par ce modèle « puissance » quel que soit l'espèce étudiée. Du même tableau, il ressort que 100% des résidus standardisés d_i appartiennent à l'ensemble[-2, +2] pour chaque essence étudiée. Cette proportion est nettement supérieure à la valeur recommandée, soit 95% (Houanou et al., 2012), ce qui montre bien que les résidus sont normalement distribués.

Avec

Y_{exp} : valeur de fluage obtenue expérimentalement ;

Y_{cal} : valeur de fluage calculée à l'aide du modèle ;

\bar{Y}_{cal} : moyenne arithmétique des valeurs expérimentales ;

$d_i = \frac{\epsilon_i}{\sqrt{\sigma^2}}$: résidu standardisé ;

$\sigma^2 = \frac{\epsilon_i^2}{n}$: variance statistique.

Ce modèle permettra d'ajuster les valeurs du module d'élasticité dynamique afin de mieux extrapoler les valeurs de déformation des éléments de structures en bois dans le domaine viscoélastique linéaire.

Validité de la méthode de prolongement : extrapolation des valeurs de fluage voire de déformation

Cette partie démontre l'intérêt de l'utilisation du modèle global d'évolution des paramètres viscoélastiques linéaires en fonction de la durée de chargement au détriment des modèles avec paramètres constants ajustés par fenêtres temporelles en procédant à l'analyse de la performance des modèles de prolongement. Elle consistera à montrer que les valeurs prolongées sont plus proches des

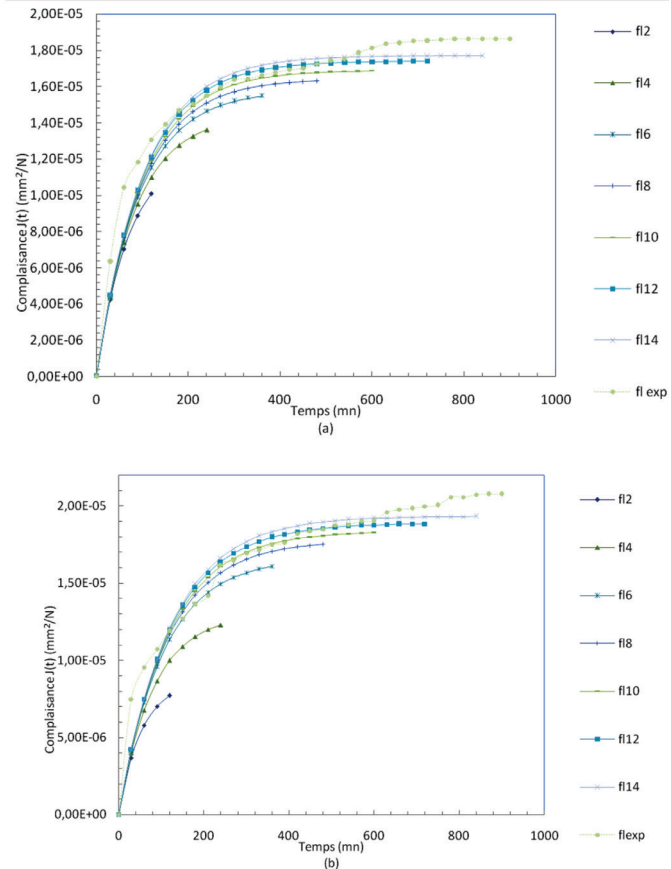


Figure 4 : Courbes de la fonction fluage dans le domaine viscoélastique linéaire (a) Cas du Teck (b) Cas de l'Ebène.

valeurs expérimentales que les valeurs calculées à partir des modèles dressés suivant la durée du chargement (par fenêtre d'observations). Pour y parvenir, désignons par :

Y_{exp} : valeur de fluage obtenue expérimentalement ;

$Y_{cal, 2h}, Y_{cal, 9h}, Y_{cal, 10h}$: valeur de fluage calculée à l'aide du modèle de 2h, 9h ou 10h;

$Y_{cal, mod}$: valeur de fluage calculée à l'aide du modèle ;

e : écart relatif entre les valeurs expérimentale et calculée.

L'écart relatif est calculé à l'aide de l'équation ci-après

$$e = \frac{Y_{exp} - Y_{cal}}{Y_{exp}} \quad \text{Eq.6}$$

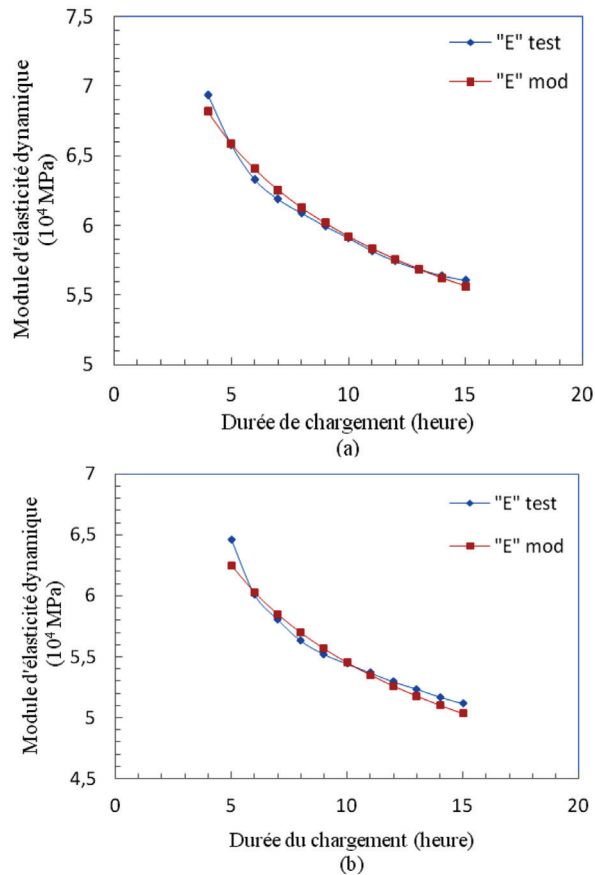


Figure 5 : Courbes du module d'élasticité dynamique en fonction de la durée du chargement

(a) Teck : modèle vs observations (b) Ebène : modèle vs observations

Le tableau 4 expose les différents indicateurs d'appréciation en considérant les modèles établis à partir des données relevées avec les durées de chargement de 2 heures et 10 heures pour le *Tectona grandis L.f* et 2 heures et 9 heures pour le *Diospyros mespiliformis*.

De ce tableau, il est aisé de remarquer que les valeurs prolongées au moyen du modèle (reliant le module d'élasticité dynamique à la durée de chargement) ($Y_{cal,mod}$) sont plus proches des valeurs expérimentales

(Y_{exp}) que celles calculées directement à partir du modèle (de fluage viscoélastique) de 2 heures ($Y_{cal,2h}$) et 10 heures ($Y_{cal,10h}$) ou 9 heures ($Y_{cal,9h}$), respectivement pour le *Tectona grandis L.f* et le *Diospyros mespiliformis*.

Domaines de prédictions du modèle

Le présent paragraphe expose les domaines de prédiction établis à l'aide de la loi statistique t-Distribution au risque de 1%. Il s'agit de l'intervalle de confiance de chaque valeur expliquée et le domaine de prédiction des valeurs futures issues de tout autre essai de fluage réalisé sur les mêmes espèces. La Figure 7 (a et b) dresse les courbes enveloppes en traits continus et en traits discontinus qui correspondent respectivement à l'intervalle de confiance des valeurs expliquées et des valeurs futures. Les paramètres rhéologiques de chacune des courbes enveloppes sont consignés dans le tableau 5.

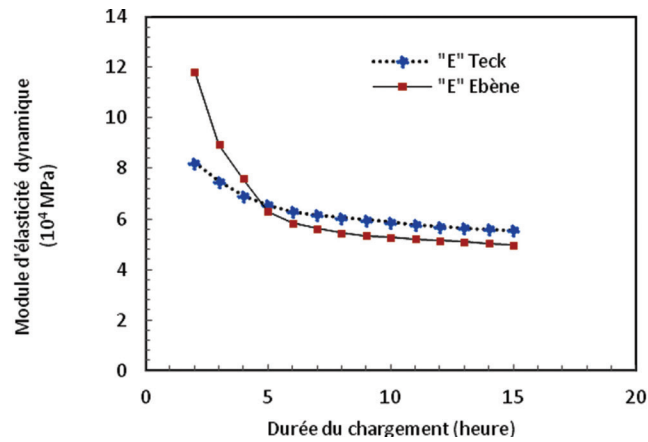


Figure 6 : Evolution du module d'élasticité dynamique en fonction de la durée de charge

Tableau 3 : Détails des calculs d'adéquation du modèle

y_{exp}	Y_{cal}	$e_i = y_{exp} - Y_{cal}$	e_i^2	$d = y_{exp} - \overline{y_{exp}}$	d^2	d_i
<i>Cas du Tectona grandis L.f</i>						
6,9371	6,82	-0,6485	0,421	0,650	0,423	-0,031
6,5798	6,59	-0,0075	0,000	0,293	0,086	0,000
6,3293	6,40	-0,0756	0,006	0,042	0,002	-0,004
6,1884	6,25	-0,0662	0,004	-0,099	0,010	-0,003
6,0888	6,13	-0,0385	0,001	-0,198	0,039	-0,002
5,9965	6,02	-0,0207	0,000	-0,290	0,084	-0,001
5,9117	5,92	-0,0087	0,000	-0,375	0,141	0,000
5,8202	5,83	-0,0139	0,000	-0,467	0,218	-0,001
5,7454	5,76	-0,0110	0,000	-0,542	0,293	-0,001
5,6873	5,69	0,0014	0,000	-0,600	0,360	0,000
5,6419	5,62	0,0205	0,000	-0,645	0,416	0,001
5,6074	5,56	0,0454	0,002	-0,680	0,462	0,002
<i>Cas du Diospyros mespiliformis</i>						
6,4643	6,25	0,214	0,046	0,913	0,834	0,0241
6,0128	6,03	-0,017	0,000	0,462	0,213	-0,0019
5,8056	5,85	-0,044	0,002	0,254	0,065	-0,0049
5,6311	5,70	-0,066	0,004	0,080	0,006	-0,0075
5,5204	5,57	-0,046	0,002	-0,031	0,001	-0,0052
5,4422	5,45	-0,010	0,000	-0,109	0,012	-0,0012
5,3687	5,35	0,018	0,000	-0,183	0,033	0,0020
5,2949	5,26	0,035	0,001	-0,256	0,066	0,0039
5,236	5,18	0,058	0,003	-0,315	0,099	0,0065
5,1711	5,10	0,068	0,005	-0,380	0,145	0,0077
5,117	5,03	0,083	0,007	-0,434	0,189	0,0093

Tableau 4 : Détails des calculs d'application

Durée (h)	(a) <i>Tectona grandis L.f</i>						
	Y_{exp}	$Y_{cal, 2h}$	e	$Y_{cal, 10h}$	e	$Y_{cal, mod}$	e
1	1,04E-05	7,03E-06	33%	7,74E-06	26%	6,90E-06	34%
2	1,31E-05	1,01E-05	23%	1,19E-05	9%	1,04E-05	20%
3	1,47E-05	1,14E-05	22%	1,42E-05	3%	1,25E-05	15%
4	1,55E-05	1,20E-05	23%	1,55E-05	0%	1,38E-05	11%
5	1,64E-05	1,23E-05	25%	1,61E-05	2%	1,47E-05	10%
6	1,66E-05	1,24E-05	26%	1,65E-05	1%	1,53E-05	8%
7	1,69E-05	1,24E-05	27%	1,67E-05	1%	1,58E-05	7%
8	1,72E-05	1,24E-05	28%	1,68E-05	3%	1,62E-05	6%
9	1,75E-05	1,24E-05	29%	1,68E-05	4%	1,66E-05	5%
10	1,81E-05	1,24E-05	31%	1,69E-05	7%	1,69E-05	7%
11	1,84E-05	1,24E-05	32%	1,69E-05	8%	1,71E-05	7%
12	1,85E-05	1,24E-05	33%	1,69E-05	9%	1,74E-05	6%
13	1,86E-05	1,25E-05	33%	1,69E-05	9%	1,76E-05	6%
14	1,86E-05	1,25E-05	33%	1,69E-05	9%	1,78E-05	5%
15	1,86E-05	1,25E-05	33%	1,69E-05	9%	1,80E-05	4%

Durée (h)	(b) <i>Diospyros mespiliformis</i>						
	Y_{exp}	$Y_{cal, 2h}$	e	$Y_{cal, 9h}$	e	$Y_{cal, mod}$	e
1	9,52E-06	5,78E-06	39%	7,41E-06	22%	6,51E-06	32%
2	1,19E-05	7,70E-06	35%	1,18E-05	1%	1,01E-05	15%
3	1,36E-05	8,34E-06	39%	1,44E-05	-6%	1,25E-05	8%
4	1,62E-05	8,55E-06	47%	1,59E-05	2%	1,40E-05	13%
5	1,69E-05	8,62E-06	49%	1,68E-05	1%	1,52E-05	10%
6	1,75E-05	8,64E-06	50%	1,73E-05	1%	1,61E-05	8%
7	1,82E-05	8,65E-06	52%	1,77E-05	3%	1,67E-05	8%
8	1,85E-05	8,65E-06	53%	1,78E-05	3%	1,73E-05	6%
9	1,88E-05	8,66E-06	54%	1,80E-05	4%	1,78E-05	5%
10	1,90E-05	8,66E-06	55%	1,80E-05	5%	1,82E-05	4%
11	1,98E-05	8,66E-06	56%	1,81E-05	9%	1,86E-05	6%
12	2,00E-05	8,66E-06	57%	1,81E-05	9%	1,90E-05	5%
13	2,06E-05	8,66E-06	58%	1,81E-05	12%	1,93E-05	6%
14	2,07E-05	8,66E-06	58%	1,81E-05	13%	1,96E-05	6%
15	2,08E-05	8,66E-06	58%	1,81E-05	13%	1,99E-05	4%

Tableau 5 : Paramètres des courbes enveloppes

Courbe	<i>Tectona grandis L.f</i>		<i>Diospyros mespiliformis</i>	
	a'	b'	a'	b'
1a	86 478	-0.151	87 024	-0.194
1b	82 332	-0.157	84 627	-0.20
2a	89 683	-0.143	88 489	-0.188
2b	79 164	-0.167	83 198	-0.207

5. Conclusion

La présente étude a permis de mettre en exergue l'influence de la durée de chargement sur les paramètres viscoélastiques linéaires du bois. Elle a consisté à soumettre des éprouvettes iso contraintes de bois de Teck et d'Ebène à un test de fluage par flexion 2 points. Les investigations menées sur ces deux essences de bois tropicaux (*Tectona grandis* et *Diospyros mespiliformis*), ont montré que la viscosité dynamique est constante pour toute durée du chargement supérieure ou égale à une heure tandis

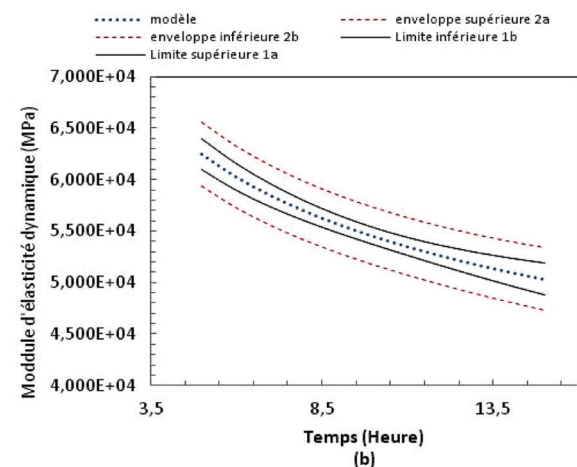
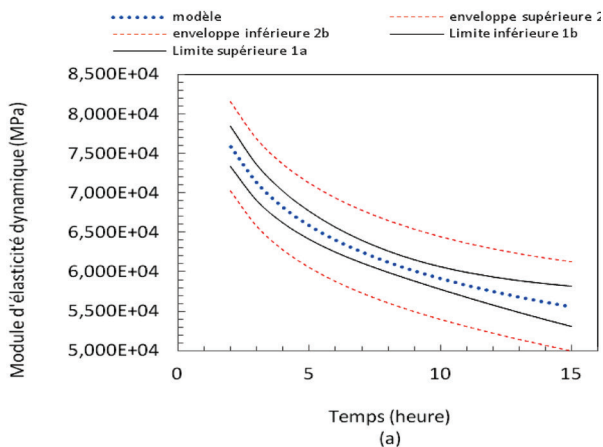


Figure 7 : Limites du domaine de prédiction du modèle
(a) *Tectona grandis Lf* (b) *Diospyros mespiliformis*

que le module d'élasticité dynamique décroît suivant une loi de type «puissance» $E(t) = at^b$ avec $a > 0$; $b < 0$ puis $t > 0$

Cette loi génère un module qui tend asymptotiquement vers zéro lorsque le temps de chargement devient relativement très long. Les résultats ont révélé fondamentalement que l'analyse du comportement viscoélastique linéaire du bois pour caractériser son fluage propre se fait efficacement en adoptant le modèle rhéologique de Kelvin-Voigt à condition que la durée du chargement au cours de l'essai de flexion 2 points se situe autour de 10 heures. Enfin, ces résultats offrent désormais la possibilité d'estimer la valeur de la déformation d'un élément de structure en bois sollicité pour une période supérieure au temps d'observations relativement court en vue de prendre en compte les exigences de l'Eurocode 5.

Les présents travaux ouvrent l'horizon d'un vaste chantier de caractérisation des espèces tropicales africaines au-delà des caractéristiques mécaniques classiques (MOE et MOR quasi statique). Bien des corrélations pourraient être faites avec certains paramètres physiques ou chimiques comme la densité ou la teneur en extractibles par exemple.

Bibliographie

Dlouha, J., 2009. Comportement viscoélastique longitudinal du bois vert : diversité et prédiction à long terme. Thèse en Mécanique et génie civil. Montpellier : Université Montpellier 2, 163p.

Eurocode 5 (EN 1995), 1995. « Calcul des structures en bois », Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments. 143p.

Foudjet, A., 1986. Contribution à l'étude rhéologique du matériau bois. Thèse ès Science en Génie Civil. Lyon : Université Claude Bernard, Lyon, 217p.

Gardelle, V., 2005. Mécanique des assemblages et renforts collés en construction bois. Thèse en Science du bois. Bordeaux : Université de Bordeaux, 165p.

Guitard D., 1987. Mécanique du matériau bois et composites. Edition Cepadues, Collection Nabla, 238p.

Houanou K. A., A. Tchéhouali and A. Foudjet, 2012. Identification of rheological parameters of the linear viscoelastic model of species of tropical woods (*Tectona grandis Lf* and *Diospyros mespiliformis*), *Res. J. Engineering Sci.*, **1(5)**, 17-24

Husson, J-M., 2009. Loi de comportement viscoélastique avec effet mémoire. Application à la mécanosorption dans le bois. Thèse en Génie Civil. Limoges : Université de Limoges, 120p.

Laplanche, K., 2006. Etude du comportement au feu des assemblages des structures en bois : Approche expérimentale et modélisation. Thèse en Génie Civil. Clermont 2 : Université Blaise Pascal, 145p.

Montero, C., 2010. Caractérisation du comportement viscoélastique asymptotique. Thèse en Mécanique et Génie Civil. Montpellier : Université Montpellier 2, 139p.

- Montgomery, D.C. and G. C. Runger, G.C., 2003.** Applied Statistics and Probability for Engineers, Third edition. John Wiley and Sons, Inc. Arizona State University, 976p.
- Moutee, M., 2006.** Modélisation du comportement mécanique du bois au cours du séchage. Thèse en Science du bois. Québec : Université Laval, 194p.
- Placet, V., 2006.** Conception et exploitation d'un dispositif expérimental innovant pour la caractérisation du comportement viscoélastique et de la dégradation thermique du bois dans des conditions sévères. Thèse en Science du bois. Nancy I : Université de Henri Poincaré, 338p.
- Polyanin, D.A. and V. A. Manzhirov, 2007.** Handbook of Mathematics for Engineers and Scientists, First edition. Taylor and Francis, Boca Raton USA. 1543p.
- Randriambololona, H., 2003.** Modélisation du comportement différé du bois en environnement variable. Thèse en Génie Civil. Limoges : Université de Limoges, 143p.
- Repellin, V., 2006.** Optimisation des paramètres durée et température d'un traitement thermique du bois. Modification des propriétés d'usage du bois en relation avec les modifications physico-chimiques et ultra structurales occasionnées par le traitement thermique. Thèse en Génie des Procédés. Saint-Etienne : Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne et Université Jean Monnet de Saint-Etienne, 262p.