

**UNIVERSITE CHEIKH ANTA DIOP  
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES  
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE**



**CONTRIBUTION A LA CONCEPTION ET A L'ETUDE D'UN  
PALPEUR OPTIQUE A TRES HAUTE SENSIBILITE**

**THESE**

**Présentée à la faculté des Sciences et Techniques  
De l'Université Cheikh Anta Diop de Dakar  
Pour obtenir le grade de Docteur de 3<sup>e</sup> Cycle**

**Par**

**Abdoulaye Diop**

**Soutenu le 9 Juin 2000 devant la commission d'Examen**

**JURY :**

**Président : Mamadou Mansour Kane : Professeur**

**Examineurs :**

**Amadou Lamine N'Diaye : Maître de Conférence  
Bassirou Ba : Maître de Conférence  
Djibril Diop: Maître de Conférence  
Cheikh Sène: Maître de Conférence**

**CONTRIBUTION A LA CONCEPTION ET A L'ETUDE D'UN  
PALPEUR OPTIQUE A TRES HAUTE SENSIBILITE**

**CONTRIBUTION A LA CONCEPTION ET A L'ETUDE D'UN  
PALPEUR OPTIQUE A TRES HAUTE SENSIBILITE**

A mon père et ma mère qui sont partis très tôt

# REMERCIEMENTS

La partie expérimentale de ce travail a été effectuée au laboratoire de Monsieur Jean Pierre Berthier, Directeur de l'IUT de Saint Denis, Université de Paris 13. Je lui témoigne toute ma gratitude pour l'aide et les conseils si précieux pour la réalisation de cette thèse.

Je suis très reconnaissant à Monsieur le Professeur Mansour Kane Codirecteur de cette thèse. Il n'a cessé de me prodiguer de très bons conseils tout au long de cette Thèse. Je le remercie tout particulièrement.

C'est aussi le moment de me rappeler le soutien moral et les conseils toujours vivants de mon très Cher Grand Frère et Conseiller, je veux nommer feu le Professeur Oumar Diallo.

Je remercie Monsieur le Doyen de la Faculté des Sciences et Techniques pour les frais de missions qu'il m'a accordés pour effectuer des séries de mesures à l'IUT de Saint Denis en France.

Je remercie également le Chef du Département de Physique pour l'aide qu'il m'a accordée pour la réalisation de ce travail. Je salue sa très grande disponibilité et son désir d'aider.

Je remercie tout particulièrement les maîtres de conférences Bassirou Ba, Djibril Diop et Cheikh Sène qui malgré leurs préoccupations ont accepté de prendre part à ce jury.

Je remercie tous mes collègues du Département de Physique pour leur soutien efficace et sincère.

Je remercie également André Fickou, Joseph Sarr et Djamel Abdel Nasser Seck pour l'aide qu'il m'ont apporté pour la lecture du manuscrit et la recherche de références.

Je remercie ma toute petite famille qui a pu supporter mes longues absences de la maison.

Enfin je remercie sincèrement tous ceux qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de cette thèse.

## RESUME

L'utilisation de la fonction  $\psi(x, y; d)$  et des intégrales d'Airy nous ont permis de faire une analyse très profonde du phénomène de la réflexion de la lumière sur une surface parfaitement lisse. Pour les surfaces rugueuses, nous avons abordé trois types de théories, à savoir la méthode par la diffusion multiple, la méthode par l'approximation de Kirchhoff et la méthode de la perturbation. Chacune de ces méthodes a un domaine d'application de prédilection. Nous avons choisi la méthode par l'approximation de Kirchhoff parce qu'elle est plus adaptée à nos échantillons qui sont de types mécaniques et au domaine d'étude, c'est à dire près de la direction spéculaire. Les autres méthodes nous ont permis de délimiter les domaines d'applicabilité de l'approximation de Kirchhoff.

Pour mener l'étude expérimentale, nous avons construit un système optique composé d'une source laser, des lentilles, d'un porte-échantillons, des accessoires, d'un ordinateur menu d'une carte de traitement d'images et d'une caméra CCD.

Une méthode statistique nous a permis de déterminer les caractéristiques de la gaussienne correspondant à chaque courbe expérimentale. Une analyse statistique des valeurs expérimentales confirme la validité de nos résultats.

**Mots clés:** Diffusion de la lumière; Rugosité; surface rugueuse; méthode optique; méthode de corrélation; analyse de surface; traitement d'images; palpeur optique; application industrielle; profilomètre; mécanique de précision; miniaturisation; micromachine.

**Key word:** Light scattering; Roughness; Rough surface; measuring methods; optical method; images processing; stylus; industrial application; profilometry; precision engineering; miniaturization; micromachine.

## TABLE DES MATIERES

Chapitres	Description	pages
	Sommaire..... :	
	Abstract..... :	
	Liste des tableaux..... :	V
	Liste des figures..... :	VI
	Liste des symboles..... :	X
	Liste des annexes..... :	
	INTRODUCTION..... :	1
I -	REFLEXION DE LA LUMIERE SUR UNE SURFACE PARFAITEMENT LISSE .....	4
I - 1.1	Description du matériel utilisé..... :	4
I - 1.2	Principe de fonctionnement..... :	5
I - 2	Calculs théoriques..... :	7
II -	CARACTERISTIQUES D'UNE SURFACE RUGUEUSE..... :	18
II - 1.1	Facteurs "Horizontal" et "Vertical" d'une surface rugueuse .....	20
II - 1.2	Critère de Rayleigh ou Critère de rugosité "Verticale" .....	29
II - 1.3	Critère de rugosité "horizontale"..... :	33
II - 2	Les différentes approches théoriques de la réflexion de la lumière sur une surface rugueuse..... :	36
III -	APPROXIMATION DE KIRCHHOFF..... :	39
III - 1	Hypothèse de base..... :	39
III - 2	Equation du champ diffusé..... :	39
III - 3	Applicabilité et validité de l'Approximation de Kirchhoff..... :	42
III - 4	Equations des composantes cohérente et Diffusée du champ..... :	47
a -	Composante cohérente .....	47
b -	Composante diffusée..... :	47
III - 5	L'intensité du champ diffusé dans le cas d'une surface dont le profil est une fonction aléatoire régie par une loi statistique gaussienne..... :	50

	a -	Justification de l'hypothèse "gaussienne"..... :	50
	b -	Structures géométriques des profils des échantillons choisis..... :	51
	c -	Equation générale de l'intensité du champ diffusé..... :	52
	d -	Surface "faiblement" rugueuse .....	53
	e -	Surface "fortement" rugueuse..... :	54
<b>IV</b>		<b>CAS DE LA DIFFUSION MULTIPLE..... :</b>	<b>56</b>
	IV - 1	Rappels théoriques..... :	56
	IV - 2	Moyenne de l'intensité réfléchie..... :	59
	a -	Développement limité de F..... :	62
	b -	Développement limité de l'amplitude A..... :	64
	c -	Surface gaussienne "faiblement" rugueuse..... :	66
	IV-3	Les limites d'applicabilité de l'approximation De Kirchhoff..... :	70
<b>V</b>		<b>METHODE DES PERTURBATIONS..... :</b>	<b>71</b>
	V - 1	Hypothèse de base :..... :	71
	V - 2	Expression des différentes composantes du champ dans le cas où le champ incident a une "polarisation S"..... :	71
	V - 3	Conditions aux limites de la surface..... :	73
	V - 4	Expression au premier ordre du champ électrique et du champ magnétique .....	75
	V -4-1	Développements limités..... :	75
	V -4-2	Expression au premier ordre du champ électrique sur la surface..... :	76
	V -4-3	Expression au premier ordre du champ magnétique sur la surface..... :	77
	V - 5	Expression du champ total rayonné :..... :	78
	V - 6	Expression au premier ordre des intensités des champs diffusés..... :	79
	V - 7	Expression des intensités des champs diffusés dans le cas où le champ incident présente une "polarisation P"..... :	81
	V - 8	Effet de polarisation autour de la direction spéculaire :..... :	82
		- Conclusion relative au choix de la méthode d'approche..... :	83
		1 - L'approche par la méthode de perturbation..... :	83
		2 - L'approximation de Kirchhoff .....	83
		3 - L'approche par la diffusion multiple..... :	83



<b>VI</b>	<b>ETUDE EXPERIMENTALE.....</b>	<b>85</b>
VI - 1	Dispositif expérimental :.....	85
VI - 1.1	Mise en forme du faisceau.....	89
VI - 1.2	Système d'acquisition et de traitement des données.....	90
VI - 1.3	Procédé d'usinage.....	90
VI - 2	Résolution du dispositif de transport de l'image et de la réception :.....	91
VI - 2.1	Limitation de la mise au point due à l'ouverture des lentilles.....	91
VI - 2.2	Bruit généré par la caméra.....	92
VI - 2.3	Limitation due à la taille des pixels de la caméra.....	92
VI - 2.4	Limitation due à la taille du faisceau incident.....	93
VI - 3	Prises d'images :.....	93
VI - 4	Dépouillements des tests :.....	94
a -	Conversion en intensité :.....	94
b -	Identification des paramètres de profil de surface dans le cadre de l'APPROXIMATION DE KIRCHHOFF.....	102
	- Expression des intensités du champ total.....	102
	- Identification du couple ( $\sigma_0, T$ ) : .....	104
c -	Région de confiance sur $R_a$ et sur $\sigma^2$ .....	105
d -	Intervalle de confiance sur $\sigma^2$ , si $R_a$ est inconnu.....	106
e -	Intervalle de confiance sur $R_a$ quand $\sigma^2$ est inconnu.....	106
f -	Erreur sur la mesure de la rugosité moyenne $R_a$ .....	107
<b>VII -</b>	<b>RESULTATS EXPERIMENTAUX, DISCUSSIONS .....</b>	<b>110</b>
VII - 1	Analyse des courbes.....	110
VII - 2	Les paramètres $A, \Delta \sigma, T$ et leur Signification.....	124
VII - 3	Identification des paramètres.....	125
VII - 4	Validité des résultats.....	125
VII - 5	DISCUSSION.....	126
VII - 5.1	Echantillon en acier.....	126
VII - 5.2	Echantillon en aluminium .....	127
VII - 5.3	Echantillon en laiton.....	127

<b>VII - 5.4</b>	<b>Paramètres..... :</b>	<b>128</b>
a -	Longueur de corrélation T..... :	128
b -	Ecart type de rugosité $\sigma_o$ .....:	129
c -	Paramètre $\sigma_o/T$ ..... :	129
d -	Rugosité moyenne Ra..... :	129
e -	Kurtosis : PARAMTRE $R_{ku}$ .....:	130
<b>VII – 6</b>	<b>Remarques importantes.....:</b>	<b>130</b>
	<b>CONCLUSION..... :</b>	<b>130</b>
	<b>BIBLIOGRAPHIE..... :</b>	<b>132</b>
	<b>ANNEXE A..... :</b>	<b>137</b>
	<b>ANNEXE B..... :</b>	<b>141</b>

## LISTE DES FIGURES

- Figure I-1 : Dispositif expérimental (système optique simplifié)
- Figure I-2 : Détermination de  $D_3$
- Figure I-3 : Bloc diagramme du dispositif expérimental (système optique)
- Figure I-4 : Le graphe de  $|g(\xi, \eta)|^2$  obtenu par simulation. On a  $h = 10^3 \cdot \text{Abs [g]}$
- Figure I-5a : Variation de la densité de corrélation  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  : cas d'un miroir
- Figure I-5b : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  : cas d'un miroir
- Figure II-1 : Notion de surface rugueuse
- Figure II-2 : Facteur horizontal et vertical définissant la rugosité d'une surface [1]
- Figure II-3 : Profil de surface avec distribution gaussienne.  
 $R_a = 0,56 \mu\text{m}$  ;  $R_q = 0,60 \mu\text{m}$  ;  $R_{sk} = 0,25$  ;  $R_{ku} = 2,82$  ;  
 $R_z = 3,60 \mu\text{m}$ .
- Figure II-4 : Représentation de la courbe en fonction de l'angle de diffusion  $\theta_s$
- Figure II-5 : Variation de la transformée de Fourier  $V(\Delta k)$  de la fonction  $\xi(x, y)$  en fonction de  $(\Delta k)^2$
- Figure II-6 : Propagation dans le cas où la surface atteinte présente un profil simplifié, l'amplitude de l'oscillation étant  $\delta_o$ .
- Figure II-7 : Représentation des directions angulaires de la diffraction de la lumière par une surface sinusoïdale d'amplitude  $2a$  et de période spatiale  $[T]$ .
- Figure III-1 : Onde plane incidente sur un profil  $\xi(x, y)$ .
- Figure III-2 : Définition du vecteur  $k_d$

- Figure III-3 :** L'objet type et ses défauts
- Figure IV-1 :** Onde plane incidente sur une surface de profil  $\xi(x,y)$
- Figure IV-2 :** Représentation dans le plan  $(x, y)$  des projections des vecteurs d'ondes réfléchi et incidente.
- Figure V-1 :** Onde plane incidente sur une Surface. Le vecteur de l'onde incidente  $I$  appartient au plan  $(x, z)$ .  $I$  est l'hypoténuse du plan incident  $I$ .  $M$  est le point d'observation du champ réfléchi total,  $M$  se situe sur l'hypoténuse de  $S$ .
- Figure VI-1a** Mesure sans contact très précise.
- Figure VI-1b :** Schéma complet du dispositif expérimental, pour une seule source.
- Figure VI-1c** Traitement des images  $S_1$  et  $S_2$  qui correspondent respectivement aux courants  $I_1$  et  $I_2$ .
- Figure VI-2 :** L'intensité normalisée  $I_n$ , en fonction de la rugosité moyenne  $R_a$ .
- Figure VI-3 :** Le coefficient d'autocorrélation intégré  $CI(x)$  en fonction de la rugosité  $R_a$
- Figure VI-4 :** Le coefficient d'autocorrélation intégré  $CI(x, y)$  en fonction de la rugosité moyenne  $R_a$ .
- Figure VI-5 :** Le coefficient d'intensité spectrale moyen  $HA$  en fonction de la rugosité moyenne  $R_a$
- Figure VI-6 :** Le coefficient d'intensité intègre  $HI$  en fonction de la rugosité.
- Figure VI-7 :** Représentation schématique d'une "facette réfléchissante".
- Figure VII-1:** Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  : cas de l'acier ; fraisage multitête.
- Figure VII-2:** Echantillon en acier vu par la camera en fonction de la distance ou de l'angle d'incidence
- Figure VII-3:** Echantillon en acier vu par la caméra en fonction de la distance ou de l'angle d'incidence
- Figure VII-4:** Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  : cas de l'acier ; fraisage unité.

- Figure VII-5:** Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  : cas de l'aluminium ; fraisage multitête.
- Figure VII-6:** Echantillon en aluminium vu par la caméra en fonction de la distance ou de l'angle d'incidence.
- Figure VII-7:** Echantillon en aluminium vu par la caméra en fonction de la distance ou de l'angle d'incidence.
- Figure VII-8:** Echantillon en aluminium vu par la caméra en fonction de la distance ou de l'angle d'incidence.
- Figure VII-9:** Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  : cas de l'aluminium ; fraisage unitête.
- Figure VII-10:** Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  cas du laiton ; fraisage multitête.
- Figure VII-11:** Echantillon en laiton vue par la caméra en fonction de la distance ou de l'angle d'incidence
- Figure VII-12:** Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  cas du laiton ; fraisage unitête.
- Figure VII-13:** Echantillon en laiton vu par la caméra en fonction de la distance ou de l'angle d'incidence.
- Figure VII-14:** Echantillon en laiton vu par la caméra en fonction de la distance ou de l'angle d'incidence.
- Figure VII-15** Schéma illustrant la méthode numérique utilisé pour rapprocher la gaussienne.
- Figure A-1:** Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  cas du laiton ; fraisage multitête.
- Figure A-2:** Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  : cas de l'acier ; fraisage unitête.
- Figure A-3:** Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  : cas de l'acier ; fraisage multitête.

## LISTE DES TABLEAUX

**a) Tableau VII-1 : Fraisage multitête**

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans le cas de l'acier

**b) Tableau VII-2 : Fraisage unité**

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans le cas de l'acier

**c) Tableau VII-3 : Fraisage multitête**

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans le cas de l'aluminium.

**d) Tableau VII- 4 : Fraisage unité**

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans le cas de l'aluminium.

**e) Tableau VII-5 : Fraisage multitête**

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans le cas de laiton.

**f) Tableau VII-6 : Fraisage unité**

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans le cas de laiton.

**g) Tableau VII-7 : Variations observées pour les divers métaux et alliages testés par rapport à la situation du fraisage multitête et unité.**

**h) Tableau VII- 8 : Fraisage multitête**

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans le cas de laiton.

**i) Tableau VII-9 : Fraisage unitête**

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans le cas de l'acier.

**j) Tableau VII-10: Fraisage multitête**

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans le cas de l'acier.

**LISTE DES SYMBOLES**

symboles	Indice	Désignation	Unité
<b>A</b>		Hauteur Amplitude du Champ Vitesse	m V/m
<b>a</b>	m R	maximal Amplitude moyenne Constante	
<b>B</b>	mn m	Introduction magnétique Tesla Coefficient de Fourier comme A/C et maximal constante	
<b>C</b>		Fonction de corrélation constante	
<b>c</b>		Vitesse de la lumière	m/s
<b>D</b>		Constante	
<b>D</b>	ij	Distance Distance	m m
<b>E</b>	d i r t x y x <sub>s</sub> y <sub>s</sub> z <sub>s</sub> o	Champ électrique champ diffusé champ incident champ réfléchi composante tangentielle composante suivant la direction x suivant la direction y composante diffusée du champ en série de Fourier suivant la direction x suivant la direction y suivant la direction z Champ réfléchi sur une surface plane	V/m V/m V/m V/m
<b>e</b>		nombre de Nepper	
<b>F</b>		Distance focale	
<b>F</b>	mn 1 2	Flux à travers une surface fictive Coefficient de Fourier premier composante deuxième ordre	
<b>1F1</b>		Fonction de Kummer	
<b>f</b>		fonction source	



symboles	Indice	Désignation	Unité
f		fréquence spatiale	
	$\theta$	fonction du courant suivant	$\theta$
	$\phi$	fonction de l'intensité du courant suivant la direction	$\phi$
H		Champ magnétique	
H		Transformée de Fourier de	
I		Intensité du courant	A
I	d	Intensité du courant diffusé	A
	i	Intensité du courant incident	A
	r	Intensité du courant réfléchi	A
	diff	Intensité du courant diffusé	A
	P→P	Intensité du champ diffusé dans la direction de polarisation P	A
	P→S	Intensité du champ diffusé dans la direction de polarisation S	A
	S→S	Intensité du champ diffusé dans la direction de polarisation S	A
	S→P	Intensité du champ diffusé dans la direction de polarisation P	A
	$\theta$	Intensité du Courant suivant la direction angulaire $\theta$	A
	$\phi$	Intensité du courant suivant la direction angulaire $\phi$	A
	1	Intensité du courant premier ordre (harmonique)	
	(2)	deuxième ordre.	
i		Vecteur unitaire suivant x	
i		Indice	
j		Indice	
j		Vecteur unitaire suivant l'axe y	
k		Vecteur unitaire suivant l'axe z	
	d	Vecteur de l'onde rayonnée (onde diffusée)	
	i	Vecteur d'onde incidente	
	r	Vecteur d'onde réfléchie	
→		Différence entre le vecteur d'onde incidente et d'onde réfléchie	
$\Delta k$			
L		Largeur de la surface incidente	m
L		période des stries	m
l		longueur	m

symboles	Indice	Désignation	Unité
M M : $\rightarrow \rightarrow$ (r, r, z) m m max		Point d'observation Noyau de l'intégrale E (r,z)  maximum Ordre de diffraction maximum	V/m
N $\rightarrow$ N $\rightarrow$ N//z (axe) $\rightarrow$ N'  NG( $\theta$ ) $\rightarrow$ n $\rightarrow$ n'	x z	Nombre de plaquettes de fraise  Vecteur unitaire perpendiculaire à S  Pour des surfaces à faible pente  Vecteur unitaire normale à la Surface S' composante de N en direction de x composante de N en direction de z Somme des niveaux de gris  Vecteur unitaire Vecteur unitaire orthogonale à la surface S	
P P  p p $\Delta P_{max}$	i o	Plan Plan d'ordre i Flux incident au plan fréquence spatiale polarisation p fréquence spatiale maximale	$\mu m$
Q Q  [ ]Q q R <sub>a</sub> R R R  R $\Delta R_f$ r	S $\rightarrow$ S P $\rightarrow$ P P $\rightarrow$ S S $\rightarrow$ P    f  f <sub>0</sub>	Facteur de polarisation Facteur de polarisation croisé Facteur de polarisation croisé Facteur de polarisation croisé Facteur de polarisation croisé Désigne une transformée de Fourier fréquence spatiale Rugosité moyenne Rayon de courbure Vitesse de rotation de la fraise Coefficient de réflexion de la surface obtenue  Coefficient de réflexion de la surface plane Correction due à la rugosité	m t/mn

symboles	Indice	Désignation	Unité
S S' S' S s	e	Surface d'incidence Surface réfléchie Surface diffusée Surface émettrice polarisation s	m <sup>2</sup> m <sup>2</sup> m <sup>2</sup>
T t → μ	θ φ	Longueur de corrélation temps  Vecteur unitaire Vecteur unitaire de direction θ Vecteur unitaire de direction φ	μm s
U V V v → v v v v → v	x y z	Tension Module de la Transformée de Fourier de ξ(x,y) Tension Potentiel électrique  → → → Vecteur v k <sub>e</sub> -k <sub>d</sub> Composante de direction x Composante de direction y Composante de direction z  Vitesse	V V V  m/s
W W → W W W W	O x y z	Densité spectrale de corrélation Densité de probabilité au plan  Vecteur, → → → W = k <sub>e</sub> +k <sub>d</sub> Composante de direction x Composante de direction y Composante de direction z	
x x y y z z z z		Axe des x variable Axe des y Variable Axe des z Variable hauteur → Surface = ξ(r')	

symboles	Indice	Désignation	Unité
AU4G		Duralumin	
XC38		Acier	
Laiton		Laiton	
$\otimes$		Produit de convolution	
$\alpha$		Variable	
$\alpha$		Paramètre formel	
$\Delta$		Opérateur	
$\Delta$		Largeur de la densité spectrale	
$\xi$		profil	
$\pi$		Variable	
$\theta$		Angle (ouverte angulaire)	
	i	angle incident	
	r	angle réfléchi	
	d	angle de diffusion	
	s	angle de diffusion	
	m	angle de diffraction	
$\phi$		angle	
$\phi$		Diamètre d'un optique	
$\phi$	s	angle de diffusion	
$\Delta \emptyset$		Différence de phase	
$\lambda$		longueur d'onde	
$\sigma$		Ecart type moyen du profil de surface $\xi(x,y)$	
$\chi$		Retard de phase moyen	
$\chi$		Fonction caractéristique jointe	
$\chi$	2	Fonction caractéristique jointe	
$\beta$		Angle (composante angulaire de $\rightarrow E_r$ )	
$\alpha$		angle (composante angulaire de $\rightarrow E_r$ )	
$\xi_0$			
$\mu_0$			
$\omega$		pulsation	
$\Omega$		angle solide	
0		initial	
1		primaire	
2		Secondaire	
3		tertiaire	
n		d'ordre n	
$\infty$		infini	
v		variable	

## INTRODUCTION

L'étude de la réflexion de la lumière sur des surfaces plus ou moins lisses, a toujours été, un sujet de recherche intéressant pour les chercheurs.

Cependant la plupart de ces études se limitaient à l'échelle macroscopique et concernaient des surfaces lisses.

Plusieurs domaines de recherche furent exploités et diverses méthodes de mesures proposées. La méthode de télémessure est encore d'actualité. Ce travail qui se propose d'être une contribution à la compréhension et à l'interprétation de ces phénomènes, porte principalement sur la réflexion de la lumière sur des surfaces rugueuses dont il nous a paru utile de rappeler la définition .

Une surface rugueuse est définie comme étant une surface composée de structures géométriques dont les dimensions sont supérieures aux stries d'images. En plus une surface rugueuse a en général un caractère aléatoire et correspond à une infinité de réseaux de pas et d'orientations différentes. Chaque aspérité de la surface peut être assimilée à un dipôle de Hertz. Si une onde électromagnétique incidente excite ce dipôle , ce dernier est alors parcourue par des courants de polarisation et, à son tour, émet une onde électromagnétique à la manière d'une antenne. La rugosité est donc à l'origine de la diffusion de la lumière dans des directions autres que celle de la réflexion spéculaire. En réalité, pour simplifier, on peut dire qu'une surface rugueuse est constituée par une multitude de petits miroirs orientés de manière aléatoire. L'étude du mécanisme de la réflexion sur de telles surfaces est rendue complexe par cet aspect aléatoire. Il est en effet difficile de connaître avec une précision suffisante l'angle d'incidence de la lumière sur de telles facettes et en particulier, d'identifier en un instant donné celles qui reçoivent le flux lumineux sur une incidence normale [1].

L'énergie captée par la caméra de mesure dépend du nombre de facettes réfléchissant la lumière en direction de celle-ci. Il est donc primordial de bien positionner l'échantillon afin de collecter le plus d'énergie possible.

Notre étude a principalement porté sur des surfaces de type mécanique pouvant être des miroirs parfaits, des diffuseurs parfaits ou des bruts de fraisage. Ces surfaces étant des matières mécaniques, il est nécessaire de connaître leurs profils géométriques notamment, leur rainure, leur ondulation et leur rugosité. Pour mener à bien cette étude, nous avons été amenés à concevoir et à réaliser un dispositif de mesure sans contact avec l'échantillon. De tels appareils de mesure dite, de déplacement par focalisation existent déjà sur le marché mais ils sont conçus, généralement pour des surfaces parfaitement réfléchissantes [2]. Un phénomène important qu'il faut cerner en particulier lorsqu'on s'intéresse aux échantillons en laiton est la dépendance observée entre la structure de la lumière réfléchiée et les propriétés physico-chimiques et géométriques de la surface réfléchissante.

Il est donc utile de pouvoir déterminer avec une précision satisfaisante les paramètres de textures des surfaces rugueuses. A cet effet, nous proposons une méthode permettant de parvenir à de telles mesures dans le cas où la longueur d'onde du faisceau lumineux est supérieure ou de l'ordre de grandeur de la dimension des facettes de la surface rugueuse. Les méthodes proposées dans la littérature bien que nombreuses concernent dans la plupart

des cas des échantillons dont les facettes ont des dimensions beaucoup plus grandes que la longueur d'onde du faisceau lumineux.

Il nous semble intéressant d'en citer quelques unes.

- La méthode de déplacement par focalisation et la méthode par triangulation conçues pour des surfaces réfléchissantes ou diffusantes [2].
- Des méthodes expérimentales consistant, à corréler les paramètres expérimentaux avec des valeurs connues de paramètres de texture de surfaces étalons [3].
- La méthode par intégration totale de la diffusion (Total Integrated Scattering), de même que la méthode par réflectométrie qui sont des méthodes optiques s'appliquant généralement à des surfaces lisses, donc bien adaptées pour l'optique géométrique [4].
- Les méthodes statistiques ou semi-empiriques permettant de déterminer l'écart type de rugosité. Cependant la longueur de corrélation des surfaces statistiques doit être plus grande que la longueur d'onde du faisceau lumineux pour que l'on puisse utiliser les lois de l'optique géométrique. Les profils géométriques des échantillons présentent un caractère souvent aléatoire, et une modélisation statistique est alors nécessaire pour les décrire [5].

Toutes ces méthodes de détermination de paramètres de surface ne permettent pas d'évaluer et d'expliquer de manière assez complète les liens exacts entre les caractéristiques de la lumière réfléchie et les paramètres de texture. L'étude détaillée des principaux thèmes traitant de la réflexion de la lumière par des surfaces rugueuses s'avère nécessaire pour mieux comprendre les phénomènes observés. Pour caractériser la rugosité des échantillons par des mesures directes sur leur surface, la méthode utilisée doit être non destructive, c'est à dire être sans contact mécanique, et elle ne doit pas soumettre l'échantillon à des conditions expérimentales pouvant modifier la quantité d'absorbat et entraîner une instabilité des propriétés chimiques de l'échantillon. En outre les mesures doivent se faire à l'air libre à la température ambiante. Un système optique basé sur la méthode de diffusion de la lumière semblait répondre à nos attentes. On exigera de ce dispositif optique la possibilité de mesurer les paramètres statistiques caractérisant la rugosité de surface à savoir la longueur de corrélation  $T$  et la hauteur quadratique moyenne  $\sigma_0$ .

Les propriétés géométriques d'une surface quelconque dépendent en général du procédé d'usinage utilisé pour la traiter. Il est donc important d'analyser l'influence des conditions d'usinage sur les paramètres géométriques des surfaces des échantillons étudiés. Dans ce cadre, nous présentons une description de la machine outil utilisée pour le fraisage des échantillons

Dans ce document, nous donnons une définition des paramètres géométriques d'une surface rugueuse. Nous rappelons ensuite les grandes

**lignes de la théorie de la réflexion de la lumière par des surfaces rugueuses. L'influence des procédés d'usinage sur les paramètres caractérisant la surface rugueuse est décrite. A cet effet, il s'avère nécessaire de recourir à un procédé de modélisation statistique pour décrire le caractère généralement aléatoire des profils géométriques des échantillons. Notre choix s'est porté sur un modèle qui tient compte, de la façon la moins restrictive, de l'influence des paramètres géométriques des surfaces réfléchissantes sur le processus de réflexion de la lumière.**

**On peut dire que ce travail constitue également l'étude préliminaire d'un rugosimètre optique qui permet de déterminer les paramètres statistiques caractérisant une rugosité superficielle à partir de la mesure de la distribution angulaire du flux de lumière diffusée par la surface des échantillons.**

**Par une étude en simulation, nous analysons tous les cas de figure qui peuvent se présenter avec le miroir et les échantillons en acier, en aluminium, et en laiton.**

**Nous procédons ensuite à une validation expérimentale de la théorie développée aussi bien pour le miroir que pour les échantillons étudiés. Les échantillons sont usinés par le même procédé (fraisage) mais avec différents paramètres d'usinage. Les images observées en réflexion sont traitées par différents filtres et les résultats sont ensuite analysés.**

## CHAPITRE I

### REFLEXION DE LA LUMIERE SUR UNE SURFACE PARFAITEMENT LISSE

#### I-1 Description du matériel

Le matériel requis pour réaliser cette étude est essentiellement composé des éléments suivants (voir figure I-1) :

- Une source de lumière S de diamètre  $\rho$ .
- Une lentille  $L_1$ , de distance focale F, placée à la distance  $D_2$  de la source S.
- Un miroir M placé à la distance  $D_{30}$  de la lentille  $L_1$ .
- Une lentille  $L_2$  de distance focale F, placée à une distance  $D_3$  du miroir M telle que
$$D_3 = 2(D_{30} \pm \Delta).$$

Où  $\Delta$  est la distance entre M et S' conjugué de S, (voir figure I-1).

- Une caméra CCD dont la fenêtre coïncide avec le plan  $P_4$ , situé à la distance  $D_4$  de la lentille  $L_1$ .
- Une carte de traitement d'image qui joue le rôle d'interface entre la caméra et le micro-ordinateur.
- Un laser Hélium Néon de longueur d'onde  $\lambda=0,6328\mu$
- Une lame semi-réfléchissante.
- Une pupille de rayon  $r = 0,5$  mm.



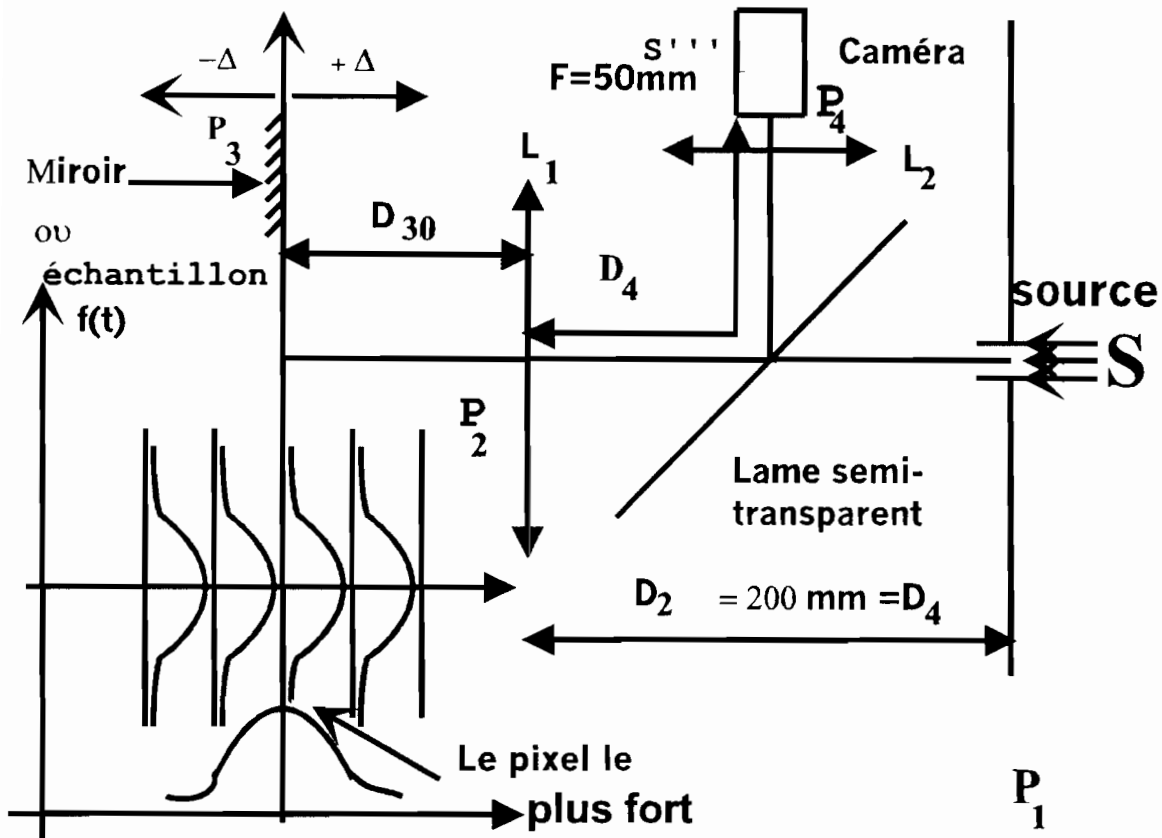


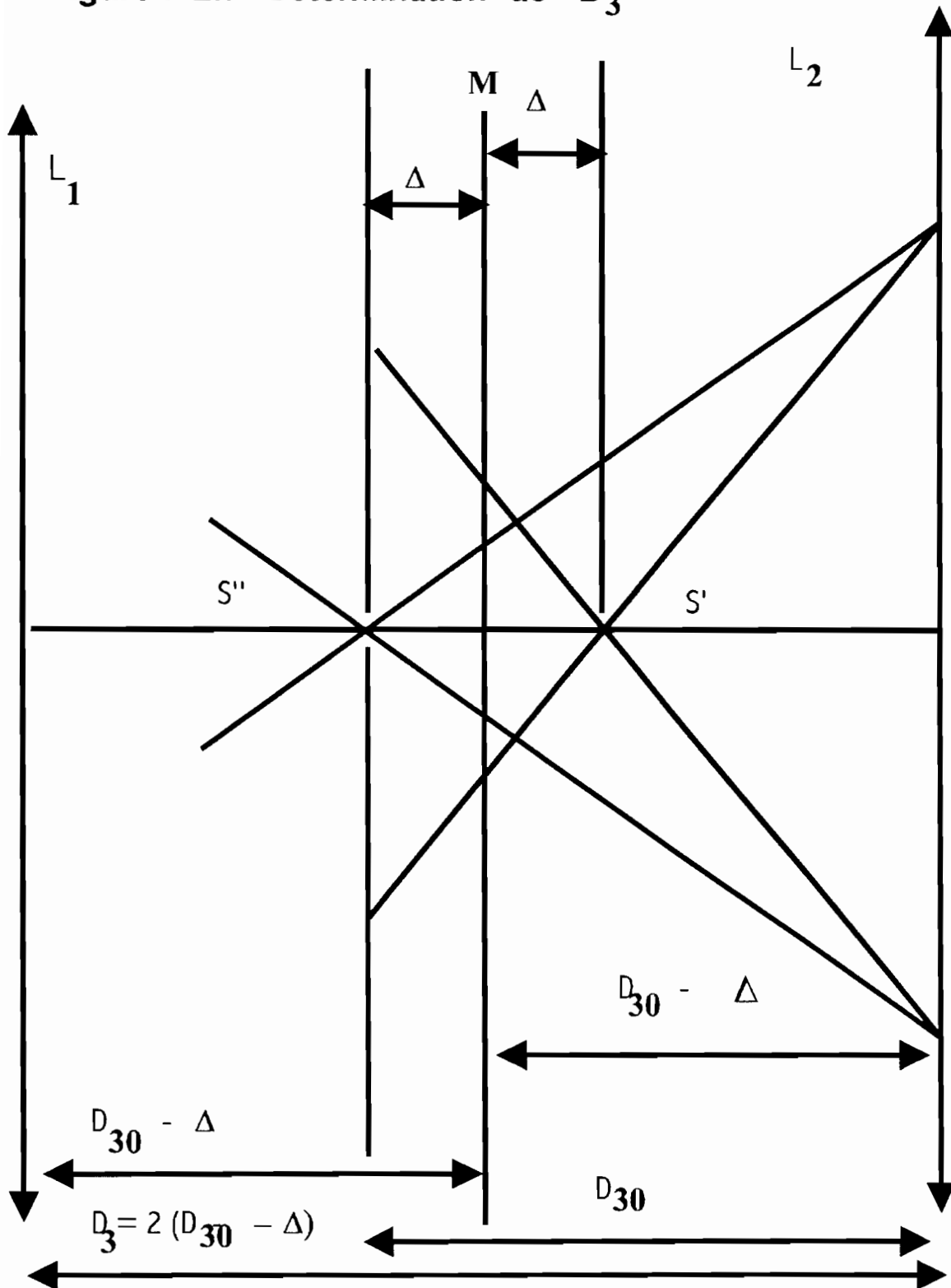
Figure I-1: Le dispositif expérimental

(Système optique simplifié)

## I-2 Principe de fonctionnement

Un trou source  $f(x,y)$  de diamètre  $100 \mu$  est éclairé en lumière parallèle par le laser Hélium Néon. La lumière émise traverse une lentille  $L_1$  et converge en  $S'$  situé à la distance  $D_{30}$  de la lentille  $L_1$ . ( $S'$  est le conjugué de  $S$  par rapport à  $L_1$ ).

Un miroir  $M$ , situé à une distance  $\Delta$  de  $S'$ , fournit alors une image  $S''$  symétrique de  $S'$  (voir figure I-2).

Figure I- 2:: Détermination de  $D_3$ 

Enfin la lumière, rétrodiffusée, après avoir traversé la lentille  $L_2$  est ensuite réfléchi vers la caméra à l'aide de la lame semi-transparente. La convergence s'effectue au point  $S'''$  situé à la distance  $D_4$  de la lentille  $L_1$ .

**Le flux lumineux incident, subit les modifications suivantes :**

- **une pression convolutive en traversant l'espace délimité par  $D_2$  ;**
- **une multiplication par la fonction de la lentille  $L_1$  en traversant celle-ci ; et enfin,**
- **une seconde convolution dans l'espace délimité par  $D_3$ .**

**Dans ces conditions, la répartition du champ électrique dans le plan  $P_3$  (voir figure I-3) est définie par la fonction  $g(u,v)$  et celle de l'intensité lumineuse correspondra à la fonction  $|g(u,v)|^2$ .**

**Après rétro réflexion le faisceau lumineux retourne à la lentille  $L_1$  et subit de ce fait une convolution dans l'espace délimité par  $D_4$  et une multiplication par la fonction de  $L_1$ .**

**La répartition de l'intensité lumineuse est alors décrite par la fonction  $|g(\xi,\eta)|^2$ .**

### I-3 Calculs théoriques

**Comme il a été indiqué précédemment, nous désignerons par  $\rho$ , le rayon de la source,  $r$  le rayon de la pupille de la lentille  $L_1$ , et par  $t$ , le rayon polaire de l'image finale ( voir figure I-1).**

**Introduisons les paramètres suivants :**

$$d_i = \frac{1}{D_i}; \quad m = \frac{d_3}{d_2};$$

**L'équation de  $d_i$  est très importante pour la suite.**

$$\varepsilon = d_2 - K + d_3 ;$$

$$K = 1/F ;$$

**$d_1 = 0$ ; Car  $f(x,y)$  est exactement placé sur le plan  $P_1$ , à l'origine.**

$$\beta = \Pi/\lambda ;$$

$$d_{30} = K - d_2 ;$$

**$\Delta$ : l'écart du miroir par rapport à  $D_{30}$ .**

**La figure I-2 permet de déterminer la distance  $D_3$ .**

**A ce niveau de la rédaction et pour la suite de cet exposé, il nous semble important de définir et de donner les propriétés de la fonction**

**$\Psi(x,y;d)$  [6].**

On définit la fonction  $\Psi(x,y ;d)$  de la façon suivante :

$$\Psi(x,y ;d) = \exp[j(\Pi/\lambda D)(x^2 + y^2)]$$

Avec

$$D = \frac{1}{d}$$

Voici quelques propriétés de cette fonction que nous utiliserons :

- P<sub>1</sub>       $\Psi(x, y ;d) = \Psi^*(x, y ;-d)$
- 
- P<sub>2</sub>       $\Psi(-x, -y ;d) = \Psi(x, y ;d)$
- 
- P<sub>3</sub>       $\Psi(x, y ;d_1) \Psi(x, y ;d_2) = \Psi(x, y ;d_1 + d_2)$
- 
- P<sub>4</sub>       $\Psi(x, y ;d) = \Psi(x; d) \Psi(y ;d).$
- 
- P<sub>5</sub>       $\Psi(cx, cy ;d) = \Psi(x, y ; c^2 d).$
- 
- P<sub>6</sub>       $\Psi(x - u, y - v; d) = \Psi(x, y ;d) \Psi(u, v ;d)e^{-jkd(ux +vy)}$
- 
- OÙ       $k = 2\pi/\lambda$
- 
- P<sub>7</sub>       $\lim_{K \rightarrow 0} \Psi(x, y ;K) = 1.$
- 
- P<sub>8</sub>

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \Psi(x, y; d_1) e^{j(2\Pi/\lambda)d_1(ux+vy)} dx dy = \frac{c}{d_1} \Psi^*(u, v; d_2^2/d_1)$$

où  $c$  est une constante complexe.

- P<sub>9</sub>

$$\lim_{d_1 \rightarrow 0} \frac{1}{d_1} \Psi^*(x, y; \frac{d_2^2}{d_1}) = \delta(x, y)$$

Un modulateur lumineux spatial est éclairé par une onde lumineuse monochromatique d'amplitude unité avec un facteur de phase sphérique arbitraire. L'éclairage est représenté par la fonction  $\Psi^*(x, y ; d_1)$  si l'onde est divergente et par  $\Psi(x, y ; d_1)$  si l'onde lumineuse est convergente. Selon le plan  $P_1$  on peut aussi utiliser  $\Psi(x, y ; -d_1)$  pour caractériser une onde sphérique divergente. Cette notation est en accord avec le signe conventionnel adopté en optique géométrique où on considère  $d_1$  négatif lorsque le plan  $P_1$  est l'origine du système de coordonnées.

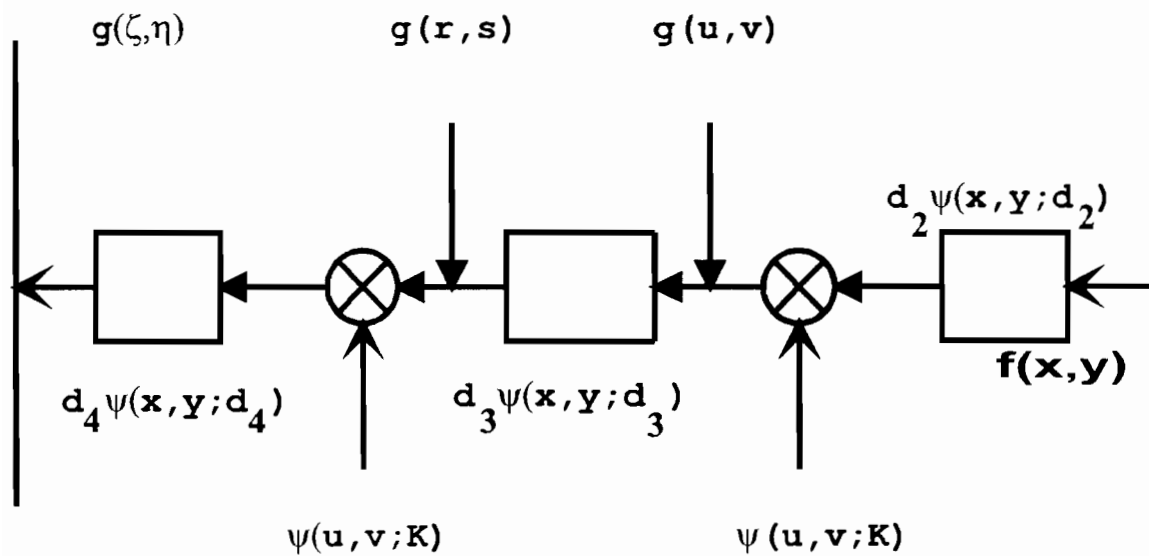


Figure I-3: Bloc Diagramme

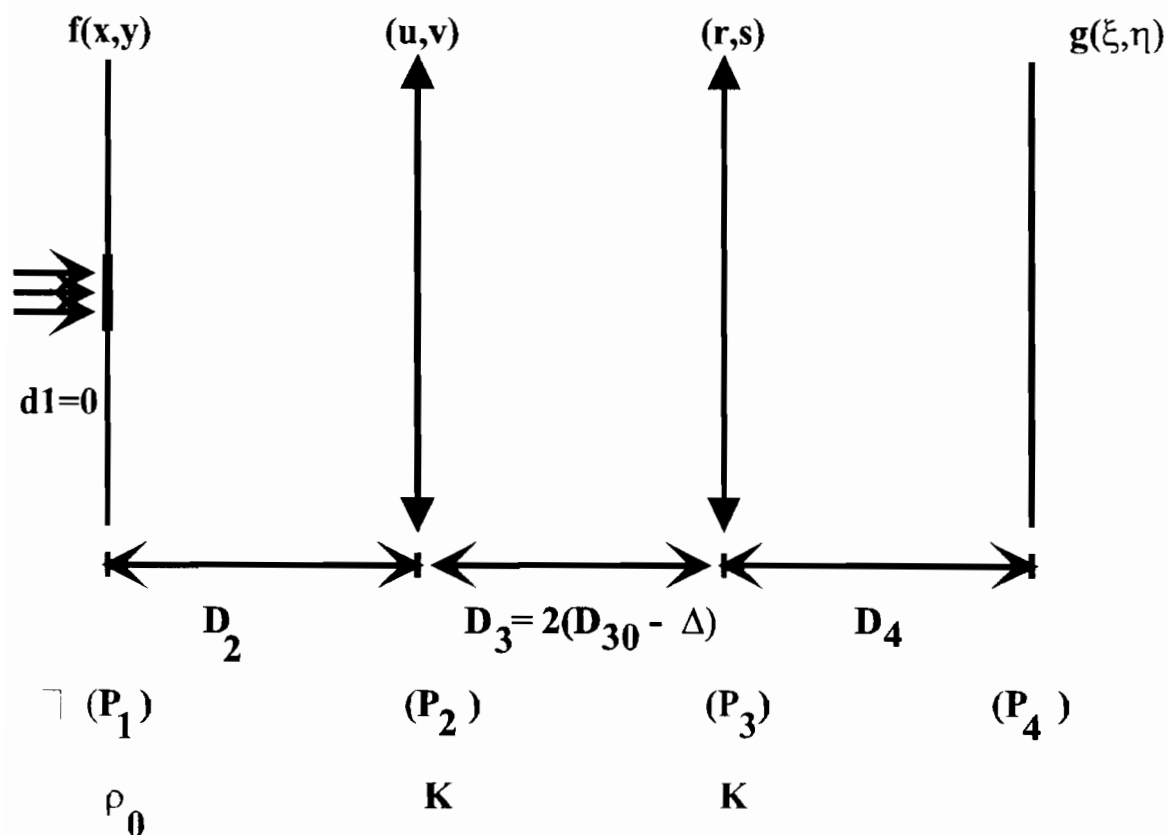


Figure I-4: Figure simplifiée destinée aux calculs.

A partir des blocs diagrammes de la figure I-3 et la figure I-4, on peut écrire les équations suivantes :

$$g(r,s) = \frac{d_2 d_3}{\varepsilon} \psi^*(r,s;d_3) \int \psi^*(x,y;d_2) f(x,y) \psi[x+mr, y+ms; \frac{d_2^2}{\varepsilon}] dx dy \quad (I.1)$$

D'après les propriétés de la fonction  $\psi(x,y;d)$ , [6], on peut écrire:

$$\psi[x+mr, y+ms; \frac{d_2^2}{\varepsilon}] = \psi[x,y; \frac{d_2^2}{\varepsilon}] \psi[r,s; \frac{m^2 d_2^2}{\varepsilon}] \exp[2j\beta m \frac{d_2^2}{\varepsilon} (rx+sy)] \quad (I.2)$$

d'où

$$g(r,s) = \frac{d_2 d_3}{\varepsilon} \psi^*(r,s;d_3) \int_{P_1} f(x,y) * \psi^*[x,y;d_2 - \frac{d_2^2}{\varepsilon}] \psi[r,s; \frac{m^2 d_2^2}{\varepsilon}] \exp[2j\beta m \frac{d_2^2}{\varepsilon} (rx+sy)] dx dy \quad (I.3)$$

Par conséquent

$$g(r,s) = \frac{d_2 d_3}{\varepsilon} \psi(r,s;d_3 - \frac{m^2 d_2^2}{\varepsilon}) \int_{P_1} f(x,y) * \psi^*[x,y;d_2 - \frac{d_2^2}{\varepsilon}] * \psi[r,s; \frac{m^2 d_2^2}{\varepsilon}] \exp[2j\beta m \frac{d_2^2}{\varepsilon} (rx+sy)] dx dy \quad (I.4)$$

La fonction  $g(\xi,\eta)$  représentant l'image finale s'écrit.

$$g(\xi,\eta) = d_4 \int_{P_3} g(r,s) \psi(r,s;K) \psi^*(r,s;d_4) * \psi^*[\xi,\eta;d_4] \exp[2j\beta d_4 (r\xi+s\eta)] dr ds \quad (I.5)$$

En appliquant les propriétés de la fonction  $\psi(x,y;d)$ , [6], on obtient:

$$g[\xi,\eta] = \frac{d_2 d_3 d_4}{\varepsilon} \psi^*[\xi,\eta;d_4] \int_{P_3} \psi^*[r,s;d_3 - \frac{m^2 d_2^2}{\varepsilon} + d_4 - K] * \exp[2j\beta d_4 (r\xi+s\eta)] \int_{P_1} f(x,y) \psi^*[x,y;d_2 - \frac{d_2^2}{\varepsilon}] * \exp[2j\beta m \frac{d_2^2}{\varepsilon} (rx+sy)] dx dy dr ds \quad (I.6)$$

Les applications suivantes nous permettent de faire des changements de variables

$$(\xi, \eta) \longrightarrow (t, \psi) ; (r, s) \longrightarrow (r, \varphi) ; (x, y) \longrightarrow (\rho, \theta)$$

**Posons**

$$t^2 = \xi^2 + \eta^2;$$

$$\xi = t \cos \psi;$$

$$\eta = t \sin \psi;$$

$$\psi = \operatorname{arctg}\left(\frac{\eta}{\xi}\right); \text{ ensuite}$$

$$s_1 = r \sin \varphi$$

$$r_1 = r \cos \varphi$$

$$r^2 = r_1^2 + s_1^2$$

**Posons , pour ne pas traîner les indices dans les intégrales.**

$$r = r_1$$

**d'où**

$$r^2 = r^2 + s^2;$$

$$r = r \cos \varphi;$$

$$s = r \sin \varphi;$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{s}{r}\right)$$

**Enfin**

$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

$$x = \rho \cos \theta$$

$$y = \rho \sin \theta$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$$



d'où

Appelons  $A$  l'intégrale contenue dans l'équation (I.4), soit :

$$A = \int_{P_1} f(x, y) \psi^* \left[ \mathbf{x}, y; d_2 - \frac{d_2^2}{\varepsilon} \right] \exp \left[ 2j\beta m \frac{d_2^2}{\varepsilon} (rx + sy) \right] dx dy \quad (I.7)$$

D'où en fonction des nouvelles variables, on obtient.

$$A = \int_0^{\rho_0} \rho \exp \left[ -j\beta \left( d_2 - \frac{d_2^2}{\varepsilon} \right) \rho^2 \right] \int_0^{2\pi} \exp \left[ 2j\beta m \frac{d_2^2}{\varepsilon} (\cos\theta \cos\varphi + \sin\theta \sin\varphi) \right] d\theta d\rho \quad (I.8)$$

$$= \int_0^{\rho_0} \rho \exp \left[ -j\beta \left( d_2 - \frac{d_2^2}{\varepsilon} \right) \rho^2 \right] \int_0^{2\pi} \exp \left[ 2j\beta m \frac{d_2^2}{\varepsilon} \cos(\theta - \varphi) \right] d\theta d\rho \quad (I.9)$$

Ce qui conduit à l'expression suivante :

$$A = 2\pi \int_0^{\rho_0} \rho \exp \left[ -j\beta \left( d_2 - \frac{d_2^2}{\varepsilon} \right) \rho^2 \right] J_0 \left( 2m\beta \frac{d_2^2}{\varepsilon} r\rho \right) d\rho \quad (I.10)$$

où

$$J_0 \left( 2m\beta \frac{d_2^2}{\varepsilon} r\rho \right) = \int_0^{2\pi} \exp \left[ 2j\beta m \frac{d_2^2}{\varepsilon} \cos(\theta - \varphi) \right] d\theta$$

Revenons aux expressions (I.4) , (I.6) et (I.10), ensuite, en utilisant les nouvelles variables, posons :

$$B = \int_{P_3} \psi^* \left[ \mathbf{r}, s; d_3 - \frac{m^2 d_2^2}{\varepsilon} + d_4 - K \right] \exp \left[ 2j\beta d_4 (r\xi + s\eta) \right] * A * dr ds \quad (I.11)$$

$$B = \int_0^{\infty} r \exp[-j\beta(d_3+d_4-K-\frac{m^2 d_2^2}{\varepsilon})r^2] * \int_0^{2\pi} [\exp[2j\beta d_4 (\cos \varphi \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi)]d\varphi] A dr \quad (I.12)$$

$$B = \int_0^{\infty} r \exp[-j\beta(d_3+d_4-K-\frac{m^2 d_2^2}{\varepsilon})r^2] * \int_0^{2\pi} \exp[2j\beta d_4 \cos(\varphi - \psi)]d\varphi A dr \quad (I.13)$$

$$B = 2\pi \int_0^{\infty} r \exp[-j\beta(d_3+d_4-K-\frac{m^2 d_2^2}{\varepsilon})r^2] * J_0(2\beta d_4 r t) A dr \quad (I.14)$$

Avec:

$$J_0(2\beta d_4 r t) = \int_0^{2\pi} \exp[2j\beta d_4 \cos(\varphi - \psi)]d\varphi \quad (I.15)$$

Introduisons la fonction

$$g(t) = \frac{d_2 d_3 d_4}{\varepsilon} B$$

D'après les équations (I.10) et (I.14), on peut écrire:

$$|g(t)| = \left| \frac{d_2 d_3 d_4}{\varepsilon} (2\pi)^2 \int_0^{\infty} [b_1 r \int_0^{\rho_0} c \rho d\rho] dr \right| \quad (I.16)$$

où

$$b_1 = \exp[-j\beta(d_3+d_4-K-\frac{m^2 d_2^2}{\varepsilon})r^2] J_0(2\beta d_4 r t) \quad (I.17)$$

$$c = \exp[-j\beta(d_2-\frac{d_2^2}{\varepsilon})\rho^2] J_0[2\beta m \frac{d_2^2}{\varepsilon} r \rho] \quad (I.18)$$

$$\text{En prenant } d_2 = d_4; m = \frac{d_3}{d_2}; \varepsilon = d_3 + d_2 - K \quad (I.19)$$

L'expression de

$$|g(t)|$$

se simplifie comme suit :

$$|g(t)| = \left| \frac{d_2^2 d_3}{\varepsilon} (2\pi)^2 \int_0^\infty [b_1 r \int_0^{\rho_0} c \rho d\rho] dr \right| \quad (I.20)$$

où

$$b_1 = \exp[-j\beta r^2 (d_3 + d_2 - K - \frac{m^2 d_2^2}{\varepsilon})] J_0(2\beta d_2 r t) \quad (I.21)$$

on peut écrire encore

$$b_1 = \exp[j\beta r^2 (-d_3 - d_2 + K + \frac{d_3^2}{\varepsilon})] J_0(2\beta d_2 r t), \quad (I.22)$$

$$b_1 = \exp[j\beta r^2 (-\varepsilon + \frac{d_3^2}{\varepsilon})] J_0(2\beta d_2 r t) \quad (I.23)$$

Cette expression peut enfin s'écrire :

$$b_1 = \exp[j\beta r^2 \varepsilon (\frac{d_3^2}{\varepsilon} - 1)] * J_0[2\beta d_2 r t] \quad (I.24)$$

Dans les mêmes conditions, l'expression de c devient :

$$c = \exp[j\beta \rho^2 d_2 (\frac{d_2}{\varepsilon} - 1)] * J_0[2\beta d_2 \frac{d_3}{\varepsilon} r \rho] \quad (I.25)$$

en posant

$$a_1 = (2\pi)^2 \left( \frac{d_2^2 d_3}{\varepsilon} \right) \quad (1.26)$$

La fonction  $g(t)$  est donnée par l'expression :

$$|g(t)| = \left| a_1 \cdot \int_0^\infty \left[ b_1 \cdot r \cdot \int_0^{\rho_0} C \cdot \rho \cdot d\rho \right] dr \right| \quad (1.27)$$

Il est ainsi possible par calcul numérique de prévoir les valeurs de la fonction  $|g(\xi, \eta)|^2$ .

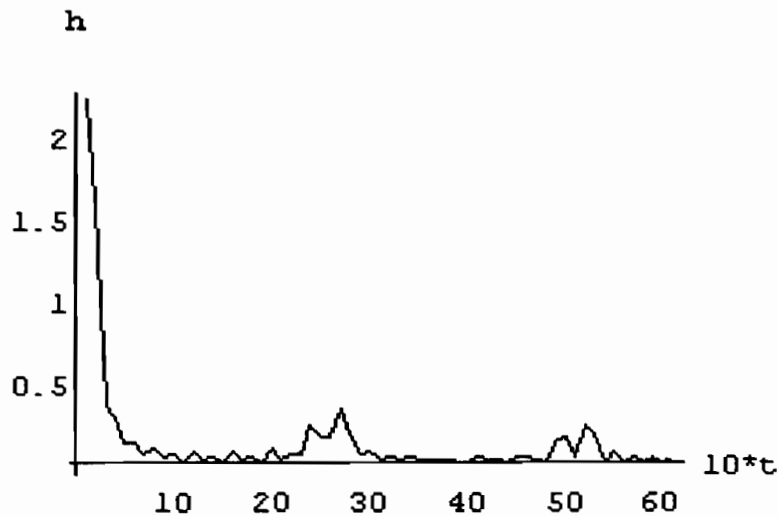
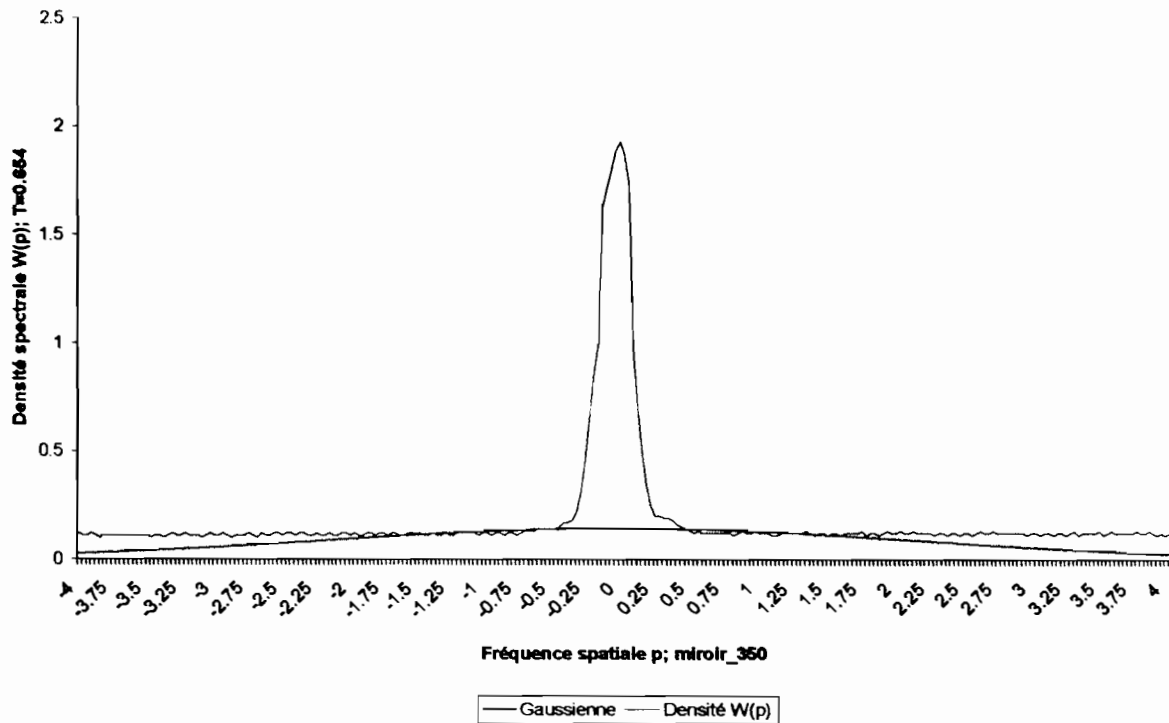


Figure I-5 : Le graphe de  $|g(\xi, \eta)|^2$  obtenu par simulation, où  $h = 10^{3*} \text{Abs}[g(t)]$

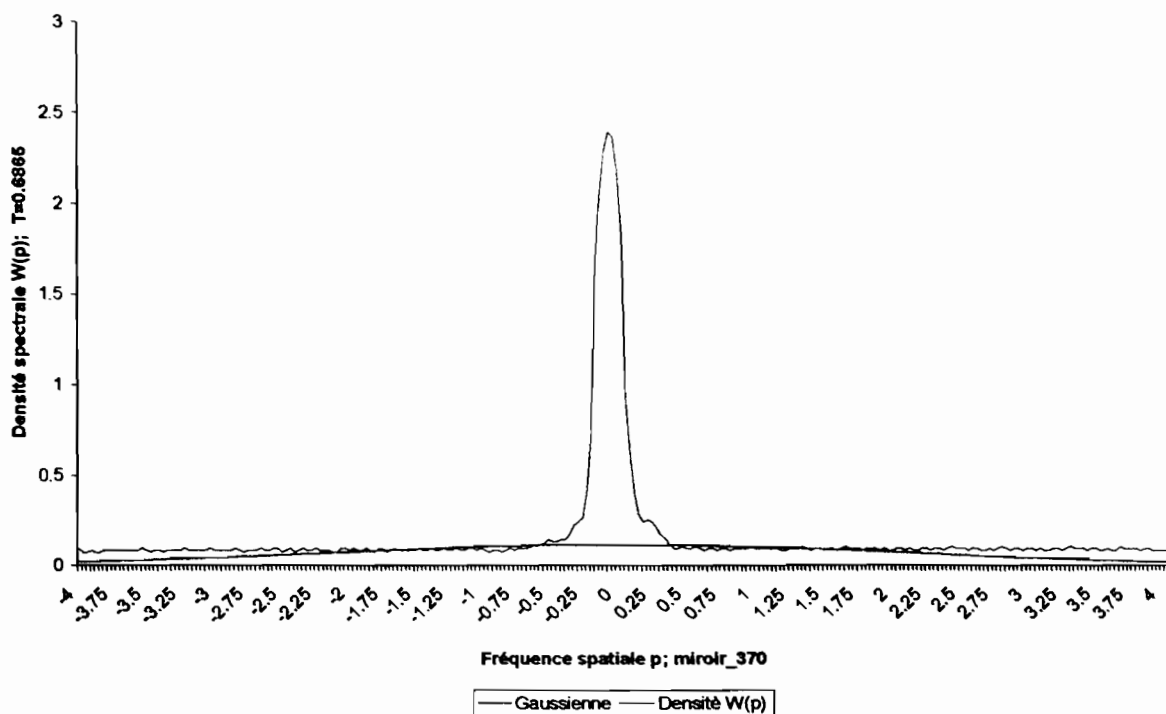
$h$  représente théoriquement ici la fonction  $|g(\xi, \eta)|^2$  en fonction de  $t$ ; il correspond à la moitié de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$ , voir figures I-6a et I-6b. La figure I-5 est une courbe théorique tandis que les figures I-6a et I-6b sont les courbes expérimentales.

**Figure 5a : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$ : cas du miroir fraisage unité**



Les figures I-6a et I-6b sont obtenues expérimentalement. On peut donc dire que les résultats de la simulation et ceux de l'expérience sont en parfaits

**Figure 5b: Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence  $p$ : cas du miroir; fraisage unité**



accord. Ce qui démontre la validité de la théorie.

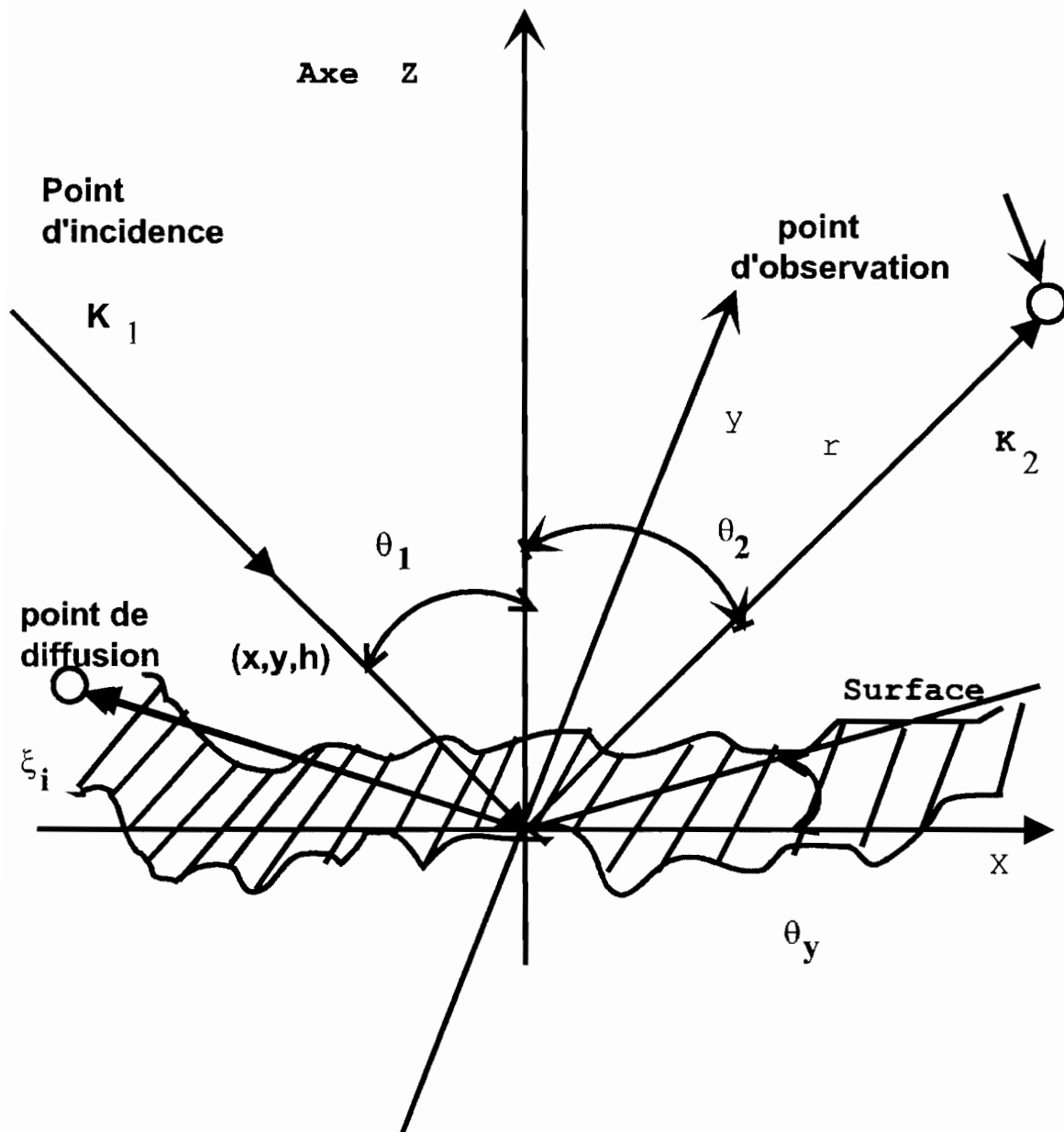


Figure II-1: Représentation d'une surface rugueuse

La méthode de caractérisation de la rugosité utilisée ici consiste à mesurer la distribution angulaire du flux de lumière diffusée par la surface étudiée, lorsqu'elle est éclairée par un faisceau lumineux monochromatique sous incidence oblique.

## II.1 Facteurs "Horizontal" et "Vertical" d'une surface rugueuse

Les paramètres horizontaux et verticaux déterminent le profil d'une surface rugueuse. Cette dernière est caractérisée par ses propriétés géométriques, à la fois "VERTICALE" et "HORIZONTALE" ( voir figure II-2).



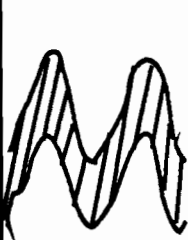
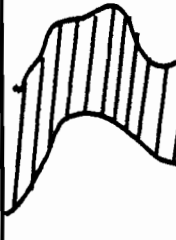
Effet	Type de surface	Période courte	Période longue
Horizontalité (période)	Surface lisse		
Verticalité Amplitude	Surface Rugueuse		

Figure II-2: Facteurs horizontale et vertical définissant la rugosité d'une surface [1].

Pour mesurer les paramètres d'une surface rugueuse, un dispositif optique basé sur la méthode de la diffusion de la lumière pourrait répondre à nos exigences. Ce dispositif permettra de mesurer deux paramètres

**statistiques caractérisant la rugosité superficielle : l'écart-type moyen de rugosité  $\sigma_0^2$  et la longueur de corrélation T.**

**La propriété géométrique verticale est caractérisée par l'écart-type moyen de rugosité. Pour un profil de surface à une dimension  $\xi(x)$ , de moyenne nulle par rapport à un niveau de référence donnée, il est défini par la relation suivante :**

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \xi^2(x) dx = C(x, y) = \int_0^\infty W(q) dq \quad (\text{II.3})$$

**L est la longueur de la surface:**

**C(x, y) étant la fonction d'autocorrélation du profil de surface  $\xi$ ; il est évident qu'à l'origine cette fonction a pour valeur  $\sigma_0^2$ .**

**W(q), la densité spectrale pour la "fréquence spatiale q".**

**$\sigma$  est également appelé dans la littérature scientifique, hauteur quadratique moyenne. Il représente la valeur moyenne des carrés des écarts  $\xi_i$  par rapport à la surface moyenne. Il a pour expression sous forme discrète :**

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i^2} \quad (\text{II.4})$$

**Où :**

- n est le nombre de points de mesures ;
- et  $\xi_i$  , la hauteur du point i de la surface considérée par rapport au plan moyen, voir figure II-1.



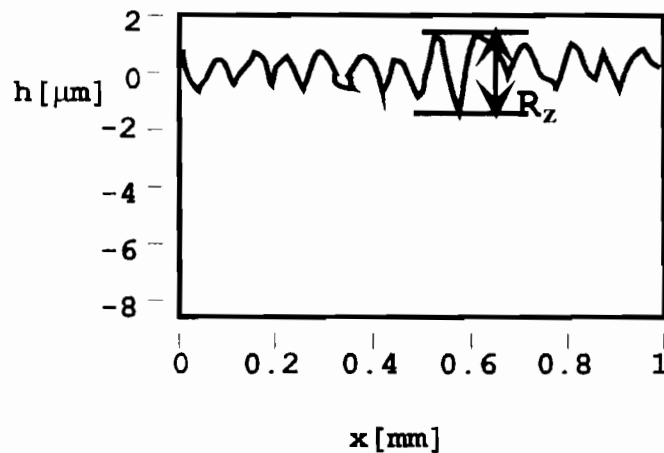


Figure II-3: Profil de surface avec une distribution gaussienne.  $R_a = 0,56\text{mm}$ ;  
 écart-type  $R_q = s_0 = 0,60\text{mm}$ ;  
 skewness:  $R_{sk} = -0,24$ ;  
 kurtosis:  $R_{ku} = 2,82$ ;  
 grandeur du pic maximum  $R_z = 3,60\text{mm}$ .

Dans le but de décrire la rugosité de la surface, ISO 4287 a défini les paramètres suivants :

- La rugosité moyenne  $R_a$ .
- L'écart-type de rugosité  $\sigma = \text{RMS} = R_q$ .
- La hauteur maximale du plus grand pic (crête)  $R_z$ .
- Le «skewness»  $R_{sk}$  qui est une mesure de l'asymétrie des valeurs de la fonction de la densité de probabilité.
- Le kurtosis  $R_{ku}$  est une mesure de la finesse (ou du contraste) des valeurs de la fonction de la densité de probabilité.
- TIS = Total Integrated Scatter.
- 

$$TIS = \frac{\text{Lumière réfléchie dans la direction spéculaire}}{\text{Lumière réfléchie totale}}$$

(II.5)

$$TIS = \exp \left[ - \left( \frac{4\pi}{\lambda} R_q \right)^2 \right] = \exp \left[ - \left( \frac{4\pi}{\lambda} \sigma \right)^2 \right] \quad (\text{II.6})$$

Les deux paramètres  $R_{sk}$  et  $R_{ku}$  sont fortement influencés par des pics isolés ou des valeurs isolées.

Rappelons les définitions suivantes données par ISO 4287:

$$R_a = \frac{1}{L} \int_0^L |\xi(x) - \bar{\xi}| dx \cong \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\xi_i - \bar{\xi}| \quad (\text{II.7})$$

$$RMS = \sigma = R_q = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L (\xi(x) - \bar{\xi})^2 dx} \cong \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\xi_i - \bar{\xi})^2} \quad (\text{II.8})$$

$$R_{sk} = \frac{1}{R_q^3} \frac{1}{L} \int_0^L \xi^3(x) dx = \frac{1}{\sigma^3} \frac{1}{L} \int_0^L \xi^3(x) dx \quad (\text{II.9})$$

Ensuite :

$R_{ku}$  est le kurtosis d'une série de données. Il caractérise la forme de pic (crête) ou l'aplatissement relatif d'une distribution comparée à une distribution normale.

$R_z$  est définie comme la hauteur maximale du profil de la surface dans la longueur d'échantillonnage.

La théorie de la diffusion de la lumière permet de déterminer avec une approximation du premier ordre la hauteur quadratique moyenne des rugosités d'une surface supposée exempte d'irrégularités et de défauts inhomogènes. D'un point de vue statistique, pour tout point  $i$  d'une surface  $S$  repéré par ses coordonnées  $(x, y)$ , on définit une hauteur  $z_i = \xi(x, y)$  par rapport à un plan moyen de la surface tel que

$$\bar{\xi} = 0 \quad (\text{II.10})$$

Une fonction d'autocorrélation de cette surface, supposée statistiquement homogène et isotrope, décrit le lien statistique existant entre les points  $\xi(x, y)$ . Elle a pour expression :

$$C(x, y) = E[\xi(x', y') * \xi(x'+x, y'+y)] = \lim_{S \rightarrow \infty} \frac{1}{S} \iint_S \xi(x', y') * \xi(x'+x, y'+y) dx' dy' \quad (II.11)$$

Dans la plupart des cas, la fonction d'autocorrélation  $C(x, y)$  a été supposée gaussienne mais certains travaux, pour déterminer cette fonction, ont montré qu'elle pouvait très bien être approchée par un modèle exponentiel et même par une combinaison de deux modèles [5-6]. Dans le cas où la fonction d'autocorrélation est gaussienne, l'expression (II.11) s'écrit :

$$C(x, y) = \sigma^2 \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{T^2}\right] \quad (II.12)$$

La propriété géométrique horizontale est caractérisée par la longueur de corrélation  $T$ . Elle est définie de différentes manières dans la littérature. Dans cette étude nous prenons pour la valeur de  $T$ , celle définie comme étant la distance pour laquelle  $C(x, y)$  passe de sa valeur maximale  $C(0,0)$  à la valeur  $[C(0, 0)]/e$ .

On parle alors de longueur de corrélation à  $1/e$  .

$\sigma$  est déterminé par la valeur maximale de  $C(x, y)$ , c'est à dire à l'origine,

$$C(0,0) = \sigma^2 = \bar{\xi}^2 \quad (II.13)$$

C'est ce paramètre qui permet d'évaluer la hauteur de rugosité.

La longueur de corrélation  $T$  d'un profil à "caractère statistique", est la plus petite largeur d'une portion de la surface en moyenne, qui possède toutes les caractéristiques statistiques de l'ensemble du profil. Elle est comparable à la période d'un profil de surface à "caractère déterministe".

Il y a seulement une dizaine d'années, qu'une théorie [6] faisant intervenir le spectre de rugosité  $H(k)$ , transformée de Fourier de  $C(x, y)$ , a permis de considérer les deux paramètres  $T$  et  $\sigma$

(II.14)

$$H(\bar{k}) = TF[C(x, y)]$$

où :

TF désigne la transformation de Fourier.

Il a été montré que la transformée de Fourier  $H(\vec{k})$  de la fonction d'autocorrélation  $C(x,y)$  est égale au module de la transformée de Fourier  $V(\Delta\vec{k})$  de la fonction  $\xi(x, y)$ , [ 5 ], c'est à dire :

$$H(\vec{k}) = \left| V(\Delta\vec{k}) \right|^2 = TF[C(x, y)] \quad (\text{II.15})$$

où :

$$V(\Delta\vec{k}) = TF[\xi(x, y)] \quad (\text{II.16})$$

où

$\Delta\vec{k}$

a pour composante  $(\Delta k_x, \Delta k_y)$ , c'est la différence entre le vecteur d'onde incidente et celui d'onde réfléchi.

$$\left| \Delta\vec{k} \right| = \Delta k = \left| \frac{\omega}{c} (\sin \theta_i - \sin \theta_s) \right| \quad (\text{II.17})$$

où :

$\theta_i$  est l'angle d'incidence compté par rapport à la normale à la surface.

$\theta_s$  est l'angle d'observation.

$\lambda$  est la longueur d'onde incidente.

$\omega$  est la pulsation de la lumière incidente

$c$  est la vitesse de la lumière dans le milieu considéré.

et

$$\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

(II.18)

Pour des rugosités faibles devant la longueur d'onde incidente ( $\sigma \ll \lambda$ ) nous pouvons relier la rugosité de la surface à la lumière diffusée pour la polarisation S de la lumière incidente à travers l'expression suivante :

$$\frac{d I_{ss}}{I_i d\Omega} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^4 \frac{1}{4 \cos \theta_i} |U_{ss}|^2 |V(\Delta k)|^2$$

(II.19)

Où :

$$\frac{d I_{ss}}{d\Omega}$$

est le flux diffusé par angle solide ;

 $dI_{ss}$  est le flux diffusé ; $I_i$  est le flux incident ; $d\Omega = \sin\theta_s d\theta_s d\varphi_s$  $U_{ss}$  représente la fonction dipôle qui a pour expression :

$$U_{ss} = \frac{4(\varepsilon - 1) \cos \theta_i \cos \theta_s}{\left( \cos \theta_i + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_i} \right) \left( \cos \theta_s + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta_s} \right)}$$

(II.20)

Dans le cas où la permittivité diélectrique  $\varepsilon$  est telle que  $|\varepsilon| \gg 1$ , cette fonction dipôle se simplifie et ne dépend plus de  $\varepsilon$ , alors :

$$U_{ss} \cong 4 \cos \theta_i \cos \theta_s$$

(II.21)

En remplaçant  $U_{ss}$  par sa valeur dans l'expression (II.19), on obtient :

$$\frac{d I_{ss}}{I_i d\Omega} = \left[\frac{\omega}{c}\right]^4 4 \cos \theta_i \cos^2 \theta_s |V(\Delta k)|^2$$

(II.23)

La figure II-4 représente la courbe de variation de

$$\frac{d I_s}{I_i d\Omega}$$

en fonction de  $\theta_s$  . De l'analyse de cette courbe, nous avons déduit que

$$\frac{d I_s}{I_i d\Omega}$$

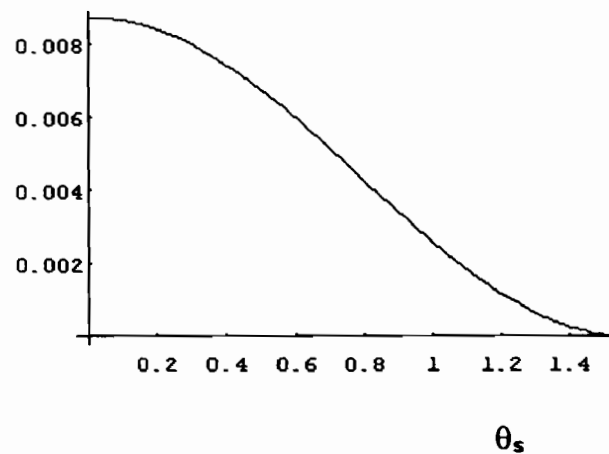


Figure II-4: Représentation de la courbe

$$\frac{d I_s}{I_i d\Omega}$$

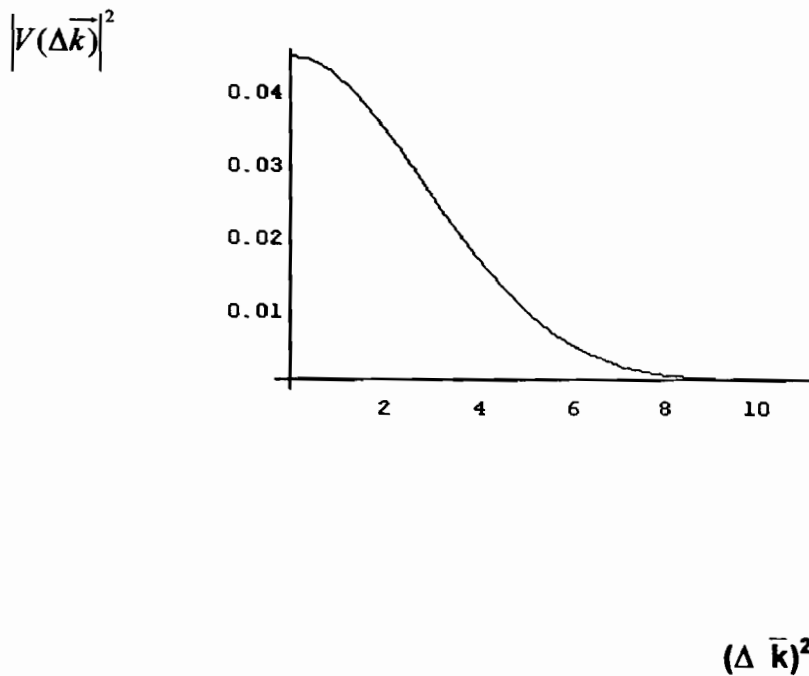
en fonction  $\theta_s$  .

Partant de l'expression (II.12) et de l'analyse de la figure II-4, nous avons déduit que :

$$|\mathcal{V}(\Delta\vec{k})|^2 = \frac{1}{4\pi} T^2 \sigma^2 \exp\left[-\frac{T^2(\Delta k)^2}{4}\right]$$

(II.24)

La figure II-5, montre la variation de  $|V(\bar{\Delta} \bar{k})|^2$  en fonction de  $(\Delta \bar{k})^2$



La figure II-5: Variation de  $|V(\bar{\Delta} \bar{k})|^2$  en fonction de  $(\Delta \bar{k})^2$

En prenant le logarithme népérien de l'expression (II.24), on obtient une équation de la forme :

$$\text{Ln}|V(\Delta \bar{k})|^2 = -a(\Delta \bar{k})^2 + b \quad (\text{II.25})$$

dont la partie linéaire est prévue par la théorie, a et b sont des constantes qu'on peut déterminer expérimentalement. Dans cette méthode seules les mesures correspondantes à un domaine angulaire d'observation suffisamment éloigné de la réflexion spéculaire seront exploitées pour déterminer les caractéristiques de la rugosité de surface. Ainsi, nous tenons compte de l'augmentation rapide de la puissance de la lumière au fur et à mesure qu'on se rapproche de la réflexion spéculaire. Les meilleures droites exprimées sous la forme (II.25) et approchant les points expérimentaux  $(\Delta k^2, \text{Ln}|V(\Delta k)|^2)$  calculés à partir des expressions (II.17) et (II.23), permettent de déterminer T et  $\sigma$ .

$$T = 2\sqrt{a} \quad (\text{II.26})$$

et

$$\sigma = \frac{2\sqrt{\pi} |V(\vec{0})|}{T} = \sqrt{\frac{\pi \exp(b)}{a}}$$

Il faut garder à l'esprit que les paramètres  $T$  et  $\sigma$  sont caractéristiques d'une rugosité dont la distribution serait statistiquement isotrope et homogène et d'allure gaussienne, ce qui n'est pas en général le cas d'une surface polie. La grande incertitude sur la moyenne de  $\sigma$  révèle une inhomogénéité de rugosité de l'échantillon d'acier beaucoup plus grande que celle des échantillons d'aluminium et d'étain. Ce qui peut être confirmé par l'observation au microscope ou même à l'œil nu.

## II.2. Critère de Rayleigh ou critère de rugosité "verticale"

Une onde électromagnétique de longueur d'onde  $\lambda$  et de vecteur d'onde

$$|\vec{k}| = k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

(II.27)

arrive sur une surface faiblement rugueuse avec un angle incident  $\theta_i$  par rapport à la normale. L'onde diffusée fait un angle  $\theta_s$  par rapport à la normale tandis que l'angle azimutal est  $\phi_s$ . Puisque les mesures sont effectuées dans le plan incident, alors l'angle azimutal  $\phi_s$  est égal à zéro. Les propriétés de la lumière diffusée par une surface proviennent des principes suivants:

- a) La différence de phase  $\Delta\varphi$  entre deux faisceaux lumineux voisins et parallèles, réfléchis de manière spéculaire par une surface ayant deux niveaux différents de distance  $h$ , est exprimée par la relation suivante :

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} h \cos\theta_i$$

(II.28)

Lorsque  $\Delta\varphi$  est faible, il relate une perte de luminosité dans la direction spéculaire. Pour des raisons de conservation d'énergie, la perte d'intensité dans la direction spéculaire doit être déduite de l'intensité totale diffusée, (TIS), bien qu'une absorption surfacique additionnelle possible n'est pas tenue en compte ici. Nous pouvons conclure partiellement que l'intensité totale diffusée (TIS) est une fonction croissante de  $(\sigma/\lambda)\cos\theta_i$ , où  $\sigma$  est l'écart-type de rugosité.



b) L'équation du réseau doit être satisfaite pour chaque composante de Fourier de la surface rugueuse. En effet, lorsque la lumière tombe sur une surface parfaitement lisse et hautement conductrice, presque toute l'énergie est réfléchiée dans la direction spéculaire. Si la surface est rugueuse, une partie de la lumière est diffusée en dehors de la direction spéculaire. Pour une surface aléatoirement rugueuse, la lumière diffusée est continûment répartie de manière angulaire; tandis que pour une surface périodiquement rugueuse, elle est divisée en plusieurs pics diffractés, localisés en angles discrets. Pour illustrer ce fait, considérons une lumière incidente tombant sur une surface rugueuse sinusoïdale. La position des pics de diffraction est donnée par la relation du réseau.

(II.29)

$$\sin \theta_m = \sin \theta_i + m \frac{\lambda}{T}$$

où :

$m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots$ , est l'ordre de diffraction.

$T$  est la période spatiale.

$\lambda$  est la longueur d'onde de la lumière.

$\theta_m$  est l'angle de diffraction.

$\theta_i$  est l'angle que le faisceau incident avec la perpendiculaire à la surface de l'échantillon, voir figure II-6 et II-7.

A partir de cette dernière équation, nous constatons que la grandeur de l'intensité diffusée en fonction des différentes valeurs de  $\theta_m$  dépende de  $T$  de telle sorte que la distribution de la lumière diffusée augmente si  $T$  décroît ou bien si l'intensité incidente frôle la droite normale à la surface. La distribution angulaire de l'intensité diffusée  $I(\theta_m)$  sera une fonction de  $\lambda/T$  et de  $\sin \theta_i$ .

Ce résultat intéressant doit être confirmée par une rigoureuse théorie. Pour atteindre ce but, nous devons d'abord spécifier les paramètres de la surface rugueuse.

L'équation (II.29) qui est analogue à la loi de BRAGG dans la diffraction des rayons  $x$  peut être vue comme une expression de conservation du moment linéaire dans le processus de diffusion. La position des différents pics est indépendante de l'épaisseur du réseau. Cependant les intensités des différents pics diffractés dépendent largement de la profondeur du réseau. En général, les intensités des pics successifs dépendent du terme  $(ka)^{2|m|}$

$k = 2\pi/\lambda$  est la valeur du vecteur d'onde incidente. Ce qui signifie que pour une surface rugueuse,  $(ka)^2 \ll 1$ , seuls les pics correspondants aux plus bas ordres  $m = 0, \pm 1$ , doivent être considérés ;  $m = 0$ , correspond naturellement à la réflexion spéculaire, pendant que  $m = \pm 1$  correspond aux deux premiers pics de diffraction. La limitation aux premiers ordres de diffraction a une importante conséquence parce qu'il y a une correspondance stricte entre les pics de diffraction observés et les composantes des ondulations de la surface. Ce qui permet de mesurer les angles de diffraction. Les intensités doivent être traduites directement en information au sujet des longueurs d'ondes et des amplitudes des composantes (termes) de Fourier du contour de la surface. L'intervalle de longueur d'onde de telles composantes, qui peut être explorée par le processus de diffusion, peut être déduite de l'équation du réseau. Considérons  $\theta_i$  et  $\lambda$  constants et  $T$  variable. Lorsque  $T$  devient très grand, alors  $\theta_m \rightarrow \theta_i$ , et l'ordre de diffraction se rabat sur le cône de diffraction du faisceau spéculaire. La limite supérieure nominale de la longueur de corrélation  $T$  est alors le diamètre du spot du faisceau laser. Si  $T$  décroît, les ordres de diffraction se déploient à partir de la direction spéculaire et disparaissent définitivement sur la surface. Cela arrive lorsque  $|\theta_m| = \pi/2$ , c'est à dire au point Rayleigh, où la longueur d'onde du réseau  $T/\lambda$  a une valeur particulière :

$$\left(\frac{T}{\lambda}\right)_{m=\pm|m|} = \frac{|m|}{1 \pm \sin \theta_i} \quad (\text{II.30})$$

La valeur limite nominale détectable de  $T$  est proportionnelle à  $\lambda$ . En pratique cette valeur extrême de  $T$  est d'ailleurs réduite par des considérations expérimentales telles que les valeurs maximales des angles extrêmes d'observation et la résolution angulaire du système de détection.

La distribution angulaire de la lumière diffusée est reliée au caractère horizontal de la rugosité, pendant que l'intensité est reliée au caractère vertical. Dans le but de rendre ces relations quantitatives afin de les appliquer sous des formes plus générales pour la détermination de la rugosité de surface, nous prenons une diffusion formelle d'un vecteur spécifique.

Le critère de Rayleigh pose un problème de quantification de la qualité de l'image. On peut l'interpréter comme suit: pour quelles valeurs de la longueur d'onde  $\lambda$  de la lumière provenant de l'appareil de mesure, de l'écart-type de rugosité  $\sigma_0$  et de l'angle d'incidence  $\theta_i$ , peut-on affirmer qu'une surface est "lisse" ou à l'inverse, "rugueuse" ? On pose ici un problème de séparation des images de deux points lumineux incohérents donnés par un instrument de mesure

Considérons deux rayons lumineux incidents parallèles arrivant sur une surface simple, voir figure II-6. La différence de phase entre les deux rayons est donnée par la relation

$$\Delta\Phi = \frac{4\pi}{\lambda} \sigma_0 \cos\theta_i \quad (\text{II.31})$$

où  $\theta_i$  est l'angle compris entre le rayon incident et la normale à la surface, voir figure II-6.

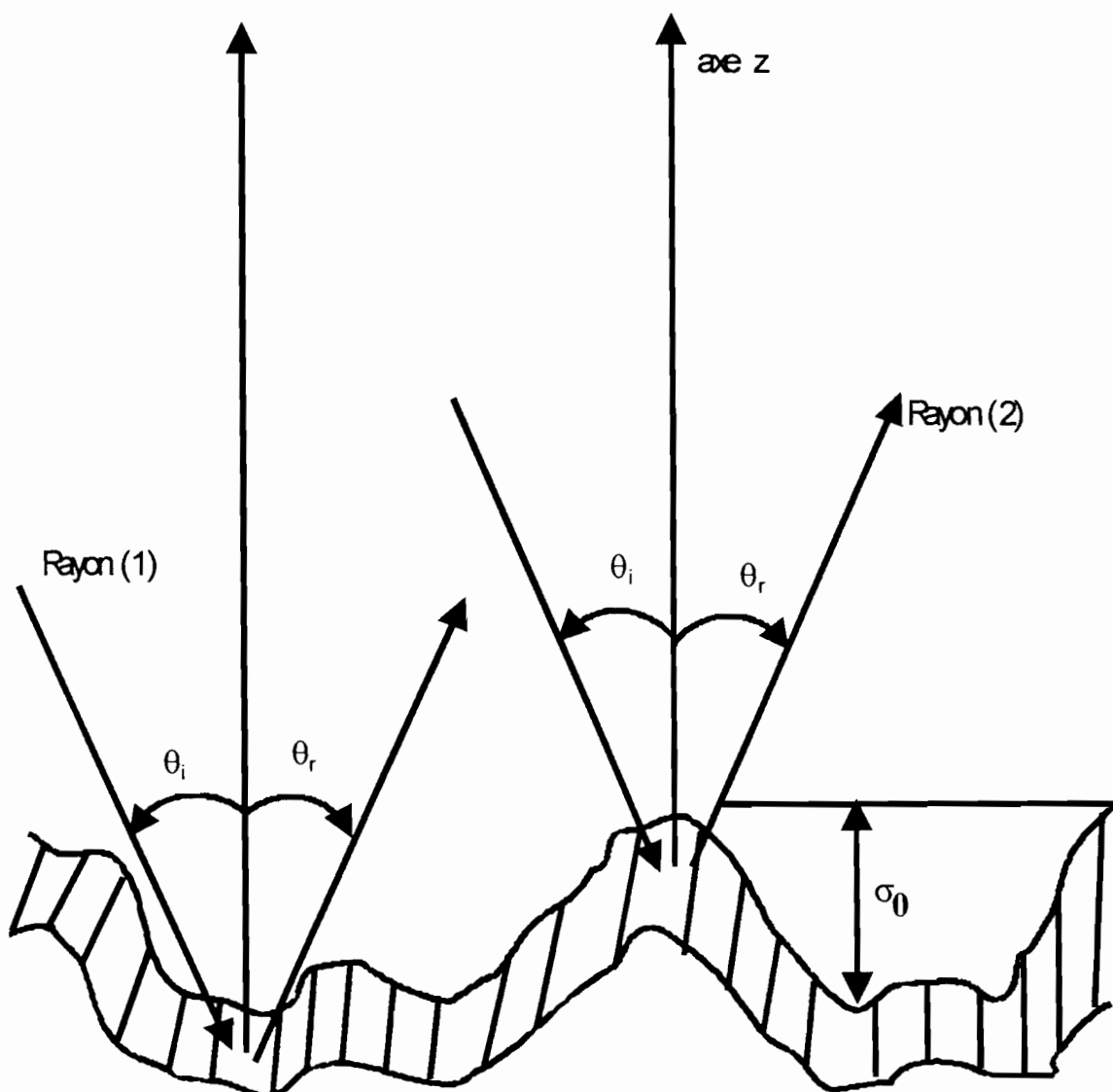


Figure II-6 : Propagation dans le cas où la surface atteinte présente un profil simplifié,

l'amplitude de l'oscillation étant  $\sigma_0$

On admettra en prenant des approximations que cette réflexion est spéculaire, lorsque la surface de l'échantillon est lisse ou parfaitement plane. Si la différence de phase  $\Delta\Phi$ , ou distance angulaire est minimale, donc très faible ( $\Delta\Phi \ll \frac{\pi}{2}$ ).

Dans ces conditions les deux rayons sont en phase et interfèrent de manière constructive . Par contre si la différence de phase croît, les deux rayons interfèrent ou interagissent jusqu'à ce que  $\Delta\Phi = \pi$ . Ils sont alors en opposition de phase. L'interaction devient destructive et l'énergie est redistribuée dans des directions autres que la direction spéculaire. Donc on est en présence d'une surface "très rugueuse". Pour une surface plane, on a:

$$\sigma_0 < \frac{\lambda}{8 \cos \theta_i} \quad (II.32)$$

Le critère de Rayleigh consiste ici, à définir une valeur de la différence de phase ( $\Delta\Phi = \frac{\pi}{2}$ ) qui sépare les deux cas limites...

Le choix de  $\Delta\Phi = \frac{\pi}{2}$  est arbitraire. Il correspond à un cas ni constructif ni destructif sans interaction autre qu'une simple sommation énergétique. Tenant compte de ce fait, ce critère est intéressant en ce sens qu'il permet de dire que la rugosité de la surface "vue" par la source incidente dépend de la longueur d'onde  $\lambda$  et de l'angle d'incidence  $\theta_i$ . La surface est "parfaitement plane" si la condition:  $\frac{\sigma_0}{\lambda} \rightarrow 0$  ou  $\theta_i \rightarrow \frac{\pi}{2}$  est réalisée.

### II.3. Critère de rugosité "horizontale"

Dans ce qui suit nous étudions l'influence des propriétés horizontales des surfaces rugueuses sur le mécanisme de la réflexion de la lumière. A cette fin, nous supposons que la surface est sinusoïdale. En effet, une surface rugueuse peut être considérée comme constituée par la superposition de surfaces sinusoïdales d'amplitudes et de périodes différentes.

Cette approche permet de tenir compte des phénomènes physico-chimiques sous-jacents

La lumière est diffusée angulairement de façon continue si la surface est rugueuse, et diffusée angulairement de façon discrète et localisée si la surface

est sinusoïdale. La longueur de corrélation d'une surface rugueuse est ici "l'équivalent" de la période spatiale,  $T$ , d'une sinusoïde, voir figure II-7.

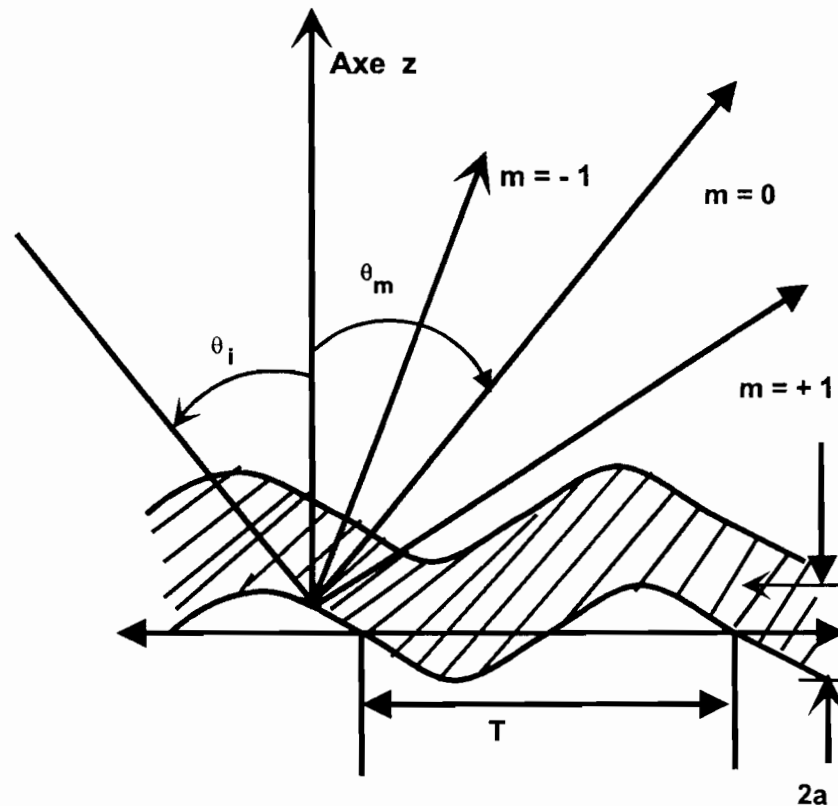


Figure II-7: Représentation des directions angulaires de la diffraction de la lumière par une surface sinusoïdale d'amplitude  $2a$  et de période spatiale  $T$ , [4]

Pour des valeurs faibles de  $\frac{\lambda}{T}$ ; ( $\frac{\lambda}{T} \ll 1$ ), les positions des premiers pics secondaires successifs, (valeurs de  $m$  de l'ordre 1), sont "presque confondues avec celle du pic central ( $m = 0$ ). La surface se comporte alors comme une surface "parfaitement lisse". En effet les pics d'ordre supérieur (valeurs de  $m$  telles que  $\theta_m$  différent de  $\theta_i$ ) ont des intensités maximales qui décroissent rapidement lorsque  $m$  croît et par conséquent, sont difficilement détectables à l'expérience. Par exemple, les intensités du premier et du second pics sont approximativement 20 et 50 fois plus faibles que celle du pic central. La valeur limite de  $T$  est pratiquement imposée par la taille du faisceau incident.

La géométrie du dispositif impose que la valeur absolue de  $\theta_m$  soit inférieure ou égale à  $90^\circ$  ( $|\theta_m| \leq \frac{\pi}{2}$ ). Lorsque  $|\theta_m|$  atteint sa valeur limite  $\frac{\pi}{2}$ , qui est par définition, le point de RAYLEIGH, on peut écrire l'équation suivante:

$$\left[ \frac{T}{\lambda} \right]_{\text{Rayleigh}} = \left[ \frac{T}{\lambda} \right]_{m=\pm 1} = \frac{1}{1 \pm \sin \theta} \quad (\text{II.33})$$

Si  $\frac{T}{\lambda}$  est plus petit que la valeur au point de Rayleigh, aucun pic de diffraction n'apparaît.

La valeur limite inférieure de  $T$  à partir de laquelle le phénomène de diffraction apparaît sur une surface purement sinusoïdale, est de l'ordre de  $\lambda$ . Mais, elle est souvent imposée expérimentalement par la résolution spatiale du système de détection.

#### II-4 Les différentes approches théoriques de la réflexion de la lumière sur les surfaces rugueuses

Dans la littérature il existe plusieurs théories qui traitent des problèmes de réflexion de la lumière par des surfaces rugueuses. Parmi celles-ci, on peut citer:

- a) - La méthode des perturbations qui est basée sur un développement limité du champ réfléchi. Ce développement fait intervenir le rapport

$$\frac{\sigma_0}{\lambda}$$

entre l'écart-type de rugosité  $\sigma_0$  d'une part et la longueur d'onde  $\lambda$  du faisceau incident. Les états de polarisation des champs incident et réfléchi sont pris en compte.

- b) - L'approximation de Kirchhoff

Cette approche est basée sur la linéarisation du champ au voisinage de la surface étudiée, [8], [9].

- c) - La formulation de la diffusion multiple d'onde scalaire

Cette approche est basée sur la résolution de l'équation intégrale de Helmholtz, au moyen d'un développement limité suivant les puissances de  $\sigma_0$ , [10], [11].

Ces trois théories s'appliquent de manière satisfaisante à des surfaces métalliques parfaitement conductrices, comme par exemple l'aluminium. En ce qui concerne l'acier et le laiton, qui sont des alliages, les conclusions quant à leur conductivité sont moins évidentes. Cependant, certains de ces alliages sont parfaitement conducteurs, c'est par exemple le cas de l'alliage cuivre-

**laiton. Nous pouvons donc considérer que globalement, le domaine d'application de toutes ces théories couvre l'ensemble des échantillons (pièces mécaniques) que nous avons étudiés. Parmi ces trois théories, nous choisirons celle de l'approximation de Kirchhoff. Les deux autres théories nous permettront de délimiter les domaines d'applicabilité de l'approximation de Kirchhoff dans le but de valider nos résultats expérimentaux.**

## CHAPITRE III

### L'APPROXIMATION DE KIRCHHOFF

#### III-1. Hypothèse de base

Le domaine d'application de cette théorie est très restreint. En effet, les surfaces étudiées doivent avoir des rayons de courbure plus grands que la longueur d'onde du faisceau incident. D'autre part cette approche ne tient pas compte de l'état de polarisation du faisceau lumineux incident. L'intensité du champ de l'onde diffusée par la surface étudiée peut se décomposer en deux termes multiplicatifs:

- le premier facteur contient les propriétés de surface
- le second facteur, appelé facteur de polarisation ou facteur Q nous renseigne sur les états de la polarisation initiale et finale de l'onde .

La valeur du facteur Q est de l'ordre de 1 au voisinage de la direction spéculaire du champ réfléchi, ce qui permet de calculer le champ réfléchi au voisinage de cette direction, d'où l'intérêt de l'approximation de KIRCHHOFF.

Dans notre montage, les directions d'observation sont assez faibles, de l'ordre de 20 degrés (  $\theta_s \leq 20^\circ$  ) puisque le faisceau lumineux incident attaque la surface des échantillons de façon pratiquement perpendiculaire (  $\theta_i \approx 0$  ) [5].

#### III.2. Equation du champ diffusé

Considérons une onde plane incidente sur une surface rugueuse S de profil  $\xi(x,y)$ , dont le vecteur d'onde appartient au plan (x, z), voir figure III-1.



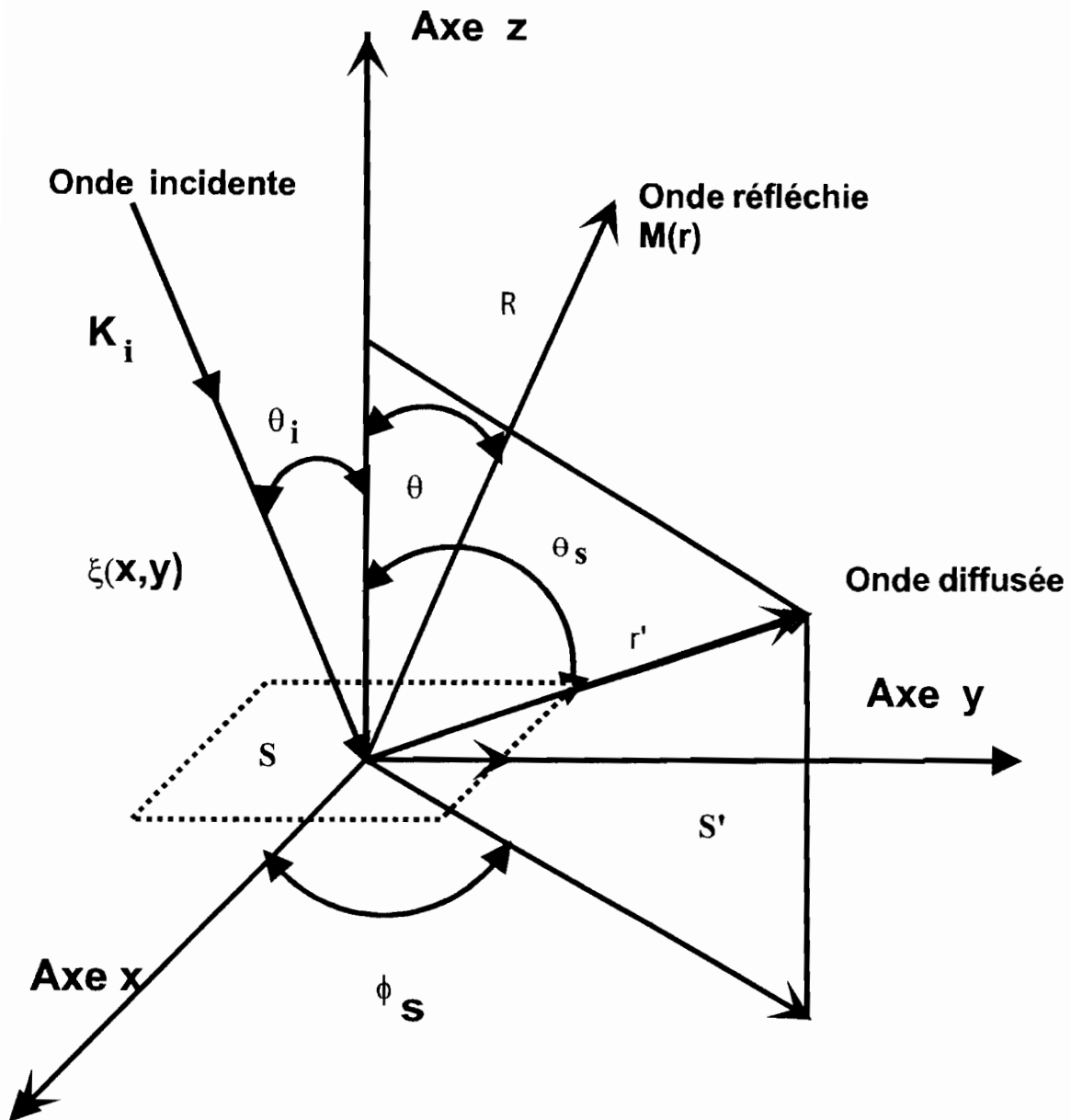


Figure III-1: Onde plane incidente sur un profil  $x(x, y)$

Le champ incident a pour expression:

$$E(\vec{r}) = E_0 \exp(i\beta x - i\gamma z) = E_0 \exp(i\vec{k}_i \cdot \vec{r}) \quad (III.1)$$

où

$$\beta = -k_i \sin\theta_i \quad (\text{III.2})$$

$$\gamma = k_i \cos\theta_i \quad (\text{III.3})$$

D'après le théorème de GREEN, le champ rayonné en un point de l'espace peut être calculé à partir du champ au voisinage de la surface réfléchissante. Sa valeur est donnée par la relation suivante:

$$E(\vec{r}) = \iint_S dS' [ E(\vec{r}') \frac{\partial G_0}{\partial n'}(\vec{r}, \vec{r}') - G_0(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial E(\vec{r}')}{\partial n'} ] \quad (\text{III.4})$$

où:

- S est la surface réfléchissante, c'est la surface en pointillé, sur la figure III-1.
- S' est la surface où se fait la diffusion, voir onde diffusée, figure III-1.
- n' est orthogonale à S.

$$G_0(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\exp(ik_i|\vec{r} - \vec{r}'|)}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (\text{III.5})$$

La relation (III.5) est la fonction de Green et sa dérivée partielle est :

$$\frac{\partial G_0}{\partial n'} = \vec{\nabla} G_0 \cdot \vec{N}' \quad (\text{III.6})$$

où  $\vec{N}'$  est le vecteur unitaire normal à la surface S'.

Le carré du module de  $\vec{r} - \vec{r}'$  est donné par:

$$|\vec{r} - \vec{r}'|^2 = R^2 \left( 1 + \frac{\vec{r}'^2}{R^2} - \frac{2\vec{r} \cdot \vec{r}'}{R^2} \right) \quad (\text{III.7})$$

où R étant le module du vecteur r, voir figures III-1 et III-2.

En prenant la racine carrée et en effectuant un développement limité au premier ordre en  $\frac{r'}{R}$ , on obtient:

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = R \left( 1 - \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}'}{R^2} + \frac{\vec{r}'^2}{2R^2} \right) \quad (\text{III.8})$$

$$\approx R \left( 1 - \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}'}{R^2} \right)$$

Les dimensions latérales de la surface étant petites devant R, on peut écrire:

$$K \frac{\vec{r}}{R} \approx K_d \quad (\text{III.9})$$

K et  $K_d$  sont définis sur la figure III-2.

$\vec{k}_d$  est le vecteur d'onde rayonnée de la radiation considérée.

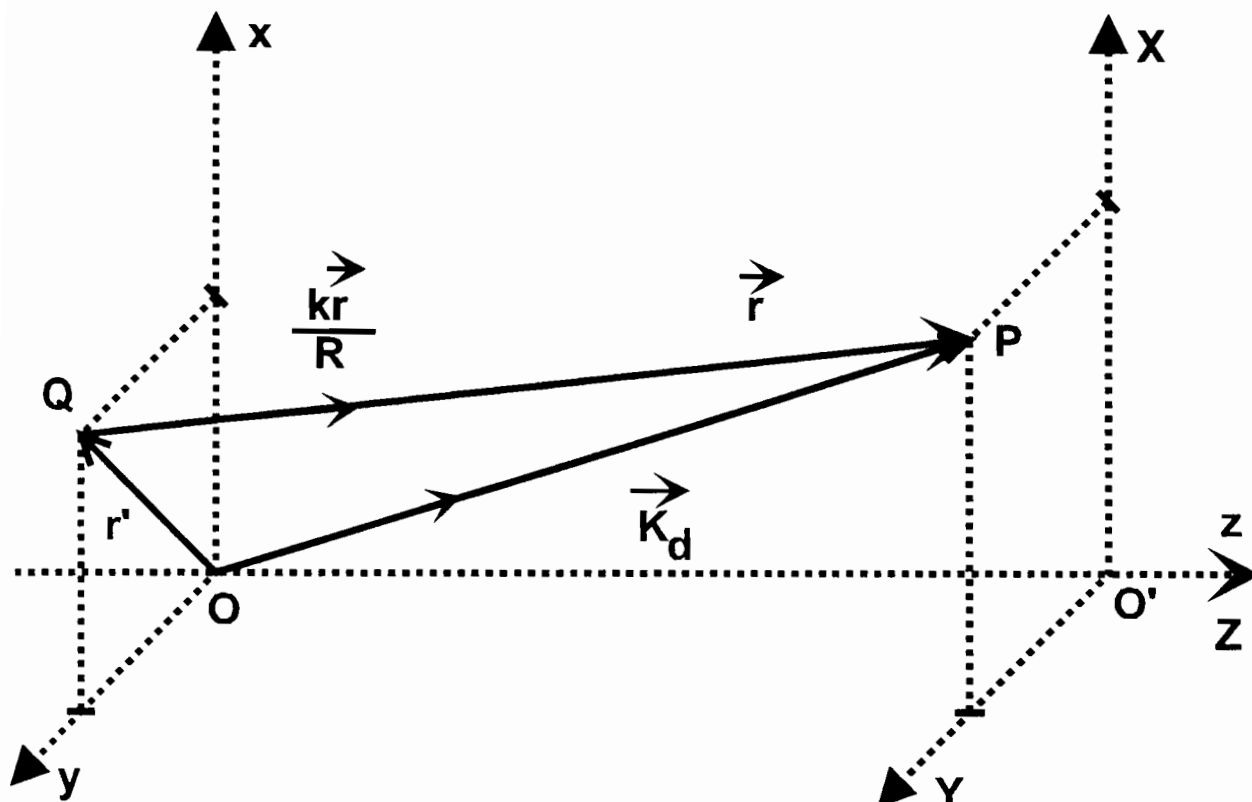


Figure III-2: Définition du vecteur  $\vec{k}_d$

Où

$$\vec{r} - \vec{r}' = \vec{k}_d$$

$$k \frac{\vec{r}}{R} \cong \vec{k}_d$$

Cette approximation conduit à l'expression de la fonction de GREEN :

$$G_0 = \frac{\exp(ik_i |\vec{r} - \vec{r}'|)}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|} \approx \frac{\exp(ikR - i\vec{k}_d \cdot \vec{r}')}{4\pi R} \quad (III.10)$$

La dérivée normale de  $G_0$  s'écrit :

$$\frac{\partial G_0}{\partial n'} \approx i \vec{k}_d \cdot \vec{N} \cdot G_0 \quad (\text{III.12})$$

### III-3. Applicabilité et validité de l'Approximation de Kirchhoff

L'Approximation de Kirchhoff consiste à linéariser localement le champ sur la surface. Par rapport à la longueur d'onde du faisceau incident, la surface a de grands rayons de courbure,  $R \gg \lambda$ . Par hypothèse, le champ local peut être assimilé au champ qui existerait si on remplaçait en chaque point, la surface par son plan tangent. En théorie, ce procédé de linéarisation n'est possible que pour des profils de surface sur lesquels existe en chaque point un plan tangent.

Dans la pratique, il est très rare de trouver des surfaces d'épreuve de type mécanique répondant à ce critère.

Pour des surfaces usinées de type mécanique, comme les échantillons dont nous disposons, l'applicabilité et la validité de l'approximation de Kirchhoff dépendent de la quantité et de la nature des singularités des surfaces à étudier. On appelle singularité toutes les propriétés des régions de la surface (dimensions latérale et verticale) qui ne correspondent pas au critère d'applicabilité de cette approche (profil ayant des points de rebroussement, bosses, ou trous accidentels, etc...)

En appliquant la propriété de linéarisation de l'approximation de Kirchhoff, les expressions du champ sur la surface et de sa dérivée normale peuvent s'écrire :

$$E(\vec{r}') = E_0(\vec{r}')(1+R_f) \quad (\text{III.13})$$

$$\frac{\partial E(\vec{r}')}{\partial n'} = i(\vec{k}_i \cdot \vec{N})E(\vec{r}')(1-R_f) \quad (\text{III.14})$$

où  $R_f$  est le coefficient de réflexion de la surface, obtenu, en général, à partir des relations de continuité des champs au voisinage de la surface. Dans le cas des surfaces à grands rayons de courbure, on admet que  $R_f$  est sensiblement égal au coefficient de réflexion d'une surface plane de même nature.

$$R_f \approx R_{f0} + \Delta R_f \approx R_{f0} \quad (\text{III.15})$$

Où :

$R_{fo}$ , est le coefficient de réflexion de la surface plane en question et  $\Delta R_r$ , la correction due à la rugosité.

En utilisant les équations (III.4) et (III. 1),

$$E(\vec{r}) = \iint_s dS' [ E(\vec{r}') \frac{\partial G_0}{\partial n'}(\vec{r}, \vec{r}') - G_0(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial E(\vec{r}')}{\partial n'} ], \quad (III.16)$$

Avec:

$$E_i(\vec{r}') = E_0 e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}'} \quad (III.17)$$

l'expression générale du champ s'écrit alors :

$$E_i(\vec{r}) = \frac{ie^{ikR}}{4\pi R} \iint_s dS' E_0 e^{i(\vec{k}_i - \vec{k}_d) \cdot \vec{r}'} [R_d(\vec{k}_i - \vec{k}_d)\vec{N} - (\vec{k}_i + \vec{k}_d)\vec{N}] \quad (III.18)$$

Le vecteur  $\vec{k}_i$  est dans le plan (x, z); et  $\vec{k}_d$  dans l'espace (x,y,z), le vecteur  $\vec{k}_d$  est colinéaire au vecteur  $\vec{r}'$ , voir figures III-1 et III-2 . Les composantes de  $\vec{k}_i$  et de  $\vec{k}_d$  sont:

$$\begin{array}{ll} \vec{k}_i = \begin{array}{l} -k \sin \theta_i \\ 0 \\ -k \cos \theta_i \end{array} & \vec{k}_d = \begin{array}{l} k \sin \theta_s \cos \Phi_s \\ k \sin \theta_s \sin \Phi_s \\ k \cos \theta_s \end{array} \end{array} \quad (III.19)$$

où k est une constante positive.

Posons

$\vec{v} = \vec{k}_i - \vec{k}_d$  et  $\vec{w} = \vec{k}_i + \vec{k}_d$ . Les composantes  $v_x, v_y, v_z$  de  $\vec{v}$  et  $w_x, w_y, w_z$  de  $\vec{w}$  sont alors données par :

$$\vec{v} \quad \begin{array}{l} v_x = -k(\sin \theta_s \cos \phi_s + \sin \theta_i) \\ v_y = -k \sin \theta_s \sin \phi_s \\ v_z = -k(\cos \theta_i + \cos \theta_s) \end{array} \quad (III.20)$$

$$\vec{w} \quad \begin{array}{l} w_x = k(\sin \theta_s \cos \theta_s - \sin \theta_i) \\ w_y = k \sin \theta_s \sin \phi_s \\ w_z = k(\cos \theta_s - \cos \theta_i) \end{array} \quad (III.21)$$

L'expression du champ  $E(\vec{r})$  s'écrit alors :

$$E(\vec{r}) = \frac{i \exp(ikR)}{4\pi R} \iint_s dS' [(\vec{v} \cdot \vec{N})R_f - (\vec{w} \cdot \vec{N}) \exp(i\vec{v} \cdot \vec{r}')] \quad (\text{III.22})$$

Où  $R$  est le rayon de courbure de la surface étudiée et

$\vec{r}'$

est un vecteur de module  $R$

Développons les termes  $\vec{v} \cdot \vec{N} dS'$  et  $\vec{w} \cdot \vec{N} dS'$  contenus dans l'expression de  $E(\vec{r}')$ .

Nous savons que  $\vec{N}$  est relié au profil de surface  $\xi(x, y)$  conformément aux relations suivantes:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{N_x}{N_y} \quad (\text{III.23})$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{N_y}{N_z} \quad (\text{III.24})$$

et

$$dS' = \frac{dx' dy'}{N_z} \quad (\text{III.25})$$

Ces relations permettent de calculer  $\vec{v} \cdot \vec{N} dS'$  et  $\vec{w} \cdot \vec{N} dS'$ .

$$\vec{v} \cdot \vec{N} dS' = (-v_x \frac{\partial \xi}{\partial x} - v_y \frac{\partial \xi}{\partial y} + v_z) dx' dy' \quad (\text{III.26})$$

$$\vec{w} \cdot \vec{N} dS' = (-w_x \frac{\partial \xi}{\partial x} - w_y \frac{\partial \xi}{\partial y} + w_z) dx' dy'$$

Nous obtenons ainsi des intégrales de type:  $\int dx' \int dy' \frac{\partial \xi}{\partial x} \exp(i\vec{v} \cdot \vec{r}')$

En intégration par partie suivant  $x'$  l'intégrale s'écrit:

$$\int dy' \left\{ \left[ \frac{\exp(i\vec{v} \cdot \vec{r}')}{i v_z} \right]_{x_1}^{x_2} - \int dx' \left( \frac{v_x}{v_y} \right) \exp(i\vec{v} \cdot \vec{r}') \right\} \quad (\text{III.27})$$

Le premier terme est la différence de la quantité entre crochets, calculée aux limites de la surface  $x_1$  et  $x_2$ , tandis que le second terme est l'intégrale sur toute la surface suivant la direction  $x$ . De la même manière, les autres intégrales sont calculés:

$$\int_S dx' dy' \frac{\partial \xi}{\partial x} \exp(i\vec{v} \cdot \vec{r}') \approx \int_S dx' dy' \exp(i\vec{v} \cdot \vec{r}') * [-(v_x)/v_z] \quad (\text{III.28})$$

$$\int_S dx' dy' \frac{\partial \xi}{\partial y} \exp(i\vec{v} \cdot \vec{r}') \approx \int_S dx' dy' \exp(i\vec{v} \cdot \vec{r}') * [v_y/v_z] \quad (\text{III.29})$$

Ces deux équations permettent d'exprimer  $E(\vec{r})$  sous la forme:

$$E(\vec{r}) = \frac{i \exp(ikR)}{4\pi R} F * \iint dx' dy' \exp(i\vec{v} \cdot \vec{r}') \quad (\text{III.30})$$

avec :

$$F = R_{fo} \left( \frac{v_x^2}{v_z} + \frac{v_y^2}{v_z} + v_z \right) - \left( \frac{w_x v_x}{v_z} + \frac{w_y v_y}{v_z} + w_z \right) \quad (\text{III.31})$$

$$= \frac{R_{fo} \vec{v}^2 - \vec{v} \cdot \vec{w}}{v_z}$$

$$= \frac{R_{fo} \vec{v}^2}{v_z} \quad , \text{ puisque } \vec{w} \text{ et } \vec{v} \text{ sont orthogonaux : } \vec{v} \cdot \vec{w} = 0 \quad (\text{III.32})$$

En explicitant  $\vec{v}^2$  et  $v_z$  on obtient

$$F = \frac{-2kR_{fo} (1 - \sin \theta_s \cos \theta_s + \cos \theta_i \cos \theta_s)}{\cos \theta_i + \cos \theta_s} \quad (\text{III.33})$$



Dans le cas d'une surface plane, on a:

$$\vec{v} \cdot \vec{r} = v_x x' + v_y y' \quad (\text{III.34})$$

et le champ dans la direction spéculaire s'écrit:

$$E_0(R, \theta_s = \theta_i, \Phi_s = 0) = \frac{i \exp(ikR)}{4\pi R} (-2k) \cos \theta_i R_{fo} \iint dx' dy' \quad (\text{III.35})$$

En reportant cette dernière expression dans celle de  $E(\vec{r})$ , on obtient:

$$E(\vec{r}) = E_0(R, \theta_i, 0) \frac{F}{-2k R_{fo} S \cos \theta_i} \iint dx' dy' \exp(i\vec{v} \cdot \vec{r}') \quad (\text{III.36})$$

ou encore:

$$E(R, \theta_s, \Phi_s) = E_0(R, \theta_i, 0) f(\theta_i, \theta_s, \Phi_s) \frac{1}{S} \int_S \exp(i\vec{v} \cdot \vec{r}) dx dy \quad (\text{III.37})$$

Avec

$$f(\theta_i, \theta_s, \Phi_s) = \frac{1 + \cos \theta_i \cos \theta_s - \sin \theta_i \sin \theta_s \cos \phi_s}{\cos \theta_i (\cos \theta_i + \cos \theta_s)} \quad (\text{III.38})$$

Le champ  $E_0(R, \theta_i, 0)$  réfléchi par une surface plane de même nature que celui-ci, s'exprime sous la forme:

$$E(R, \theta_i, 0) = \frac{iE_0 \exp(ikR)}{4\pi R} (-2k \cos \theta_i) R_{fo} \quad (\text{III.39})$$

### III-4. Equations des composantes cohérente et diffusée du champ

#### a. Composante cohérente

C'est la partie de l'onde réfléchie ayant une relation de phase avec l'onde incidente. On l'obtient en prenant la moyenne statistique de  $E(R, \theta_s, \Phi_s)$  sur la surface de profil  $\xi(x, y)$ , dont  $w_0(\xi)$  est la densité de probabilité. Soit

$$\langle E(R, \theta_s, \Phi_s) \rangle = \{E_0(R, \theta_i, 0) f(\theta_i, \theta_s, \Phi_s) \frac{1}{S} \iint_S \exp [i(v_x x' + v_y y')] dx' dy'\} \chi(v_z) \quad (\text{III.40})$$

Où

$$\chi(v_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i v_z \xi) w_0(\xi) d\xi \quad (\text{III.41})$$

$$= \langle \exp(i v_z \xi) \rangle$$

Dans la direction spéculaire ( $\theta_s = \theta_i$  et  $\Phi_s = 0$ ), cette composante cohérente s'écrit:

$$\langle E(R, \theta_i, 0) \rangle = E_0(R, \theta_i, 0) \chi(v_z) \quad (\text{III.42})$$

$\chi(v_z)$  étant le retard de phase moyen subi par l'onde incidente dans la direction spéculaire.

#### b. Composante diffusée

Du fait de la rugosité des rainures et de la taille du faisceau incident, l'onde réfléchie peut associer des zones cristallines ou métalliques différentes, ou des zones où l'action mécanique n'a pas été uniforme. Ces zones, répondant chacune avec une phase propre, peuvent générer ensemble un phénomène interférentiel ou interactif de phase nulle. Dans ce cas précis, bien que l'éclairage laser utilisé expérimentalement puisse produire des interférences sur une dizaine de centimètres, l'onde incidente peut être considéré comme "décohérée" et, de ce fait elle est devenue "spatialement incohérente".

En un point de l'espace, la partie incohérente de l'onde peut être obtenue en retirant de l'onde réfléchie totale la contribution de la partie cohérente correspondante.

L'intensité moyenne du champ diffusé s'écrit alors :

$$I = C \langle |E(R, \theta_s, \Phi_s) - \langle E(R, \theta_s, \Phi_s) \rangle|^2 \rangle \quad (\text{III.43})$$

La constante de proportionnalité  $C$  dépend de la manière dont l'intensité est définie. Nous l'expliciterons dans la partie expérimentale.

Calculons  $|E - \langle E \rangle|^2$  en utilisant les expressions  $E(R, \theta_s, \Phi_s)$  et  $\langle E(R, \theta_s, \Phi_s) \rangle$  :

Nous avons :

$$I = C \langle |E(R, \theta_s, \Phi_s) - \langle E(R, \theta_s, \Phi_s) \rangle|^2 \rangle \quad (\text{III.44})$$

qui s'écrit alors :

$$I = \langle |E - \langle E \rangle|^2 \rangle = \langle EE^* + \langle E \rangle \langle E \rangle^* - \langle E \rangle E^* - \langle E \rangle^* E \rangle \quad (\text{III.45})$$

Calculons chacun des termes ci-dessus :

$$EE^* = \iint_S dx' dy' \iint_S dx'' dy'' e^{[iV_x(x'-x'') + iV_y(y'-y'')] } e^{[iV_z(\xi(x',y')) + iV_z(\xi(x'',y''))]} \quad (\text{III.46})$$

$$\langle E \rangle \langle E \rangle^* = \iint_S dx' dy' \iint_S dx'' dy'' e^{[iV_x(x'-x'') + iV_y(y'-y'')] } \chi(v_z) \chi(-v_z) \quad (\text{III.47})$$

Où :

$$\chi(v_z) \chi(-v_z) = \chi_2(v_z, -v_z)$$

$$\langle E \rangle E^* = \iint_S dx' dy' \iint_S dx'' dy'' e^{-[iV_x(x'-x'') + iV_y(y'-y'')] } e^{-iV_z \xi(x',y')} \chi^*(v_z)$$

(III.48)

$$\langle E \rangle^* E = \iint_S dx' dy' \iint_S dx'' dy'' e^{-iV_x(x'-x'') + iV_y(y'-y'')} e^{-iV_z \xi(x',y')} \chi(v_z)$$

(III.49)

Ce qui conduit à :

$$\langle |E - \langle E \rangle|^2 \rangle = \int d\xi w_0(\xi) \iint_S dx' dy' \iint_S dx'' dy''$$

$$\begin{aligned} & \bullet \exp[iv_x(x'-x'') + iv_y(y'-y'')] \\ & \bullet \{ \exp[iv_z \xi(x',y') - iv_z \xi(x'',y'')] + \chi(v_z) \chi^*(v_z) \} \\ & - \exp[iv_z \xi(x',y')] \chi^*(v_z) - \exp[-iv_z \xi(x',y')] \chi(v_z) \end{aligned} \quad (III.50)$$

Où :

$$\exp[iv_z \xi(x',y') - iv_z \xi(x'',y'')] = \chi_2(v_z, -v_z) \quad (III.51)$$

$$\chi(v_z) \chi^*(v_z) = |\chi(v_z)|^2 \quad (III.52)$$

$$- \exp[iv_z \xi(x',y')] \chi^*(v_z) = - |\chi(v_z)|^2 \quad (III.53)$$

$$- \exp[-iv_z \xi(x',y')] \chi(v_z) = - |\chi(v_z)|^2 \quad (III.54)$$

Finalement nous obtenons:

$$|E - \langle E \rangle|^2 = [ \chi_2(v_z, -v_z) - |\chi(v_z)|^2 ]$$

$$\bullet \iint_S dx' dy' \iint_S dx'' dy'' \exp[iv_x(x'-x'') + iv_y(y'-y'')] \quad (III.55)$$

L'expression finale de l'intensité I est donnée par :

$$I = C \frac{E_0^2(R, \theta_i, 0) f^2}{S^2} [\chi_2(\mathbf{v}_z, -\mathbf{v}_z) - |\chi(\mathbf{v}_z)|^2] \cdot \iint_S dx' dy' \iint_S dx'' dy'' \exp[iv_x(x'-x'') + iv_y(y'-y'')] \quad (\text{III.56})$$

où  $\chi_2$  est appelée fonction caractéristique jointe; elle s'exprime sous la forme

$$\chi_2(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) = \langle \exp(iv_1 \xi_1 + iv_2 \xi_2) \rangle \quad (\text{III.57})$$

### III-5. L'intensité du champ diffusé dans le cas d'une surface dont le profil est une fonction aléatoire régie par une loi statistique gaussienne

Pour la détermination analytique de l'expression du champ dans la direction spéculaire et celle de l'intensité du champ diffusé que nous avons calculées dans le paragraphe précédent : équations III-36 et III-56, il est nécessaire d'utiliser un modèle statistique du profil de surface.

#### a. Justification de l'hypothèse "gaussienne"

##### - Définition

En dehors des dipôle de Hertz, une surface rugueuse peut être considérée comme un assemblage de "facettes" élémentaires. Ces facettes résultent à la fois de l'action des outils d'usinage, de l'existence de microcristallisations et d'effets de clivage à l'usinage. Les positions de ces facettes par rapport à une référence donnée sont des variables aléatoires  $\xi(x,y)$  qui suivent une certaine loi de distribution.

Dans le cas où la surface est isotrope et statistiquement homogène, si les variables aléatoires  $\xi(x,y)$  sont deux à deux indépendantes et si le nombre de facettes est "suffisamment grand", alors la loi de probabilité qui régit  $\xi(x,y)$  est une loi gaussienne ( théorème central limite). Cette loi est définie par la densité de probabilité:

$$w_0(\xi) = \frac{1}{2\pi\sigma_0} \exp(-\xi^2 / 2\sigma_0^2) \quad (\text{III.58})$$

et par la densité de probabilité jointe

$$w_0(\xi_1, \xi_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_0^2(1-C^2(\rho))^{1/2}} \exp\left[\frac{\xi_1^2 - 2\xi_1\xi_2 + \xi_2^2}{2\sigma_0^2(1-C^2(\rho))}\right] \quad (\text{III.59})$$

où  $C(\rho)$  est la fonction d'autocorrélation normalisée de la surface, elle est définie par la relation:

$$\langle \xi(x_1, x_2)\xi(x_2, x_1) \rangle = \sigma_0^2 C(\rho) \quad (\text{III.60})$$

$\sigma_0$  est l'écart-type moyen du profil  $\xi(x, y)$ , et  $\rho^2$  a pour expression:

$$\rho^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \quad (\text{III.61})$$

Dans ce qui suit, nous admettrons à priori ces conditions réalisées bien que cette hypothèse soit discutable dans les conditions expérimentales, compte tenu du fait que la dimension des facettes, pourrait être non négligeable devant la largeur du faisceau laser d'exploration.

## b. Structures géométriques des profils des échantillons choisis

Les échantillons que nous avons étudiés présentent des profils de surface mécaniques fraisées, qui possèdent deux directions particulières:

- Une direction correspondant à la direction d'avance de l'outil, suivant laquelle le profil de surface est, par hypothèse, considéré comme isotrope à une dimension.
- Une direction perpendiculaire à la précédente, suivant laquelle le profil de surface a deux sous-structures superposées constituées d'une part de stries plus ou moins périodiques, et d'autre part de la "rugosité", supposée isotrope par hypothèse, voir figure III-3.

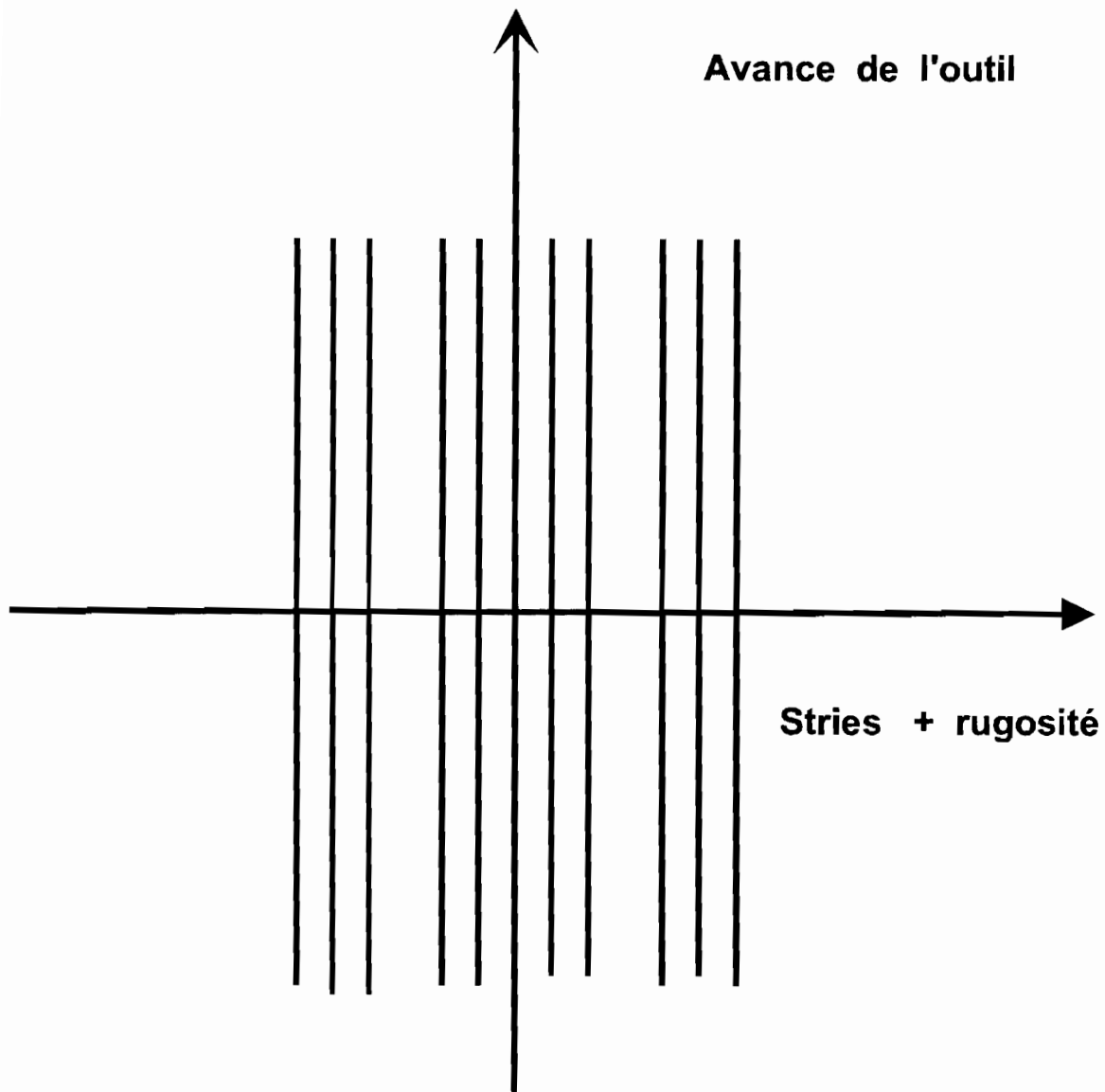


Figure III-3: L'objet type et ses défauts

### c. Equation générale de l'intensité du champ diffusé

Partant de l'expression de l'intensité du champ diffusé donnée par l'équation III.56. Et en se fondant sur l'hypothèse d'une surface de profil gaussien, alors  $\chi_2$  et  $\chi$  ont pour expressions:

$$\chi_2(v_z, -v_z) = \exp\{-v_z^2 \sigma_0^2 [1-C(\rho)]\} \quad (\text{III.62})$$

$$\chi(v_z) = \exp[-2\sigma_0^2 K^2 \cos^2 \theta_i] \quad (\text{III.63})$$

Effectuons les changements de variables suivants:

$$x_d = x' - x'' \quad (\text{III.64})$$

$$y_d = y' - y'' \quad (\text{III.65})$$

L'intensité du champ diffusé ( équation III.46) peut alors s'écrire:

$$I(R, \theta_s, \Phi_s) = C \frac{E_0^2(R, \theta_i, 0) f^2}{S} \iint dx_d dy_d$$

- $\exp[iv_x x_d + iv_y y_d]$
- $\{\exp[-v_z^2 \sigma_0^2 (1-C(\rho))] - \exp[-v_z^2 \sigma_0^2]\}$

(III.66)

Cette dernière relation est une intégrale reliant l'intensité diffusée  $I(R, \theta_s, \Phi_s)$  aux paramètres de profil de surface  $C(\rho)$  et  $\sigma_0$ . Elle n'est pas inversible. C'est à dire que la connaissance des valeurs (expérimentales) de  $I(R, \theta_s, \Phi_s)$  ne permet pas de remonter à  $C(\rho)$  et  $\sigma_0$ . Elle est aussi analytiquement et numériquement difficile à intégrer même pour des modèles simples de  $C(\rho)$ . Pour la simplifier, nous allons nous placer dans les deux cas limites où la valeur de  $\sigma_0$  est "petite" ou "grande" devant la longueur d'onde du faisceau d'exploration ( $\sigma_0 \ll \lambda$  ou  $\sigma_0 \gg \lambda$ ).

#### d. Surface "faiblement" rugueuse

Dans le cas où l'écart-type  $\sigma_0$  est très faible par rapport à la longueur d'onde, un développement limité au premier ordre en  $K\sigma_0$  permet d'écrire:

$$I(R, \theta_s, \Phi_s) = C \frac{E_0^2(R, \theta_i, 0) f^2}{S} \iint dx_d dy_d v_z^2 \sigma_0^2 C(\rho)$$

- $\exp(iv_x x_d + iv_y y_d)$ .

(III.67)

La transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation  $C(\rho)$  est la densité spectrale  $w(p, q)$  où  $p$  et  $q$  sont des fréquences spatiales relatives aux directions  $x$  et  $y$ :



$$w(p,q) = \frac{1}{S\pi^2} \iint dx dy C(\rho) \exp(-ipx-ipy). \quad (\text{III.68})$$

En utilisant cette relation de correspondance, l'intensité moyenne du champ diffusé peut s'écrire:

$$I = CE_0^2(R,\theta_i,0) f^2 v_z^2 \sigma_0^2 \pi^2 w(p,q). \quad (\text{III.69})$$

On obtient ainsi une relation de proportionnalité entre la densité spectrale  $w(p,q)$  du profil de surface  $\xi(x,y)$  et l'intensité du champ diffusé.

### e. Surface "fortement" rugueuse

Pour une surface fortement rugueuse, l'écart-type  $\sigma_0$  est "grand" par rapport à la longueur d'onde ( $\sigma_0 \gg \lambda$ ), l'expression de l'intensité du champ diffusé s'écrit :

$$I(R,\theta_s,\Phi_s) = C \frac{E_0^2(R,\theta_i,0) f^2}{S} \iint dx_d dy_d$$

- $\exp[iv_x x_d + iv_y y_d]$
- $\{\exp[-v_z^2 \sigma_0^2 (1-C(\rho))] - \exp[-v_z^2 \sigma_0^2]\}$

$$(\text{III.70})$$

Il peut s'écrire dans cette approximation

$$I(R,\theta_s,\Phi_s) = C \frac{E_0^2(R,\theta_i,0) f^2}{S} \iint dx_d dy_d \exp[iv_x x_d + iv_y y_d]$$

- $\exp[-v_z^2 \sigma_0^2 (1-C(\rho))] \quad (\text{III.71})$

En effectuant les changements de variables

$$x_d = \rho \cos \theta \quad (\text{III.72})$$

$$y_d = \rho \sin \theta \quad (\text{III.73})$$

On aboutit à l'expression suivante de l'intensité:

$$I = 2\pi C \frac{E_0^2(R, \theta_i, 0) f^2}{S} \int_0^\infty \rho d\rho J_0(v\rho) \exp[-v_z^2 \sigma_0^2 (1 - C(\rho))] \quad (\text{III.74})$$

où  $J_0(v\rho)$  est une fonction de Bessel d'ordre 0. Pour une surface fortement rugueuse,  $C(\rho)$  ne contribue qu'au voisinage de  $\rho = 0$ , autrement dit, elle se comporte comme un pic de Dirac  $\delta(\rho)$ . Cette expression, se simplifie en prenant  $C(\rho)$  sous la forme

$$C(\rho) = \exp(-\rho^2 / T^2) \quad (\text{III.75})$$

où  $T$  est la longueur de corrélation de la surface. Elle est "faible" pour des surfaces "fortement" rugueuses puisque dans ce cas la densité spectrale de la surface est "riche" en hautes fréquences spatiales. En effectuant un développement limité de  $C(\rho)$  au premier ordre on obtient:

$$I = 2\pi C \frac{E_0^2(R, \theta_i, 0) f^2}{S} \int_0^\infty \rho d\rho J_0(v\rho) \exp\left(-\frac{v_z^2 \sigma_0^2 \rho^2}{T^2}\right) \quad (\text{III.76})$$

Soit

$$I = 2\pi C \frac{E_0^2(R, \theta_i, 0) f^2}{S} \frac{\pi T^2}{v_z^2 \sigma_0^2} \exp\left[-\frac{v_z^2 T^2}{4 v_z^2 \sigma_0^2}\right] \quad (\text{III.77})$$

## CHAPITRE IV

### CAS DE LA DIFFUSION MULTIPLE

#### IV-1. Rappels théoriques

Considérons la propagation d'ondes monochromatiques dans un milieu non homogène dans lequel la vitesse de propagation n'est pas uniforme. L'ensemble des points d'égale perturbation, à un instant donné, est la surface d'onde. Le point de départ de la diffusion multiple est l'équation avec "terme source" de Helmholtz:

$$(\nabla^2 + k_i^2)E(\vec{r}) = v(\vec{r})E(\vec{r}) \quad (\text{IV.1})$$

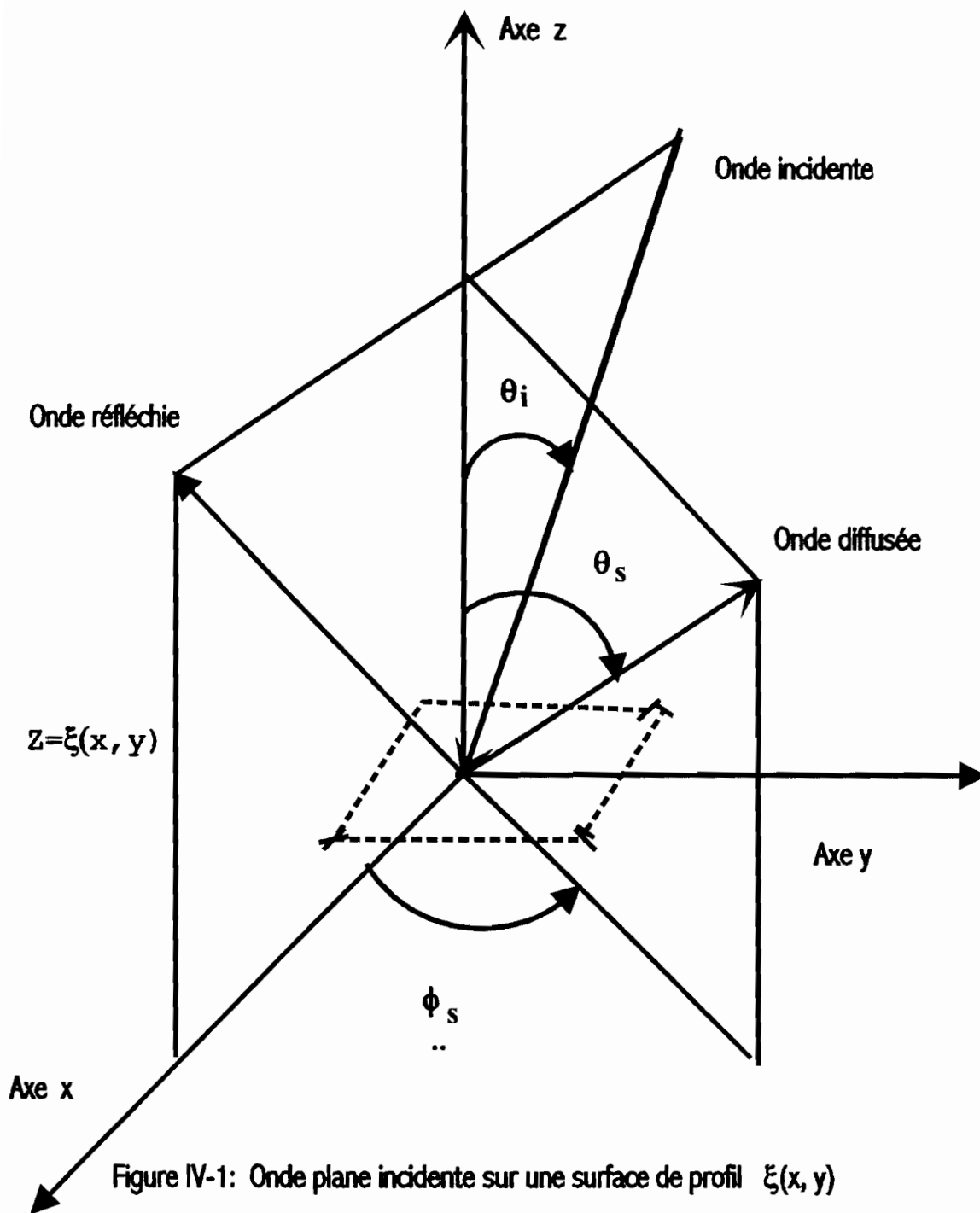
où:

- $E(\vec{r})$  est le champ électrique réfléchi par la surface au point d'observation caractérisé par  $\vec{r}(\vec{r}', z)$ , voir figure n° IV-1.
- $k_i$  est le vecteur d'onde incident appartenant au plan (y, z).

Pour une surface de profil  $\xi(\vec{r}')$  "parfaitement conductrice", le "potentiel"  $v(r)$  est défini par rapport au profil de la surface tel que:

$$\xi(\vec{r}') < z ; v(\vec{r}', z) = 0 \quad (\text{IV.2})$$

$$\xi(\vec{r}') > z ; v(\vec{r}', z) = \infty \quad (\text{IV.3})$$



En utilisant le théorème de GREEN, la solution de l'équation IV.1 peut s'écrire sous la forme de l'équation intégrale suivante, [14].

$$E(\vec{r}, z) = \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - q_0 z)] + \frac{1}{4\pi} \int_S d^2 r' \cdot G(\vec{r} - \vec{r}') v(\vec{r}') E(\vec{r}')$$

(IV.4)

Où  $G(\vec{r} - \vec{r}')$  est la fonction de GREEN représentant une onde sphérique qu'on peut exprimer par une série d'ondes planes parallèles à la surface suivant le développement de WEYL, [14,25 ]

$$G(\vec{r} - \vec{r}') = i \int \frac{d^2\vec{Q}}{q} \exp[i(\vec{k} + \vec{Q})(\vec{r} - \vec{r}')] \cdot \exp[iq|z - z'|] \quad (\text{IV.5})$$

Où les vecteurs d'onde incident et réfléchi, voir figure IV-2 ont respectivement pour coordonnées dans le système d'axes (x, y, z)

$$\vec{k}_i(\vec{k}, q_0) \text{ et } \vec{k}_s(\vec{k} + \vec{Q}, q) \quad (\text{IV.6})$$

D'autre part, dans l'équation IV.4, le produit  $v(\vec{r}') E(\vec{r}')$  peut être interprété comme une densité de sources localisées sur la surface

$$z = \xi(\vec{r}'). \quad (\text{IV.7})$$

En introduisant alors la fonction source

$$f(\vec{r}') = \frac{1}{4\pi} v(\vec{r}', z) E(\vec{r}', z) \quad (\text{IV.8})$$

L'équation IV.4 peut s'écrire :

Pour :

$$z > \xi(\vec{r}'): \quad E(\vec{r}, z) = \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - q_0 z) + \frac{1}{S} \int d^3\vec{r}' f(\vec{r}') M(\vec{r}, \vec{r}', z) \quad (\text{IV.9})$$

Pour:

$$z \leq \xi(\vec{r}'): \quad E(\vec{r}, z) = 0 \quad (\text{IV.10})$$

où le noyau  $M(\vec{r}, \vec{r}', z)$  de l'intégrale s'écrit

$$M(\vec{r}, \vec{r}', z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2\vec{Q}}{q} \exp[i(\vec{k} + \vec{Q})(\vec{r} - \vec{r}')] \cdot \exp[iq|z - \xi(\vec{r}')|] \quad (\text{IV.11})$$

Résoudre l'équation de Helmholtz revient maintenant à déterminer la fonction source  $f$ . On remarque que l'équation IV.9 traduit le théorème d'extinction d'EWALD-OSEEN: le champ incident et le champ fictif caractérisé par la fonction source  $f$  annulent le champ entrant au dessous de la surface [2]. Partant des équations IV.9 et IV.11, pour les valeurs de  $z$  inférieures à la valeur minimale du profil  $\xi$ , on aboutit à la relation suivante:

$$0 = \exp(-iq_0z) + \frac{1}{S} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2\vec{Q}}{q} \exp[i\vec{Q} \cdot \vec{r}'] \exp[-iqz] \left\{ \int_S d^2\vec{r}'' F(\vec{r}'') \exp[-i\vec{Q} \cdot \vec{r}''] \exp[iq\xi(\vec{r}'')] \right\} \quad (\text{IV.12})$$

où :

$$F(\vec{r}') = f(\vec{r}') \exp(-i\vec{k} \cdot \vec{r}') \quad (\text{IV.13})$$

L'équation IV.12 peut ainsi s'écrire sous la forme

$$0 = \int d^2\vec{Q} [\delta(\vec{Q}) + B(\vec{Q})] \exp(i\vec{Q} \cdot \vec{r}') \exp(-iqz) \quad (\text{IV.14})$$

Avec

$$B(\vec{Q}) = \frac{1}{Sq} \int_S d^2r'' F(\vec{r}'') \exp[-i\vec{Q} \cdot \vec{r}'] \exp[iq\xi(\vec{r}'')] \quad (\text{IV.15})$$

Dans le cas où  $z$  est fixée, l'équation IV.14 permet de déduire l'expression suivante:

$$0 = [\delta(\vec{Q}) + B(\vec{Q})] \quad (\text{IV.16})$$

## IV-2. Moyenne de l'intensité réfléchie

L'intensité moyenne réfléchie (normalisée par rapport au flux d'énergie incident) est définie par la relation suivante:

$$\langle I(\vec{Q}) \rangle = \frac{\cos \theta_s}{\cos \theta_i} \langle |A(\vec{Q})|^2 \rangle \quad (\text{IV.17})$$

où  $A(\vec{Q})$  est l'amplitude du champ réfléchi défini par:

$$E(\vec{r}, z) = \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r}' - q_0 z)] + \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \vec{Q} \exp[i(\vec{k} + \vec{Q}) \cdot \vec{r}'] \cdot \exp[iqz] A(\vec{Q}) \quad (\text{IV.18})$$

En admettant cette définition, l'intensité de la lumière réfléchie apparaît comme le rapport entre le flux d'énergie diffusée à travers une surface fictive parallèle à la surface étudiée et de même dimension qu'elle, et le flux d'énergie reçue par la surface, voir figure IV-1. Ainsi la puissance moyenne et donc l'énergie moyenne transportée par une onde sont proportionnelles au carré de l'amplitude réelle, c'est-à-dire au carré du module de l'amplitude complexe.

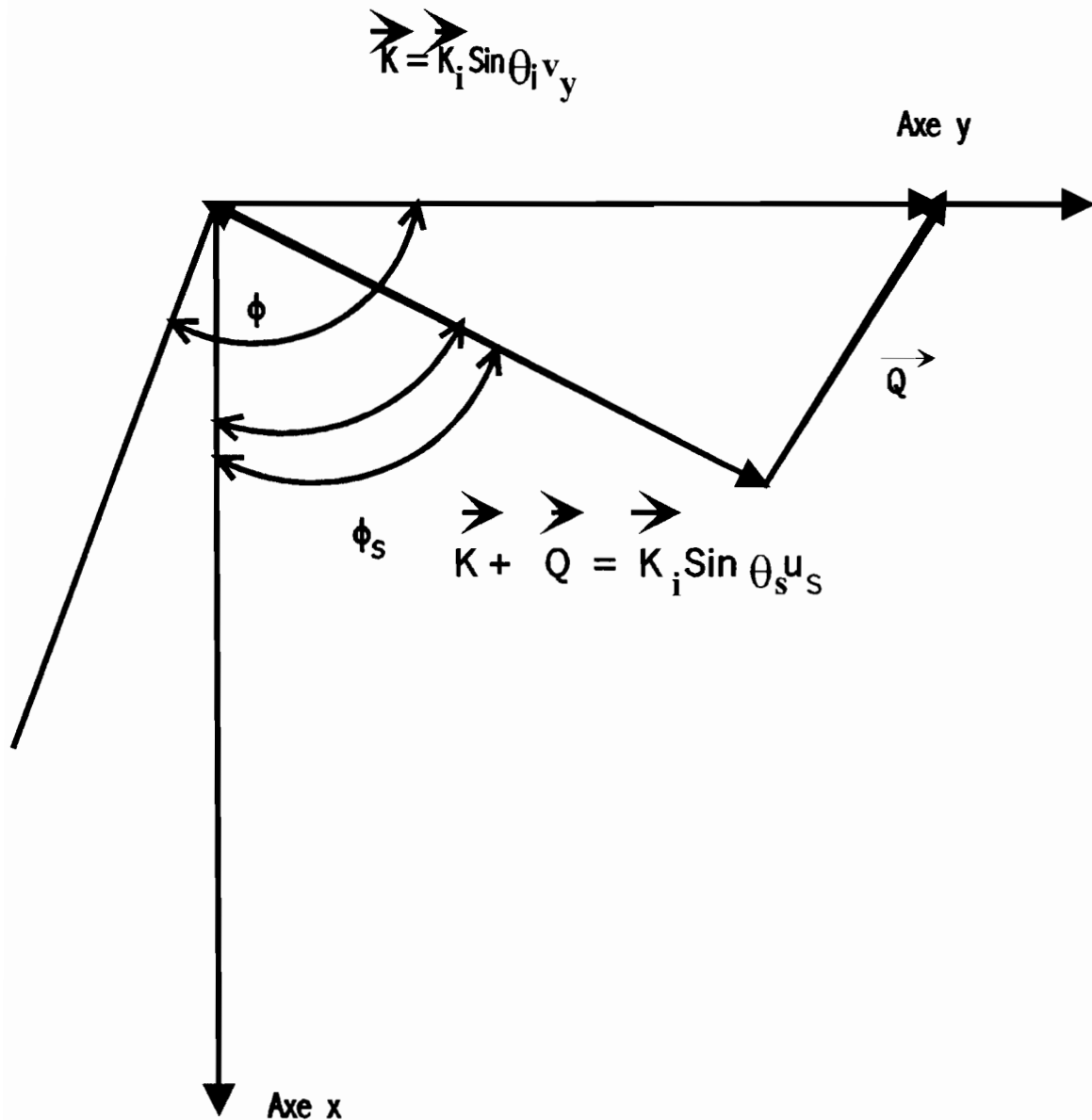


Figure IV-2: Représentation dans le plan (x,y) des projections des vecteurs d'ondes réfléchi et incidente.

En identifiant l'équation IV.17 à l'expression IV.18, on en déduit que:

$$A(\vec{Q}) = \frac{1}{S q_s} \int d^2 \vec{r}' F(\vec{r}') \exp[-i \vec{Q} \cdot \vec{r}] \exp[-i q \xi(\vec{r}')] \tag{IV.19}$$

avec

$$F(\vec{r}') = f(\vec{r}') \exp(-i \vec{k} \cdot \vec{r}) \tag{IV.20}$$



### a. Développement limité de F

On peut procéder à un développement formel limité de  $F(\vec{r}')$  en introduisant un paramètre formel  $\alpha$  tel que:

$$F(\vec{r}') = F(\vec{r}', \alpha = 1) \quad (\text{IV.21})$$

On remplace alors  $F(\vec{r}')$  par  $F(\vec{r}', \alpha)$ , et  $\xi(\vec{r}')$  par  $\alpha\xi(\vec{r}')$ .

Les développements de  $F(\vec{r}', \alpha)$  et de  $\exp(iq\alpha\xi(\vec{r}'))$  suivant  $\alpha$  s'écrivent:

$$F(\vec{r}', \alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} F^{(n)}(\vec{r}, 0) \frac{\alpha^n}{n!} \quad (\text{IV.22})$$

$$\exp[iq\alpha\xi(\vec{r}')] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[iq\alpha\xi(\vec{r}')]^n}{n!} \quad (\text{IV.23})$$

En reprenant la relation IV.16 .

$$0 = [\delta(\vec{Q}) + B(\vec{Q})] \quad (\text{IV.24})$$

B peut s'écrire:

$$B(\vec{Q}) = \frac{1}{q} [F(\vec{r}', \alpha)\exp(iq\alpha\xi(\vec{r}'))]_{\alpha} \quad (\text{IV.25})$$

Où le symbole  $[ ]_{\alpha}$  définit une transformée de Fourier. On obtient ainsi les premiers termes de F et  $\exp(iq\alpha\xi)$  selon la valeur de  $\alpha$ .

$$F(\vec{r}', \alpha) = F(\vec{r}', 0) + F^{(1)} \frac{\alpha^1}{1!} + F^{(2)} \frac{\alpha^2}{2!} + F^{(3)} \frac{\alpha^3}{3!} + \dots \quad (\text{IV.26})$$

$$\exp(iq\alpha\xi) = 1 + (iq) \xi \frac{\alpha}{1!} + (iq)^2 \xi^2 \frac{\alpha^2}{2!} + (iq)^3 \xi^3 \frac{\alpha^3}{3!} + \dots \quad (\text{IV.27})$$

En remplaçant  $F$  et  $\exp(iq\alpha\xi)$  par leurs expressions, une identification terme à terme suivant les puissances de  $\alpha$  dans l'équation IV.26 précitée permet d'écrire selon l'ordre:

**Ordre 0:**

$$-\delta(\bar{Q}) = \frac{1}{q} [F^{(0)}]_{\alpha}; \quad (\text{IV.28})$$

**ordre1:**

$$[F^{(1)}]_{\alpha} = -iq[\xi F^{(0)}]_{\alpha}; \quad (\text{IV.29})$$

**ordre 2:**

$$\left[ \frac{F^{(0)}}{0!} \frac{(iq)^2}{2!} \xi^2 + \frac{F^{(1)}}{1!} \frac{(iq)^1}{1!} \xi^1 + \frac{F^{(2)}}{2!} \frac{(iq)^0}{0!} \xi^2 \right] = 0 \quad (\text{IV.30})$$

Soit:

$$[F^{(2)}]_{\alpha} = -\left\{ \frac{1!}{1!0!} (iq)^1 [\xi F^{(1)}]_{\alpha} + \frac{2!}{2!0!} (iq)^2 [\xi^2 F^{(0)}]_{\alpha} \right\}; \quad (\text{IV.31})$$

**ordre 3:**

$$\left[ \frac{F^{(0)}}{0!} \frac{(iq)^3}{3!} \xi^3 + \frac{F^{(1)}}{1!} \frac{(iq)^2}{2!} \xi^2 + \frac{F^{(2)}}{2!} \frac{(iq)^1}{1!} \xi^1 + \frac{F^{(3)}}{3!} \frac{(iq)^0}{0!} \xi^0 \right]_{\alpha} = 0 \quad (\text{IV.32})$$

d'où :

$$[F^{(3)}]_{\alpha} = -\left\{ \frac{3!}{2!1!} (iq) [\xi^1 F^{(2)}]_{\alpha} + \frac{3!}{1!2!} (iq)^2 [\xi^2 F^{(1)}]_{\alpha} + \frac{3!}{3!0!} (iq)^3 [\xi^3 F^{(0)}]_{\alpha} \right\} \quad (\text{IV.33})$$

Par récurrence, on aboutit à

$$[F^{(0)}]_{\mathbf{q}} = -\delta(\vec{Q}) \quad (\text{IV.34})$$

et

$$[F^{(n)}]_{\mathbf{q}} = - \sum_{\nu=1}^n \frac{n!}{\nu!(n-\nu)!} (iq)^{\nu} [\xi^{\nu}(\vec{r}') F^{(n-\nu)}(\vec{r}')]_{\mathbf{q}} \quad (\text{IV.35})$$

Le symbole  $[ ]_{\mathbf{q}}$  définit une transformée de Fourier telle que:

$$[g(\vec{r}')]_{\mathbf{q}} = \frac{1}{S} \int_s d^2\vec{r}' g(\vec{r}') \exp(-i\vec{Q} \cdot \vec{r}') \quad (\text{IV.36})$$

## b. Développement limité de l'amplitude A

Comme précédemment, nous cherchons de manière similaire l'amplitude du champ diffusé en introduisant le paramètre formel  $\alpha$ :

$$A(\vec{Q}, \alpha) = \frac{1}{Sq} \int_s d^2\vec{r}' F(\vec{r}', \alpha) \exp[-i\vec{Q} \cdot \vec{r}'] \exp[-iq\alpha\xi(\vec{r}')] \quad (\text{IV.37})$$

Le développement de A suivant les puissances de  $\alpha$ , avec :

$$A(\vec{Q}) = -\delta(\vec{Q}) \quad (\text{IV.38})$$

peut s'écrire:

$$A(\vec{r}, \alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} A^{(n)}(\vec{r}', 0) \frac{\alpha^n}{n!} \quad (\text{IV.39})$$

En reprenant l'expression de A:

$$A(\vec{Q}) = \frac{1}{q} [F(\vec{r}, \alpha) \exp(-iq\alpha\xi(\vec{r}))]_{\mathbf{q}} = A(\vec{r}, \alpha),$$

(IV.40)

en termes de puissance de  $\alpha$ .

Les développements limités de A, F et de  $\exp(-iq\alpha\xi)$  en série de puissance de  $\alpha$  deviennent:

$$A(\bar{Q}) = \sum_{n=0}^{\infty} A^{(n)}(\bar{r}, 0) \frac{\alpha^n}{n!} \quad (\text{IV.41})$$

$$F(\bar{r}, \alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} F^{(n)} \frac{\alpha^n}{n!} \quad (\text{IV.42})$$

$$\exp(-iq\alpha\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} (iq\alpha\xi)^n \quad (\text{IV.43})$$

En remplaçant F et  $\exp(-iq\alpha\xi)$  par leurs expressions, on obtient à partir de la relation IV.40:

$$A(\bar{Q}) = \frac{1}{q} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{v=0}^p (-iq)^v \left[ \frac{F^{(v)} \xi^{p-v}}{v!(p-v)!} \right]_Q \alpha^p \quad (\text{IV.44})$$

Cette dernière expression peut encore s'écrire:

$$A(\bar{Q}) = \frac{1}{q} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{v=0}^{p-1} (-iq)^v \left[ \frac{F^{(v)} \xi^{p-v}}{v!(p-v)!} \right]_Q \alpha^p + \frac{1}{q} \frac{[F^{(p)}]_Q}{p!} \alpha^p \quad (\text{IV.45})$$

En remplaçant, dans l'équation IV.35,  $[F^{(p)}]_Q$  par son expression on obtient:

$$[F_p]_Q = \sum_{v=1}^p \frac{p!}{v!(p-v)!} (iq)^v [\xi^v(\bar{r}') F^{(p-v)}(\bar{r}')]_Q \quad (\text{IV.46})$$

et en identifiant les termes des mêmes puissances de  $\alpha$  dans les expressions de A, on aboutit aux relations:

$$A^{(p)}(\bar{Q}) = -\frac{1}{q} \sum_{\nu=1}^p \frac{p!}{\nu!(p-\nu)!} [1-(-1)^\nu] (iq)^\nu [F^{(p-\nu)} \xi^\nu]_\alpha \quad (IV.47)$$

$$A^{(0)}(\bar{Q}) = -\delta(\bar{Q}) \quad (IV.48)$$

En tenant compte des expressions de F et de  $\exp(-iq\alpha\xi)$  données par les équations IV.42 et IV.43, une identification terme à terme des expressions IV.47 et IV.48 de A suivant les puissances de  $\alpha$  permet d'obtenir les relations suivantes:

$$A^{(0)}(\bar{Q}) = -\delta(\bar{Q}) \quad (IV.49a)$$

$$A^{(n)}(\bar{Q}) = -\frac{1}{q} \sum_{\nu=1}^n \frac{n!}{\nu!(n-\nu)!} [1-(-1)^\nu] (iq)^\nu [F^{(n-\nu)}(\bar{r}', 0) \xi^\nu(\bar{r}')]_\alpha \quad (IV.49b)$$

### c. Surface gaussienne "faiblement" rugueuse

Considérons  $\xi$  comme une fonction aléatoire de moyenne nulle, d'écart-type  $\sigma_0$  et de fonction d'autocorrélation  $C(\tau)$ . Compte tenu de la définition de l'intensité selon ( l'équation IV.17 ) et les expressions des termes successifs de l'amplitude du champ donnés par le système d'équations IV.9, un développement jusqu'au terme du second ordre de l'intensité réfléchie permet d'obtenir l'expression de l'intensité moyenne réfléchie.

En effet l'intensité a pour équation :

$$\langle I(\bar{Q}) \rangle = \frac{\cos \theta_s}{\cos \theta_i} \langle |A(\bar{Q})|^2 \rangle = \frac{q}{q_0} \langle |A(\bar{Q})|^2 \rangle \quad (IV.50)$$

En utilisant les termes successifs de A, l'équation IV.49b, le développement limité au second ordre de l'intensité s'écrit:

$$\begin{aligned} \frac{q}{q_0} \langle I(\bar{Q}) \rangle &= \langle |A^{(0)}(\bar{Q})|^2 \rangle + \frac{1}{2} [\langle A^{(0)*}(\bar{Q}) A^{(2)}(\bar{Q}) \rangle \\ &+ \langle A^{(0)}(\bar{Q}) A^{(2)*}(\bar{Q}) \rangle] + \langle |A^{(1)}(\bar{Q})|^2 \rangle \end{aligned}$$

$$+ [ \langle A^{(0)}(\vec{Q}) A^{(1)*}(\vec{Q}) \rangle + \langle A^{(0)*}(\vec{Q}) A^{(1)}(\vec{Q}) \rangle ] \quad (IV.51)$$

Les différents termes de l'amplitude A ont pour expressions, voir équations IV.38 et IV.40:

$$A^{(0)}(\vec{Q}) = -\delta(\vec{Q}) \quad (IV.52)$$

$$A^{(1)}(\vec{Q}) = 2iq_0\xi_q \quad (IV.53)$$

$$A^{(2)}(\vec{Q}) = -4iF_q^{(1)} \otimes \xi_q \quad (IV.54)$$

Où l'indice Q désigne une transformée de Fourier, et le symbole  $\otimes$  définit un produit de convolution tel que:

$$f_q \otimes g_q = \frac{S}{(2\pi)^2} \int d^2\vec{Q}' f(\vec{Q} - \vec{Q}') g(\vec{Q}') \quad (IV.55)$$

Calculons maintenant les différents termes de l'intensité. En tenant compte des expressions analytiques des différents termes successifs de l'amplitude A, on obtient:

$$(1) \quad \langle |A^{(0)}(\vec{Q})|^2 \rangle = \delta(\vec{Q}) \quad (IV.56)$$

$$(2) \quad \langle A^{(0)}(\vec{Q}) A^{(1)*}(\vec{Q}) \rangle = -2i\delta(\vec{Q}) \langle \xi_q \rangle \quad (IV.57)$$

or  $\xi$  a une moyenne nulle, par conséquent:

$$\langle A^{(0)}(\vec{Q}) A^{(1)*}(\vec{Q}) \rangle = A^{(0)*}(\vec{Q}) A^{(1)}(\vec{Q}) = 0 \quad (IV.58)$$

$$\langle |A^{(1)}(\vec{Q})|^2 \rangle = 4q_0 \langle |\xi_q|^2 \rangle = 4q_0 W(\vec{Q}) \quad (IV.59)$$

$$(4) \quad \frac{1}{2} [ \langle A^{(0)*}(\vec{Q}) A^{(2)}(\vec{Q}) \rangle + \langle A^{(0)}(\vec{Q}) A^{(2)*}(\vec{Q}) \rangle ]$$

$$= -4q_0 \delta(\vec{Q}) \int d^2 \vec{Q}' q' \xi_{\alpha}(\vec{Q}') \xi_{\alpha}(-\vec{Q}') \quad (IV.60)$$

Le profil  $\xi$  est réel , ce qui se traduit par la relation

$$\xi_{\alpha}(-\vec{Q}') = \xi_{\alpha}(\vec{Q}') \quad (IV.61)$$

En additionnant les équations IV.46, IV.57, IV.59 et IV.60 , on aboutit à l'expression de l'intensité I :

$$\langle I(\vec{Q}) \rangle = \{ 1 - 4q \frac{S}{(2\pi)^2} \int d^2 \vec{Q}' q' W(\vec{Q}') \} \delta(\vec{Q}) + 4q_0 q W(\vec{Q}) \quad (IV.62)$$

Cette expression montre que l'intensité diffusée par une surface "faiblement" rugueuse est proportionnelle à la densité spectrale spatiale du profil de la surface, indépendamment du modèle choisi pour définir le profil. Supposons maintenant que le faisceau incident arrive sous incidence normale sur une surface dont le profil  $\xi$  a une fonction d'autocorrélation  $C(\tau)$  gaussienne:

$$C(\tau) = \sigma_0^2 \exp(-\frac{\tau^2}{T^2}) \quad (IV.63)$$

Dans ce cas, la densité spectrale du profil de surface s'écrit:

$$W(\vec{Q}) = [C(\tau)]_{\alpha} = \frac{\pi T^2}{S} \sigma_0^2 \exp(-\frac{Q^2 T^2}{4}) \quad (IV.64)$$

Par ailleurs l'intensité  $I(\vec{Q})$  peut s'écrire, d'après l'équation IV.62 :

$$\langle I(\vec{Q}) \rangle = [1 - I_1(\vec{Q})] \delta(\vec{Q}) + I_2(\vec{Q}) \quad (IV.65)$$

où :

$$I_1(\vec{Q}) = 4q \frac{S}{(2\pi)^2} \int d^2 \vec{Q}' q' W(\vec{Q}') \quad (IV.66)$$

$$I_2(\bar{Q}) = 4q_0q W(\bar{Q}) \quad (\text{IV.67})$$

### Calcul de $I_1$

En appliquant le principe de la conservation de l'énergie, on peut écrire:

$$K^2 + q_0^2 = (\bar{K} + \bar{Q})^2 + q^2 \quad (\text{IV.68})$$

Dans les conditions d'incidence normale:

$$q^2 = q_0^2 - \bar{Q}^2 \quad (\text{IV.69})$$

L'expression de  $I_1$  devient alors :

$$I_1(\bar{Q}) = 4q \frac{S}{(2\pi)^2} \int_0^{q_0} dQ' (q_0^2 - Q'^2)^{1/2} W(\bar{Q}') \quad (\text{IV.70})$$

En calculant l'intégration contenue dans l'expression de  $I_1$  on trouve:

$$I_1(\bar{Q}) = \frac{2}{3} q_0^4 T^2 \sigma_0^2 {}_1F_1\left(1, \frac{5}{2}, \frac{T^2 q_0}{4}\right) \quad (\text{IV.71})$$

Où  ${}_1F_1$  représente une fonction, appelée fonction de Kummer. L'expression générale de l'intensité  $I(\bar{Q})$ , en remplaçant dans l'équation IV.62,  $W(\bar{Q})$  par son expression tirée de l'équation IV.64, est:

$$I(\bar{Q}) = \left[1 - \frac{2}{3} q_0^4 T^2 \sigma_0^2 {}_1F_1\left(1, \frac{5}{2}, \frac{T^2 q_0}{4}\right)\right] \delta(\bar{Q}) + 4q_0q \frac{\pi T^2}{S} \sigma_0^2 \exp\left(-\frac{Q^2 T^2}{4}\right) \quad (\text{IV.72})$$

Dans la suite nous poserons

$$x = \frac{T^2 q_0}{4} \quad (\text{IV.73})$$

$$\text{et } h(x) = \frac{2}{3} x {}_1F_1\left(1, \frac{5}{2}, x\right) \quad (\text{IV.74})$$



### IV.3. Les limites d'applicabilité de l'approximation de Kirchhoff

D'après ces calculs on voit que, par rapport à l'approximation de Kirchhoff, l'approche par la méthode de la diffusion multiple est plus générale dans la mesure où aucune hypothèse restrictive sur le profil de surface n'a été émise au départ de cette théorie. Ainsi le premier terme de l'équation IV.72 représente l'expression de l'intensité du champ total réfléchi dans la direction spéculaire. Pour les valeurs élevées de  $x$ , ( $x \gg 1$ ), comme la fonction  $h(x)$  est proche de l'unité, la composante spéculaire de l'intensité a alors pour équation:

$$\langle I(\bar{Q}) \rangle_{\text{spéculaire}} = 1 - 4q_0^4 \sigma_0^2 \approx \exp[-4q_0^4 \sigma_0^2] \quad (\text{IV.75})$$

On retrouve ainsi l'expression de l'intensité spéculaire du champ, donnée par l'approximation de Kirchhoff, chapitre III, équation III.77. On aboutit à ce résultat qui permet de délimiter, à partir de l'approche par diffusion multiple, le domaine d'applicabilité de l'approximation de Kirchhoff. Ce résultat est très important pour la suite de notre étude. Dans la direction spéculaire, l'erreur relative commise sur la valeur de l'intensité dans le cadre de l'approximation de Kirchhoff, par rapport à celle donnée dans le cadre de la diffusion multiple est inférieur à 5% pour les valeurs de  $x$  supérieures ou égales à 4.

Soit

$$T \geq \frac{2\lambda}{\pi} \quad (\text{IV.76})$$

Cette dernière condition servira de test pour valider les résultats obtenus à partir de l'approximation de Kirchhoff. Elle est très importante pour délimiter les résultats expérimentaux.

## CHAPITRE V

### METHODE DES PERTURBATIONS

#### V-1 Hypothèse de base

Cette approche a des domaines d'application très restreints. En effet s'applique à des profils de surface dont, d'une part les amplitudes crête à crête sont « faibles » par rapport à la longueur d'onde, et dont d'autre part, la pente en chaque point de la surface est aussi « faible ». Ceci se traduit par la double condition :

$$|k_i \xi \cos \theta_i| \ll 1 \quad (\text{V.1})$$

$$\left| \frac{\partial \xi}{\partial x} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{\partial \xi}{\partial y} \right| \ll 1$$

#### V-2 Expressions des différentes composantes du champ dans le cas où le champ incident a une « polarisation S »

Dans le but de simplifier l'analyse, nous considérons une onde incidente dans le plan  $(z, x)$  présentant une polarisation perpendiculaire au plan d'incidence dit polarisation S, voir figure V-1.

Dans l'espace défini par  $z > \xi(x, y)$ , les composantes du champ électrique total sont:

$$E_x = E_{xd}(x, z) \quad (\text{V.2})$$

$$E_y = E_{yi}(x, z) + E_{yr}(x, z) + E_{yd}(x, z) \quad (\text{V.3})$$

$$E_z = E_{zd}(x, z) \quad (\text{V.4})$$

où :

Les indices i, r, d désignent respectivement les composantes incidente, réfléchi et diffusée du champ. La composante du champ incident et celle du champ réfléchi dans la direction spéculaire peuvent s'écrire :

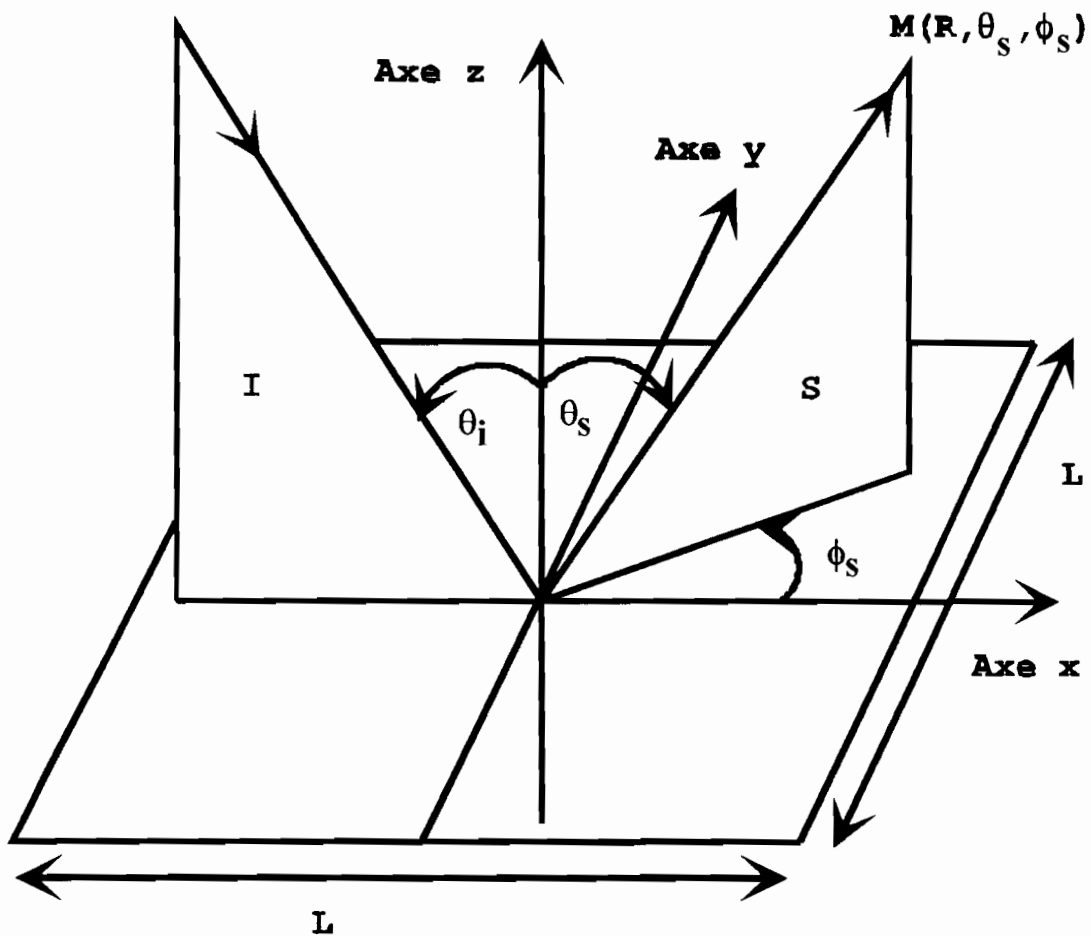
$$E_{yi} = \exp(-i\beta x - i\gamma z) \quad (\text{V.5})$$

$$E_{yr} = - \exp (i\beta x + i\gamma z) \tag{V.6}$$

$\beta$  et  $\gamma$  ayant pour expression :

$$\beta = k \sin\theta_i \tag{V.7}$$

$$\gamma = k \cos\theta_i \tag{V.8}$$



**Figure V.1: Onde plane incidente sur une surface. Le vecteur de l'onde incidente I appartient au plan (x, z). I est l'hypothénuse du plan incident I. M est le point d'observation du champ réfléchi total. M se situe sur l'hypothénuse du plan S.**

En développant les composantes diffusées du champ en série de Fourier à deux dimensions, suivant les directions  $x$  et  $y$ , on obtient :

$$E_{xs} = \sum_{m,n} A_{mn} E(\nu + m, n; z) \quad (\text{V.9})$$

$$E_{ys} = \sum_{m,n} B_{mn} E(\nu + m, n; z) \quad (\text{V.10})$$

$$E_{zs} = \sum_{m,n} C_{mn} E(\nu + m, n; z) \quad (\text{V.11})$$

$E(\nu + m, n; z)$  ayant pour expression :

$$E(\nu + m, n; z) = \exp\left[ i \frac{2\pi}{L} (\nu + m)x + i \frac{2\pi}{L} ny + b(\nu + m, n)z \right] \quad (\text{V.12})$$

$E_y$  satisfait à l'équation d'onde :

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mathbf{0} \quad (\text{V.13})$$

Par conséquent :

$$\left[ \frac{2\pi}{L} (\nu + m) \right]^2 + \left[ \frac{2\pi}{L} n \right]^2 + [b(\nu + m, n)]^2 = k_i^2 \quad (\text{V.14})$$

Cette relation permet de déterminer  $b(\nu + m)$ .

### V-3. Conditions aux limites de la surface

Observons la figure V-1. Soit  $\vec{N}$  un vecteur unitaire de direction normale en un point de la surface. La composante tangentielle du champ électrique en ce point peut s'écrire:

$$\vec{E}_t = \vec{E} - \vec{N}(\vec{E} \cdot \vec{N}) \quad (\text{V.15})$$

En projetant cette relation suivant les directions x et y, la continuité de la composante tangentielle du champ au voisinage de la surface permet d'écrire :

$$E_x - N_x(\vec{E} \cdot \vec{N}) = 0 \quad (\text{V.16})$$

$$E_y - N_y(\vec{E} \cdot \vec{N}) = 0$$

Par ailleurs, les composantes du vecteur normal  $\vec{N}$  au point (x,y) de la surface et le profil  $\xi(x,y)$  sont reliés par les expressions suivantes :

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{N_x}{N_z} \quad (\text{V.17})$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = \frac{N_y}{N_z} \quad (\text{V.18})$$

Dans l'hypothèse de surface à « pentes faibles » ( $|\partial \xi / \partial x| \ll 1$ ), le vecteur normal  $\vec{N}$  est « presque » toujours parallèle à l'axe z sur toute la surface. Dans ce cas sa composante suivant la direction z au second ordre près, est voisine de 1 ( $N_z \approx 1$ ). Le système d'équations V.16 s'écrit alors :

$$E_x + \frac{\partial \xi}{\partial x} E_z = 0 \quad (\text{V.19})$$

$$E_y + \frac{\partial \xi}{\partial y} E_z = 0 \quad (\text{V.20})$$

## V-4 Expression au premier ordre du champ électrique et du champ magnétique sur la surface

### V-4-1 Développements limités

Les coefficients de Fourier du champ électrique diffusé peuvent être développés en une somme de plusieurs termes d'ordres supérieurs:

$$\mathbf{A}_{mn} = A_{mn}^{(1)} + A_{mn}^{(2)} + \dots \quad (\text{V.21})$$

$$\mathbf{B}_{mn} = B_{mn}^{(1)} + B_{mn}^{(2)} + \dots \quad (\text{V.22})$$

$$\mathbf{C}_{mn} = C_{mn}^{(1)} + C_{mn}^{(2)} + \dots \quad (\text{V.23})$$

Et le développement de l'expression de  $E(\nu + m, n; z)$  suivant

$z = \xi(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  donne :

$$E(\nu + m, n; z) = E(\nu + m, n; 0)(1 + i b \xi) + \dots \quad (\text{V.24})$$

En introduisant les différents termes donnés par les deux dernières équations dans les expressions des composantes du champ électrique, on obtient:

$$\mathbf{E}_x = \sum_{m,n} [A_{mn}^{(1)} + A_{mn}^{(2)} + \dots] \cdot E(\nu + m, n; 0) (1 + i b \xi + \dots) \quad (\text{V.25})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_y = \sum_{m,n} [B_{mn}^{(1)} + B_{mn}^{(2)} + \dots] \cdot E(\nu + m, n; 0) (1 + i b \xi + \dots) \\ + (2i\gamma\xi + \dots) \exp(i\beta x) \end{aligned} \quad (\text{V.26})$$

$$\mathbf{E}_z = \sum_{m,n} [C_{mn}^{(1)} + C_{mn}^{(2)} + \dots] \cdot E(\nu + m, n; z) (1 + i b \xi + \dots) \quad (\text{V.27})$$

## V-4-2 Expression au premier ordre du champ électrique sur la surface

On peut remplacer les composantes du champ dans l'équation V.12 par leurs expressions tirées des équations V.25 - V.27.

Donc en considérant que la composante du champ E suivant  $E_x$  est un terme du premier ordre, une identification des termes du même ordre, (équation V.24), permet d'obtenir les relations suivantes:

$$\sum_{m,n} A_{mn}^{(1)} E(\nu + m, n; 0) = 0 \quad (\text{V.28})$$

$$2i\gamma\xi \exp(i\beta x) + \sum_{m,n} B_{mn}^{(1)} E(\nu + m, n; 0) = 0 \quad (\text{V.29})$$

On en déduit les coefficients de Fourier au premier ordre

$$A_{mn}^{(1)} = 0 \quad (\text{V.30})$$

$$B_{mn}^{(1)} = -2i\gamma P(m,n) \quad (\text{V.31})$$

où  $P(m,n)$  est le coefficient de Fourier de la surface défini par:

$$\xi(x, y) = \sum_{m,n} P(m, n) \exp\left[ i \frac{2\pi}{L} mx + i \frac{2\pi}{L} ny \right] \quad (\text{V.32})$$

Pour déterminer le coefficient  $C_{mn}$ , on utilise la relation de Maxwell

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{E}_i + \vec{E}_r + \vec{E}_d) = 0 \quad (\text{V.33})$$

Au point  $(x, y) = (0,0)$ , cette relation peut s'écrire:

$$\frac{2\pi}{L} (\nu + m) A_{mn} + \frac{2\pi}{L} n B_{mn} + b(\nu + m, n) C_{mn} = 0 \quad (\text{V.34})$$

En remplaçant les coefficients  $A_{mn}$  et  $B_{mn}$  par leurs expressions données par les équations (V.30) et (V.31), on obtient:

$$C_{mn}^{(1)} = \frac{2\pi n}{L} \frac{2\gamma i}{b(\nu + m, n)} P(m, n) \quad (\text{V.35})$$

### V-4-3 Expression au premier ordre du champ magnétique sur la surface

Le champ magnétique est relié au champ électrique par l'équation de Maxwell:

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{E}_i + \vec{E}_r + \vec{E}_d) = -i\omega\mu_0(\vec{H}_i + \vec{H}_r + \vec{H}_d) \quad (\text{V.36})$$

En utilisant les expressions au premier ordre des coefficients de Fourier calculés précédemment, on obtient aisément les relations suivantes:

- pour la partie incidente et réfléchie:

$$\left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}\right)^{1/2} (H_{ix} + H_{rx}) = \frac{2\gamma \cos \gamma z}{k} \exp(i\beta x) \quad (\text{V.37})$$

$$\left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}\right)^{1/2} (H_{iy} + H_{ry}) = \frac{2i\beta \sin \gamma z}{k} \exp(i\beta x) \quad (\text{V.38})$$

- pour la partie diffusée:

$$\left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}\right)^{1/2} H_{dx} = \sum_{m,n} D_{mn}^{(1)} E(\nu + m, n; z) \quad (\text{V.39})$$



$$\left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}\right)^{1/2} \mathbf{H}_{dy} = \sum_{m,n} E_{mn}^{(1)} E(\nu + m, n; z) \quad (\text{V.40})$$

$$\left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}\right)^{1/2} \mathbf{H}_{dz} = \sum_{m,n} F_{mn}^{(1)} E(\nu + m, n; z) \quad (\text{V.41})$$

Les coefficients de Fourier  $D_{mn}^{(1)}$ ,  $E_{mn}^{(1)}$  et  $F_{mn}^{(1)}$  du champ magnétique sont donnés par les équations suivantes:

$$D_{mn}^{(1)} = \left(\frac{2i\gamma}{bk}\right) \left[\left(\frac{2\pi}{L}m\right)^2 + b^2(\nu + m, n)\right] P(m, n) \quad (\text{V.42})$$

$$E_{mn}^{(1)} = \left(-\frac{2i\gamma}{bk}\right) \left(\frac{2\pi n}{L}\right) \left[\frac{2\pi}{L}(\nu + m)\right] P(m, n) \quad (\text{V.43})$$

$$F_{mn}^{(1)} = \left(-\frac{2i\gamma}{bk}\right) \left[\frac{2\pi}{L}(\nu + m)\right] P(m, n) \quad (\text{V.44})$$

## V-5 . Expression du champ total rayonné

En se basant sur les expressions de  $E(\vec{r}')$  et  $H(\vec{r}')$  à la surface, et appliquant le théorème de Kirchhoff "vectoriel" [14], on aboutit aux expressions suivantes du champ électrique et magnétique.

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}) &= \vec{\nabla} \wedge \int_S dS' [\vec{N} \wedge \vec{E}(\vec{r}')] \mathbf{G}_0(\vec{r}, \vec{r}') \\ &+ i\left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}\right)^{1/2} \vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \int_S dS' [\vec{N} \wedge \vec{H}(\vec{r}')] \mathbf{G}_0(\vec{r}, \vec{r}') \end{aligned} \quad (\text{V.45})$$

$$\begin{aligned} \vec{H}(\vec{r}) &= \vec{\nabla} \wedge \int_S dS' [\vec{N} \wedge \vec{H}(\vec{r}')] \mathbf{G}_0(\vec{r}, \vec{r}') \\ &- i\left(\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}\right)^{1/2} \vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \int_S dS' [\vec{N} \wedge \vec{E}(\vec{r}')] \mathbf{G}_0(\vec{r}, \vec{r}') \end{aligned} \quad (\text{V.46})$$

Où :

$\mathbf{G}_0$  est la fonction de Green définie par la relation

$$\mathbf{G}_0(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{\exp(i\vec{k}|\vec{r} - \vec{r}'|)}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (\text{V.47})$$

En remplaçant  $\mathbf{E}(\vec{r}')$  et  $\mathbf{H}(\vec{r}')$  par leurs expressions au premier ordre

et en utilisant les coefficients  $A_{mn}^{(1)}, B_{mn}^{(1)}, C_{mn}^{(1)}, D_{mn}^{(1)}, E_{mn}^{(1)}$  et  $F_{mn}^{(1)}$

déterminés précédemment, on montre que:

$$\mathbf{E}_0 = \frac{i\mathbf{k}}{4\pi R} \exp(i\mathbf{k}R)I_0 \quad (\text{V.48})$$

$$\mathbf{E}_\phi = \frac{i\mathbf{k}}{4\pi R} \exp(i\mathbf{k}R)I_\phi \quad (\text{V.49})$$

Les intensités  $I_0$  et  $I_\phi$  sont données par les intégrales suivantes:

$$I_0 = \int_S dx' dy' \{ (-E_x \cos\phi_s + E_y \sin\phi_s) \\ + [(\frac{\mu_0}{\epsilon_0})^{1/2} (H_x \sin\phi_s - H_y \cos\phi_s) \cos\theta_s] \} \exp(-i\vec{k}_d \cdot \vec{r}') \quad (\text{V.50})$$

$$I_\phi = \int_S dx' dy' \{ (E_x \sin\phi_s - E_y \cos\phi_s) \cos\theta_s \\ + [(\frac{\mu_0}{\epsilon_0})^{1/2} (H_x \cos\phi_s + H_y \sin\phi_s)] \} \exp(-i\vec{k}_d \cdot \vec{r}') \quad (\text{V.51})$$

## V-6 Expression au premier ordre des intensités des champs diffusés

En remplaçant dans les expressions (V.50 et V.51),  $E_x, E_y, H_x, H_y$  par leurs valeurs au premier ordre, on obtient:

$$I_{s \rightarrow p} = C \frac{k^2}{4\pi R^2} \langle I_{\phi}^* \rangle \quad (V.59)$$

On peut déterminer les termes entre crochets des deux dernières équations en utilisant d'une part, la relation de correspondance entre la densité spectrale et la fonction d'autocorrélation, et d'autre part, en exprimant le profil de surface en série de Fourier [31], et on obtient:

$$\langle \xi(x_1, y_1) \xi(x_2, y_2) \rangle = \frac{1}{4} \int dp dq w(p, q) \cdot \exp[ip(x_1 - x_2) + iq(y_1 - y_2)] \quad (V.60)$$

$$\xi(x, y) = \sum_m \sum_n P(m, n) \exp\left[i \frac{2\pi n}{L} x + i \frac{2\pi n}{L} y\right] \quad (V.61)$$

Ce qui conduit aux expressions suivantes:

$$I_{s \rightarrow s} = C \frac{k^4}{R^2} S \cos^2 \theta_i \cos^2 \theta_s \cos^2 \phi_s w(p, q) \quad (V.62)$$

$$I_{s \rightarrow p} = C \frac{k^4}{R^2} S \cos^2 \theta_s \sin^2 \phi_s w(p, q) \quad (V.63)$$

### V-7 Expression des intensités des champs diffusés dans le cas où le champ incident présente une "polarisation p"

Dans le cas d'une onde incidente polarisée p, on procède de la même manière que précédemment pour le calcul des intensités des champs diffusés dans les directions de polarisation réfléchie s et p. Les expressions des intensités des champs deviennent:

$$I_{p \rightarrow p} = C \frac{k^4}{R^2} S [\sin \theta_i \sin \theta_s - \cos \theta_s]^2 w(p, q) \quad (V.64)$$

$$I_{p \rightarrow s} = C \frac{k^4}{R^2} S [\cos^2 \theta_i \sin^2 \phi_s] w(p, q) \quad (V.65)$$

## V-8 Effet de Polarisation autour de la direction spéculaire

On peut calculer le flux du champ diffusé par unité d' angle solide, normalisé par rapport au flux incident  $P_0$  en introduisant le facteur géométrique  $(\cos\theta_i \cos^2\theta_s)$  et le facteur de polarisation  $Q$ , [6].

$$\frac{1}{P_0} \frac{dP}{d\Omega} = k^4 (\cos\theta_i \cos^2\theta_s) Q w(p, q). \quad (V.66)$$

En utilisant de l'équation V.66 et les expressions (V.62 – V.65) des intensités diffusées, nous obtenons les relations suivantes:

$$Q_{s \rightarrow s} = \cos^2\phi_s \quad (V.67)$$

$$Q_{s \rightarrow p} = \frac{\sin^2\phi_s}{\cos^2\theta_s} \quad (V.68)$$

$$Q_{p \rightarrow p} = \frac{(\sin\theta_i \sin\theta_s - \cos\phi_s)^2}{\cos^2\theta_i \cos^2\theta_s} \quad (V.69)$$

$$Q_{p \rightarrow s} = \frac{\sin^2\phi_s}{\cos^2\theta_i} \quad (V.70)$$

Dans le cas particulier de la direction spéculaire ( $\theta_i = \theta_s$  et  $\phi_s = 0$ ) les facteurs de polarisation croisée  $Q_{s \rightarrow p}$  et  $Q_{p \rightarrow s}$  s'annulent, tandis que  $Q_{p \rightarrow p}$  et  $Q_{s \rightarrow s}$  sont égaux à 1.

Ces résultats indiquent que les états de polarisation des champs réfléchi et incident n' ont aucun effet sur le mécanisme de réflexion au voisinage de la direction spéculaire. Par conséquent, on peut négliger le caractère vectoriel des champs incidents et réfléchis "autour" de cette direction particulière [11].

## Conclusion relative au choix de la méthode d'approche

**Le formalisme et les résultats des trois différentes approches étudiées**

### 1. L'approche par la méthode de perturbation

Elle est basée sur l'utilisation des relations de continuité du champ sur la surface pour la détermination de l'intensité réfléchie en un point éloigné de la surface. Des expressions analytiques de l'intensité sont obtenus pour des surfaces de profils respectant les conditions suivantes:

$$|\xi| \ll \lambda \quad (\text{V.71})$$

$$\left| \frac{\partial \xi}{\partial z} \right| \ll 1$$

### 2. L'approximation de Kirchhoff

Dans cette approche, la surface est considérée comme une superposition de "petites facettes parfaitement réfléchissantes". Ce modèle est valable pour des profils de surfaces ayant de grands rayons de courbure par rapport à la longueur d'onde. Les écarts d'amplitude crête à crête des profils peuvent être quelconques. Cette approche convient à des surfaces qui ne sont pas "localement trop accidentées".

### 3. L'approche par la diffusion multiple

Cette approche est plus générale et plus rigoureuse que les deux premières. Elle ne fait pas d'hypothèses restrictives sur la nature du profil de surface. Cependant, elle ne fournit de résultats analytiques avec des paramètres identifiables que dans le cas des surfaces faiblement rugueuses ( $\sigma_0 \ll \lambda$ ). Néanmoins, la partie spéculaire de l'intensité obtenue dans le cadre de cette théorie permet de fixer le domaine d'applicabilité de L'APPROXIMATION DE KIRCHHOFF. C'est tout l'intérêt de cette méthode, [18], [22].

Les échantillons que nous avons étudiés sont des bruts de fraisage. Ils ont été simplement usinés et n'ont pas subi de traitement de qualité particulière tel que le polissage ou autre forme de transformation finie. Ces échantillons ont des profils de surface quelconques, l'amplitude des rainures dépend des paramètres d'usinage. L'APPROXIMATION DE KIRCHHOFF est donc mieux adaptée que toutes les autres méthodes citées ci-dessus, puisqu'elle permet de traiter une plus large gamme de rugosités de surface ( $\sigma_0 \ll \lambda$  ou  $\sigma_0 \gg \lambda$ ). En outre, elle n'impose pas la valeur maximale (crête à crête) des amplitudes des profils de surfaces. Cependant son application nécessite quelques précautions dont les suivantes:

- a) Cette méthode est scalaire et ne tient pas compte des effets de dépolarisation du champ réfléchi, qui se traduisent quantitativement dans le cadre des théories vectorielles par l'introduction d'un facteur multiplicatif, le facteur de polarisation  $Q$ .
- b) Ce dernier est voisin de 1 autour de la direction spéculaire. Par conséquent, le domaine d'application de l'approximation de Kirchhoff doit être limité au voisinage de cette direction spéculaire.

c)

L'approximation de Kirchhoff ne tient pas compte des réflexions multiples que peut subir le faisceau. La probabilité pour qu'un faisceau lumineux subisse des réflexions multiples augmente avec l'angle d'incidence. Le rayon lumineux devrait donc arriver sous incidence normale ou sensiblement égale à la normale afin de minimiser ce phénomène de réflexions multiples.

## **CHAPITRE VI**

### **ETUDE EXPERIMENTALE**

#### **VI-1. Dispositif expérimental:**

**Le dispositif expérimental comporte trois grandes parties:**

**\*. La première partie permet de mettre la source sous une forme adaptée et d'obtenir un faisceau lumineux incident bien ajusté.**

**\*\*.** La deuxième partie constitue le support d'échantillons et permet de le fixer convenablement.

**\*\*\*.** La troisième partie est constituée de l'ensemble des dispositifs de réception, d'enregistrement et de traitement des données.

**Afin de faciliter le réglage et l'alignement optique, les différentes parties sont montées sur un banc optique, tandis que la caméra CCD et le micro-ordinateur peuvent être placés sur une table proche du système, figure VI-1.**

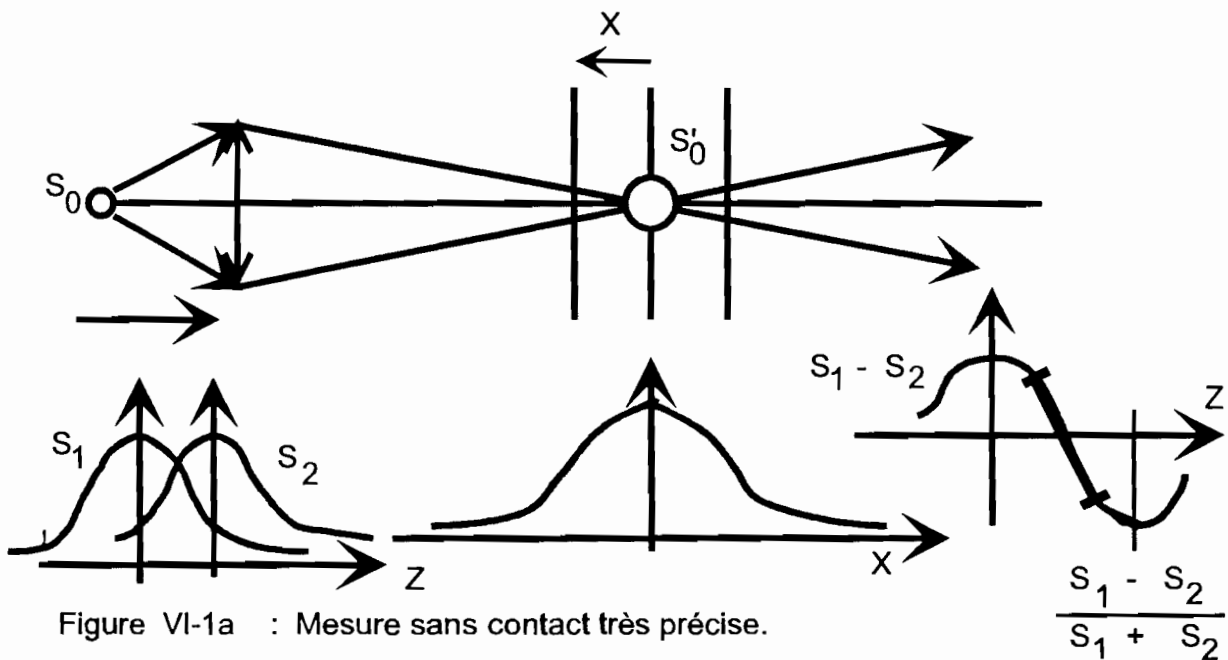
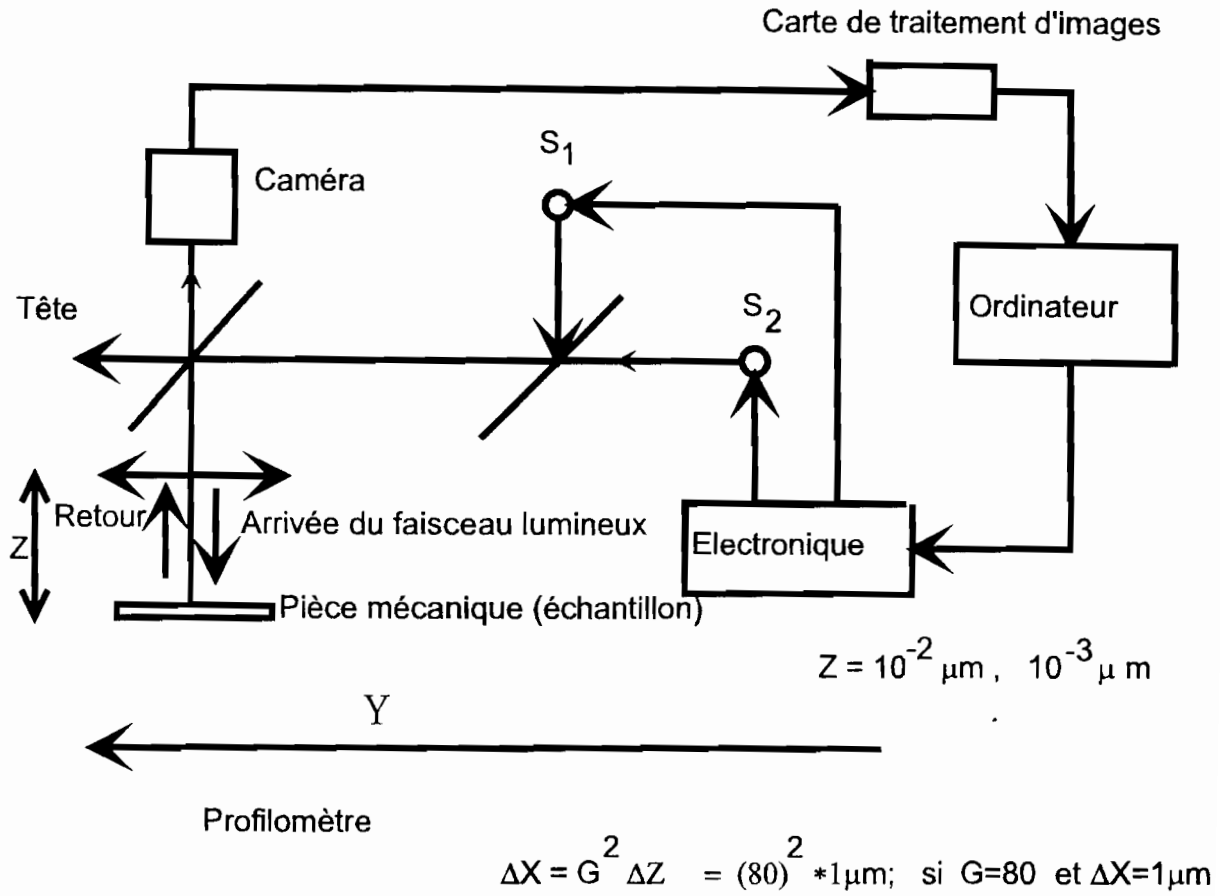


Figure VI-1a : Mesure sans contact très précise.



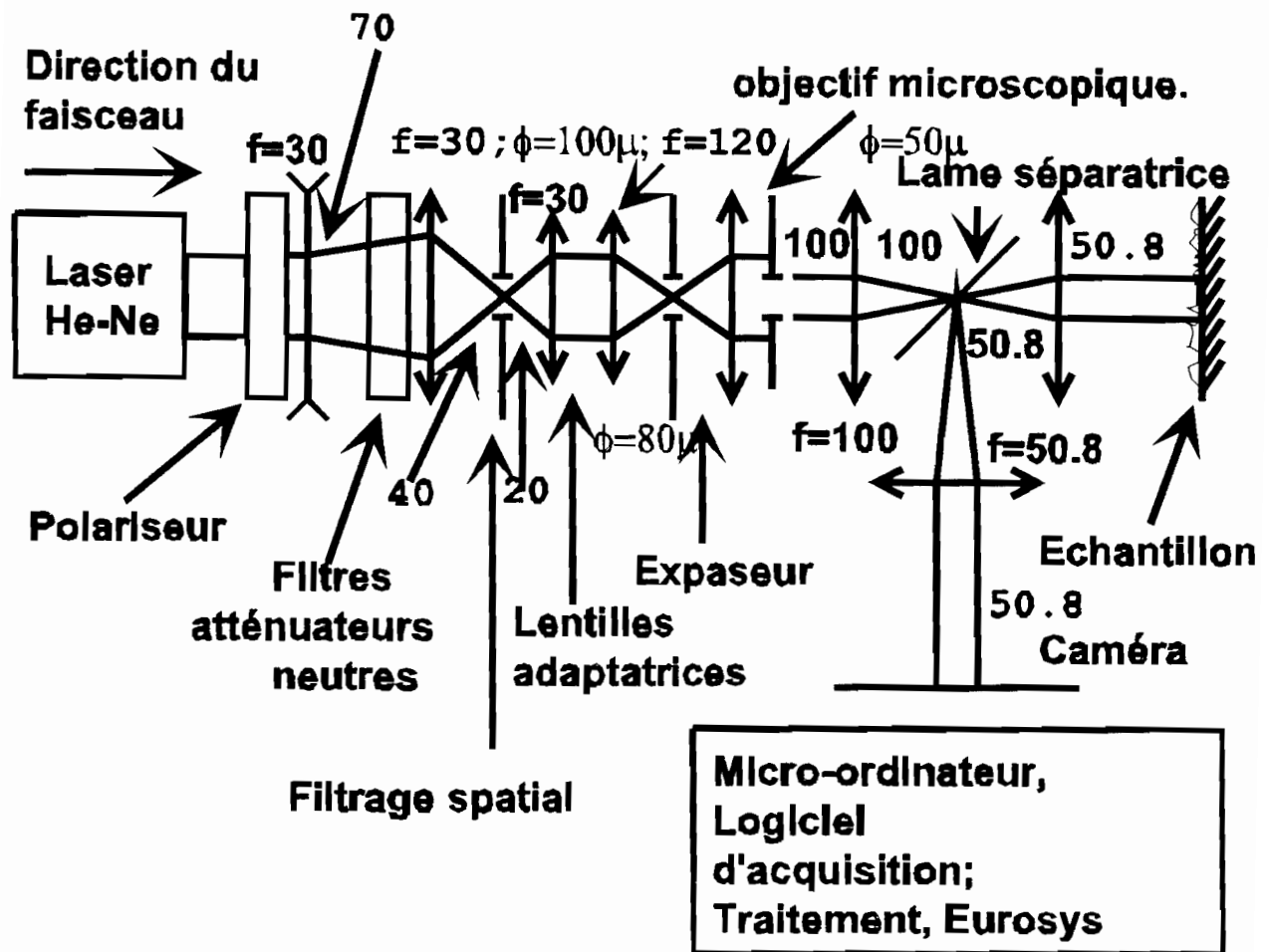


Figure VI-1b Schéma complet du dispositif expérimental, pour une seule source S.

La figure VI-1b représente les différentes étapes suivies par une des sources  $S_1$  ou  $S_2$ , à travers les différents instruments.  $S_1$  et  $S_2$  sont définies sur la figure VI-1a. Cependant la figure VI-1c représente le circuit électronique la figure VI-1a. Ce circuit permet de déterminer le courant normalisé  $I_n$ .

$$I_n = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}$$

La partie utile de  $I_n$  est seule sa partie linéaire.  $I_1$  et  $I_2$  correspondent respectivement aux sources  $S_1$  et  $S_2$ .

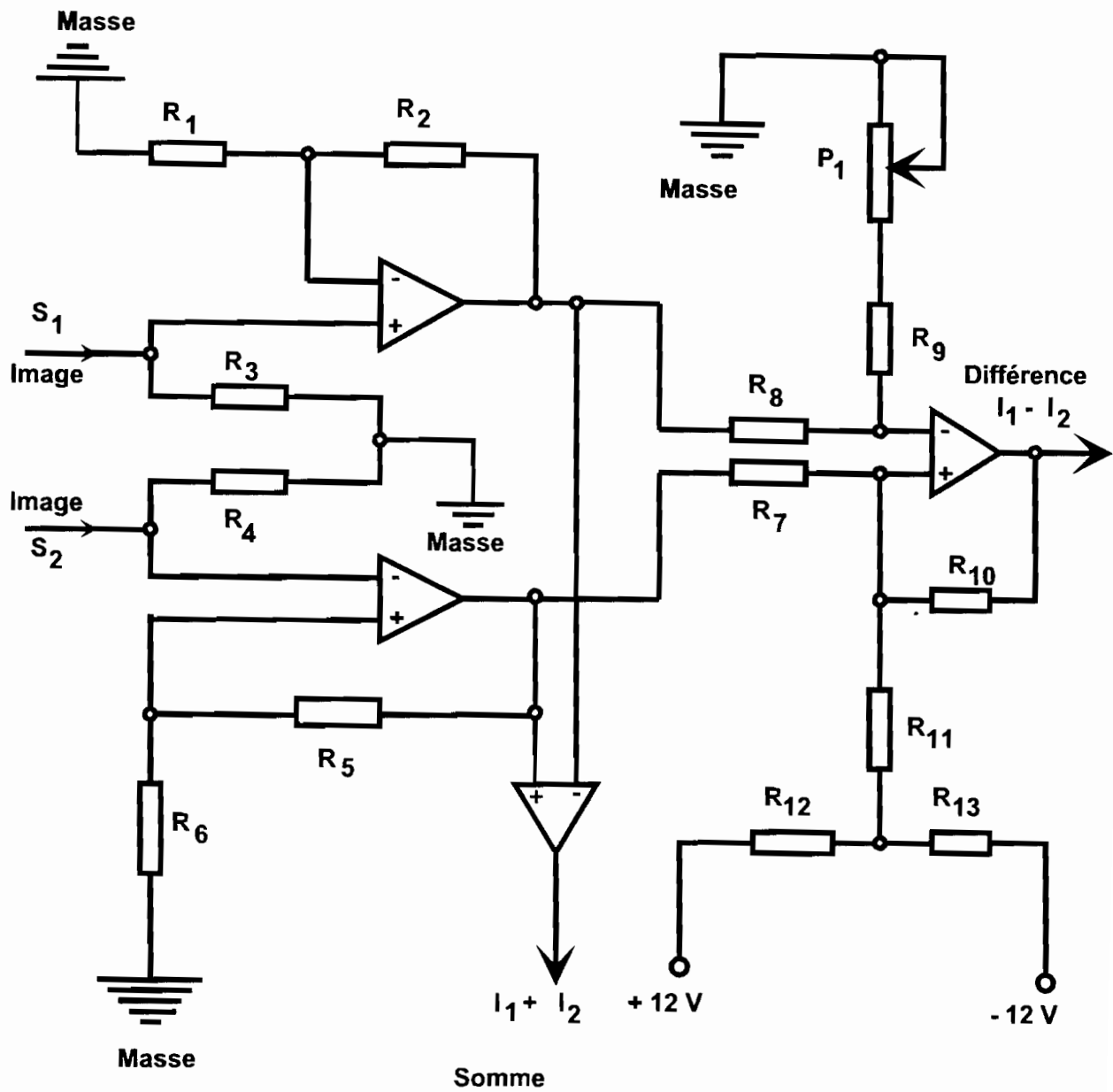


Figure VII-1c: Traitement des images  $S_1$  et  $S_2$  qui correspondent respectivement aux courants  $I_1$  et  $I_2$

(Circuit électronique simplifié)

### **VI-1-1 Mise en forme du faisceau:**

L'essentiel est de bien disposer les différentes optiques. En effet l'objectif est d'obtenir un faisceau lumineux cylindrique parfaitement homogène de diamètre égal à 50  $\mu\text{m}$ . Ce faisceau lumineux doit atteindre l'échantillon étudié en incidence normale ou très proche de la normale. L'alignement optique doit être parfait. Le faisceau ainsi obtenu ne verra que la structure géométrique de la surface palpée à une échelle inférieure à celle des stries à condition que le diamètre du rayon lumineux corresponde à la moitié de la période moyenne des stries présentées par les échantillons choisis. La source utilisée est une diode laser He-Ne de longueur d'onde :

$$\lambda = 0,6328 \mu\text{m}.$$

Le diamètre du faisceau primaire sortant avant expansion est inférieur à 0,9 mm. Ce faisceau est polarisé verticalement. Le polariseur est suivi de filtres atténuateurs neutres qui réduisent le flux de lumière laser. La densité optique totale de ces filtres est fixée par rapport au flux maximal de lumière que peut supporter le dispositif de réception de la lumière du montage. C'est une caméra CCD. Afin d'obtenir des résultats de mesure corrects, il est nécessaire d'éviter de saturer la caméra.

Le dispositif de filtrage spatial est suivi d'un système expenseur permettant, aux effets de diffraction, de réduire à 50  $\mu\text{m}$  le diamètre du faisceau laser. Il est constitué d'une lentille et d'un objectif de microscope de grossissement  $G=10$ , suivi immédiatement d'un trou de 50  $\mu\text{m}$ .

Les échantillons que nous avons étudiés, sont en acier XC38, en duralumin ou en laiton. Le duralumin est un alliage d'aluminium (95%), de cuivre (4 %) et de manganèse (moins de 1 %). L'acier XC38 est un alliage de fer et de carbone (0,36 %). Le laiton est un alliage de fer et de zinc ( jusqu'à 33 %).

Tous ces échantillons ont été usinés par fraisage, soit dans des conditions « normales » d'usinage avec des plaquettes de fraise en bon état, soit avec des plaquettes de fraise usées artificiellement.

Dans la suite, nous utiliserons les termes, acier, aluminium, et laiton pour désigner les trois alliages constituant les échantillons étudiés.

Le support de l'échantillon est constitué d'un système de platine pouvant se mouvoir par translation dans les trois directions perpendiculaires x, y et z. La direction z étant parallèle à l'axe optique du montage. L'échantillon est orienté de telle manière que les stries sur sa surface soient parallèles au déplacement suivant la direction x ou y du système de platines de translation.

## **VI-1-2. Système d'acquisition et de traitement des données :**

**Le système d'acquisition et de traitement des données se compose :**

- **d'une caméra miniature CCD de marque PULNIX fonctionnant à l'aide d'un logiciel EUROSYS;**
- **d'un micro-ordinateur pilotant l'ensemble du système**

**La caméra est utilisée sans objectif. Elle permet de numériser l'image, c'est à dire de découper le plan image en cellule élémentaire appelée pixel et affecter à chacune d'entre elles une valeur fournie par le détecteur. On obtient alors un tableau faisant correspondre un nombre par exemple l'intensité, à un point  $M$  de coordonnées  $(x, y)$  dans le plan image. Une fois numérisée, avec une résolution définie par le détecteur, on range ces nombre dans différents niveaux, appelés niveaux de gris lorsque l'image est en « noir et blanc ». La caméra a une surface sensible comportant  $512 \times 512$  pixels de  $13 \mu\text{m}$  de côté.**

**Nous avons utilisé un système de deux optiques identiques de distance focale  $50,8 \text{ mm}$  pour effectuer un transport d'image.**

**Les deux optiques ont une ouverture numérique de  $0,25$  (environ  $14,5^\circ$  par rapport à l'axe optique).**

**A partir des éclairissements reçus par la matrice de la caméra, on détermine l'intensité de la lumière rayonnée par la surface de l'échantillon à une distance donnée.**

**A cette fin, la caméra est placée à  $50 \text{ mm}$  du point de focalisation. Sa matrice réceptrice reçoit tous les rayons réfléchis par la surface dans la limite imposée par l'ouverture des optiques.**

**Nous avons utilisé un système optique confocal de transport d'image pour faciliter la détermination des angles  $\theta_s$  de déviation des rayons réfléchis par l'échantillon.**

**En effet, dans le cas d'un système standard non confocal, l'angle  $\theta_i$  que fait le rayon incident avec l'axe optique diffère de l'angle  $\theta_s$  qu'il fait à la sortie du système, voir figures III-1 et IV-1.**

## **VI-1-3 Procédé d'usinage :**

**Notre choix s'est porté sur trois types d'échantillon à savoir l'acier, l'aluminium et le laiton. Les échantillons que nous avons utilisés ont été usinés**

par fraisage. Le contact outil – échantillon se fait par l'intermédiaire de plaquettes de fraise. La partie active du contact comporte deux surfaces:

- La face de coupe de l'outil, qui arrache les copeaux, et qui est assez inclinée sur la surface.
- et la face de dépouille du dit outil, placée au voisinage immédiat de la surface de l'échantillon.

L'intersection des deux faces constitue l'arête de l'outil. Le mouvement de coupe communiqué à la fraise est une rotation uniforme par un servomoteur à courant continu.

En même temps, la pièce à usiner est translattée de manière rectiligne par un servomoteur. Comme nous l'avons mentionné précédemment, le profil d'un échantillon fraisé présente deux structures superposées dans la direction d'avance de l'outil :

- Une "structure macroscopique", constituée de stries périodiques dont les caractéristiques géométriques dépendent des paramètres d'usinage (vitesse de translation de la pièce, vitesse de rotation de la fraise, angle d'inclinaison de la face de dépouille et de la face de coupe, etc.) et de la nature chimique mono ou polycristaline de la pièce à usiner [5].

Pour une pièce dont les dimensions sont "petites" par rapport au diamètre d'usinage de fraise, la période  $L$  des stries est donnée par la relation suivante:

$$L = \frac{A}{R \times N} \quad (\text{VI.1})$$

Où:

- $A$  est la vitesse d'avance de l'échantillon (en centimètre par minute)
  - $R$  est la vitesse de rotation de la fraise (nombre de tours par minute)
  - $N$  est le nombre de plaquettes de fraise
- Une structure "microscopique", qui résulte des contacts entre les parties actives de la plaquette de la fraise et la pièce à usiner. L'analyse du profil de cette structure permet de recueillir des informations sur l'état d'usure des plaquettes.

## VI-2 Résolution du dispositif de transport de l'image et de la réception

### VI-2-1 Limitation de la mise au point due à l'ouverture des lentilles

On a utilisé différentes lentilles. Ces optiques ont un diamètre  $\phi = 25.9\text{mm}$  et une distance focale  $f = 100\text{ mm}$ . La fréquence spatiale maximale que le dispositif laisse passer est:

$$f_0 = \frac{\Phi}{2\lambda f} \approx 420 \text{ mm}^{-1} \quad (\text{VI.2})$$

La limite de résolution, liée à la fréquence spatiale de coupure  $f_0$  par le critère d'ABBE, est :

$$\frac{1}{2f_0} \cong 1,2 \text{ } \mu\text{m}. \quad (\text{VI.3})$$

### VI-2-2. Bruit généré par la caméra :

La caméra utilisée est du type CCD (Charge Coupled Device) de marque EUROSYS. Le nombre de photons incidents par unité de temps reçus par chaque élément photosensible (pixel) suit une loi statistique de Poisson.

Pour un pixel donné, on montre que le rapport Signal / Bruit mesuré est proportionnel à la racine carrée du nombre de photons reçus par pixel, donc à la racine carrée du nombre d'épreuves de mesures [5,24]. Par filtrage on arrive à réduire de manière sensible ces bruits.

Nous supposons à priori que les propriétés géométriques des surfaces usinées dépendent essentiellement du procédé d'usinage (caractéristiques des outils et paramètres d'usinage).

Dans le cas de fraisage où le profil est périodique, nous considérons que deux sites distants d'un multiple de périodes ont des propriétés géométriques identiques.

Dans nos expériences, dix images par site sur dix sites ayant les mêmes propriétés géométriques ont été enregistrées.

Le rapport Signal / Bruit est alors, compte tenu des remarques précédentes amélioré d'un facteur 10 en « faisant la moyenne » sur 100 images. Dans ce qui suit nous admettrons ces résultats.

### VI-2-3. Limitation due à la taille des pixels de la caméra :

La taille d'un pixel étant de l'ordre de 13,3 micromètres, l'ouverture angulaire minimale d'un pixel de la surface réceptrice de la caméra pour un échantillon se trouvant à 50 mm de cette dernière est :

$$\Delta\theta = \frac{13.3}{5.10^4} \approx 2,66.10^{-4} \text{ rad} \quad (\text{VI.4})$$

Et en terme de fréquence spatiale.

$$\Delta f = \frac{\sin(\Delta\theta/2)}{\lambda} \approx 2,2 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}^{-1} \quad (\text{VI.5})$$

Par conséquent, la longueur de corrélation maximale de profil de surface qu'on peut mesurer à partir du dispositif de transport d'images est :

$$\frac{1}{\Delta f} \cong 454.5 \mu\text{m} \quad (\text{VI.6})$$

### VI-2-3 Limitation due à la taille du faisceau incident :

La taille du faisceau impose aussi une limite supérieure à la longueur d'autocorrélation qu'on peut mesurer. Pour un faisceau cylindrique de 50 micromètres de diamètre, la fréquence spatiale la plus petite du profil de surface qu'on puisse mesurer est de 20,0 mm<sup>-1</sup>.

Comme nous l'avons déjà indiqué, la limite inférieure de la fréquence imposée par les optiques du dispositif de transport d'images est de 2,2 mm<sup>-1</sup>. Par conséquent, dans notre cas, c'est la taille du faisceau qui impose au dispositif la limite inférieure de sa fréquence spatiale.

### VI-3. Prises d'images:

La partie de la surface à analyser correspond à ses défauts à savoir ses rainures, ses sous structures des stries et sa rugosité. Le rayon lumineux est fixe.

L'échantillon étudié est déplacé par l'intermédiaire des butées micrométriques des platines de fixation. Ce système mobile suivant les trois axes, x, y, z permet de régler minutieusement la position de l'échantillon. La composante spéculaire est le principal maximum du spectre. Des prises d'images sur des sites distants l'un de l'autre d'une période de strie, sont effectuées en déplaçant l'échantillon dans la direction d'avance de l'outil (direction perpendiculaire aux stries). Vingt sites équivalents par échantillon ont été pris en image.

Comme il a été dit précédemment, les niveaux de gris des images prises sur un même site fluctuent temporellement à cause du bruit généré par la caméra. Chaque site a été ainsi pris en image cinquante fois en vue de faire une moyenne des éclaircissements reçus par chaque pixel. Avec un tel nombre de prises d'images, on peut raisonnablement espérer que le bruit a été amoindri. L'idéal serait d'éliminer entièrement le bruit quantique. Donc pour chaque échantillon, 1000 prises d'images ont été effectuées. Ce nombre est largement suffisant pour pouvoir négliger le bruit quantique.

## VI-4. Dépouillements des tests :

### a. Conversion en intensité :

Après acquisition de l'image, le logiciel fournit une matrice de 512 x 512 pixels dont chaque élément est relatif à l'éclairement (watt / m<sup>2</sup>) reçu par le point en fonction de sa position sur la matrice de la caméra. La somme des intensités discrètes formant l'image est donnée par la relation suivante :

$$I = \sum_{x=0}^{511} \sum_{y=0}^{511} h(x, y) - N_0 = \sum_{x=0}^{511} \sum_{y=0}^{511} g(x, y)$$

(VI.7)

Où :

- $h(x, y)$  est le niveau de gris enregistré ;
- $N_0$  est le niveau de bruit ;
- $g(x, y)$  est le niveau de gris réel c'est à dire de l'expérience.

Dans cette étude le niveau de bruit  $N_0$  dans une obscurité totale est de 11. Et le processus d'obtention de l'intensité 'réelle'  $g(x, y)$  à partir de  $h(x, y)$  se fait par translation. Au niveau de la caméra, on a les paramètres suivants :

### 1. L'intensité normalisée $I_n$

$$I_n = \frac{\text{somme des intensités}}{\text{somme des intensités sur une surface polie}}$$

Cette expression peut être interprétée mathématiquement par la relation suivante :

$$I_n = \frac{\sum_{x=0}^{511} \sum_{y=0}^{511} g(x, y)}{\sum_{x=0}^{511} \sum_{y=0}^{511} g_0(x, y)}$$

(VI.8)

Cette expression (VI.8) peut être approchée par la formule empirique suivante, [20] :



$I_n = 2,04 \ln(R_a) + 3,0$  ; avec un coefficient de corrélation de 0,88.

Où  $R_a$  est la rugosité moyenne.

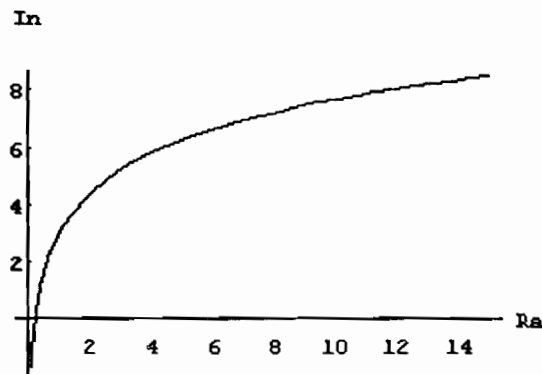


Figure VI-2 L'intensité normalisée  $I_n$ , en fonction de la rugosité moyenne  $R_a$

2. Le coefficient d'autocorrélation  $CA(X)$ , sur la direction  $x$ , sous un déplacement élémentaire  $\delta_i$

$$CA = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=0}^{N-\delta_j} g(x, y) * g(i, j + \delta_j)}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N g^2(x, y)}$$

(VI.9)

3. Le coefficient d'autocorrélation intégré  $CI(X)$ , sur la direction  $x$ , avec une variation de longueur élémentaire  $\delta_j$ .

$$CI(X) = \sum_{\delta_i=1}^M CA(X) = \sum_{i=1}^M \frac{\sum_{j=1}^{N-\delta_j} g(i, j) * g(i, j + \delta_j)}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N g^2(x, y)}$$

(VI.10)

Cette expression (VI.9) peut être tracée en utilisant sa formule empirique, suivante, [20] :

$CI(X)=19\text{Ln}(Ra) + 80,7$ , avec un coefficient de corrélation de 0,91.

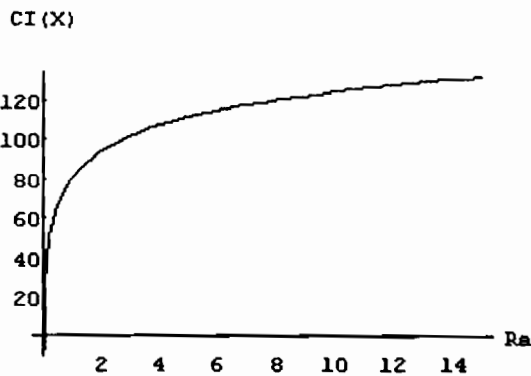


Figure VI-3 Le coefficient d'autocorrélation intégré  $CI(X)$  en Fonction de la rugosité moyenne  $R_a$ .

4. Le coefficient d'autocorrélation intégré,  $CI(Y)$ , suivant la direction  $y$ , avec une variation de longueur  $\delta_i$

$$CI(Y) = \sum_{\delta_i=1}^M CA(Y) = \sum_{i=1}^M \frac{\sum_{j=1}^{M-\delta_i} \sum_{j=1}^N g(i, j) * g(i + \delta_i, j)}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N g^2(x, y)}$$

(VI.11)

Cette équation VI.11 peut être réduite par simplification à la formule empirique suivante:

$CI(Y)=24.0\text{Ln}(R_a)+72.3$ , avec un coefficient de corrélation de 0,97

5. Le coefficient d'autocorrélation intégré,  $CI(XY)$ , suivant la direction de la diagonale.

$$CI(XY) = \sum_{\delta_i=1}^M CA(XY) = \sum_{i=1}^M \frac{\sum_{j=1}^{M-\delta_i} \sum_{j=1}^{N-\delta_j} g(i, j) * g(i + \delta_i, j + \delta_j)}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N g^2(x, y)}$$

(VI.12)

L'équation VI.12 peut être approchée par une formule empirique qui s'écrit :

$CI(XY) = 14.9 \ln(R_a) + 52.4$  ; avec un coefficient de corrélation de 0,94.

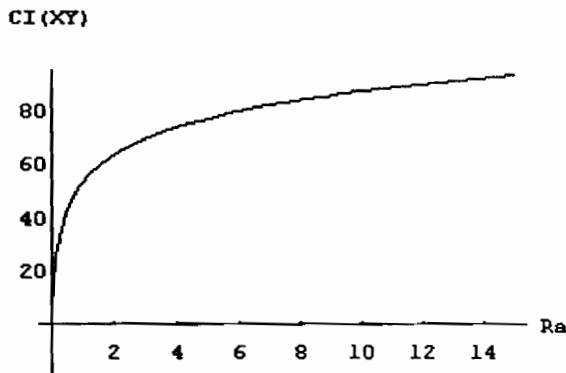


Figure VI-4 : Le coefficient d'autocorrélation intégré CI(XY) en fonction de la rugosité moyenne  $R_a$  .

Les relations (VI.8 – VI.11) impliquent le déplacement de l'image d'une longueur  $\delta$ . Ce décalage peut se faire soit en direction de x, soit en direction de y ou bien en direction de la diagonale xy.

### 6. Le coefficient d'intensité spectrale moyen, HA.

$$HA = \frac{\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M g(ik, jk)}{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^M g_0(ik, jk)}$$

(VI.12)

L' équation VI.12 peut être réduite à la formule empirique suivante:

$HA = 0,42 \ln(R_a) + 1,43$  avec un coefficient de corrélation de 0,89.

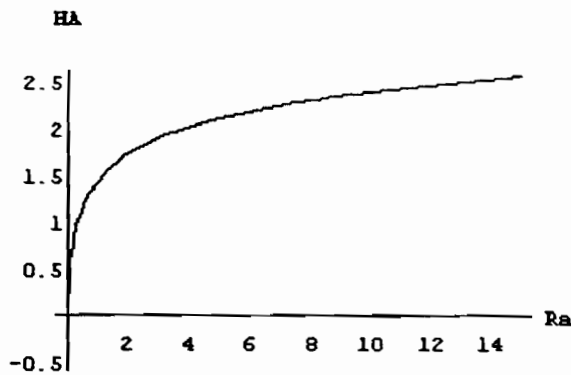


Figure VI-5: Le coefficient d'intensité spectrale moyen HA en fonction de la rugosité moyenne  $R_a$

### 7. Le coefficient d'intensité spectrale intégré, HI.

$$HI = \frac{\sum_{k=1}^M g(ik, jk)}{\sum_{k=1}^M g_0(ik, jk)}$$

(VI.13)

L'équation VI.13 peut être réduite à la formule empirique suivante:

$HI = 0,75 \ln(R_a) + 1,82$  avec un coefficient de corrélation de 0,90.

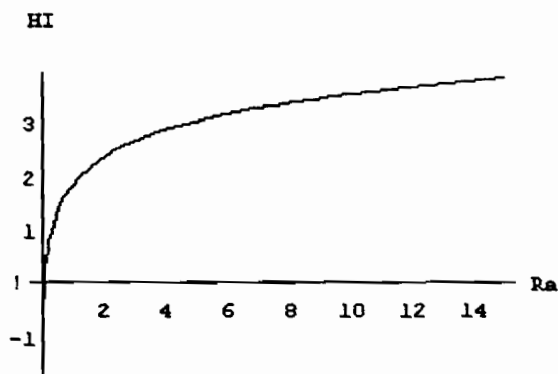


Figure VI-6: Le coefficient d'intensité spectrale intégré HI en fonction de la rugosité moyenne  $R_a$

La distance qui sépare deux pixels voisins est égale à 13 microns. Du fait de la structure des profils des échantillons utilisés qui sont faits

essentiellement de stries linéaires, et sur la base des constatations faites sur la caméra, la majeure partie du signal recueilli ne provient que d'une dimension unique.

Pour optimiser les traitements, nous avons sélectionné par procédé informatique la région où le signal "utile" est supposé se trouver. Les éclaircissements obtenus sont ensuite convertis en intensités. L'intensité est définie dans la littérature de plusieurs manières. Dans notre étude nous adoptons la définition suivante [14 ], [15] : l'intensité moyenne dans une direction quelconque est le rapport entre le flux à travers une surface fictive parallèle et identique à la surface émettrice et le flux incident émis par la surface émettrice. On peut écrire:

$$I(R, \theta_s) = \frac{\cos \theta_s EE^*}{\cos \theta_i E_0^2} \quad (\text{VI.14})$$

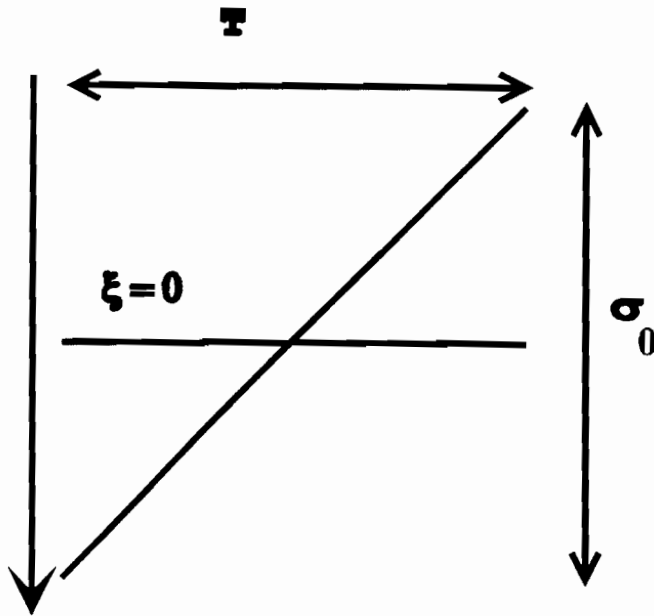
Avec cette définition, la constante de proportionnalité C entre l'intensité et le

module au carré du champ est égale à  $\frac{\cos \theta_s}{\cos \theta_i}$ .

Nous rappelons que la méthode d'approche utilisée est L'APPROXIMATION DE KIRCHHOFF [25 ÷29].

Dans ce cadre l'intensité rayonnée comporte deux composantes :

- Une composante cohérente dans la direction spéculaire, qui garde une relation de phase avec l'onde incidente.
- Une composante diffuse qui, dans le cas idéal, malgré la cohérence de la source utilisée et les interférences associées, est rendue "incohérente" du fait d'un phénomène d'annulation en moyenne de la phase, conséquence de la rugosité (modèle des "facettes" dans le cadre de l'APPROXIMATION de KIRCHHOFF), des micro – cristallisations, voir figure VI-7.



**Figure VI-7: Représentation schématique d'une "facette réfléchissante".**

La conversion de l'éclairement en intensité que nous effectuons concerne cette composante diffuse de l'intensité rayonnée. Il s'agit d'une opération purement photométrique qui suppose que l'onde incidente a perdu toute relation de phase avec cette composante diffuse.

En outre, comme la taille de la surface explorée ( $50 \mu\text{m}$ ) est faible devant la distance entre l'échantillon et la surface réceptrice de la caméra (500 mm), l'étendue géométrique de la surface explorée peut être négligée, c'est à dire qu'elle peut être considérée comme ponctuelle.

Le montage expérimental permet d'obtenir les valeurs d'éclaircements de points appartenant à un plan (surface réceptrice de la caméra) parallèle au plan de référence de la surface de l'échantillon étudié.

La distance séparant les deux plans est égal à  $R$ . La conversion consiste à déterminer, à partir de ces données, les intensités du champ réfléchi à des points se trouvant sur un demi-cercle de rayon  $R$ , dont la base coïncide avec le plan de référence de l'échantillon.

L'éclairement est le rapport entre le flux reçu et la surface réceptrice.

Pour un écart  $\Delta\theta$  d'angle donné, le flux reçu entre  $(\theta - \frac{\Delta\theta}{2})$  et

$(\theta + \frac{\Delta\theta}{2})$  est :

$$F = NG(\theta) \cdot S_c(\theta) \quad (\text{VI.15})$$

où :

$NG(\theta)$  est la somme des niveaux de gris compris entre  $(\theta - \frac{\Delta\theta}{2})$  et  $(\theta + \frac{\Delta\theta}{2})$ .

$\Delta\theta$  est l'ouverture angulaire à  $\theta = 0$ , recouvrant un pixel. Elle est égal à  $0,15^\circ$  lorsque l'échantillon se trouve à  $R = 50$  mm de la surface réceptrice de la caméra.

$S_c(\theta)$  est la portion de la surface de la caméra définie entre

$$(\theta - \frac{\Delta\theta}{2}, \theta + \frac{\Delta\theta}{2}).$$

L'amplitude moyenne du champ  $A_R$  : à la position  $(R, \theta_s, \phi_s)$  est donnée par la relation suivante :

$$|A_R^2| = \frac{F}{S_c(0)} \quad (\text{VI.16})$$

On déduit ainsi le flux à travers une surface fictive parallèle à la surface émettrice  $S_e$ , qui se trouve à une distance  $R$  :

$$F_1 = |A_R^2| S_e \cos\theta \quad (\text{VI.17})$$

L'expression de l'intensité s'écrit alors :

$$I(R, \theta_s) = \frac{F_1}{E_0^2 S_e \cos\theta_i} = \frac{S_c(\theta) NG(\theta) \cos\theta_s}{S_c(0) E_0^2 \cos\theta_i} \quad (\text{VI.18})$$

Comparativement à une photodiode, une caméra CCD permet de faire une acquisition rapide en une seule prise d'images sans qu'il soit nécessaire de la déplacer.

Par contre, l'ouverture angulaire du signal mesuré est limitée par la surface réceptrice de la caméra ; ce qui est un handicap lorsque la réception se fait loin de l'échantillon.

**b. Identification des paramètres de profil de surface dans le cadre de l'APPROXIMATION DE KIRCHHOFF :**

**\*. Expression des intensités du champ total :**

L'approche par l'approximation de Kirchhoff, appliquée à des surfaces statistiques ( Profil  $\xi$  fonction aléatoire de  $x$  et de  $y$ ), fournit une expression de l'intensité du champ diffusé qui est une fonction du retard de phase moyen  $\chi(v_z)$ . On l'appelle aussi fonction caractéristique. L'intensité du champ diffusé est également fonction de la caractéristique jointive,[25÷29].

Les profils des échantillons étudiés dans la direction d'avance de l'outil présentent, comme nous l'avons déjà dit, une structure "macroscopique" (stries périodiques) et une structure "microscopique".

On considère par hypothèse, que les profils des surfaces de cette dernière structure suivent une loi de distribution gaussienne. Avec cette hypothèse, l'approche par l'approximation de Kirchhoff permet d'obtenir une expression analytique de l'intensité du champ diffusé en fonction de la fonction d'autocorrélation  $C(\rho)$ .

Cette relation intégrale permet de relier dans le cas général, l'intensité du champ diffusé aux paramètres de profils de surface tels que l'écart-type de rugosité  $\sigma_0$  ou longueur quadratique et la longueur d'autocorrélation  $T$  (par l'intermédiaire de  $C(\rho)$ ).

Dans sa forme générale, cette relation ne permet pas toujours de déterminer  $\sigma_0$  et  $T$  à partir des valeurs expérimentales de l'intensité, même pour des modèles simples de  $C(\rho)$ . Dès lors un choix s'impose.

On l'utilise ainsi dans les limites où  $\sigma_0$  est "très grand" ou "très faible" par rapport à la longueur d'onde  $\lambda$ .

**Cas où  $\sigma_0 \gg \lambda$  :**

Revenant aux différentes méthodes déjà étudiées et en tenant compte de la définition de l'intensité telle que précisée précédemment, l'intensité du champ total réfléchi s'écrit, voir Chapitre III équations III.72 et III.77, chapitre IV équations IV.62 et IV.72, chapitre V équations V.50 et V.51 et V.62 ÷ V.65.

$$I = \frac{\cos\theta}{\cos\theta_i} \frac{|E_0(R, \theta, 0)|^2}{E_0^2} \{ \exp[-2\sigma_0^2 k^2 \cos^2\theta] \delta(\theta=\theta_i) + \frac{2\pi^2 T^2 f^2}{v_z^2 \sigma_0^2 S} \exp[-\frac{v^2 T^2}{4v_z^2 \sigma_0^2}] \} \quad (VI.19)$$



**Cas où  $\sigma_0 \ll \lambda$  :**

Lorsque cette condition est satisfaite alors l'intensité du champ total réfléchi dans ce cas s'écrit, voir Chapitre III équations III.72 et III.77, chapitre IV équations IV.62 et IV.72, chapitre V équations V.50 et V.51 et V.62 ÷ V.65.

$$I = \frac{\cos\theta}{\cos\theta_i} \frac{|E_0(R, \theta, 0)|^2}{E_0^2} \{ \exp[-2\sigma_0^2 k^2 \cos^2\theta] \delta(\theta=\theta_i) + f^2 v_z^2 \sigma_0^2 \pi^2 W(p, q) \} \quad (\text{VI.20})$$

Dans l'hypothèse où la fonction d'autocorrélation  $C(\rho)$  a une forme gaussienne, la densité spectrale  $W(p)$ , pour un signal à une dimension, a pour expression:

$$W(p) = \frac{2}{L\pi^2} \int_0^\infty d\tau \exp[-\frac{\tau^2}{T^2}] \cos(p\tau) \quad (\text{VI.21})$$

$$W(p) = \frac{T}{L\pi^{3/2}} \exp[-\frac{p^2 T^2}{4}] \quad (\text{VI.22})$$

Donc l'expression de l'intensité diffusée donnée par l'équation (VI.19) peut s'écrire:

$$I = \frac{\cos\theta}{\cos\theta_i} \frac{|E_0(R, \theta, 0)|^2}{E_0^2} \{ \exp[-2\sigma_0^2 k^2 \cos^2\theta] \delta(\theta=\theta_i) + f^2 v_z^2 \frac{\pi^{1/2}}{S} \sigma_0^2 T \exp[-\frac{p^2 T^2}{4}] \} \quad (\text{VI.23})$$

Les expressions de l'intensité diffusée donnée par les équations VI.20 et VI.23 permettent de déterminer les paramètres  $\sigma_0$  et  $T$  à partir des valeurs expérimentales de l'intensité. D'après l'équation VI.23, la composante spéculaire est faible pour les écart-types de rugosité  $\sigma_0$  "grands". La présence ou non de la composante spéculaire de l'intensité permet de savoir expérimentalement si le profil de surface palpée a un écart-type de rugosité

$\sigma_0$  "grand" ou faible par rapport à  $\lambda$ . Suivant le cas, on utilise l'une ou l'autre des deux expressions précédentes pour déterminer le couple  $(\sigma_0, T)$ .

Pour les valeurs de  $\sigma_0$  "intermédiaires", on calcule le couple  $(\sigma_0, T)$  à l'aide des deux expressions de l'intensité. On retiendra les valeurs du couple qui satisfont le mieux la condition  $\sigma_0 \gg \lambda$ . Pour valider les valeurs de  $(\sigma_0, T)$  calculées, on vérifie la condition de validité de l'APPROXIMATION de KIRCHHOFF obtenue dans le cadre de la théorie de la DIFFUSION MULTIPLE, (voir chapitre IV, équation IV.77)

$$T \geq \frac{2\lambda}{\pi} \quad (\text{VI.24})$$

Soit que :

$$T \geq 0,381 \mu\text{m}. \quad (\text{VI.25})$$

### Identification du couple $(\sigma_0, T)$

Le rapport  $\frac{\sigma_0}{T}$  est considérée comme une pente très importante. Dans le cas où le rapport  $\sigma_0 / T$  est "grand", la composante diffusée de l'intensité totale du champ prédomine. Dans nos expériences, les spectres relevés relatifs aux sous-structures, ont une forte présence de composante spéculaire, ce qui correspond au

**cas**  $\frac{\sigma_0}{T}$  "**faible**".

La densité spectrale pour une fonction d'autocorrélation gaussienne est:

$$W(p) = \frac{T}{L\pi^{3/2}} \exp\left[-\frac{p^2 T^2}{4}\right] \quad (\text{VI.26})$$

D'autre part, l'expression de cette densité d'après l'APPROXIMATION DE KIRCHHOFF a pour forme:

$$W(p) = \frac{2}{L\pi^2} \int_0^\infty d\tau \exp\left[-\frac{\tau^2}{T^2}\right] \cos(p\tau)$$

$$W(p) = \frac{\cos\theta_i}{\pi^2 \sigma_0^2} \frac{E_0^2}{|E_0(R, \theta, 0)|^2} \left[ \frac{I_{\text{diff}}}{\cos\theta f^2 v_z} \right] \quad (\text{VI.27})$$

En explicitant  $f^2 v_z^2$  et  $E_0(R, \theta_i, 0)$ , on obtient :

$$W(p) = \frac{R^2 \cos \theta_i}{4\pi^2 \sigma_0^2 R_{f0}^2} \left[ \frac{I_{\text{diff}}}{\cos \theta [1 + \cos \theta_i \cos \theta - \sin \theta_i \sin \theta \cos \Phi]^2} \right] \quad (\text{VI.28})$$

La densité spectrale  $W(p)$  a une forme gaussienne. Elle peut être caractérisée par sa hauteur  $A$  et sa largeur  $\Delta$  au niveau  $\frac{1}{e}$  :

$$W(p) = \exp\left[-\frac{p^2}{\Delta}\right] \quad (\text{VI.29})$$

L'identification numérique de  $A$  et  $\Delta$  permet de déterminer  $T$  et  $\sigma_0$ , qui sont données par:

$$T = \frac{2}{\Delta} \quad (\text{VI.30})$$

$$\sigma_0^2 = \frac{\cos \theta_i}{4\pi^{5/2} R_{f0}^2} \frac{L\lambda^4}{S^2} R^2 \frac{A}{T} \quad (\text{VI.31})$$

### c. Région de confiance sur $R_a$ et sur $\sigma^2$ .

Nous pouvons calculer, à partir des mesures les relations suivantes :

$$R_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i \quad (\text{VI.32})$$

et

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum (\xi_i - R_a)^2 \quad (\text{VI.33})$$

Une région de confiance sur  $R_a$  et sur  $\sigma^2$  à  $100\gamma\%$  sera obtenue en multipliant deux intervalles de confiance, 1 sur  $R_a$  et 1 sur  $\sigma^2$ , chacun à  $100\gamma\%$ . Nous déterminerons cette région sur les graphes.

**d. Intervalle de confiance sur  $\sigma^2$ , si  $R_a$  est inconnu.**

$R_a$  étant inconnu, nous devons l'estimer par :

$$\bar{\xi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i \quad (\text{VI.34})$$

Nous savons d'autre part que

$$\sum_{i=1}^n \left[ \frac{\xi_i - \bar{\xi}}{\sigma} \right]^2 = \chi^2 (n-1) \quad (\text{VI.35})$$

Alors on a :

$$P \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi})^2}{\chi_{\max}^2 (n-1)} \leq \sigma^2 \leq \frac{\sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi})^2}{\chi_{\min}^2 (n-1)} \right] = \gamma \quad (\text{VI.36})$$

**e. Intervalle de confiance sur  $R_a$  quand  $\sigma^2$  est inconnu.**

A partir des mesures, nous pouvons calculer

$$\bar{\xi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i \quad (\text{VI.37})$$

$$\bar{\xi} \in \mathbf{N}(\bar{\xi}; R_a, \sigma^2/n)$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi})^2 \quad (\text{VI.38})$$

$$[(n-1)s^2/\sigma^2] \in \mathbf{f}(\chi_2; n-1)$$

$\bar{\xi}$  et  $s^2$  sont indépendants

Dès lors,

$$t = \frac{\frac{\bar{\xi} - R_a}{\sigma/\sqrt{n}}}{\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2(n-1)}}} = \frac{\bar{\xi} - R_a}{s/\sqrt{n}} \quad (\text{VI.39})$$

est une variable de Student à (n-1) degrés de liberté.

## ERREUR SUR LA MESURE DE LA RUGOSITE MOYENNE

La rugosité moyenne est définie comme l'ensemble des hauteurs absolues de profils de surface, voir chapitre II.

$$R_a = \int_{-\infty}^{\infty} |\xi| f_H(\xi) d\xi \quad (\text{VI.40})$$

où :

$$f_H(\xi)$$

est la densité de probabilité de la hauteur  $\xi$  dans l'intervalle  $(t_1, t_2)$ . Cependant, dans la pratique, la fonction  $f_H(\xi)$  n'est pas disponible dans la plupart des cas. C'est pourquoi on a adopté une deuxième définition de la rugosité moyenne du profil de surface.

$$R_a = \int_0^1 \int_0^1 |\xi(t_1, t_2)| dt_1 dt_2 \quad (\text{VI.41})$$

$R_a$  peut être évalué également sur n'importe quelle surface en se basant sur un nombre fini de tests par la relation :

$$R_a(P) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\xi(p_{i1}, p_{i2})| \quad (\text{VI.42})$$

Où :

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ , où  $p_i = (p_{i1}, p_{i2})$ , est un ensemble de points de test.

L'erreur faite en faisant l'approximation de l'équation VI.37 par l'équation VI. 38 est déterminée par la différence entre  $R_a$  et  $R_a(P)$ .

Puisque  $R_a$  et  $R_a(P)$  sont toutes les deux des variables aléatoires qui respectent le processus  $\{H(t_1, t_2), 0 \leq t_1, t_2 \leq 1\}$ , la mesure de l'erreur couramment adoptée pour des variables aléatoires est l'erreur sur l'écart type définie par la relation :

$$\varepsilon(P) = (E[(R_a - R_a(P))^2])^{1/2} \quad (\text{VI.43})$$

qui donne une erreur moyenne sur la mesure de  $R_a(P)$  pour la surface étudiée.

Dans le processus de mesure, le nombre de points de tests  $n$ , reflète le temps pour le processus de mesure et l'erreur  $\varepsilon$  reflète la précision de la mesure. Le carré de l'erreur se calcule de la manière suivante :

$$\varepsilon^2 = E[(R_a - R_a(n))^2] = E[(R_a)^2 - 2R_a R_a(n) + (R_a(n))^2] \quad (\text{VI.44})$$

$$\varepsilon^2 = E[R_a^2] - 2E[R_a R_a(n)] + E[R_a^2(n)] \quad (\text{VI.45})$$

Les trois espérances peuvent être évaluées. En se basant sur la définition de la rugosité moyenne, équation VI.37 et sur l'équation VI.41.

$$E[R_a^2] = E\left[\left(\int_0^1 |\xi(t)| dt\right)^2\right] = E\left[\int_0^1 \int_0^1 |\xi(s)| |\xi(t)| ds dt\right] \quad (\text{VI.46})$$

$$E[R_a^2] = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 E[|\xi(s)| |\xi(t)|] ds dt = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \rho(s, t) ds dt \quad (\text{VI.47})$$

La quantité  $\rho(s, t)$  est la fonction d'autocorrélation d'une surface à deux différentes positions  $t = (t_1, t_2)$  et  $s = (s_1, s_2)$ , avec les conditions suivantes :  $0 \leq (t_1, t_2) \leq 1$  et  $0 \leq (s_1, s_2) \leq 1$ .

De manière similaire, la seconde et la troisième espérances peuvent être évaluées, respectivement :

$$E[R_a R_a(n)] = \left[ \int_0^1 |\xi'(s)| ds \right] \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\xi(p_i)| \right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \int_0^1 \rho(s, p_i) ds \quad (\text{VI.48})$$

et

$$E[R_a^2(n)] = E\left[\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n |\xi(p_i)|\right)\left(\frac{1}{n}\sum_{j=1}^n |\xi(p_j)|\right)\right] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho(p_i, p_j) \quad (\text{VI.49})$$

En ajoutant les trois équations VI.43 , VI.44 et VI .45 , on obtient la formule de l'erreur finale sur la mesure de la rugosité moyenne :

$$\mathcal{E}^2(P) = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \rho(s, t) ds dt - \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \int_0^1 \rho(s, p_i) ds + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho(p_i, p_j) \quad (\text{VI.50})$$

## CHAPITRE VII

### RESULTATS EXPERIMENTAUX - DISCUSSION

#### VII.1 Analyse des résultats :

Avant de donner les résultats, il convient de rapporter quelques observations:

- Si on prend les mesures en lumière du jour, on constate que l'intensité captée par la caméra est très élevée et très instable. Cette instabilité est probablement due aux lumières parasites. C'est pourquoi on a choisi d'opérer dans l'obscurité totale.

Rappelons que les échantillons utilisés sont constitués de trois matériaux: Acier XC38, duralumin AU4G et laiton simple (appelés dans la suite respectivement acier, aluminium, laiton). Ils ont été tous usinés par fraisage. Tous les trois échantillons constitués par les trois différents matériaux ont été usinés en utilisant une fraise ne comportant qu'une seule plaquette. La valeur de la période des stries a été fixée à 200  $\mu\text{m}$  pour faciliter l'étude des états des surfaces entre ces stries, la taille du faisceau incident étant égale à 50  $\mu\text{m}$ . Les spectres obtenus à partir de ces trois échantillons sont représentés par les courbes suivantes:

La courbe VII-1 représente le spectre obtenu à partir d'un échantillon en acier usiné dans les conditions indiquées précédemment mais avec une plaquette usée artificiellement. Les parties actives de cette plaquette ont été retouchées, c'est à dire, sa face de coupe et sa face de dépouille, ont été "limées". Cette figure VII-1 montre la densité spectrale de profil de surface en unité arbitraire, en fonction de la fréquence spatiale en  $\mu\text{m}^{-1}$ . La courbe en dessous est une gaussienne qui approche la partie diffuse de la densité spectrale à partir des « pieds » des pics secondaires résiduels. Ces pics trouvent leur origine dans les interférences liées à l'utilisation du laser. La courbe VII-1 est obtenue à partir de la figure VII-2 donnée par la caméra. Evidemment la forme du spectre dépend du lieu de test.



Figure 26 : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spectrale  $p$ : cas de l'acier, fraisage multitête

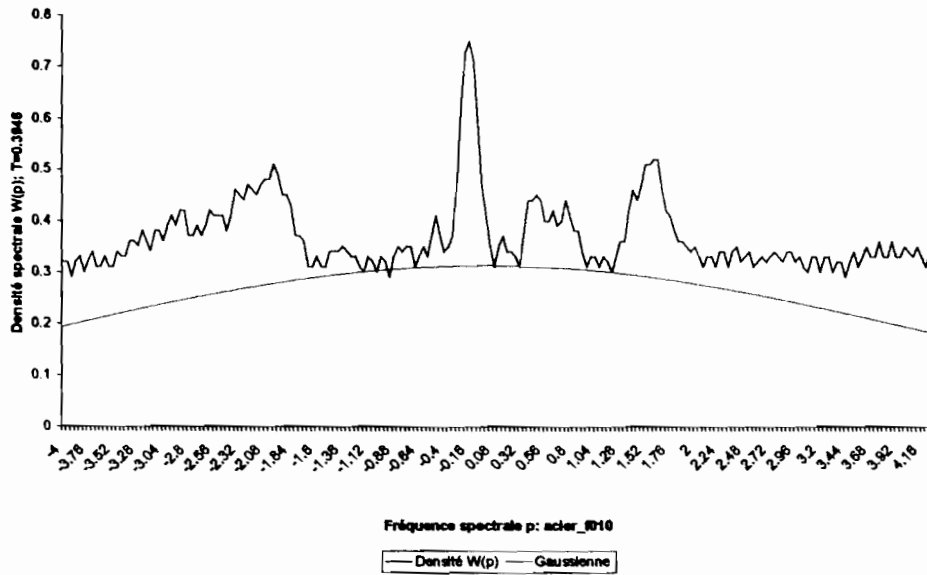


figure VII-1 : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  : cas de l'acier, fraisage multitête.

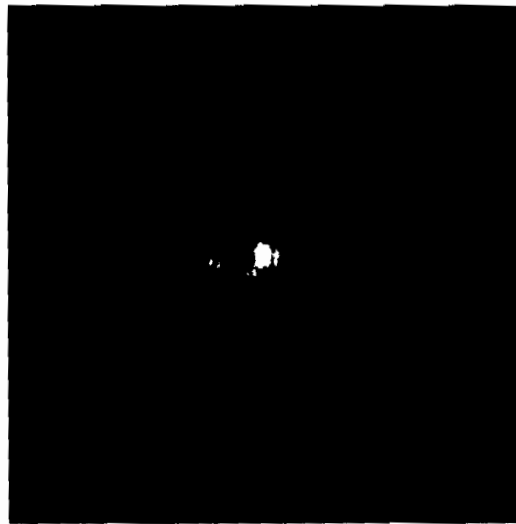


figure VII-2 : échantillon en acier vu par la camera en fonction de la distance ou de l'angle d'incidence.



**Figure VII-3 : Echantillon en acier vu par la caméra en  
Fonction de la distance ou de l'angle d'incidence.**

<b>Ecartype <math>\sigma_0</math></b>	<b>0.073 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>écartypep</b>	<b>0.072 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>écartmoyen</b>	<b>0.051</b>	
<b>variance</b>	<b>0.005</b>	
<b>variancepop</b>	<b>0.005</b>	
<b>Moyenne <math>R_a</math></b>	<b>0.370 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>Kurtosis <math>R_{ku}</math></b>	<b>8.261</b>	
<b>rapport <math>\sigma_0/T</math></b>	<b>0.184</b>	
<b>rapport <math>\sigma_0/\lambda</math></b>	<b>0.115</b>	
<b>Longueur de corrélation</b>	<b>T=0.395 <math>\mu\text{m}</math></b>	

**a. Tableau VII-1 : Fraisage multitéte**

**Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ , T,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans  
le cas de l'acier**

Les courbes n°(VII-2), n°(VII-5) et n°(VII-10), ont été obtenues avec des échantillons constitués respectivement d'acier, de duralumin, et de laiton, usinés dans les conditions normales de fraisage à l'aide d'une fraise dont la tête est munie d'un ensemble de huit plaquettes. La période des stries correspondante est égale à 80  $\mu\text{m}$ .

Toutes les courbes représentent, à un facteur d'échelle près et en fonction des fréquences spatiales  $p$  exprimées en  $\mu\text{m}^{-1}$ , les densités spectrales du profil de surface palpée dans la direction perpendiculaire à celle de l'avancement de l'outil. Nous rappelons que  $p$  a pour expression:

$$P = \frac{2\pi}{\lambda} (\sin \theta - \sin \theta_i)$$

**b. Tableau VII- 2 : Fraisage unitête**

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans le cas de l'acier

Ecartype $\sigma_0$	0.271 $\mu\text{m}$	
écartypep	0.270 $\mu\text{m}$	
écartmoyen	0.134	
variance	0.073	
variancepop	0.073	
Moyenne $R_a$	0.405 $\mu\text{m}$	
Kurtosis $R_{ku}$	21.310	
rapport $\sigma_0/T$	0.414	
rapport $\sigma_0/\lambda$	0.428	
Longueur de corrélation	$T=0.655 \mu\text{m}$	

Figure : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$ : cas de l'acier; fraisage unitête

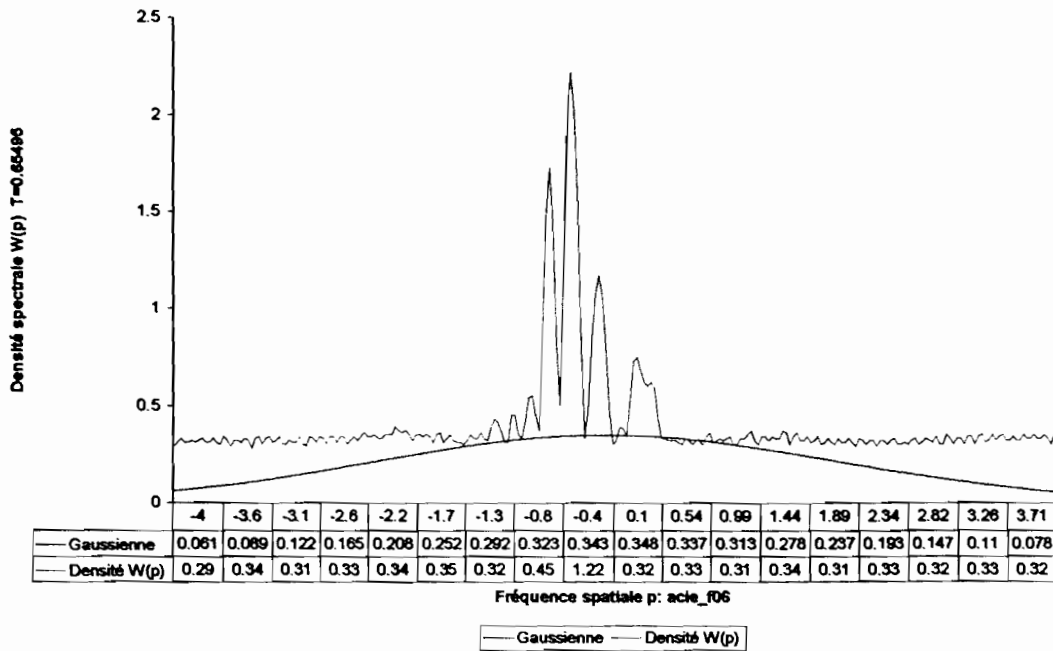


figure VII-4 : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  : cas de l'acier, fraisage unitête.

Nous remarquons que l'ouverture angulaire des optiques est de :

$$\Delta\theta_{\max} = \pm 14,5^\circ$$

Soit en terme de fréquences spatiales

$$\Delta p_{\max} = \pm 2,7 \mu\text{m}^{-1},$$

Figure : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$ ; cas de l'aluminium; fraisage multitête

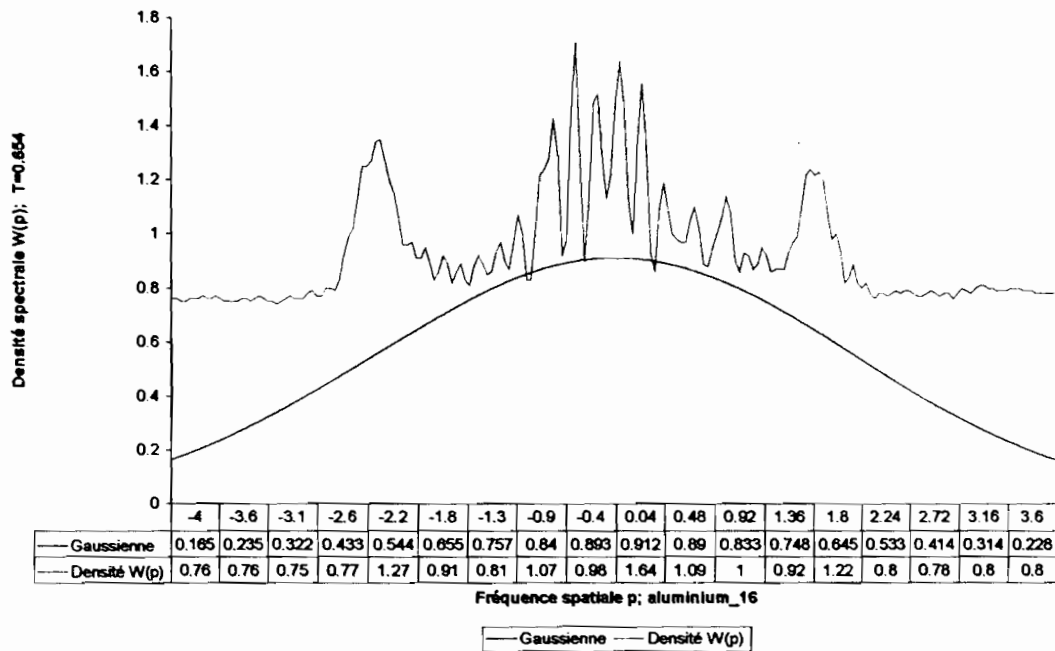


figure VII-5 : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$ : cas de l'aluminium, fraisage multitête.

La figure VII-5 est le spectre d'un échantillon en aluminium (duralumin) ayant un aspect lisse, usiné avec une fraise multitête, qui se traduit par un écart sensible de la gaussienne et de la courbe expérimentale, notamment en dehors de la direction spéculaire.

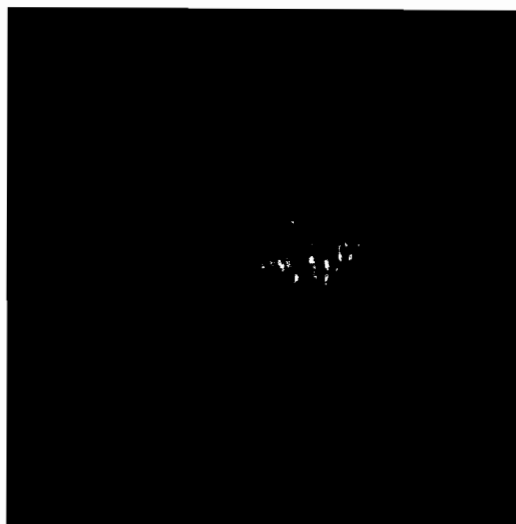
<b>Ecartype <math>\sigma_0</math></b>	<b>0.206 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>écartypep</b>	<b>0.205 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>écartmoyen</b>	<b>0.160</b>	
<b>variance</b>	<b>0.042</b>	
<b>variancepop</b>	<b>0.042</b>	
<b>Moyenne <math>R_a</math></b>	<b>0.937 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>Kurtosis <math>R_{ku}</math></b>	<b>1.593</b>	
<b>rapport <math>\sigma_0/T</math></b>	<b>0.468</b>	
<b>rapport <math>\sigma_0/\lambda</math></b>	<b>0.326</b>	
<b>Longueur de</b>	<b>corrélacion</b>	<b><math>T=0.654 \mu\text{m}</math></b>

c. TableauVII-3 : Fraisage multitête

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans le cas de l'aluminium.



Figure VII-6 : Echantillon en aluminium vu par la caméra en fonction de la distance ou de l'angle d'incidence.



**Figure VII-7 : Echantillon en aluminium vu par la caméra en fonction de la distance ou de l'angle d'incidence.**



**Figure VII-8: Echantillon en aluminium vu par la caméra en fonction de la distance ou de l'angle d'incidence.**

Cependant les fréquences spatiales représentées ici vont au delà de cette limite. En effet, les parties de la surface palpées sont légèrement décalées angulairement par rapport au plan de référence de l'échantillon ( $\xi=0$ ), les angles d'incidence réels ne sont pas rigoureusement égaux à  $\theta_i = 0^\circ$ . Les spectres peuvent ainsi présenter deux ailes, une positive et une négative de longueurs différentes et, comme ils ont été rendus symétriques par rapport à la direction spéculaire par sommation et moyenne des ailes, on obtient des fréquences spatiales allant au delà de  $2,7 \mu\text{m}^{-1}$ , voir figure VII-1. Chaque spectre obtenu contient un pic central situé à  $p = 0$ , et des ailes. Les ailes comportent un "fond" et une partie "accidentée", sur laquelle se superpose au fond.

Figure : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spectrale  $p$ : cas de l'aluminium: fraisage unitéte

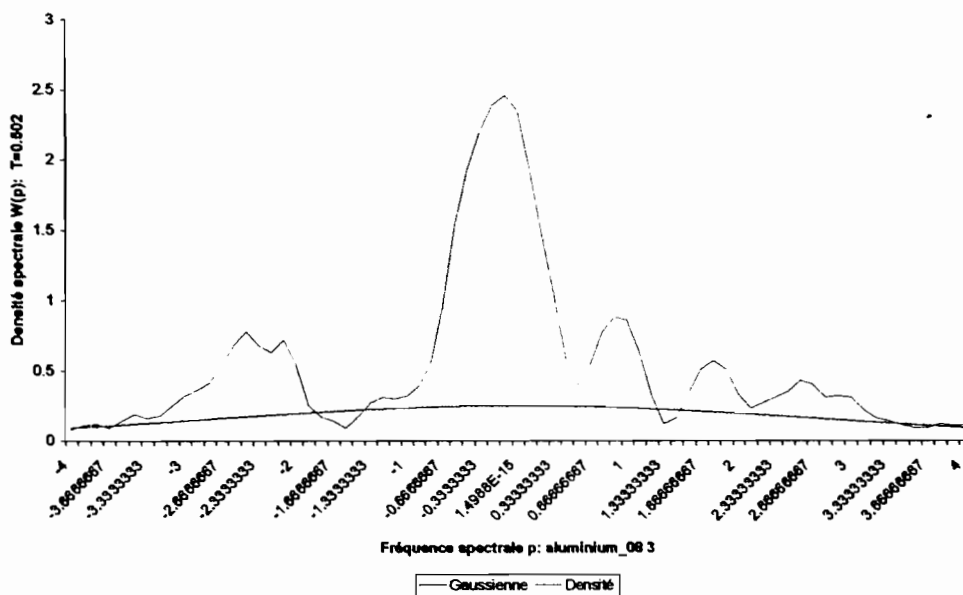


figure VII-9 : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  : cas de l'acier, fraisage unitéte.



<b>Ecartype <math>\sigma_0</math></b>	<b>0.585 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>écartypep</b>	<b>0.581 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>écartmoyen</b>	<b>0.401</b>	
<b>variance</b>	<b>0.343</b>	
<b>variancepop</b>	<b>0.338</b>	
<b>Moyenne <math>R_a</math></b>	<b>0.546 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>Kurtosis <math>R_{ku}</math></b>	<b>3.681</b>	
<b>rapport <math>\sigma_0/T</math></b>	<b>0.972</b>	
<b>rapport <math>\sigma_0/\lambda</math></b>	<b>0.925</b>	
<b>Longueur de</b>	<b>corrélacion</b>	<b>T=0.602 <math>\mu\text{m}</math></b>

**d. Tableau VII-4 : Fraisage unité**

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ , T,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans le cas de l'aluminium.

<b>Ecartype <math>\sigma_0</math></b>	<b>0.080 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>écartypep</b>	<b>0.079 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>écartmoyen</b>	<b>0.039</b>	
<b>variance</b>	<b>0.006</b>	
<b>variancepop</b>	<b>0.006</b>	
<b>Moyenne <math>R_a</math></b>	<b>0.447 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>Kurtosis <math>R_{ku}</math></b>	<b>17.372</b>	
<b>rapport <math>\sigma_0/T</math></b>	<b>0.102</b>	
<b>rapport <math>\sigma_0/\lambda</math></b>	<b>0.126</b>	
<b>Longueur de</b>	<b>corrélacion</b>	<b>T=0.780 <math>\mu\text{m}</math></b>

**e. Tableau VII-5: Fraisage multitête**

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ , T,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans le cas de laiton

Figure : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$ : cas du laiton: fraisage multitête

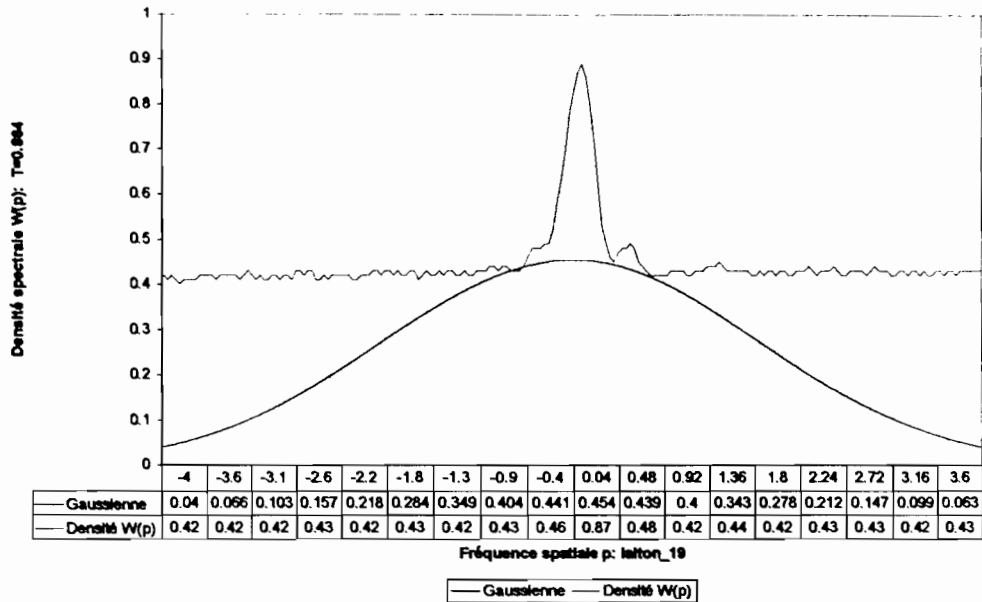


figure VII-10 : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  : cas de laiton, fraisage multitête.

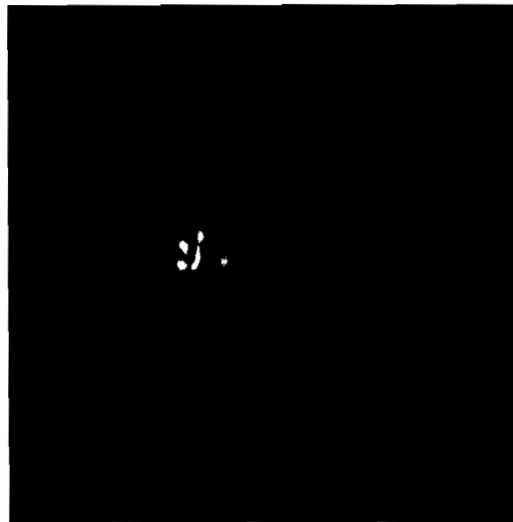


Figure VII-11: Echantillon en laiton vue par la caméra en fonction de la distance ou de l'angle d'incidence.

Figure : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$ : cas du laiton; fraisage unité

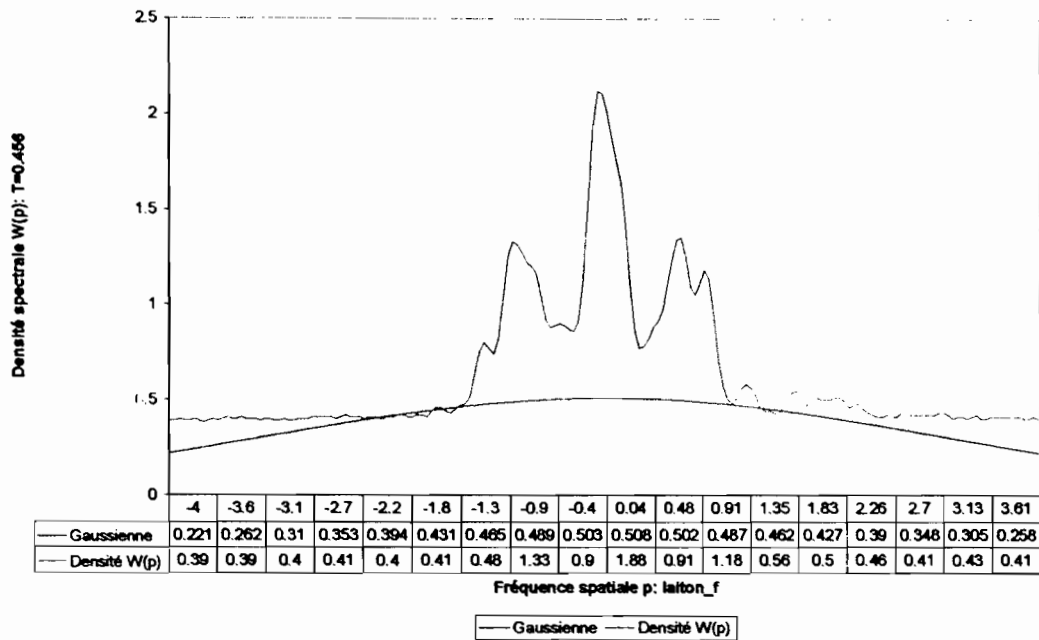


figure VII-12 : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  : cas de laiton, fraisage unité.

Ecartype $\sigma_0$	0.379 $\mu\text{m}$	
écartype $p$	0.378 $\mu\text{m}$	
écartmoyen	0.291	
variance	0.144	
variance $p$	0.143	
Moyenne $R_a$	0.635 $\mu\text{m}$	
Kurtosis $R_{ku}$	3.571	
rapport $\sigma_0/T$	0.832	
rapport $\sigma_0/\lambda$	0.600	
Longueur de corrélation	$T=0.456 \mu\text{m}$	

f. Tableau VII-6 : Fraisage unité

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a, R_{ku}, \dots$ , obtenues dans le cas de laiton.

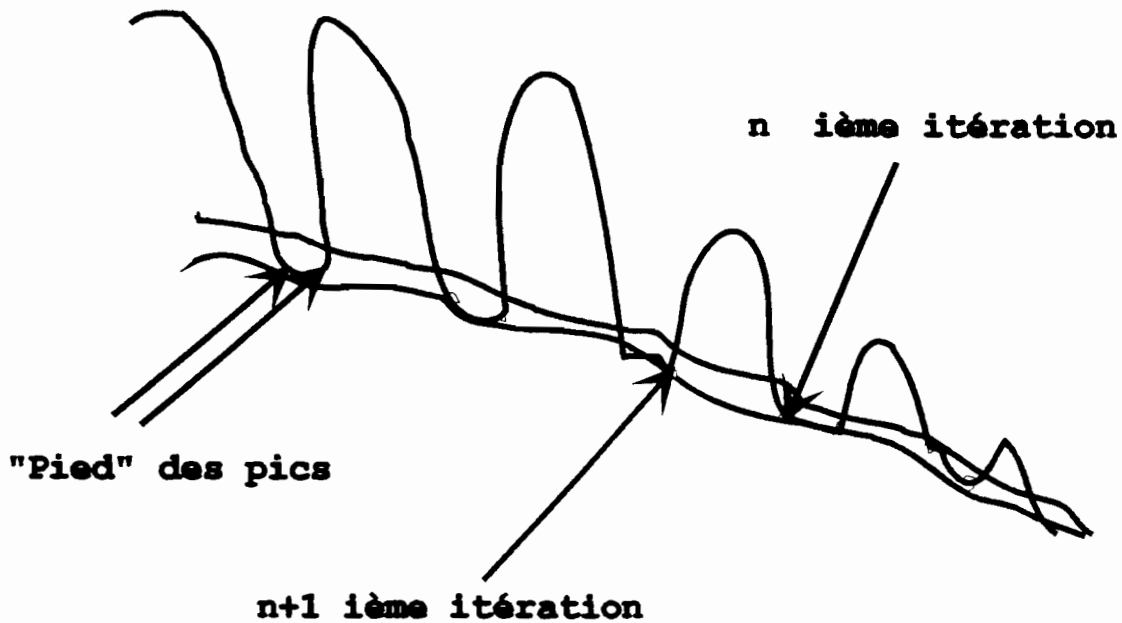


**Figure VII-13** : Echantillon en laiton vu par la caméra en fonction de la distance ou de l'angle d'incidence.



**Figure VII-14**: Echantillon en laiton vu par la caméra en fonction de la distance ou de l'angle d'incidence.

**Cette partie accidentée peut être due à la sous structure ou à la structure du faisceau (speckle et interférences parasites) ou aux facettes secondaires illuminées. On retrouve, dans le fond, la partie diffuse de l'intensité réfléchie, comme le prévoyaient les théories. La partie "accidentée" est formée de pics ayant des positions plus ou moins aléatoires (microstructure) et plus ou moins périodiques (conséquence de la cohérence laser). Le "fond" correspond à la partie diffuse de l'intensité réfléchie, voir figures VII-1, VII-9 et VII-10.**



**Figure VII-15: Schéma illustrant la méthode numérique utilisée pour rapprocher la gaussienne.**

Il est approché par une gaussienne  $A \cdot \exp\left[-\frac{\rho^2}{\Delta^2}\right]$  dont

l'amplitude  $A$  et la largeur  $\Delta$  au niveau  $\frac{1}{e}$  sont déterminées par la

méthodes des moindres carrés. Les points utilisés pour l'approcher sont les points constitués par les "pieds" des pics. Ces points sont déterminés par itération à partir d'un algorithme qui consiste à approcher la courbe entière sans la composante spéculaire, par un polynôme de degré  $n$  ( $n$  allant de 6 à 15). On recommence l'opération en ne retenant que les points qui sont situés au dessous du polynôme trouvé précédemment voir figure VII-15. L'itération continue jusqu'à ce que l'écart entre les points déterminés et le polynôme trouvé soit inférieur à un seuil fixé. Les paramètres de la gaussienne sont alors calculés à partir des points ainsi obtenus. L'ensemble des opérations réalisées est illustré par la figure VII-15.

## VII-2. Les paramètres $A$ , $\Delta$ , $\sigma_0$ , $T$ et leur signification :

D'après l'équation VI.22 du chapitre VI, la longueur d'autocorrélation  $T$  est inversement proportionnelle à la largeur  $\Delta$  au niveau  $\frac{1}{e}$  de la densité spectrale.

Pour les valeurs élevées de  $T$ , la fonction d'autocorrélation  $C(\rho)$  du profil de surface décroît "lentement" vers zéro. Les basses fréquences spatiales sont prédominantes. Les "bosses" et les "creux" du profil sont "étalés". Dans la limite où  $T$  est "infiniment" grand, la surface est parfaitement lisse. Pour les valeurs faibles de  $T$ , la fonction d'autocorrélation tend vers zéro "rapidement". Le profil de surface comporte des fréquences "élevées". Les "bosses" et les "creux" du profil sont "rapprochés". D'après la relation VI.23 du chapitre VI, l'écart-type de rugosité  $\sigma_0$  élevé au carré est proportionnel au rapport  $A / T$ .

$\sigma_0$  traduit la "profondeur moyenne" des "bosses" et "creux" du profil de surface par rapport au niveau de référence,  $\xi = 0$ .

Pour une longueur d'autocorrélation  $T$  donnée,  $\sigma_0$  est proportionnel au paramètre  $A$ , c'est à dire que l'amplitude du fond à la fréquence centrale  $p = 0$  est directement liée à la rugosité verticale de l'échantillon.

Par ailleurs,  $\sigma_0$  est aussi inversement proportionnel à la longueur d'autocorrélation  $T$ . Ce phénomène peut être compris comme suit. Considérons, par exemple pour simplifier, un profil déterministe de surface ayant comme paramètre  $(\sigma_0, T)$ ,  $T$  étant dans ce cas la période du profil, voir figure II-7.

Si on fait décroître  $T$  sans modifier les caractéristiques verticales du profil (amplitude crête à crête, etc.), l'écart-type de rugosité  $\sigma_0$  augmente, voir figure VI-7.

D'après ces remarques, les paramètres  $\sigma_0$  et  $T$  ne doivent pas être considérés séparément pour caractériser la texture d'une surface. Deux écart - types de deux profils de surfaces différentes ne sont comparables que si les deux profils ont des longueurs de corrélation du même ordre de grandeur. Si cette condition n'est pas remplie, alors il faut, en plus, tenir compte du rapport  $\sigma_0 / T$ .

En effet, ce rapport peut être considéré comme la "pente moyenne" de la rugosité. Dans le cadre de l'APPROXIMATION DE KIRCHHOFF, c'est à dire d'un profil de surface susceptible d'être modélisé par des "petites facettes parfaitement réfléchissantes", la longueur d'autocorrélation  $T$  est la taille moyenne des petites facettes, et  $\sigma_0$  est la dénivellation moyenne par rapport au niveau de référence,  $\xi = 0$ , voir figure VI-7.

### VII-3 Identification des paramètres obtenus :

Les tableaux précédents (VII-1 ÷ VII-5) représentent les valeurs calculées de  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., ainsi que les rapports  $\frac{\sigma_0}{T}$  et  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ .

Nous observons des écarts significatifs sur les paramètres de base. Ils s'appliquent toujours à la solution multitête et semblent concerner tout particulièrement les paramètres  $T$ ,  $R_a$  et  $R_{ku}$ . Il existe des écarts sur  $\sigma_0$ , mais moins marqués que sur ceux cités plus haut. L'identification des paramètres  $\sigma_0$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$  et  $T$  est immédiate dans tous les cas, sauf pour les échantillons usinés avec des fraises comportant plusieurs têtes, voir tableaux VII-3 et VII-4. En effet, la période des stries est de l'ordre de grandeur de la taille du faisceau incident par conséquent, les ailes des spectres obtenus contiennent la contribution des pics secondaires de diffraction du profil palpé par le faisceau. L'identification des paramètres  $\sigma_0$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$  et  $T$  a été ainsi faite "autour" de la direction spéculaire. Il est à remarquer que lors du fraisage multitête, l'obtention d'une période de stries supérieure à  $80 \mu\text{m}$  n'a pas été possible sans qu'un changement notable des conditions d'usinage par rapport au fraisage unitête, soit effectué (forte modification de la vitesse de rotation de la fraiseuse), ce qui n'est pas souhaitable [5].

### VII-4 Validité des résultats

C'est le moment de la comparaisons des valeurs expérimentales avec celles prévues et obtenues en théories. Nous rappelons que d'après la théorie de la Diffusion Multiple, l'approche par l'APPROXIMATION de KIRCHHOFF est applicable pour des longueurs de corrélation  $T$  supérieures à  $0,38 \mu\text{m}$ . Cette condition est presque vérifiée pour tous les échantillons particulièrement pour ceux en laiton avec lesquels les valeurs obtenues atteignent ou même dépassent parfois légèrement le double de cette limite inférieure. Cependant, les résultats graphiques obtenus dans le cas des échantillons en laiton ne présentent pas d'anomalies sensibles, voir courbes VII-10, et VII-12. Chaque spectre relevé dans notre étude comporte une composante spéculaire plus ou moins forte au point  $p = 0$ , ce qui nous a conduit à identifier  $\sigma_0$  et  $T$  en nous plaçant dans le cas où  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$  est "faible".

Les résultats obtenus sont en bon accord avec cette condition supposée pour les échantillons en acier et en aluminium, pour lesquels les rapports  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$  sont

inférieurs à 0,98. Par contre, dans le cas des échantillons en laiton, ce rapport est de l'ordre de 0.126 pour le fraisage multitête et 0.6 pour le fraisage unitête, ce qui est en contradiction avec la remarque faite ci-dessus en faveur du laiton. L'applicabilité de l'APPROXIMATION DE KIRCHHOFF est par conséquent justifiée dans le cas des échantillons en acier et en aluminium alors qu'elle est finalement discutable dans le cas du laiton. En effet les écarts-types calculés dans ce dernier cas sont de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde  $\lambda$ . On constate que le facteur d'aplatissement  $R_{ku}$  est près de la normale ( $\sim 3$ ) en fraisage unitête pour les deux échantillons aluminium et laiton.

## VII-5 Discussion

Le tableau VII-7 suivant présente les écarts en pourcentage des paramètres  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $\frac{\sigma_0}{T}$  et  $R_a$  obtenus à partir des échantillons usinés dans diverses conditions, par rapport aux mêmes paramètres obtenus à partir des échantillons usinés avec des fraises comportant plusieurs têtes.

	Acier Fraise mutitête usé	Aluminium Fraise multitête	Laiton Fraise multitête
$\Delta\sigma_0/\sigma_0$	0,138	0,049	0,125
$\Delta T/T$	0,025	0,015	0,014
$\Delta(\sigma_0/T)/(\sigma_0/T)$	0,054	0,021	0,098
$\Delta R_a/R_a$	0,027	0,011	0,022

Tableau VII-7 : Variations observées pour les divers métaux et alliages testés par rapport à la situation du fraisage multitête.

Comme nous l'avons précédemment mentionné, au chapitre VI, les valeurs de  $\sigma_0$  de deux profils ayant des longueurs de corrélation  $T$  différentes ne peuvent pas être comparées.

### VII-5-1 Cas des échantillons en acier :

Pour l'échantillon en acier nous relevons plusieurs observations. D'abord les valeurs de la rugosité moyenne  $R_a$  sont du même ordre de



grandeur. Ensuite les valeurs des longueurs de corrélation  $T$  sont du même ordre de grandeur (à 1% près) pour l'échantillon usiné avec une fraise comportant une tête "usée" et l'échantillon usiné avec une fraise comportant une tête "normale". Les valeurs des écart-types de rugosité sont donc comparables. On constate une variation de + 26,8 % de la valeur de  $\sigma_0$  lorsque l'outil est "usé ". Les erreurs relatives de la rugosité moyenne  $R_a$  sont comparables.

La "pente moyenne" de rugosité  $\frac{\sigma_0}{T}$  subit une variation encore plus significative, elle passe de 0.184 pour une fraise multitéte à 0.414 pour une fraise unitéte.

Dans le cas de l'usinage avec une fraise comportant 8 têtes, la variation de la pente moyenne de rugosité est de 60,2 %. Il est clair que l'usage d'un outil multitéte change considérablement les conditions observées avec un outil unitéte. Le facteur d'aplatissement de 8.261 pour une fraise unitéte à 21.31 pour une fraise multitéte.

### VII-5-2 Echantillons en aluminium :

L'écart-type de rugosité  $\sigma_0$  passe du simple au double en allant du fraissage multitéte au fraissage unitéte. C'est la même remarque pour le facteur d'aplatissement. Tandis que la rugosité moyenne  $R_a$  diminue de moitié. La

pente moyenne de rugosité  $\frac{\sigma_0}{T}$  augmente de 50% lorsqu'on passe d'une fraise multitéte à une fraise unitéte. Nous remarquons aussi que la valeur de ce paramètre est la même pour les échantillons en acier et en aluminium usinés avec une fraise multitéte, voir tableau VII-1 et VII-2. La longueur de corrélation  $T$  garde le même de grandeur pour les deux types de fraissage (unitéte et multitéte.)

### VII-5-3 Echantillons en laiton :

Pour le laiton, la rugosité moyenne  $R_a$  est de l'ordre  $0.5\mu\text{m}$  pour le fraissage multitéte et le fraissage unitéte. L'écart-type de rugosité  $\sigma_0$  augmente notablement en passant du fraissage multitéte au fraissage unitéte. Avec les échantillons en laiton les conditions d'applicabilité de l'APPROXIMATION DE KIRCHHOFF sont totalement satisfaites. La validité des résultats est

discutable. En effet,  $\sigma_0$  est de l'ordre de la longueur d'onde  $\lambda$ , ( $\frac{\sigma_0}{\lambda} > 0.599$ ), pour un fraissage unitéte et beaucoup plus faible pour un fraissage multitéte.

En outre la longueur de corrélation  $T$  est supérieure à  $0,380 \mu\text{m}$  dans le cas de l'échantillon usiné avec fraise unitête. Néanmoins, les valeurs des paramètres calculés vont dans le même sens pour les échantillons en acier et en aluminium. Lorsqu'on passe du fraisage unitête au fraisage multitête, la longueur de corrélation  $T$  augmente de 50 % tandis que la pente moyenne

$\frac{\sigma_0}{T}$  augmente de 8 fois en passant du fraisage multitête au fraisage unitête.

Les pentes moyennes de rugosité, qui sont comprises entre 0,102 et 0.832, devraient correspondre à des profils de surface aussi rugueux que ceux des échantillons en acier et en aluminium (pentes moyennes comprises entre 0.184 et 0.972). Les profils de ces surfaces obtenus à partir d'un profilomètre par contact mécanique n'ont pas confirmé ces résultats. D'autre part, le cuivre, contenu à forte dose dans le laiton, devrait pouvoir se déformer et s'étaler plus facilement que le fer de l'acier ou l'aluminium, ce qui est en faveur d'une surface lissée. Il y a donc manifestement un problème dans la compréhension des résultats relatifs au laiton. Le facteur d'aplatissement  $R_{ku}$  diminue de manière drastique en passant du fraisage multitête au fraisage unitête.

## VII – 5.4 Paramètres

### a) Longueur de corrélation $T$ :

En général lorsqu'on passe d'une fraise unitête à une fraise multitête, la longueur de corrélation  $T$  augmente. Cela est vrai pour les échantillons en aluminium et en laiton. La fonction d'autocorrélation devient alors plus "large", la surface est plus "riche" aux basses fréquences et par conséquent plus "lisse". S'il s'agit d'un profil "déterministe", ceci correspond à une augmentation de la période due à un étalement du profil. L'évolution de ce dernier paramètre permet donc de juger l'état du contact entre l'outil (partie active de tête de fraise) et l'échantillon usiné. Si par exemple, pour des raisons diverses, quelques unes des têtes de fraise utilisées ne sont pas au même niveau, ceci entraînera un écart par rapport à la valeur de  $T$  qu'on devrait obtenir dans des conditions normales d'usinage. Ces anomalies de contact pourraient être durables (changement de position et orientation de l'outil,...) ou dépendantes du temps (existence de vibrations parasites,...). La longueur de corrélation  $T$  caractérise donc bien les propriétés horizontales de la rugosité.

### **b) Ecart-type de rugosité $\sigma_0$**

L'évolution du paramètre  $\sigma_0$ , écart-type de rugosité, permet de suivre l'état d'usure des parties actives de la tête de fraise (face de découpe, face de dépouille, arrête). L'usure des parties actives de l'outil n'influe pas sur le paramètre T. La variation de ce dernier paramètre dans le cas des échantillons en acier fraisés avec une tête usée et normale est inférieure à 2 %, ce qui est particulièrement faible. L'écart-type de rugosité  $\sigma_0$  détermine bien les propriétés verticales de la rugosité. Il augmente de manière significative en passant d'un fraisage multitête en un fraisage unitête.

### **c) Paramètre $\frac{\sigma_0}{T}$**

Le rapport  $\frac{\sigma_0}{T}$  détermine le degré de rugosité d'un échantillon. Ce paramètre  $\frac{\sigma_0}{T}$  est par définition la pente moyenne de rugosité. Il caractérise le contact entre l'échantillon et l'outil, et aussi l'état d'usure de ce dernier.

$\frac{\sigma_0}{T}$  est un paramètre qui est lié à la texture de la surface. Il permet de juger de l'état de rugosité de la surface. Si ce paramètre est petit l'échantillon est faiblement rugueux s'il est grand l'échantillon est fortement rugueux. Les résultats, voir tableau 7 montrent que ce paramètre complexe varie plus sensiblement que les paramètres élémentaires  $\sigma_0$  et T. Pour tous les types d'échantillons ce paramètre augmente notablement en partant du fraisage multitête au fraisage unitête.

### **d) La rugosité moyenne $R_a$**

En utilisant des outils de fraisage spéciaux, nous pouvons atteindre des états de rugosités inférieurs à  $2\mu\text{m}$ . Et après polissage nous pouvons obtenir un  $R_a$  de l'ordre de  $0.01\mu\text{m}$ , qui correspond à une très bonne rugosité.

Les figures comprises VI-2 et VI-6 montrent que l'intensité normalisée et les coefficients de corrélation sont sensiblement proportionnels (linéaires) à la rugosité moyenne dans l'intervalle  $[0,2]\mu\text{m}$  et au-delà de  $6\mu\text{m}$  ils tendent tous vers une asymptote.

### **e) Kurtosis : PARAMETRE $R_{ku}$**

Le kurtosis qui caractérise la forme du pic (crête) ou l'aplatissement relatif d'une distribution comparée à une distribution normale est de quelques dizaines pour un fraisage multitête et est généralement plus faible pour un fraisage unité.

### **VII-6 Remarques importantes:**

- Près de la réflexion spéculaire, la mesure de la diffusion est en même temps difficile et importante, il est nécessaire de tenir compte également de la diffusion de l'instrument de mesure.
- La méthode d'approche par l'approximation de Kirchhoff est la plus adaptée pour les surfaces de type mécanique. En effet elle s'applique sur une plus large gamme de texture de surface.
- L'étalonnage de l'instrument de mesure devra se faire par un autre moyen de mesure sur la même surface.
- Il n'est pas possible actuellement d'effectuer des mesures sur des surfaces présentant un rayon de courbure très grand.

## CONCLUSION

La détermination de la rugosité a été faite en différents points choisis de façon aléatoire sur les surfaces de chaque échantillon. En chacun de ces points ont été effectuées des séries de plus de 1000 mesures du courant fourni par la caméra. Celle-ci recevait la lumière diffusée sous différentes positions du porte échantillon.

Les informations données par  $\sigma_0$  et  $T$ , quoique représentatives de la rugosité superficielle, ne permettent pas d'accéder au profil réel de la surface et donc de déterminer exactement les propriétés de la surface active. Nous avons étudié les influences des propriétés géométriques des surfaces sur la réflexion de la lumière à travers les trois approches théoriques qui sont : l'APPROXIMATION DE KIRCHHOFF, l'approche par la DIFFUSION MULTIPLE et la METHODE DES PERTURBATIONS. L'approche par l'approximation de KIRCHHOFF est la plus adaptée pour les surfaces de type mécanique puisqu'elle permet d'étudier à la fois les profils des surfaces qui ont des écart-types de rugosité "faibles" et ceux à écart-types "élevés" (comparée à la longueur d'onde de la source incidente). Par rapport aux deux autres approches, l'approximation de KIRCHHOFF ne limite pas l'amplitude crête à crête des profils de surfaces étudiées. L'étude de l'approche de la Diffusion Multiple nous a permis de fixer la valeur limite de la longueur de corrélation  $T$  au dessus de laquelle s'applique l'approximation de KIRCHHOFF. L'approximation de KIRCHHOFF est une approche scalaire. Elle ne tient pas compte des états de polarisation des champs incidents et réfléchis. La méthode des perturbations, qui est une approche vectorielle, permet de déterminer les facteurs  $Q$  de polarisation. Ces facteurs montrent que la polarisation du champ incident n'intervient pas au voisinage de la direction spéculaire. L'approximation de Kirchhoff ne peut donc s'appliquer qu'au voisinage de cette direction, qui est donc celle que nous avons retenue.

Les échantillons étudiés expérimentalement qui sont en acier, en aluminium et en laiton, ont été usinés par fraisage avec différents paramètres de texture des surfaces de ces échantillons (écart-type de rugosité et longueur de corrélation) en appliquant l'approximation de Kirchhoff. Les valeurs des paramètres obtenues confirment l'applicabilité de l'APPROXIMATION DE KIRCHHOFF pour les échantillons en acier et en aluminium. Par contre, l'approximation de Kirchhoff paraît inadaptée aux échantillons en laiton. En effet, les valeurs des paramètres calculées sont à la limite du domaine de l'applicabilité de cette approche et d'autre part, elles sont d'un même ordre de grandeur que les valeurs des paramètres des autres échantillons. Il semblerait que des propriétés autres que géométriques de la surface interviennent dans le mécanisme de réflexion, et que ces facteurs se manifestent tout particulièrement sur le laiton. L'étude des valeurs des paramètres de texture en fonction des paramètres d'usinage nous a permis de mettre en évidence l'influence de l'état de contact entre l'outil et l'échantillon usiné (changement de position de l'outil, existence de vibrations parasites...) sur la longueur de corrélation  $T$ .

D'autre part, elle nous a permis aussi de mettre en évidence l'influence de l'état d'usure de l'outil sur l'écart-type de rugosité. Cette étude nous a

montré que les surfaces usinées brutes de type mécanique ne sont ni "purement" réfléchissantes ni "purement" diffusantes. Les réseaux de stries et les défauts macroscopiques ne sont pas pris en compte. En vue d'améliorer les appareils optiques de mesure sans contact, à partir de notre étude, des solutions de filtrage – soit de la composante spéculaire soit de la composante diffuse – pourraient être envisagées. Il est heureux de constater que nos résultats expérimentaux, et à travers eux, notre approche théorique, sont relativement en accord avec les procédures en usage dans l'industrie et avec l'évolution qu'elles ont subi au cours des dernières années. Il est très possible qu'une étude des paramètres in situ permette, dans certains cas d'usinage d'améliorer l'état de surface et de contrôler en permanence les moyens mis dans l'usinage. La qualité et la propreté de surface sont également à considérer dans l'analyse des résultats, certains matériaux subissant une attaque chimique de l'oxygène, des gaz ou acides courants, en quelques fractions de seconde, même sous vide poussé. Les surfaces des échantillons peuvent être saturées par l'absorbat atmosphérique et par des particules adhérentes qui estompent le profil de rugosité de la surface des échantillons.

Pour chaque type d'échantillon nous avons pris des atténuateurs adéquats pour réaliser le filtrage convenable.

Le montage peut être utilisé par les usines de fabrication d'outils précieux tel les bijoux en diamant et en or, ou des matériaux construction en aviation. Il peut être également utilisé pour la vérification de la qualité de la surface d'un objet quelconque.

**BIBLIOGRAPHIE**

Remarque : Les publications n° 1 – 31 sont citées dans le texte. Les publications de 26 – 64 sont jugées intéressantes pour le sujet.

- 1- Introduction to surface roughness and scattering by Jean M. Bennett and Lars Mattsson ; Optical Society of America, Washington, D.C., 1989 ; 112 pages.
- 2- J. A. Sanchez- Gil and M. Nieto- Vesperinas, Light scattering from random rough dielectric surfaces. J. Opt. Soc. Am. A, 1991, Vol. 8, 1270 – 1286.
- 3- R. Liang, T.C. Woo, C-C. Hsieh. Accuracy and Time in surface measurement , part 1 : Mathematical Foundations. Journal of manufacturing science and Engineering, 1998, vol. 120 .
- 4- R. Liang, T.C. Woo, C-C. Hsieh. Accuracy and Time in surface measurement , part 2 :Sampling Sequence. Journal of manufacturing science and Engineering, 1998, vol. 120 .
- 5- RABIAZAMAHOLY H. BERTHIER JP (dir). Etude du mécanisme de réflexion de la lumière par des surfaces de type mécanique. FRA ; DA. 1996, 132 p.
- 6- Mans Bjuggren, Laurent Krummenacher, and Lars Mattsson. Noncontact surface roughness measurement of engineering surfaces by total integrated infrared scattering. Precision Engineering 1997, vol. 20 No 1
- 7- Anthony Vanderlugt. Optical signal processing . A Wiley – Interscience Publication. 1992, 604 pages.
- 8- Ulf Persson, In-process measurement of surface roughness using light scattering , wear, 1997, 54-58 ;
- 9- H. Zahouani\*, R. Vargiolu, Ph. Kapsa, J.L. Loubet, T. G. Mathia . Effect of lateral resolution on topographical images and three-dimensional functional parameters, WEAR, 1998 ; 115 – 123
- 10- Jorg Peters, Armin Shone. Nondestructive evaluation of surface roughness by speckle correlation techniques ; SPIE Vol 3399, 45 – 56
- 11- Haiming Wang , Theoretical analysis and measurements on near specular scattering. Optics and Lasers in Engineering 27 ; 1997 ; 285 – 296
- 12- Naoya Wada, Jun Uozumi, Toshimitsu Asakura ; Optical evaluation of fractal surfaces using array illumination ; Optis Communications ; 134 ; 1997 ; 264 – 272
- 13- O V Angelsky and P P Maksimyak. Optical correlation measurement of the structure parameters of random and fractal objects. Meas. Sci. Technol. 9 ; 1998 ; 1682 – 1693.

- 14- A. Sentenac and J. -J. Greffet. Mean-field theory of light scattering by one-dimensional rough surfaces. Optical Society of America A. 1998 ; Vol. 16, No. 2 ; 528 – 532
- 15- Jan H. Rakels. Influence of the surface height distribution on the total integrated scatter (TIS) formula. Nanotechnology 7 (1996), 43 – 46
- 16- Leonard Mandel and Emil Wolf. Optical coherence and quantum optics. Cambridge university press. P.1166.
- 17- W. Scott and A. Donovan. Donovan. Comparison of texture measurement by stylus and Fiber Optic Transducers. American Society for Testing and Evaluation, 1998, vol 26, No. 1, 70 – 78.
- 18- Nickolay P. Zhuck . Scatteing of EM Waves from a Slightly Rough Surface of a Generally Anisotropic Plane-Layered Halfspace. IEEE TRANSACTIONS ON ANTENNAS AND PROPAGATION, Vol. 45, No. 12, 1997.
- 19- Vadim S. Nicolayev, Patrick Sibille, Daniel A. Beysens. Coherent light transmission by a dew pattern. Optics communications, 150, 1998, 263 – 269
- 20- C. S. West and K. A. O'Donnell. Angular correlation functions of light scattered from metal surfaces. Physical review B, 1999, Vol. 59, No 3, 2393 – 2406.
- 21- Tamara A. Leskova, Alexei A. Maradudin, and Igor V. Novikov. Impedance boundary conditions for a metal film with a rough surface. Applied Optics . Vol. 38, No. 7, 1999.
- 22- R. M. Osgood III and S. K. Sinha, J. W. Freeland and Y. U. Idzerda, S. D. Bader. X-ray scattering from magnetic, rough surfaces. Journals of applied physics , 1999, Vol. 85. No 8, 4619-4621.
- 23- Tamara A. Leskova . Influence of a resonant surface nonlinearity on the scattering of light from a randomly rough surfaces. Physical review E ; 1998, Vol. 57, No 6 ; 7206 – 7215.
- 24- Andrei V. Syhchegrov and Alexei A. Maradudin. Near-field and far-field changes in the spectrum of light scattered from a randomly rough surface. 1999, Physical review B. Vol. 59, No 11 ; 7732 – 7744.
- 25- Hans A. Eide and Jakob J. Stamnes. Exact and approximate solutions for focusing of two-dimensional waves. II. Numerical comparisons among exact, Debye, and Kirchhoff theories. Optical Society of America, A ; 1998, Vol. 15, No . 5 ; 1292 – 1307.
- 26- Salvatore Ganci. A note on Kirchhoff formulation of diffraction by a plan screen. Journal of modern optics ; 1998, Vol. 45 No 4, 873 – 876.
- 27- H. Faure-Geors and D. Mayestre. Improvement of the Kirchhoff approximation for metallic and dielectric surfaces. Optical Society of America A ; 1990 ; Vol. 7, No 9 ; 1675 –1685.



- 28- H. Faure-Geors and D. Mayestre. Improvement of the Kirchhoff approximation for scattering from rough surfaces. *Optical Society of America A* ; 1990 ; Vol. 6, No 4 , 532 – 542.
- 29- A. Aemamra, K. Mahadjoubi , C. Terret. A propos de la représentation de Kirchhoff pour le calcul du champ lointain. *Dixièmes Journées Nationales Microondes* ; Santt-Malo , 21-22-23 ; Mai 1997, 378-379.
- 30- Junji Ohtsubo . Measurement of roughness properties of diamond-turned metal surfaces using light-scattering method. *Optical Society of America A*. 19986 ; Vol. 3, No. 7 ; 982 – 987.
- 31- V. M. Huynh, S Kurada and W. North Texture analysis of rough surfaces using optical Fourier transform. *Meas. Sci. Technol.* 2 , 1991, 831-837
- 32- S. L. H. M. Shang & C. J. Tay . Surface-roughness study using laser speckle method ; *Optics and lasers in Engineering* 29 ; 1998 ; 217-225
- 33- J. Luostarinen ; M. savolainen, K. –E. Peiponen & P. Savander. Microlens array in optical inspection of critical surface roughness of cold-rolled steel. *Optics and lasers in engineering* 27, 1997, 429 – 433.
- 34- A. Othmani, C. Kaminsky. Three dimensional fractal analysis of sheet metal surfaces ; *Elsier Science S.A., Wear* 214, 1998, 147-150.
- 35- Hangjjun Yuan, Bangzhong Zhu, Study of a new fiber sensor for manufacturing process ; *Spie vol. 3044*, 1997, 253 – 255.
- 36- D. J. Whitehouse ; Enhancement of instrument and machine capabilities. *Nanotechnology* 7, 1996, 47 – 51.
- 37- Isaac Freund, Surface reflections and multiple scattering in one, two, and three dimensions ; *Journal of opt. Soc. Am. A/vol. 11, no. 12* ; 1994 ; 3274 - 3283.
- 38- Tadacki Yamashita and Hirotaka Nakashima ; Measuring longitudinal displacement using laser beam diffraction changes near the cal point. *Rev. Sci. Instrum.* 64 (8), 1993 ; 2245 – 2249.
- 39- Françoise Varnier, Nicole Mayani, and Georges Rasigni ; Statistical parameters for rough surfaces of thin films of  $\text{CaF}_2$  and  $\text{Ag/CaF}_2$  ; *Applied optics*, 1989, Vol.28, No. 1 ; 127 – 134.
- 40- Karl H. Guenther, Peter G. Wierner, and Jean M. Bennet ; Surface roughness measurements of low-scatter mirrors and roughness standards. *Applied Optics*, Vol.23, No.21. 1984 ; 3821 –3850.
- 41- H. T. YURA , S.G. Hanson; Second-order statistics for wave propagation through complex optical systems ; *J. OPT. Soc. Am A* , 1989, Vol. 6, ; NO.4 :April, 564 – 575.
- 42- Gunther Seitz, H. J. Tiziani ; Resolution limits of active triangulation systems by defocusing ; *Optical engineering/ jun 1993/ vol. 32, No.6*, 1374 – 1383.

- 43- J. Primot, G. Rousset, and J. C. Fontanella. Deconvolution from wave-front sensing : a new technique for compensating turbulence-degraded images. *J. OPT. SOC. AM. A* vol.7 , No.9/1990, 15981608.
- 44- D. G. Dalgoutte and C. D. W. Wilkinson, Thin grating couplers for integrated optics : an experimental and theoretical study. *Applied optics*, 1975, Vol. 14, No.12, 2983 – 2998.
- 45- V. Celli and A. Marvin, F. Toigo. Light scattering from rough surfaces ; *Physical review B*. Vol. 11, No 4, 1975 ; 1779 – 1786.
- 46- Tomasz Pancewicz, Irena Mruk, Holographic contouring for determination of three-dimensional description of surface roughness. *WEAR* 199, 1996, 127 – 131.
- 47- T. Matsuda, Y. Okuno ; Computer –aided algorithm based on the Yasuura method for analysis of diffraction by grating. *Optical Society of America A* , 1990, vol. 7, No.9 , 1693- 1700.
- 48- Gregory Brown, Per Arne Rikvold, Marksutton, and Martin Grant. Speckle from phase-ordering systems. *Physical Review E* , Vo. 56. No.6 ; 1997 ; 6601 – 6612.
- 49- P. R. Tapster, A. R. Weeks, and E. Jakeman. Observation of backscattering enhancement through atmospheric screens. *J ; Opt. Soc. Am. A* , 1989 ; Vol. 6. No 4 , 517 – 522.
- 50- Barton S. Rubenstein and Dov Sagi ; Spatial variability as a limiting factor in texture-discrimination tasks : implications for performance asymetries . *J. Opt. Soc. Am. A* Vol. 7 No.9, 1990, 1632-1643.
- 51- Vadim S. Nikolayev, Patrick Sibille, Daniel A. Beysens. Coherent light transmission by a dew pattarn. *Optics communications* 150, 1998, 263-269.
- 52- Thanh Quan. Deformation mapping by means of electronic speckle photography. University of London. 1995. P.36.
- 53- S. URA, Y. Furukawa, T. Suhara, and H. Nishihara . Lineary focusing grating coupler for integrated-optic parallel pickup. *Opt. Soc. Am. A* Vol. 7 No.9, 1990, 1759 - 1763.
- 54- Thomas Schimert, Robert Magnusson. Diffraction from metal strip gratings with high spatial frequency in the infrared spectral region. *Opt. Soc. Am. A*, Vol. 7, No. 9, 1990, 1719 – 1772.
- 55- Catherine Lacour, Yvon Maday. La méthode des éléments avec joint appliquée aux méthodes d'approximations discrète Kirchhoff triangles. Académie des sciences, Elsevier, Paris.
- 56- Toshitaka Kojima. Diffraction of Hermite-Gaussian beams from a sinusoidal conducting grating. *Optical Society of America A*, 1990; Vol. 7, No. 9, 1740 – 1744.
- 57- M. Ohta, T. Shiraishi, R. Ouchida, M. Nakagawa, S. Matsuya. Shape restoration effect associated with order – disorder transformation in equiatomic AuCu and AuCu-Ga alloys. *Journal of alloys and compounds*; 1998, 240 – 248.

- 58- Bryan D. Stone and G. W. Forbes. Illustration of second-order design methods : global merit function plots for a class of projection systems. Optical Society of America A , Vol. 11, No. 12. 1994, 3308-3323.
- 59- D. C. Williams Optical Methods in Engineering Metrology. Chapman & Hall, 1993. 477 pages.
- 60- José Philippe Pérez. Optique géométrique et ondulatoire. 4<sup>ème</sup> édition ; Masson, 1994. 551 pages.
- 61- Hon-Son Don, King-Sun Fu, C. R. Liu, An Wei-Chung Lin. Metal surface inspection using image processing techniques. IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics, Vol. SMC-14, NO. 1, 1984, P. 139 – 146.
- 62- Robert M. Haralick, Statistical and structural approaches to texture. Proceedings of the IEEE, Vol. 67 ; No. 5; 1979; P. 786 – 804.
- 63- Demetry Terzopoulos. Image analysis using multigride relaxation methods. IEEE Transaction on pattern analysis and machine intelligence. Vol. Pami-8, No. 2, 1986; P. 129 – 139
- 64- Stefano Alliney and Carlo Morandi, IEEE Transaction on pattern analysis and machine intelligence. V ol. PAMI-8, No. 2. 1986, P. 222 – 233.

## ANNEXE A : QUELQUES GRAPHES ET LEURS TABLEAUX.

Figure : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$ : cas du laiton; fraisage multitête

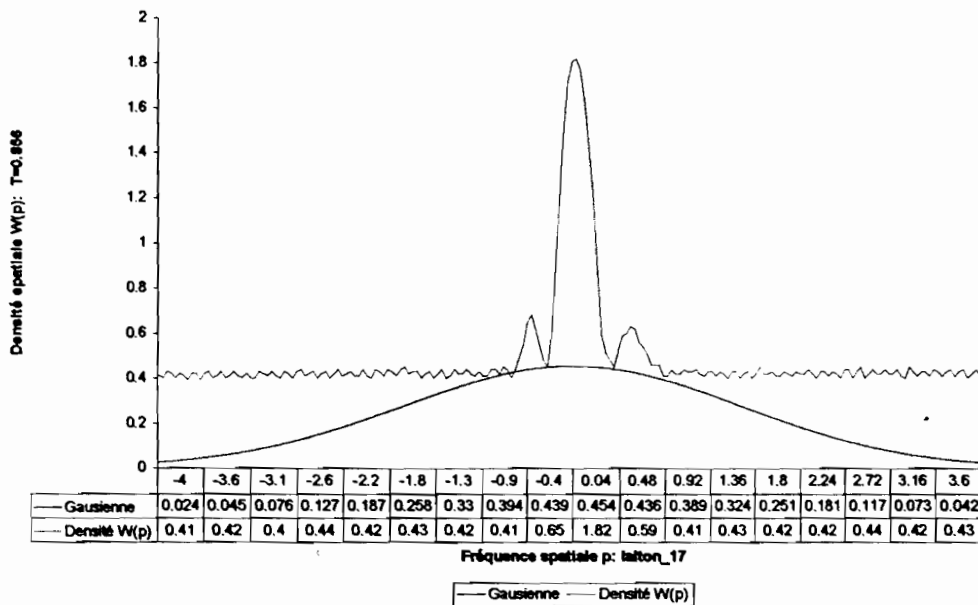


figure A-1 : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$  : cas de laiton, fraisage multitête.

### g. Tableau A-1 : Fraisage unitête

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans le cas de l'acier.

<b>Ecartype <math>\sigma_0</math></b>	<b>0.250 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>écartypep</b>	<b>0.249 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>écartmoyen</b>	<b>0.124</b>	
<b>variance</b>	<b>0.063</b>	
<b>variancepop</b>	<b>0.062</b>	
<b>Moyenne <math>R_a</math></b>	<b>0.370 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>Kurtosis <math>R_{ku}</math></b>	<b>22.985</b>	
<b>rapport <math>\sigma_0/T</math></b>	<b>0.284</b>	
<b>rapport <math>\sigma_0/\lambda</math></b>	<b>0.395</b>	
<b>Longueur de corrélation</b>	<b><math>T = 0.88 \mu\text{m}</math></b>	

## h. Tableau A-2: Fraisage multitête

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans le cas de laiton.

<b>Ecartype <math>\sigma_0</math></b>	<b>0.247 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>écartypep</b>	<b>0.246 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>écartmoyen</b>	<b>0.119</b>	
<b>variance</b>	<b>0.061</b>	
<b>variancepop</b>	<b>0.060</b>	
<b>Moyenne <math>R_a</math></b>	<b>0.492 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>Kurtosis <math>R_{ku}</math></b>	<b>17.862</b>	
<b>rapport <math>\sigma_0/T</math></b>	<b>0.289</b>	
<b>rapport <math>\sigma_0/\lambda</math></b>	<b>0.391</b>	
<b>Longueur de corrélation</b>	<b><math>T=0.856 \mu\text{m}</math></b>	

Figure : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$ : cas de l'acier; fraisage unitité

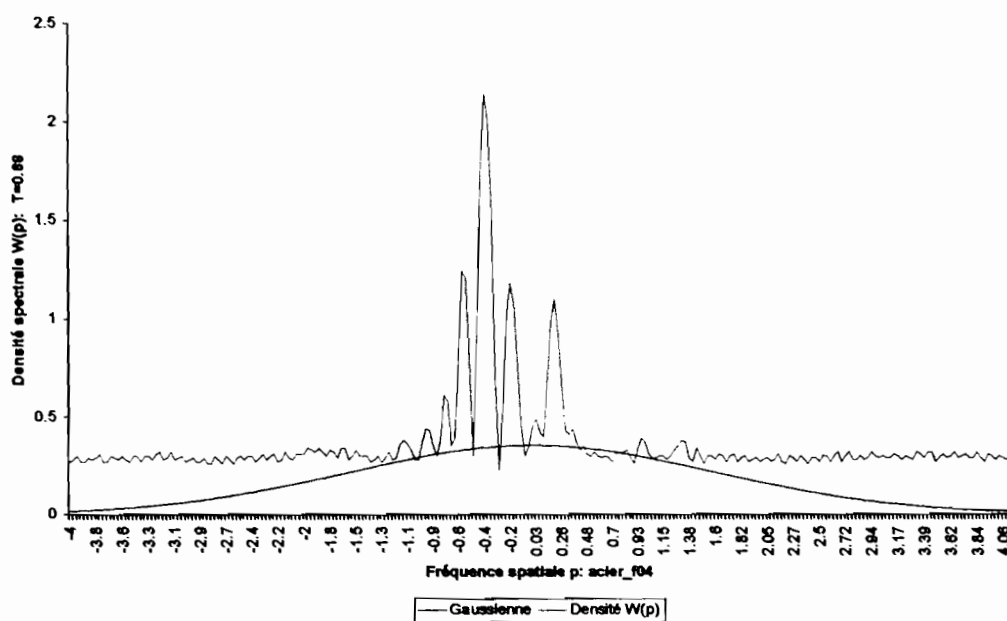


figure A-2 : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$ : cas de l'acier, fraisage unitité.

<b>Ecartype <math>\sigma_0</math></b>	<b>0.084 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>écartypep</b>	<b>0.084 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>écartmoyen</b>	<b>0.049</b>	
<b>variance</b>	<b>0.007</b>	
<b>variancepop</b>	<b>0.007</b>	
<b>Moyenne <math>R_a</math></b>	<b>0.315 <math>\mu\text{m}</math></b>	
<b>Kurtosis <math>R_{ku}</math></b>	<b>19.604</b>	
<b>rapport <math>\sigma_0/T</math></b>	<b>0.193</b>	
<b>rapport <math>\sigma_0/\lambda</math></b>	<b>0.132</b>	
<b>Longueur de corrélation</b>	<b><math>T=0.435 \mu\text{m}</math></b>	

i. Tableau A-3: Fraisage multitête

Valeurs caractéristiques de  $\sigma_0$ ,  $T$ ,  $\frac{\sigma_0}{T}$ ,  $\frac{\sigma_0}{\lambda}$ ,  $R_a$ ,  $R_{ku}$ , ..., obtenues dans le cas de l'acier.

Figure : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$ : cas de l'acier, fraisage multitête

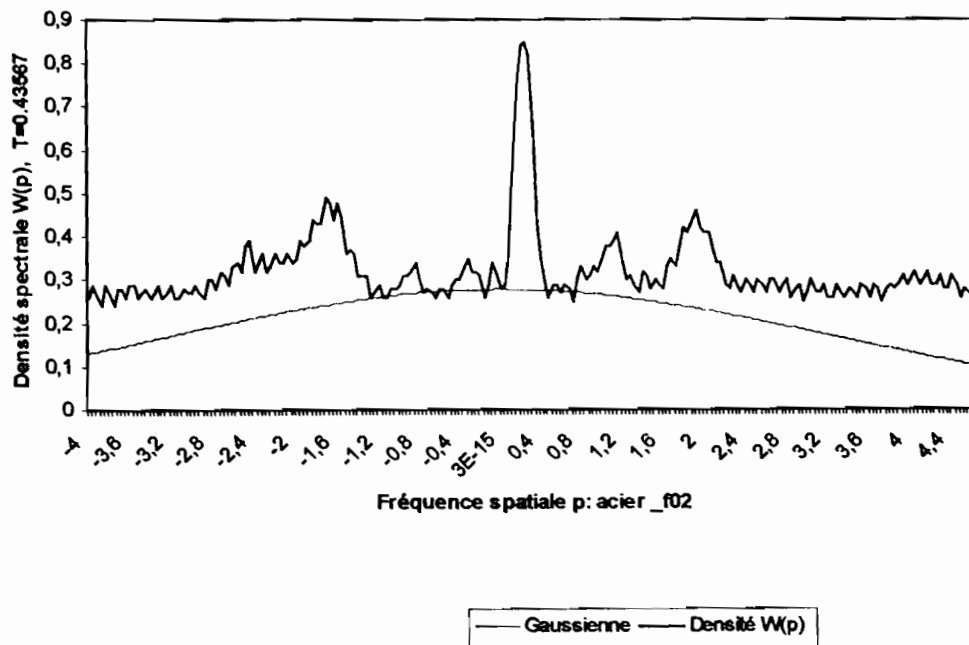


figure A-3 : Variation de la densité spectrale  $W(p)$  en fonction de la fréquence spatiale  $p$ : cas de l'acier, fraisage multitête.

**ANNEXE B : LISTE DES FONCTIONS STATISTIQUES UTILISEES****1) ECART.MOYEN(nombre1 ; nombre2 ;...)**

Renvoie la moyenne des écarts absolus des observations par rapport à leur moyenne arithmétique

**2) ECARTYPE(nombre1 ; nombre2 ;...)**

Evalue l'écart-type des valeurs d'une liste d'arguments. Cette liste d'arguments est considérée comme un échantillon de population .

**3) ECARTYPEP(nombre1 ; nombre2 ;...)**

La fonction calcule l'écart-type des valeurs de la liste d'arguments . Cette liste d'arguments est interprétée comme une population entière.

**4) GRANDE.VALEUR(matrice ; k)**

Renvoie la k-ième plus grande valeur d'une série de données.

**5) INTERVALLE.CONFIANCE(alpha ; écart\_type ; taille)**

Renvoie l'intervalle de confiance pour la moyenne d'une population.

**6) KURTOSIS(nombre1 ; nombre2 ;...)**

Renvoie le kurtosis d'une série de données. Le kurtosis caractérise la forme de pic ou l'aplatissement relatif d'une distribution comparée à une distribution normale.

**7) MAX(nombre1 ; nombre2 ;...)**

Donne le le plus grand nombre de la liste d'arguments.

**8) MODE(nombre1 ; nombre2 ;...)**

Renvoie la valeur la plus fréquente dans une matrice ou une plage de données.

**9) MOYENNE(nombre1 ; nombre2 ;...)**

Renvoie la moyenne (arithmétique) des arguments ou des valeurs numériques de la plage de cellules spécifiées comme arguments.

**10) MOYENNE.GEOMETRIQUE(nombre1 ; nombre2 ;...)**

Renvoie la moyenne géométrique d'une matrice ou d'une plage de données positives.

**11) MOYENNE.HARMONIQUE(nombre1 ; nombre2 ;...)**

Renvoie la moyenne harmonique d'une série de données.

**12) MOYENNE.REDUITE(matrice ; pourcentage)**

Renvoie la moyenne de l'intérieur d'une série de données.

**13) SOMME.CARRES.ECARTS(nombre1 ; nombre2 ;...)**

Renvoie la somme des carrés des écarts des observations par rapport à la moyenne de l'échantillon.

**14) TENDANCE(y\_connus ; x\_connus ; x\_nouveaux ; constante)**

Calcule les valeurs  $y$  estimées par rapport à une tendance linéaire.

**15) VARIANCE ou VAR(nombre1 ; nombre2 ;...)**

Calcule la variance d'une population en se basant sur un échantillon de cette population .

**16) VARIANCE\_POPULATION ou VAR.P(nombre1 ; nombre2) .**

Calcule la variance d'une population en se basant sur la population entière.



## RESUME

L'utilisation de la fonction  $\psi(x, y; d)$  et des intégrales d'Airy nous ont permis de faire une analyse très profonde du phénomène de la réflexion de la lumière sur une surface parfaitement lisse. Pour les surfaces rugueuses, nous avons abordé trois types de théories, à savoir la méthode par la diffusion multiple, la méthode par l'approximation de Kirchhoff et la méthode de la perturbation. Chacune de ces méthodes a un domaine d'application de prédilection. Nous avons choisi la méthode par l'approximation de Kirchhoff parce qu'elle est plus adaptée à nos échantillons qui sont de types mécaniques et au domaine d'étude, c'est à dire près de la direction spéculaire. Les autres méthodes nous ont permis de délimiter les domaines d'applicabilité de l'approximation de Kirchhoff.

Pour mener l'étude expérimentale, nous avons construit un système optique composé d'une source laser, des lentilles, d'un porte-échantillons, des accessoires, d'un ordinateur menu d'une carte de traitement d'images et d'une caméra CCD.

Une méthode statistique nous a permis de déterminer les caractéristiques de la gaussienne correspondant à chaque courbe expérimentale. Une analyse statistique des valeurs expérimentales confirme la validité de nos résultats.

**Mots clés:** Diffusion de la lumière ; Rugosité ; surface rugueuse ; méthode optique ; méthode de corrélation ; analyse de surface ; traitement d'images ; palpeur optique ; application industrielle ; profilomètre ; mécanique de précision ; miniaturisation ; micromachine.

**Key word:** Light scattering ; Roughness ; Rough surface ; measuring methods ; optical method ; images processing ; stylus ; industrial application ; profilometry ; precision engineering ; miniaturization ; micromachine.