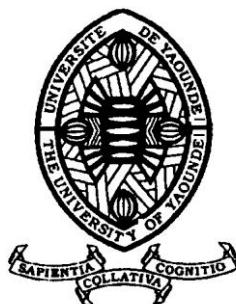


REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix-Travail-Patrie

UNIVERSITE DE YAOUNDE I

FACULTE DES SCIENCES
B.P.812 Yaoundé,
Tél/Fax :(237)22.23.44.96



REPUBLIC OF CAMEROON
Peace-Work-Fatherland

THE UNIVERSITY OF YAOUNDE I

FACULTY OF SCIENCE
B.P.812 Yaoundé,
Tél/Fax :(237)22.23.44.96

**ETUDE EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE
D'UNE PLAQUE FLEXIBLE EXCITEE EN SON CENTRE PAR UN
ELECTROAIMANT**

Mémoire rédigé et présenté en vue de l'obtention
du diplôme de

Master of science en physique

Spécialité : Mécanique fondamentale et Systèmes Complexes

par :

MOTAPON NDAM Abibou Moustapha

Matricule : 16N2387

Licencié en physique

Sous la direction de:

NWAGOUM TUWA Peguy Roussel

Chargé de Cours

Université de Dschang

et la supervision de :

WOAFO Paul

Professeur

Université de Yaoundé I



Année académique : 2022/2023

DEDICACE

Je dédie ce travail :

À mes chers parents : **NDAM Salifou** et **MEFIRE Aminatou** pour le soutien inconditionnel dont ils ont fait preuve à mon égard, plus particulièrement dans mes études depuis ma tendre enfance.

REMERCIEMENTS

Au nom d'Allah (Dieu) le tout miséricordieux, le très miséricordieux. Celui à qui il suffit de dire qu'une chose soit pour qu'elle existe. De par sa volonté, il a permis que ce travail aboutisse. Je Lui rend donc grâce infiniment. J'exprime par la suite ma profonde gratitude à tous ceux-là qui implicitement ou explicitement et de quelques manières que ce soit ont contribué à l'accomplissement de ce travail. Je pense :

- Au Pr **WOAFO Paul**, pour m'avoir accepté au sein de son laboratoire (LaMSEBP), où j'ai pu acquérir des compétences pratiques tout le long de ce travail. Pour le suivi de ce travail malgré ses multiples occupations, ses précieux conseils et orientations dans le cadre de ce travail et des cours dispensés durant mon parcours qui ont conduit à l'élaboration de ce travail.
- A Mon directeur de mémoire, Dr **NWAGOUM TUWA Péguy Roussel** pour avoir accepté de m'encadrer dans le cadre de ce travail, pour la discipline au travail qu'il a su nous transmettre dès l'entame de ce travail. Sa disponibilité et son expertise mises à notre disposition tout au long de l'année, mais aussi pour sa compréhension et ses encouragements face aux difficultés qui ont pu être rencontrées. Merci Docteur.
- Au Pr **NDJAKA Jean Marie**, Chef de Département de Physique de la Faculté de Sciences de l'Université de Yaoundé I, pour ses multiples enseignements et conseils qui nous ont guidés tout au long de notre parcours académique.
- A tous les enseignants du Département de Physique qui ont contribué à ma formation en physique au sein de cette université et en particulier : aux **Professeurs TCHAWOUA Clément, ESSIMBI ZOBO Bernard, NANA NBENDJO Blaise Roméo, DJUIDJE KENMOE Germaine**, pour leurs précieux enseignements dispensés durant ces années académiques et leurs conseils en lesquels, nous trouvons motivation et espoir.
- Aux honorables **membres du jury** qui auront la tâche d'apprécier ce travail.
- Au Dr **MBOU SOH Guy Bertrand** qui malgré ses occupations a toujours pu nous secourir à différentes étapes cruciales de ce travail. Il a su nous transmettre de son savoir dans la rédaction scientifique et en électronique. Ces conseils, remarques et orientations vers des pistes enrichissantes ont permis l'amélioration de ce document. Merci Docteur pour vos multiples conseils pratiques et vos encouragements.
- Aux Dr **MBOYO KOUAYEP René** pour nous avoir permis de consolider certains concepts clés des systèmes dynamiques et chaotiques par les approches numériques.

Remerciements

- Aux Doctorants **KOUAM TAGNE, TEMGOUA Pavel** pour leurs assistances lors de la phase expérimentale de ce travail et leurs conseils et encouragements ;
- A mes aînés académiques **KENTSA FOMENE, MADAH Charlène, TEMGOUA Loïc, TCHOMWO Marlyse, FOFOU Ruth** dont les conseils, et connaissances des matériels disponibles au LaMSEBP nous ont été d'un grand secours.
- A mes amies **NJUPOUH Abdel Azime, KOUOH Martial, FOUDJO TSAPIE Mardoche. S, FOTAM Alex** pour le soutien moral, affectif et social et leurs encouragements.
- A tous mes promotionnaires pour les moments inoubliables de collaboration et l'esprit d'équipe. Et plus particulièrement à **KOUOH Martial, YOUNBISSI DEFFO Alex, KENOU Angela, NGATSING MAWE Doria, NOUMEY NGUETSE Farel, KITIO Gerold, SIMO KOUAM Rachelle, BRAD BASILIDE, NOUBISSI CHOUPO Darnold** de qui j'ai pu profiter tant sur le plan social que scientifique.
- A toute ma grande famille pour leurs encouragements et aide financière tout au long de mon parcours scolaire et académique jusqu'à ce jour.
- A tous ceux dont j'ai oublié de mentionner les noms, trouvez en ces mots l'expression mon profond respect

Table des matières

DEDICACE	II
REMERCIEMENTS	III
Liste des figures	VII
Listes des abréviations	VIII
RESUME	IX
ABSTRACT	X
INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES PLAQUES ET LES ELECTROAIMANTS	3
I.1 INTRODUCTION	3
I.2 GENERALITES SUR LES PLAQUES	3
I.2.1- Théorie des plaques.....	3
I.2.2- Quelques travaux de recherches effectués sur les plaques flexibles	9
I.2.3- Applications des structures en plaque flexible.....	10
I.3 GÉNÉRALITÉS SUR LES ÉLECTROAIMANTS	12
I.3.1 Historique des travaux sur les électroaimants	12
I.3.2. Applications des électroaimants	13
I.4- CONCLUSION.....	15
CHAPITRE II : MATERIELS, METHODES THEORIQUES ET EXPERIMENTALES	16
II.1- INTRODUCTION	16
II.2- PRESENTATION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET MODE DE FONCTIONNEMENT	16
II.2.1- Présentation du dispositif expérimental	16
II.2.2- Mode de fonctionnement et appareils utilisés.....	18
II.3- MODELISATION, METHODES ANALYTIQUE ET NUMERIQUE	20
II.3.1- Modélisation de l'électroaimant.....	20
II.3.2- Méthodes analytiques.....	20
II.4- Méthode numérique	22
II.5- HARDWARE ET SOFTWARE	22
II.6- CONCLUSION	23
CHAPITRE III : RESULTATS ET DISCUSSIONS	24
III.1 INTRODUCTION	24
III.2- RESULTATS EXPERIMENTAUX	24

Table des matières

III.2.1- Dynamiques de la plaque	24
III.2.2- Courbe d'amplitude en fonction de la tension continue et en fonction de la fréquence	25
III.3- RESULTATS THEORIQUES	26
III.3.1- Résultats analytiques	26
III.3.2- Résultats des simulations numériques et analytiques	31
III.3.3- Effets des modes de vibrations	34
III.4- DISCUSSIONS	35
III.5- CONCLUSION	36
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVE	37
RÉFÉRENCES	38

Liste des figures

Figure 1 : Illustration des sollicitations aux bords d'une plaque dans un repère (Oxyz).....	4
Figure 2 : Élément de volume de la plaque	4
Figure 3 : Ligne moyenne isolés appartenant à la plaque.....	5
Figure 4 : Plaque rectangulaire dans un repère plan (Oxy).....	9
Figure 5: Drones expérimental à ailes flexibles [14]	11
Figure 6[4] : flexplate de voiture automatique.....	11
Figure 7: plaque de roulage de protection des sols.....	12
Figure 8 [18] [17] : Premier électroaimant de Sturgeon à fer de cheval, a) vue de face, b) vue de profile	13
Figure 9 [9] : Électroaimant de Henry qui pouvait soulever une cinquantaine de kilo, 1830.....	13
Figure 10 : système de levage magnétique	14
Figure 11 [19] : Stator d'Universal motor	14
Figure 12: Coupe longitudinale (a) et Schéma descriptif (b) d'un haut-parleur.....	Erreur ! Signet non défini.
Figure 13: Dispositif expérimentale	16
Figure 14 : électroaimant en cuirasse.....	17
Figure 15 : Masse ferromagnétique	17
Figure 16 : Plaque GTO d'impression.....	18
Figure 17 : Support du dispositif.....	18
Figure 18 : (a) : Alimentation stabilisée ; (b) : GBF ; (c) : Oscilloscope ; (d) : Go ! motion	19
Figure 19: Dispositif complet en courant alternatif.....	19
Figure 20 : circuit électrique équivalent de l'électroaimant	20
Figure 21: Traces temporelles du déplacement pour quelques valeurs de la fréquence : (a) oscillations de période $2T$ pour $f_0 = 1.02 \text{ Hz}$; (b) oscillations chaotiques pour $f_0 = 2.02 \text{ Hz}$	24
Figure 22: Courbe expérimentale du déplacement en fonction de la tension continue.....	25
Figure 23 : Courbe d'amplitude expérimentale en fonction de la fréquence avec l'amplitude $E_0 = 10 \text{ V}$ pour la tension	26
Figure 24: Trace temporelles pour $E_0 = 10 \text{ V}$: (a) $f_0 = 1,02 \text{ Hz}$; (b) $f_0 = 2,02 \text{ Hz}$	33
Figure 25: Courbe d'amplitudes théorique en fonction de la fréquence.....	33
Figure 26 : Courbes d'amplitudes analytique et numérique pour $E_0 = 10 \text{ V}$, $\lambda = 3 \text{ N} \cdot \text{S} \cdot \text{m}^{-3}$: (a) : mode (1,1) ; (b) : mode (2,1) ; (c) : mode (1,2) ; (d) : mode (2,2).....	34
Figure 27: Rapport d'amplitudes numérique/analytique en fonction des modes (n, m)	35

Listes des abréviations

EDO : Equation différentielle ordinaire

EDP : Equation aux dérivées partielles

GBF : Générateur basses fréquences

AC : Alternative Current

DC : Direct Curent

RESUME

Dans ce mémoire, nous fabriquons et étudions un dispositif constitué d'une plaque flexible que l'on excite en son centre à l'aide d'une force créée par un électroaimant alimenté par une source de tension alternative ou continue. Nous établissons expérimentalement les variations de la déflexion de la membrane en tension continue et en tension alternative. Cette déflexion croît avec la tension continue et présente une courbe de résonance en tension alternative. Pour certaines fréquences, nous montrons expérimentalement l'existence d'un comportement chaotique. A partir de l'approche théorique, nous montrons les courbes de résonance obtenues par l'approche modale.

Mots clés : plaque flexible, électroaimant, oscillations, chaos, étude expérimentale.

ABSTRACT

In this thesis, we build and study a device consisting of a flexible plate that is excited at its center by a force created by an electromagnet powered by an AC or DC voltage source. We experimentally establish the variations of the deflection of the membrane in presence of the DC and AC voltages. This deflection increases with DC voltage and exhibits a resonance curve at AC voltage. For certain frequencies, we experimentally demonstrate the existence of chaotic behavior. Based on the theoretical approach, we show the resonance curves obtained by the modal approach.

Key words: flexible plate, electromagnet, oscillations, chaos, experimental study.

INTRODUCTION GENERALE

L'Homme à travers les époques a toujours fait preuve de beaucoup d'ingéniosité afin de s'adapter aux besoins de la société ; on peut penser aux différentes inventions faites par l'Homme dans la protection des soldats comme les armures et les boucliers à l'époque médiévale pour la protection des chevaliers en situation de guerre, dans la communication comme les tambours [1] qui étaient utilisés en Afrique comme moyen de communications à longue distance. Ces exemples ont pour point commun les plaques flexibles qui ont souvent été utilisées dans la conception de ces différentes structures pour les renforcer, leur offrir une meilleure résistance et plus encore. Depuis lors, à cause de leur utilité, le champ d'applications des structures en plaque flexible n'a cessé de grandir jusqu'à toucher des domaines de l'ingénierie tels que l'automobile [2], la construction navale [3], le génie civil [4], etc...

Dans le but d'élargir davantage leurs champs d'applications, de nombreux chercheurs à travers le monde se sont lancés dans l'analyse des comportements dynamiques des plaques. Partant du fait que ces structures sont souvent soumises à divers types d'excitations d'ordre naturel tels le vent et le séisme... ou causées par l'Homme tel que les charges statiques, mais aussi dynamiques comme les machines tournantes ou les charges mobiles, il devient nécessaire d'étudier leur comportement sous ses différentes formes d'excitations. D'où l'étude théorique des plaques souvent à des fins spécifiques [1-4]. Ceci non seulement pour améliorer, mais aussi pour diversifier leurs domaines d'exploitation. Nous pouvons citer comme exemple, NWAGOUM et *al* en 2014 qui étudient le contrôle électromécanique d'une plaque viscoélastique par des méthodes analytiques et de simulation par la méthode des différences finies [5] ou Nanha Djanan et *al* qui étudient en 2013, le contrôle électromécanique d'une plaque soumise à une excitation non idéale [6]. Dans la plupart des travaux menés, l'étude expérimentale n'est pas investiguée, ce qui dans certains cas d'application pose le problème de faisabilité. Notre travail s'inscrit ainsi dans la même mouvance, où nous nous intéresserons à l'aspect expérimental de l'étude de la dynamique d'une plaque vibrante soumise à une force magnétique créée par un électroaimant.

Parlant du magnétisme, il est généralement utilisé comme élément de couplage dans un système électromécanique. Hormis, les aimants, notons qu'il est également généré par des électroaimants. Le magnétisme peut aussi être défini comme un ensemble de phénomènes physiques dans lesquels les objets exercent des forces attractives ou répulsives sur d'autres

matériaux. On peut l'observer grâce aux aimants (matériaux qui génèrent du magnétisme) et plus à l'aide des électroaimants qui sont des enroulements de fil de courant électrique le plus souvent autour d'un noyau en métal (plus particulièrement le fer doux dans la plupart des cas d'usage). L'usage de ces derniers reste en effet d'actualité dans les travaux de recherche tel celui de Simo Domguia qui étudie le comportement dynamique d'une masse soumise à l'action de ressorts perpendiculaires et deux excitations perpendiculaires avec déphasage (excitations créées par des électroaimants) [7].

L'objectif de ce mémoire d'initiation à la recherche est de réaliser le dispositif expérimental constitué d'une plaque ayant en son centre un matériau ferromagnétique et excité par un électroaimant et de faire une étude expérimentale puis théorique.

Ce mémoire est subdivisé en trois chapitres dont le premier est consacré aux généralités sur les plaques flexibles et les électroaimants. Le deuxième détaille les méthodologies employées et le troisième présente les résultats suivis des discussions. Nous finissons par une conclusion générale et des perspectives.

CHAPITRE I : GENERALITE SUR LES PLAQUES ET LES ELECTROAIMANTS

I.1 INTRODUCTION

Du point de vue de la physique, une plaque est une structure mécanique dont l'une des dimensions est très petite devant les autres [8]. Les plaques flexibles quant à elles sont des plaques à profil flexible comme son nom l'indique. Les structures flexibles sont généralement d'épaisseur fine ; on les appelle "plaques" lorsque la surface de la structure est lisse et "coque" si elle ne l'est pas. Nous nous intéressons aux types du premier cas dans le cadre de ce mémoire. Dans ce chapitre, nous présentons en première partie les généralités sur les plaques, accompagnées d'une revue de littérature sur les plaques flexibles, quelques exemples d'application de ces structures. Dans la deuxième partie, nous présentons les généralités sur les électroaimants. Une conclusion clôt le chapitre.

I.2 GENERALITES SUR LES PLAQUES

I.2.1- Théorie des plaques

La théorie des plaques est une méthode mathématique de description des plaques qui s'inspire de la théorie des poutres, le but étant de pouvoir calculer les déformations et les contraintes subies par une plaque lorsqu'elle est sous charge. Plusieurs hypothèses ont été émises pour essayer d'atteindre ce but. De nos jours, deux de ses hypothèses demeurent les plus utilisées : l'hypothèse de Kirchhoff-Love et celle de Mindlin-Reissner pour les plaques. Dans le cadre de ce mémoire nous utilisons la première hypothèse.

a) Hypothèse de Kirchhoff-Love

Cette hypothèse vit le jour en 1888 par Love Augustus Edward Hough. Elle est une théorie complète de la théorie des plaques de Kirchhoff. Cette théorie stipule que la surface moyenne de la plaque peut être utilisée pour caractériser la plaque et pose les conditions ci-après :

- la surface moyenne est plane initialement
- la section normale au plan moyen reste normale à celle-ci après déformation.
- les déplacements de la surface moyenne suffisent à la modélisation de la dynamique de la plaque.

b) Modélisation d'une plaque

Pour établir la dynamique du mouvement de la plaque, nous nous intéressons à l'application des lois de Newton sur une portion de notre plaque. Nous considérons cette section sur le plan moyen où nous définissons notre repère $Oxyz$ comme sur le schéma suivant :

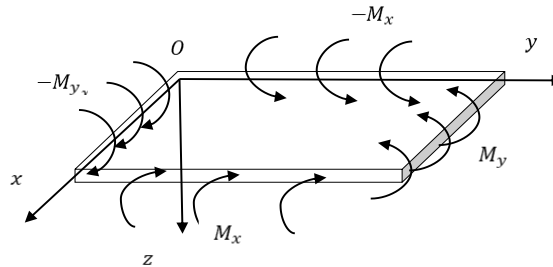


Figure 1 : Illustration des sollicitations aux bords d'une plaque dans un repère ($Oxyz$)

M_x et M_y sont respectivement les moments par unité de longueur des bords parallèles aux axes Oy et Ox .

- établissons les expressions de M_x et de M_y .

Soit la figure 2 ci-dessous représentant un élément de volume $h \cdot dx \cdot dy$ avec les différentes sollicitations auxquelles elle est soumise.

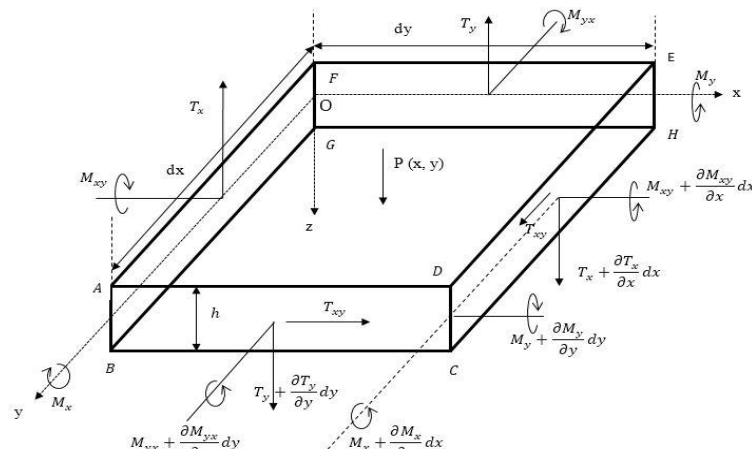


Figure 2 : Élément de volume de la plaque

Supposons une ligne appartenant au plan moyen dans la direction Ox .

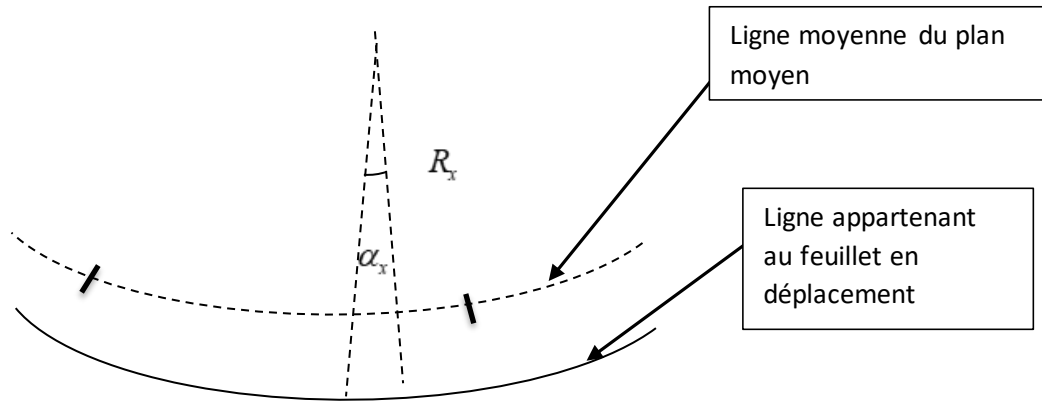


Figure 3 : Ligne moyenne isolée appartenant à la plaque

Ceci simplifie l'étude, car on est ramené au cas d'étude d'une poutre. Ainsi l'élongation ε_x est donnée par :

$$\varepsilon_x = \frac{R_x \alpha_x - (z + R_x) \alpha_x}{R_x \alpha_x} = \frac{-z}{R_x} \quad (1.1)$$

Par analogie nous retrouvons l'expression de l'allongement ε_y suivant la direction Oy :

$$\varepsilon_y = \frac{R_y \alpha_y - (z + R_y) \alpha_y}{R_y \alpha_y} = \frac{-z}{R_y} \quad (1.2)$$

En tenant compte de la loi de Hooke :

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) \\ \sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sigma_x = \frac{-zE}{1-\nu^2} \left(\frac{1}{R_x} + \nu \frac{1}{R_y} \right) \\ \sigma_y = \frac{-zE}{1-\nu^2} \left(\frac{1}{R_y} + \nu \frac{1}{R_x} \right) \end{cases} \quad (1.3)$$

Les actions des contraintes normales $\sigma_x z dy$ et $\sigma_y z dx$ le long des surfaces latérales peuvent être réduites à celles des couples M_x et M_y qui sont externes à notre portion de plaque considérée ; nous écrivons

$$\int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dy dz = M_x dy \text{ et } \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dx dz = M_y dx \quad (1.4)$$

$$\Rightarrow M_x = \frac{-E}{1-\nu^2} \left(\frac{1}{R_x} + \nu \frac{1}{R_y} \right) \int_{-h/2}^{h/2} z^2 dz \text{ et } M_y = \frac{-E}{1-\nu^2} \left(\frac{1}{R_y} + \nu \frac{1}{R_x} \right) \int_{-h/2}^{h/2} z^2 dz$$

$$\text{Or } \int_{-h/2}^{h/2} z^2 dz = \frac{h^3}{12} \Rightarrow M_x = \frac{-E}{1-\nu^2} \left(\frac{1}{R_x} + \nu \frac{1}{R_y} \right) \frac{h^3}{12} \text{ et } M_y = \frac{-E}{1-\nu^2} \left(\frac{1}{R_y} + \nu \frac{1}{R_x} \right) \frac{h^3}{12}$$

On pose

$$D = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{h^3}{12} \quad (1.5)$$

qui représente la rigidité de la plaque à la flexion

$$\Rightarrow M_x = -D \left(\frac{1}{R_x} + \nu \frac{1}{R_y} \right) \text{ et } M_y = -D \left(\frac{1}{R_y} + \nu \frac{1}{R_x} \right) \quad (1.6)$$

En restant dans l'hypothèse des petits déplacements où les courbures sont approximées à l'ordre 1 des développements limités respectifs de leurs expressions :

$$\frac{1}{R_x} = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \text{ et } \frac{1}{R_y} = \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \quad (1.7)$$

On a alors :

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \text{ et } M_y = -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \quad (1.8)$$

En tenant en compte la charge q sur la plaque, il apparaîtra dans notre plaque en plus des moments fléchissant et moments de torsions, des contraintes verticales de cisaillement dont les valeurs par unité de longueur sont définies comme suit :

$$T_x = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz} dz \text{ et } T_y = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz} dz \quad (1.9)$$

Nous négligeons les contraintes de cisaillements τ_{xy} et τ_{yx} sur les petites distances dy et dx et nous utilisons les résultantes $T_x dy$ et $T_y dx$.

Les expressions des moments fléchissant et moments de torsion sont données par :

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz ; M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz ; M_{xy} = - \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz ; M_{yx} = - \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yx} z dz$$

Les quantités $T_x ; M_x ; M_{xy}$ sur la face (Oyz) deviennent sur la face qui lui est opposée :

$T_x + \frac{\partial T_x}{\partial x} dx ; M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} dx ; M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} dx$ de même $T_y ; M_y ; M_{yx}$ appliquées sur la face (Oxz) deviennent sur la face qui lui est opposée :

$$T_y + \frac{\partial T_y}{\partial y} dy ; M_y + \frac{\partial M_y}{\partial y} dy ; M_{yx} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial x} dy$$

Dans le cas où la plaque est en équilibre, l'équation d'équilibre s'écrit :

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad (1.10)$$

$$T_x dy - (T_x + \frac{\partial T_x}{\partial x} dx) dy + T_y dx - \left(T_y + \frac{\partial T_y}{\partial y} dy \right) dx = q dx dy$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} + q \right) dx dy = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} + q = 0 \quad (1.11)$$

En appliquant le théorème des moments à l'équilibre suivant

* la direction Ox :

$$(M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} dx) dy - M_{xy} dy + M_y dx - \left(M_y + \frac{\partial M_y}{\partial y} dy \right) dx + Q_y dx dy = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} dx dy - \frac{\partial M_x}{\partial y} dx dy + T_y dx dy = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} + T_y = 0 \quad (1.12)$$

* la direction Oy :

$$\begin{aligned}
 (M_{yx} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} dy) dx - M_{yx} dx - M_y dy + \left(M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} dx \right) dy - T_x dx dy &= 0 \\
 \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} dy dx - \frac{\partial M_x}{\partial x} dx dy - T_x dx dy &= 0 \\
 \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} - T_x &= 0
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

En tirant T_x et T_y respectivement de (1.13) et (1.12) et en remplaçant dans (1.11), nous obtenons

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - \frac{2\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_x}{\partial y^2} + q = 0 \tag{1.14}$$

les expressions des moments étant [9]:

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right); M_y = -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \text{ et } M_{xy} = D(1-\nu) \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \tag{1.15}$$

En introduisant ces relations dans l'équation (1.14), on a finalement :

$$D \left(\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} - \frac{2\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} \right) = -q \tag{1.16}$$

Dans le cas du régime dynamique et en tenant compte éventuellement de la dissipation lorsque le système n'est plus statique, on réécrit d'après [10] :

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \lambda \frac{\partial w}{\partial t} + D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y} \right) = F(x, y, t) \tag{1.17}$$

ou encore :

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \lambda \frac{\partial w}{\partial t} + D \nabla^4 w = F(x, y, t)$$

où F est la force excitatrice par unité de surface, λ est le coefficient de dissipation

surfactive, h est l'épaisseur de la plaque $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ est la rigidité à la flexion de la plaque.

➤ Conditions aux bords

La résolution de l'équation aux dérivées partielles précédente nécessite la connaissance des conditions aux bords de la plaque qui sont connues et données dans les paragraphes ci-après.

Nous supposons l'orientation suivante du repère par rapport à la plaque [10] :

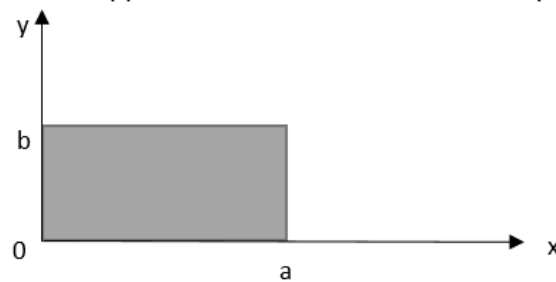


Figure 4 : Plaque rectangulaire dans un repère plan (Oxy)

- Bord libre : Dans le cas où un bord est entièrement libre, par exemple le bord en $x=0$; il n'y a pas de flexion, ni de torsion, ni d'effort tranchant.

$$(M_x)_{x=0} = 0; (M_{xy})_{x=0}; (T_x)_{x=0} = 0 \quad (1.18)$$

- Bord fixe : Dans le cas où le bord en $x=0$ serait plutôt fixe ou encastré, il n'y aurait pas

$$(w)_{x=0} = 0; \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=0} = 0 \quad (1.19)$$

- Bord simplement appuyé : Dans le cas où le bord en $x=0$ se retrouve sur appuie simple, il n'y aurait pas de déplacement le long du bord, ni de moment de flexion :

$$(w)_{x=0} = 0 \text{ et } (M_x)_{(x=0)} = \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right)_{(x=0)} = 0 \quad (1.20)$$

I.2.2- Quelques travaux de recherches effectués sur les plaques flexibles

Il a fallu attendre 1819 pour que Navier publie un mémoire qui pose les fondements de la théorie de l'élasticité. De ces fondements, c'est en 1888 que Love à partir des hypothèses de Kirchhoff elle-même inspiré des hypothèses d'Euler-Bernoulli pour les poutres va proposer une

théorie des plaques minces [8] [10]; plus tard en 1951, R. D. Mindlin consolide la théorie des plaques épaisses [8] [11]. C'est à partir de ces deux dernières théories qu'on assiste désormais à une multitude d'études scientifiques sur les plaques ce qui accrut leur champ d'applications.

Ainsi, à partir du 20^{ème} siècle, les études sur les plaques flexibles se sont développées dans différents domaines, comme l'aérospatiale, l'ingénierie civile, l'ingénierie mécanique et bien d'autres encore dans lesquelles il est question pour la plupart de l'étude du comportement de la plaque lorsqu'elle est soumise à des excitations externes périodiques. Comme exemples, on peut citer les travaux de Nanha Djanang [6] et *al* en 2013 où ils étudient le contrôle de vibration d'une plaque soumise à une excitation non idéale produit par l'action d'un moteur à courant continu avec une masse déséquilibré agissant sur une surface particulière de la plaque ; encore de Florine Paraz [12] qui dans sa thèse de doctorat étudie les oscillations d'une plaque flexible dans un écoulement. La même année, P.R. Nwagoum Tuwa et P. Wofo étudient le contrôle électromécanique de la dynamique d'une plaque élastique fine par les méthodes analytiques et de simulation par différence finies [5]. Plus tard en février 2018 est publié un article de P.R. Nwagoum Tuwa, et *al* dans lequel ils étudient les vibrations d'une plaque viscoélastique non linéaire avec modèle de dérivé fractionnaire et soumise à des excitations paramétriques et externes [4]. Un an plus tard, G.B. Mbou Soh et *al* étudient un oscillateur électromécanique auto-entretenu à base de plaque flexible [13].

I.2.3- Applications des structures en plaque flexible

-L'aérodynamisme :

Dans le cas des avions, les pâles de ces derniers sont souvent assimilables à des plaques flexibles lorsqu'on étudie ces vibrations afin de les contrôler. De nos jours, de plus en plus d'ailes d'avion ont des profils flexibles pour améliorer les performances aérodynamiques de l'avion ou encore pour réduire le coût d'essence de ce dernier. C'est le cas par exemples de la compagnie Airbus qui a investi pour des recherches dans ce sens [14]. Il a été développé un modèle expérimentale minimaliste qui marche bien selon les exigences fixées.



Figure 5: Drone expérimental à ailes flexibles [14]

-Flexplate :

Flexplate en anglais, c'est un disque métallique qui relie la sortie d'un moteur à l'entrée d'un convertisseur de couple dans une voiture équipée de transmission automatique. Cette plaque flexible est faite d'acier assez mince et en plus de convertir le mouvement comme son homologue appelé "volant d'inertie" [15], elle est conçue pour fléchir légèrement, ce qui lui permet d'absorber une partie des fluctuations de couple qui apparaissent lorsque le moteur tourne.

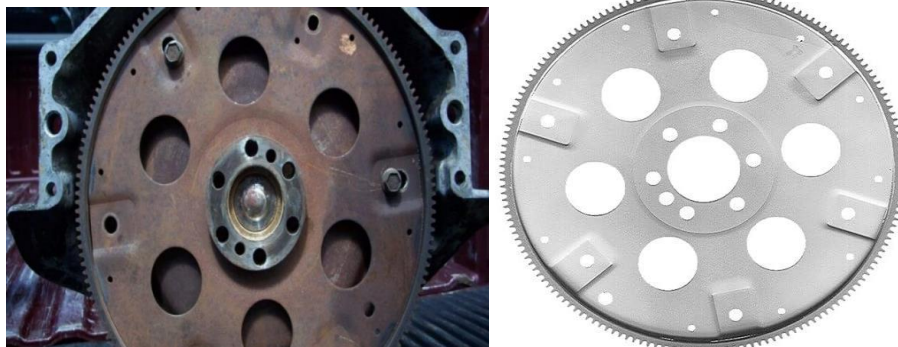


Figure 6[4] : flexplate de voiture automatique

- les plaques de roulages [16]

Ce sont des plaques rectangulaire ou carré faites de matière solide souvent utilisées dans génie civile en raison des avantages qu'elles offrent comme : leur solidité qui leur offre une grande résistance aux contrainte élevé ; leur flexibilité et légèreté, ce qui les rend facilement malléables. Elles sont utilisées pour :

- Simplifier l'accès à des sols instables comme les sols sableux, boueux et neigeux ;
- Protéger les sols vulnérables comme des pelouses, des bitumes et du gazon ;

- Permettre la circulation des véhicules blindés lourds ;
- Répartir de manière uniforme les charges sur le sol;
- Éviter l'enlèvement des engins dans des terrains délicats.



Figure 7: plaque de roulage de protection des sols

I.3 GÉNÉRALITÉS SUR LES ÉLECTROAIMANTS

La possibilité de pouvoir générer du magnétisme à volonté avec l'électroaimant est d'un grand intérêt pour beaucoup de domaine. C'est dans cette lancée que beaucoup de travaux scientifiques ont vu le jour depuis le 19^{ème} siècle sur les électroaimants ; le but étant très souvent d'optimiser la fabrication selon l'application. Dans les lignes qui suivent, nous présentons un historique des travaux qui ont été faites sur les électroaimants et quelques applications qui en résultent de nos jours

I.3.1 Historique des travaux sur les électroaimants

La théorie de l'électroaimant se base sur le fait que le courant électrique traversant un conducteur génère un champ magnétique autour de ce dernier. La base de cette théorie conduisit des expérimentateurs au fil des années à proposer des modèles d'électroaimants diverses. On doit la découverte de la propriété magnétique d'un fil conducteur traversé par un électroaimant à Oersted ; s'en suivent de nombreux travaux visant à fabriquer des électroaimants de plus en plus puissants. Ce dernier paramètre tient compte de la forme, du nombre de spire, de la taille, mais aussi de la matière dont est fait le noyau. Plusieurs modèles d'électroaimant verront le jour dont le premier véritable électroaimant fût celui de William Sturgeon en 1825. [17]

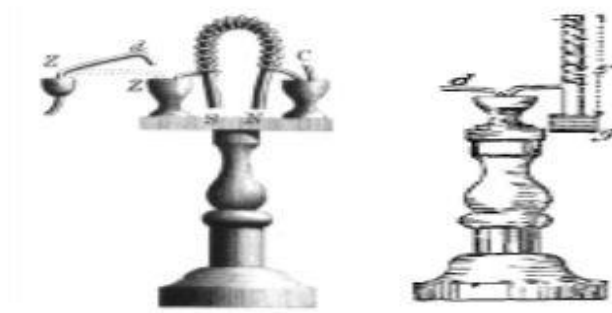


Figure 8 [18] [17] : Premier électroaimant de Sturgeon à fer de cheval, a) vue de face, b) vue de profile

Cet électroaimant était formé d'une baguette de fer recourbée sous forme d'un U et enduit de vernis avec une longueur de 30cm et 12mm de diamètre. Le bobinage était de 18 spires de fil de cuivre nu, l'ensemble alimenté par une pile à lame de zinc et de cuivre permettait de soulever une masse d'environ 4kg bien que l'électroaimant lui-même ne pesant que 200g.

C'est en 1830 que Joseph Henry fabrique un nouveau type d'électroaimant dont l'une des améliorations majeures était que qu'il avait pu faire des superpositions de couche d'enroulement dans son bobinage ce qui permettait de gagner en puissance. Ses travaux donne aux électroaimant pour la première fois une application majeure dans la technologie du télégraphe électrique au XIX^e siècle ce qui permis de passer de la lecture du code par l'électrochimie de l'émission de bulles de gaz, à la lecture électrotechnique par un traceur mécanique et un indicateur sonore.

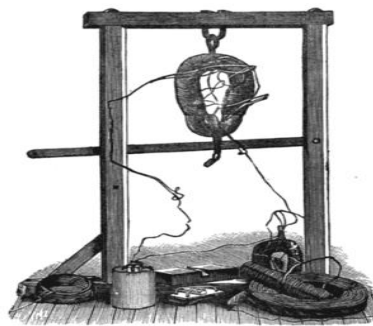


Figure 9 [9] : Électroaimant de Henry qui pouvait soulever une cinquantaine de kilo, 1830

I.3.2. Applications des électroaimants

Au fils des années, les travaux sur les électroaimants ont permis de développer plusieurs systèmes électromécaniques tels les moteurs, les télégraphes, les haut-parleurs et bien d'autres encore.

Nous avons l'exemple suivant d'un système de levage magnétique.



Figure 10 : système de levage magnétique

Le principe de ce dernier est l'utilisation du courant électrique pour créer un champ magnétique puissant. L'électroaimant qui se trouve au bout du bras de la machine lorsque le courant est activé, crée un champ magnétique puissant qui attire les objets ferromagnétiques. Son avantage réside dans le fait qu'il puisse être activé et désactivé à distance, ce qui permet un contrôle précis du processus de levage.

Les moteurs sont aussi de bons exemples d'applications d'électroaimants, où l'on a la partie stator du moteur qui est en fait un électroaimant qui entraîne le rotor grâce au champ magnétique engendré.



Figure 11 [19] : Stator d'Universalmotor

-Les haut-parleurs :

Les hauts parleurs sont des transducteurs électromécaniques dont la partie mécanique est une membrane (structure assimilable à une plaque mince flexible) qui lorsqu'elle reçoit une

excitation électrique ou mécanique(son) se met à vibrer produisant des ondes sonores dans le cas des hauts parleurs ou du signal électrique dans le cas d'un micro.

Les figures 12 décrivent l'intérieure d'un haut-parleur. En effet, la partie électrique est constituée d'une bobine qui reçoit une excitation électrique baignant dans un champ magnétique permanent créé par un aimant. La bobine lorsqu'elle reçoit une excitation électrique se déplace sous l'effet de la force de Laplace et entraine la membrane à laquelle elle est connectée mécaniquement à l'aide d'un spider dans son mouvement de translation ; la membrane dans son mouvement comprime l'air ce qui donne naissance aux ondes sonores (ou son) que nous pouvons entendre.

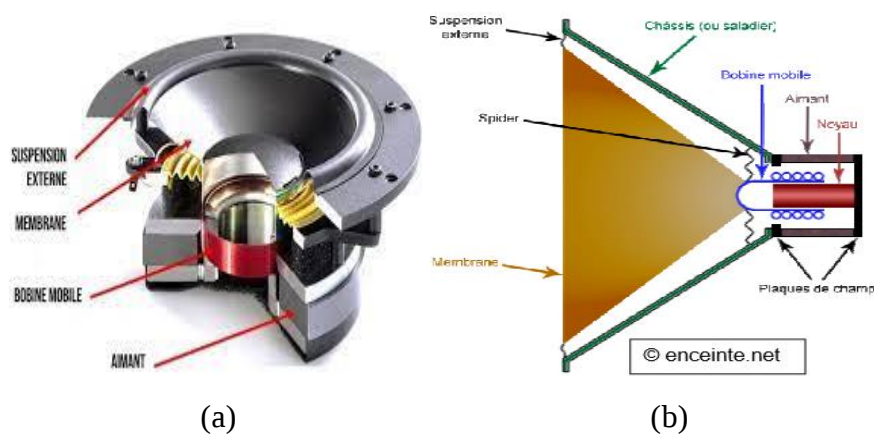


Figure 12: Coupe longitudinale (a) et Schéma descriptif (b) d'un haut-parleur

I.4- CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons pour une meilleure compréhension des termes de notre travail présentés une généralité sur les plaques flexibles et quelques applications de celle-ci, définis et présentés ce qu'est un électroaimant et une généralité des circuits magnétiques. Le chapitre suivant sera consacré à ma présentation du dispositif conçu, sa modélisation et les méthodes utilisées pour l'étude.

CHAPITRE II : MATERIELS, METHODES THEORIQUES ET EXPERIMENTALES

II.1- INTRODUCTION

Pour atteindre l'objectif fixé dans ce travail, nous avons tout d'abord réalisé le dispositif expérimental que nous avons ensuite modélisé. Dans cette partie, nous présentons dans la section II.2 le dispositif expérimental ; la modélisation électromécanique du dispositif et les différentes méthodes de résolutions analytiques et numériques utilisées sont présentées à la section II.3. À la section II.4 sont présentés les appareils et logiciels utilisés. Nous clôturons cette partie par une conclusion à la section II.5

II.2- PRESENTATION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET MODE DE FONCTIONNEMENT

II.2.1- Présentation du dispositif expérimental

Notre dispositif consiste en une plaque simplement appuyée à ses bords qui est excitée en son centre par un champ magnétique produit par un électroaimant. Le dispositif ainsi constitué est un système électromécanique.

- La partie électrique est représentée par l'électroaimant (Figure 13) alimenté par une source de tension continue (**Figure 18.a**) ou alternative (**Figure 18.b**).
- La partie mécanique est constituée d'une plaque flexible simplement supportée avec au centre une masse ferromagnétique (Figure 13).

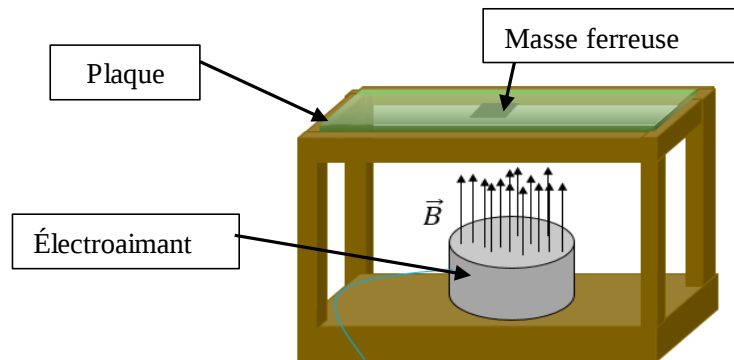


Figure 13: Dispositif expérimental

Matériels utilisés

➤ Électroaimant



Figure 14 : électroaimant en cuirasse

C'est un électroaimant en cuirasse dont les enroulements sont confinés dans une cuirasse de sorte que les lignes de champs magnétique sont déformées et concentrés vers une des faces de l'électroaimant. La force portante est de 80kg et il a une tension nominale de 12v. on s'en sert pour produire du champ magnétique en courant continu, comme en alternatif.

➤ La plaque ferromagnétique :



Figure 15 : Masse ferromagnétique

C'est une plaque en fer très petite et suffisamment rigide pour ne pas subir de déformation dans le cadre de notre étude. Elle est extraite des entrefers d'un transformateur. Elle nous servira d'objet ferromagnétique placé au centre de la plaque.

➤ La plaque

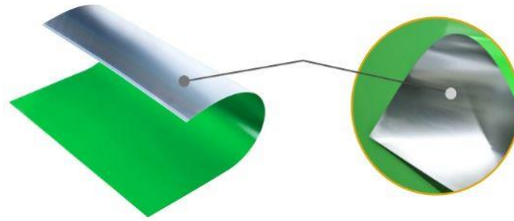


Figure 16 : Plaque GTO d'impression

Une plaque GTO (paque utilisée dans les impressions industrielles) est utilisé comme plaque rectangulaire dans cette étude pour sa fine épaisseur, ce qui la rend flexible.

➤ Le support



Figure 17 : Support du dispositif

Le support est en bois et fait de deux niveaux dont le premier sert de support à la plaque et le second qui est percé au centre sert également de support au Go ! Motion.

II.2.2- Mode de fonctionnement et appareils utilisés

Le dispositif ainsi mis au point fonctionne sous deux régimes à savoir : le régime alternatif et le régime continu.

En régime variable, l'électroaimant reçoit du courant alternatif provenant du GBF (**Figure 18.b**). Selon la fréquence voulue, l'électroaimant produit du champ magnétique alternativement à la même fréquence que la tension délivrée par le GBF.

En régime continu, l'alimentation stabilisée (**Figure 18.a**) est utilisée pour alimenter l'électroaimant qui produit un champ magnétique permanent permettant à chaque variation de la tension, l'attraction de la masse ferromagnétique et donc l'allongement de la plaque. Selon que l'on soit dans l'un ou l'autre des deux régimes, l'application d'une tension

Chapitre 2 : Matériels, mode de fonctionnement, méthodes théoriques et expérimentales

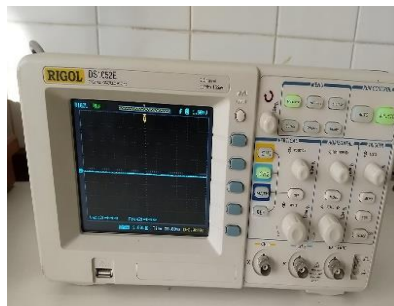
électrique engendre un champ magnétique qui va magnétiser l'objet ferromagnétique ce qui entraînera la plaque dans des mouvements d'oscillation ou de simples déplacements du centre de la plaque que nous mesurons.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 18 : (a) : Alimentation stabilisée ; (b) : GBF ; (c) : Oscilloscope ; (d) : Go ! motion



Figure 19: Dispositif complet en courant alternatif

Chapitre 2 : Matériels, mode de fonctionnement, méthodes théoriques et expérimentales

Dans le but de vérifier les résultats expérimentaux, des études théoriques ont été menées. C'est ainsi que nous présentons dans les lignes qui suivent les méthodes théoriques qui ont été utilisées.

II.3- MODELISATION, METHODES ANALYTIQUE ET NUMERIQUE

II.3.1- Modélisation de l'électroaimant

L'électroaimant lorsqu'il est alimenté par un courant alternatif est équivalent à une disposition en série de résistance (qui représente sa résistance interne) R et d'une inductance L_i :

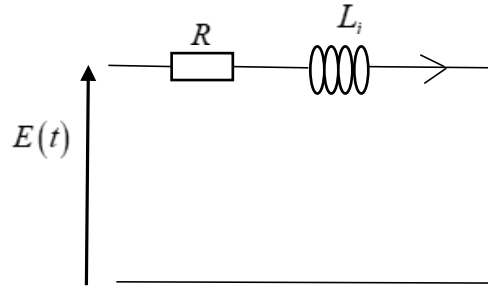


Figure 20 : circuit électrique équivalent de l'électroaimant

où $E(t)$ est la tension sinusoïdale délivrée par le GBF aux bornes de l'électroaimant, I le courant traversant l'électroaimant, L_i l'inductance de la bobine dû à l'enroulement de l'électroaimant et R la résistance interne de ce dernier. La loi de Kirchoff appliquée à ce circuit nous donne :

$$E(t) = RI + L_i \frac{dI}{dt}$$
$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L_i} I = \frac{E(t)}{L_i} \quad (2.1)$$

II.3.2- Méthodes analytiques

La partie mécanique représentée par la plaque a une dynamique décrite par l'équation de la plaque établit au chapitre précédent :

$$\rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \lambda \frac{\partial W}{\partial t} + D \nabla^4 W = F(x, y, t) \quad (2.2)$$

où $F(x, y, t)$ est la force excitatrice par unité de surface qui est dans notre cas la force magnétique de l'électroaimant par unité de surface. La résolution de cette équation passe par plusieurs étapes de transformations théorique qui permettent de simplifier la résolution du système telles l'approximation modale et la méthode de balance des harmoniques.

a) Approche modale

L'approche modale est une approximation basée sur la décomposition de Galerkin qui permet de passer d'une EDP à un EDO. Dans cette approche, on cherche la solution de l'EDP en la décomposant sous forme de série de solution spatiale $\phi_{nm}(x, y)$ et temporelle $T(t)$ [10] [20].

$$W(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} T_{nm}(t) \phi_{nm}(x, y) \quad (2.3)$$

$$\text{avec } \phi_{nm}(x, y) = A_{nm} \sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} ; A_{nm} = cte$$

où $T_{nm}(t)$ est la partie temporelle, $\phi_{nm}(x, y)$ la partie spatiale avec son amplitude associé A_{nm} . Le remplacement de l'équation (2.3) dans l'EDP de la plaque et une multiplication par ϕ_{nm} suivie d'une intégration sur la surface de celle-ci permet d'obtenir l'équation modale.

b) Balance des harmoniques

La méthode de la balance des harmoniques consiste à trouver une solution approximative aux EDOs ou système d'EDOs périodique sous forme sinusoïdale.

En effet, pour un système de la forme suivante [10] [13] :

$$\ddot{X} + X = f(X, \dot{X}, t) \quad (2.4)$$

satisfaisants $f(\dot{X}, X, t+T) = f(\dot{X}, X, t)$ la solution harmonique est de la forme :

$$X = A_1 \cos \omega t + A_2 \sin \omega t = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (2.5)$$

Chapitre 2 : Matériels, mode de fonctionnement, méthodes théoriques et expérimentales

On remplace enfin l'expression (2.5) en (2.4) pour obtenir les vecteurs de coefficients A_1 et A_2 . Les harmoniques d'ordre supérieure à 1 sont négligées.

II.4- Méthode numérique

La méthode de simulation utilisée dans le cadre de ce travail est celle de Runge-Kutta d'ordre 4. Elle fait partie de la famille des méthodes itératives d'approximation des solutions des EDO. Elle fut établie par Karl Runge en 1894 et améliorée plus tard par Martin W. Kutta en 1901.

Pour une EDO de la forme :

$\frac{dy}{dx} = f(x, y(x))$, avec la condition : $y(x_0) = y_0$ le schéma itératif de RK4 permet d'écrire :

$$y(x+h) = y(x) + (L1 + 2*L2 + 2*L3 + L4) \quad (2.6)$$

où h est le pas de subdivision de la longueur de la variable x . $L1$, $L2$, $L3$ et $L4$ sont donnés par :

$$\left\{ \begin{array}{l} L1 = h * f(x, y(x)) \\ L2 = h * f\left(x + \frac{1}{2}h, y + \frac{L1}{2}\right) \\ L3 = h * f\left(x + \frac{1}{2}h, y + \frac{L2}{2}\right) \\ L4 = h * f(x + h, y + L3) \end{array} \right. \quad (2.7)$$

II.5- HARDWARE ET SOFTWARE

Ce schéma est ensuite implémenté dans un ordinateur par le biais du langage de programmation python dont la librairie matplotlib nous permet de réaliser les tracés de graphes le tout dans l'environnement de programmation Spyder. Les caractéristiques de la machine sont données ci-contre :

Nom de l'appareil : DESKTOP-42NV728

Processeur : Intel ® Atom (TM) CPU N2100 @1,60GHz

Mémoire RAM installée : 2048MB

II.6- CONCLUSION

Nous avons dans ce chapitre, commencé par présenter l'ensemble du dispositif expérimental et le mode de fonctionnement. Nous avons également présenté les différentes méthodes d'analyse mathématique et de simulation, les matériels et logiciels utilisés dans ce travail qui ont permis d'obtenir les différents résultats que nous verrons à la suite de ce chapitre.

CHAPITRE III : RESULTATS ET DISCUSSIONS

III.1 INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré à la présentation des différents résultats obtenus tant numériquement, que par simulation. Dans la section III.2), nous présentons les courbes expérimentales obtenues. A la section suivante sont présentées les courbes analytiques et numérique tout en faisant une comparaison des deux méthodes, puis nous finissons par une discussion de ces différents résultats.

III.2- RESULTATS EXPERIMENTAUX

III.2.1- Dynamiques de la plaque

Nous présentons ici les courbes expérimentales pour quelques traces temporelles qui nous renseignent sur les différents types de comportements que nous obtenons expérimentalement.

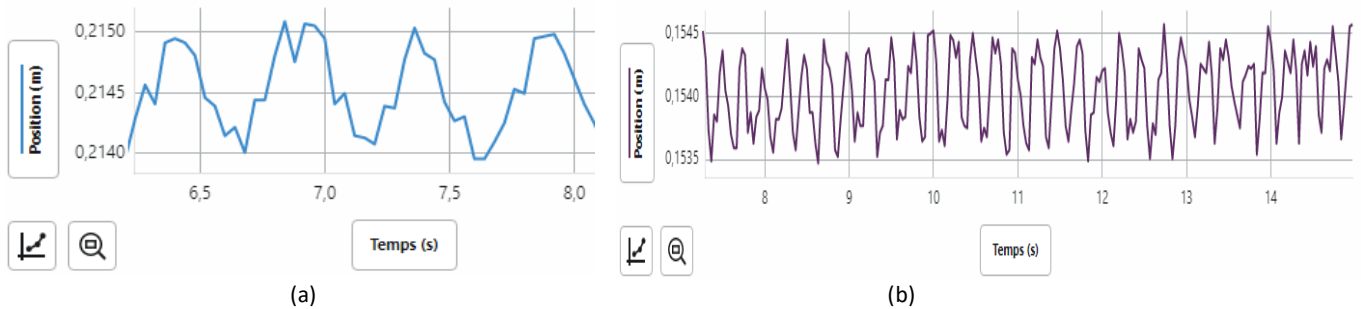


Figure 21: Traces temporelles du déplacement pour quelques valeurs de la fréquence : (a) oscillations de période $2T$ pour $f_0 = 1.02$ Hz ; (b) oscillations chaotiques pour $f_0 = 2.02$ Hz

Nous pouvons tout d'abord distinguer deux types de comportements : les mouvements oscillatoires harmoniques et des oscillations chaotiques. L'on peut distinguer pour des faibles fréquences (Figure 21.a et Figure 21.b) que la dynamique de notre système présente des oscillations harmoniques $2T$ et des oscillations chaotiques ; T étant la période de l'excitateur. On note aussi le dédoublement de période qui se produit avec des amplitudes de 0.26mm pour $f_0 = 1.02$ Hz et 0.3mm pour $f_0 = 2.02$ Hz .

III.2.2- Courbe d'amplitude en fonction de la tension continue et en fonction de la fréquence

-Courbe d'amplitude en fonction de la tension continue :

La courbe de flexion en tension continu a été obtenue pour la distance $d = 0,9$ mm entre l'électroaimant et la plaque.

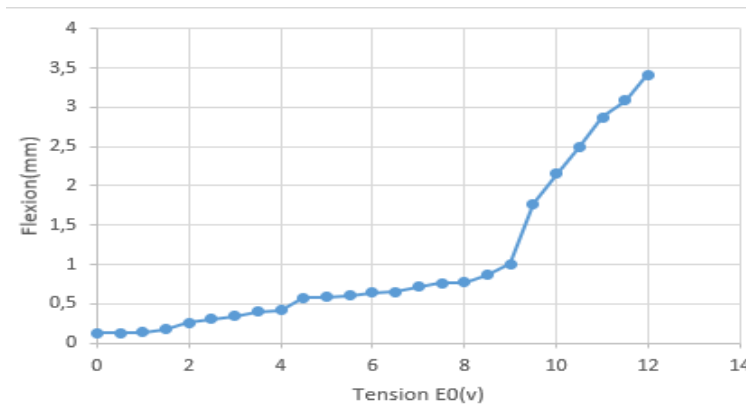


Figure 22: Courbe expérimentale du déplacement en fonction de la tension continue

On peut y voir une augmentation progressive du déplacement au centre de la plaque en fonction de la tension jusqu'à une valeur critique de $E_0 = 9$ V où il se produit un brusque changement de la pente de notre courbe vers le haut. Une telle croissance étant caractéristique d'une non linéarité dure de notre plaque.

-Courbe d'amplitude en fonction de la fréquence :

La figure 23 ci-contre présente la courbe d'amplitude en fonction de la fréquence. On peut y voir une croissance de l'amplitude en fonction de la fréquence jusqu'à la fréquence $f_0 = 10,1$ Hz où elle atteint la résonance avec une amplitude de 1.29 mm et puis entame aussitôt une décroissance.

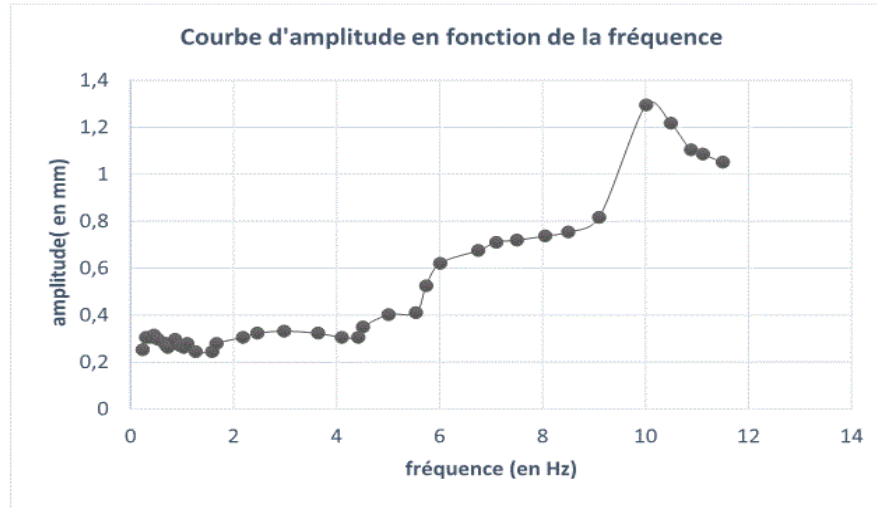


Figure 23 : Courbe d'amplitude expérimentale en fonction de la fréquence avec l'amplitude $E_0 = 10$ V pour la tension

III.3- RESULTATS THEORIQUES

III.3.1- Résultats analytiques

-Partie électrique

L'usage de la méthode des balances des harmoniques nous permet d'obtenir la solution suivante de la partie électrique :

$$I(t) = \frac{E_0 R}{R^2 + (L_i \omega)^2} \cos \omega t + \frac{L_i \omega E_0}{R^2 + (L_i \omega)^2} \sin \omega t \quad (3.1)$$

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t - \varphi) \text{ avec } I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + (L_i \omega)^2}} \text{ et } \tan \varphi = \frac{L_i \omega}{R} \quad (3.2)$$

-Partie mécanique

En remplaçant dans l'équation (2.2) l'expression en la décomposition de Galerkin

$W(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} T_{nm}(t) \phi_{nm}(x, y)$, on obtient l'équation modale:

$$\frac{d^2 T_{nm}}{dt^2} + \mu \frac{dT_{nm}}{dt} + \omega_{nm}^2 T_{nm} = \frac{1}{\rho h N_{nm}} \iint_s F(x, y, t) \phi_{nm} dx dy \quad (3.3)$$

$$\text{avec } N_{nm} = \iint_{y \times x} \phi_{nm}^2 dx dy ; \omega_{nm}^2 = \frac{1}{\rho h} D \left(\left(\frac{n\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b} \right)^2 \right) \text{ et } \mu = \frac{\lambda}{\rho h}$$

Dans cette équation, la force d'excitation magnétique par unité de surface est donnée par [7] :

$$F(x, y, t) = \frac{1}{s} \frac{s B^2}{2 \mu_0} \frac{1}{1 + \alpha(d - w(x, y, t))} \quad (3.4)$$

$$\text{avec } B(t) = \frac{L_i I(t)}{N S_0} , 1 \text{ m}^{-1} < \alpha < 5 \text{ m}^{-1} \text{ et } s = L \times l$$

En supposant que les spectres ϕ_{nm} sont normés, i.e. : $N_{nm} = \iint_{y \times x} \phi_{nm}^2 dx dy = 1$

On a alors :

$$\int_0^b \int_0^a A_{nm}^2 \sin^2 \frac{n\pi x}{a} \sin^2 \frac{m\pi y}{b} dx dy = 1 \Rightarrow A_{nm}^2 \cdot \frac{ab}{4} = 1 \Rightarrow A_{nm} = \frac{2}{\sqrt{ab}} , \text{ ensuite}$$

$$\begin{aligned} \iint_s F(x, y, t) \phi_{nm} dx dy &= \frac{2}{\sqrt{ab}} \frac{B^2}{2 \mu_0} \iint_s \frac{\sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b}}{1 + \alpha(d - \frac{2}{\sqrt{ab}} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} T_{ij}(t) \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{j\pi y}{b})} dx dy . \\ &= \frac{B^2}{\mu_0 \sqrt{ab}} \iint_s \frac{\sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b}}{1 + \alpha(d - \frac{2}{\sqrt{ab}} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} T_{ij}(t) \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{j\pi y}{b})} dx dy \end{aligned} \quad (3.5)$$

Cette expression rend notre équation différentielle temporelle non linéaire et presque impossible à résoudre analytiquement et même numériquement car il serait difficile

de simuler par les méthodes comme RK4 puisqu'on aurait une équation différentielle non linéaire à plusieurs inconnues T_{ij} .

D'autre part si nous effectuons les transformations qui suivent :

$$F(x, y, t) = \frac{B^2}{2\mu_0} \frac{1}{1 + \alpha(d - w(x, y, t))} = \frac{B^2}{2\mu_0(1 + \alpha d)} \frac{1}{1 - \frac{w(x, y, t)}{\frac{1}{\alpha} + d}} \quad (3.6)$$

$1 \text{ m}^{-1} < \alpha < 5 \text{ m}^{-1} \Rightarrow 0.2 \text{ m} < \frac{1}{\alpha} < 1 \text{ m}$ et compte tenu du fait que les déplacements mesurés w sont petits (de l'ordre de 10^{-3} m), on a $w \ll d + \frac{1}{\alpha}$. En faisant un développement limité à l'ordre un de $F(x, y, t)$

$$F(x, y, t) = \frac{B^2}{2\mu_0(1 + \alpha d)} \left(1 - \frac{w(x, y, t)}{\frac{1}{\alpha} + d} \right)^{-1} \approx \frac{B^2}{2\mu_0(1 + \alpha d)} \left(1 + \frac{w(x, y, t)}{\frac{1}{\alpha} + d} \right) \quad (3.7)$$

Ainsi

$$\begin{aligned} \iint_s F(x, y, t) \phi_{nm} dx dy &= \iint_s \frac{B^2}{2\mu_0(1 + \alpha d)} \left(1 + \frac{w(x, y, t)}{\frac{1}{\alpha} + d} \right) \phi_{nm} dx dy \\ &= \frac{B^2}{2\mu_0(1 + \alpha d)} \left(\iint_s \phi_{nm} dx dy + \frac{1}{\frac{1}{\alpha} + d} T_{nm} \iint_s \phi_{nm}^2 dx dy \right) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Soient L et l les dimensions suivants les axes x et y respectivement de l'objet ferreux.

$$\iint_s \phi_{nm} dx dy = \int_{(a-L)/2}^{(L+a)/2} \int_{(b-l)/2}^{(b+l)/2} A_{nm} \sin \frac{n\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} dx dy$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{ab}}{nm\pi^2} \left(\cos \frac{n\pi}{a} \frac{L+a}{2} - \cos \frac{n\pi}{a} \frac{a-L}{2} \right) \left(\cos \frac{m\pi}{b} \frac{l+b}{2} - \cos \frac{m\pi}{b} \frac{b-l}{2} \right) \\
 \iint_s \phi_{nm}^2 dx dy &= \int_{(a-L)/2}^{(L+a)/2} \int_{(b-l)/2}^{(b+l)/2} A_n m^2 \sin^2 \left(\frac{n\pi x}{a} \right) \sin^2 \left(\frac{m\pi y}{b} \right) dx dy \\
 &= \frac{1}{ab} \int_{(a-L)/2}^{(L+a)/2} \int_{(b-l)/2}^{(b+l)/2} \left(\cos \left(\frac{2n\pi}{a} x \right) - 1 \right) \left(\cos \left(\frac{2m\pi}{b} y \right) - 1 \right) dx dy \\
 &= \left(\frac{1}{ab} \right) \left(\frac{ab}{4nm\pi^2} \left(\sin \left(\frac{2n\pi}{a} \frac{(L+a)}{2} \right) - \sin \left(\frac{2n\pi}{a} \frac{(a-L)}{2} \right) \right) \left(\sin \left(\frac{2m\pi}{b} \frac{(l+b)}{2} \right) - \sin \left(\frac{2m\pi}{b} \frac{(b-l)}{2} \right) \right) \right) + \\
 &\frac{1}{ab} \left(-\frac{a}{2n\pi} \left(\sin \frac{2n\pi}{a} \frac{(L+a)}{2} - \sin \frac{2n\pi}{a} \frac{(a-L)}{2} \right) - \frac{b}{2m\pi} \left(\sin \frac{2m\pi}{b} \frac{(l+b)}{2} - \sin \frac{2m\pi}{b} \frac{(b-l)}{2} \right) + Ll \right)
 \end{aligned}$$

Alors, nous posons :

$$f_{nm} = \frac{1}{2\mu_0(1+\alpha d)} \iint_s \phi_{nm} dx dy, \text{ et } g_{nm} = \frac{1}{2\mu_0(1+\alpha d)} \frac{1}{\frac{1}{\alpha} + d} \iint_s \phi_{nm}^2 dx dy$$

$$\iint_s F(x, y, t) \phi_{nm} dx dy = B^2(t) [f_{nm} + g_{nm} T_{nm}(t)] \quad (3.9)$$

$$\text{Avec } B(t) = \frac{L_i I(t)}{NS_0} = \frac{L_i}{NS_0} I_0 \cos(\omega t - \varphi) \text{ avec } I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + (L_i \omega)^2}} \text{ et } \tan \varphi = \frac{L_i \omega}{R}$$

$$B^2(t) = \left(\frac{L_i I_0}{NS_0} \right)^2 \cos^2(\omega t - \varphi) = \frac{1}{2} \left(\frac{L_i I_0}{NS_0} \right)^2 (1 - \cos 2(\omega t - \varphi)),$$

l'équation (3.3) devient :

$$\frac{d^2 T_{nm}}{dt^2} + \mu \frac{dT_{nm}}{dt} + \left(\omega_{nm}^2 - \frac{1}{2} \frac{g_{nm}}{\rho h} \left(\frac{L I_0}{NS_0} \right)^2 (1 - \cos 2(\omega t - \varphi)) \right) T_{nm} = \frac{1}{\rho h} f_{nm} \cdot \left(\frac{L I_0}{NS_0} \right)^2 \frac{1}{2} (1 - \cos 2(\omega t - \varphi)) \quad (3.10)$$

Nous la réécrivons comme suit :

$$\frac{d^2 T_{nm}}{dt^2} + \mu \frac{dT_{nm}}{dt} + (G_1 + G_2 \cos 2(\omega t - \varphi)) T_{nm} = f_1 (1 - \cos 2(\omega t - \varphi)) \quad (3.11)$$

$$\text{avec } G_1 = \omega_{nm}^2 - G_2, \text{ et } G_2 = \frac{1}{2} \frac{g_{nm}}{\rho h} \left(\frac{L_i I_0}{NS_0} \right)^2 \quad f_1 = \frac{1}{2\rho h} f_{nm} \cdot \left(\frac{L_i I_0}{NS_0} \right)^2$$

a) Adimensionnement

L'adimensionnement est une technique mathématique qui permet de rendre partiellement ou totalement sans dimension une équation. En supposant que dans l'écriture $w(x, y, t) = \sum_{n,m} \phi_{nm}(x, y) T_{nm}(t)$, $T_{nm}(t)$ a la dimension d'une distance, nous posons

$$T'(t) = \frac{T(t)}{d} \quad \text{et} \quad t' = 2 \left(t - \frac{\varphi}{\omega} \right) \quad (3.12)$$

Les expressions des opérateurs de dérivées en fonction de t' sont :

$$\frac{d}{dt} = \frac{dt'}{dt} \cdot \frac{d}{dt'} = 2 \frac{d}{dt'} \quad \text{et} \quad \frac{d^2}{dt^2} = 4 \frac{d^2}{dt'^2} \quad (3.13)$$

L'équation (3.11) devient :

$$4 \frac{d^2 T'_{nm}}{dt'^2} + 2\mu \frac{dT'_{nm}}{dt'} + (G_1 + G_2 \cos \omega t') T'_{nm} = \frac{f_1}{d} (1 - \cos \omega t') \quad (3.14)$$

Nous cherchons la solution par la méthode de la balance des harmoniques en posant :

$T'_{nm}(t') = A_0 + A_1 \cos \omega t' + A_2 \sin \omega t'$ on obtient :

$$G_1 A_0 + \frac{G_2}{2} A_1 + (G_2 A_0 + (G_1 - 4\omega^2) A_1 + 2\mu \omega A_2) \cos \omega t' + (-2\mu \omega A_1 + (G_1 - 4\omega^2) A_2) \sin \omega t' + \frac{G_2 A_1}{2} \cos 2\omega t' + \frac{G_2 A_2}{2} \sin (2\omega t') = \frac{f_1}{d} (1 - \cos \omega t') \quad (3.15)$$

En ne considérant que les harmoniques d'ordre inférieur ou égal à 1, on a le système :

$$\begin{cases} G_2 A_0 + (G_1 - 4\omega^2) A_1 + 2\mu \omega A_2 = -f_1 \\ -2\mu \omega A_1 + (G_1 - 4\omega^2) A_2 = 0 \\ G_1 A_0 + \frac{G_2}{2} A_1 = f_1 \end{cases} \quad (3.16)$$

Le discriminant du système est :

$$\Delta = \begin{vmatrix} G_2 & G_1 - 4\omega^2 & 2\mu\omega \\ 0 & -2\mu\omega & G_1 - 4\omega^2 \\ G_1 & \frac{G_2}{2} & 0 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} G_2^2 (G_1 - 4\omega^2) + G_1 \left((G_1 - 4\omega^2)^2 + (2\mu\omega)^2 \right) \quad (3.17)$$

On a par la suite :

$$\Delta_{A_0} = \begin{vmatrix} -f_1 & G_1 - 4\omega^2 & 2\mu\omega \\ 0 & -2\mu\omega & G_1 - 4\omega^2 \\ f_1 & \frac{G_2}{2} & 0 \end{vmatrix}, \Delta_{A_1} = \begin{vmatrix} G_2 & -f_1 & 2\mu\omega \\ 0 & 0 & G_1 - 4\omega^2 \\ G_1 & f_1 & 0 \end{vmatrix}, \Delta_{A_2} = \begin{vmatrix} G_2 & G_1 - 4\omega^2 & -f_1 \\ 0 & -2\mu\omega & 0 \\ G_1 & \frac{G_2}{2} & f_1 \end{vmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0 = \frac{\Delta_{A_0}}{\Delta} = \frac{\frac{f_1}{d} \left(\frac{1}{2} G_2 (G_1 - 4\omega^2) + (G_1 - 2\omega^2)^2 + (2\mu\omega)^2 \right)}{-\frac{1}{2} G_2^2 (G_1 - 4\omega^2) + G_1 \left((G_1 - 4\omega^2)^2 + (2\mu\omega)^2 \right)} \\ A_1 = \frac{\Delta_{A_1}}{\Delta} = -\frac{f_1 (G_1 + G_2) (G_1 - 4\omega^2)}{\left(-\frac{1}{2} G_2^2 (G_1 - 4\omega^2) + G_1 \left((G_1 - 4\omega^2)^2 + (2\mu\omega)^2 \right) \right) d} \\ A_2 = \frac{\Delta_{A_2}}{\Delta} = \frac{\mu f_1 (G_1 + G_2) \omega}{\left(-\frac{1}{2} G_2^2 (G_1 - 4\omega^2) + G_1 \left((G_1 - 4\omega^2)^2 + (2\mu\omega)^2 \right) \right) d} \end{array} \right. \quad (3.18)$$

III.3.2- Résultats des simulations numériques et analytiques

Dans le souci de confirmer les résultats expérimentaux, des simulations théoriques ont été faites. Nous présentons dans cette partie, les résultats théoriques des simulations tout en faisant une comparaison des méthodes analytiques et numérique. Sont utilisées dans le cadre de ces simulations, les équations résultantes de la modélisation faite dans les précédentes parties. Nous nous limitons au premier mode de vibration dans cette partie. Les valeurs numériques utilisées des paramètres mécaniques et électriques de notre système sont recensées dans le tableau 1 ci-contre. Certaines de ces valeurs ont été directement mesurés et d'autres sont tirés de la littérature. La distance entre l'électroaimant

et la plaque se trouve à 0,4 cm et 0,9 cm respectivement dans le cas de la courbe fréquence-amplitude et de la courbe tension-déplacement.

Tableau 1: Valeurs des paramètres physiques

Grandeur	Symbole	Valeurs
Module d'Young	E	69 GPa
Coefficient de poisson	ν	0.33
Coefficient de dissipation surfacique	λ	2.89 N.s.m ⁻³
Masse volumique de la plaque	ρ	2700 Kg.m ⁻³ .
Longueur de la plaque	a	0.19 m
Largeur de la plaque	b	0.185 m.
Epaisseur de la plaque	h	0.00015 m
Longueur de la masse ferromagnétique	L	0.027m
Largeur de la masse ferromagnétique	l	0.019 m
Inductance de l'électroaimant	L_i	73.7*10 ⁻³ H
Résistance équivalente de l'électroaimant	R	12,44 Ω
Nombre de spire	N	700
Rayon de la surface magnétisante de l'électroaimant	r	0,0125 m
Paramètre alpha de la force magnétique	α	4,45 m ⁻¹

a) Traces temporelles

Avec les valeurs des paramètres du système sont données dans le Tableau 1, nous obtenons quelques traces temporelles suivantes pour le déplacement du centre de la plaque :

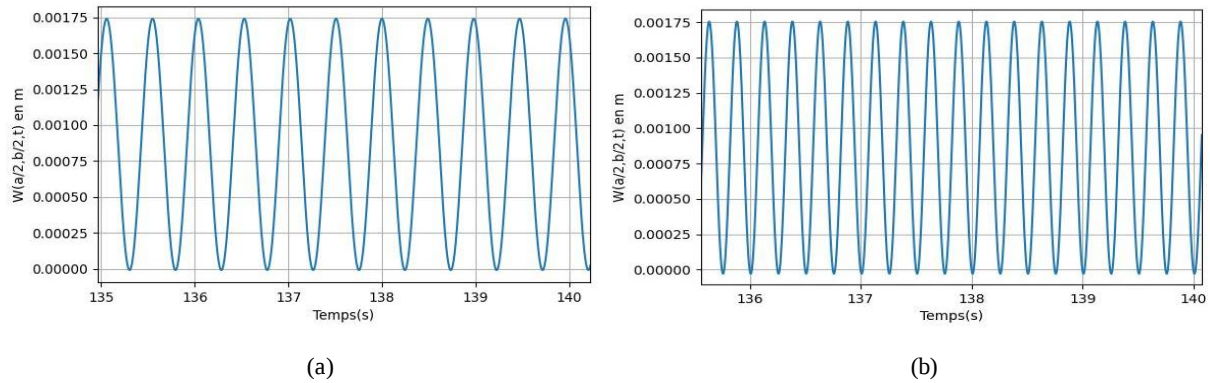


Figure 24: Trace temporelles pour $E_0 = 10$ V : (a) $f_0 = 1,02$ Hz ; (b) $f_0 = 2,02$ Hz
Les figures 2.a) et 2.b) sont respectivement les traces temporelles pour les fréquences 1,02 Hz et 2.02 Hz avec des amplitudes respectives de 0.82 mm et 0.89 mm. On peut y voir que le système effectue des oscillations harmoniques sans apparition du chaos. Et comme dans le cas expérimental, il y a dédoublement de période.

b) Courbe d'amplitude en fonction de la fréquence

La figure ci-dessous est la courbe d'amplitude en fonction de la fréquence. Pour renforcer la pertinence des résultats numériques, nous la comparons avec l'approche analytique. De ce fait, les courbes en pointillée et en ligne rouge représentent respectivement la partie numérique et la partie analytique. Les deux courbes sont assez proches pour être confondues. La résonance est atteinte à 9,72 Hz avec une amplitude de 1,801 mm pour la courbe numérique et puis 9,728 Hz et 1,798 mm pour la courbe analytique.

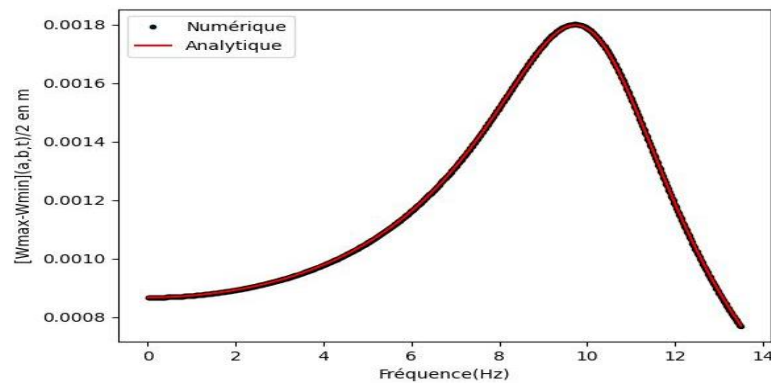


Figure 25: Courbe d'amplitudes théorique en fonction de la fréquence

III.3.3- Effets des modes de vibrations

Nous nous intéressons dans cette partie aux courbes d'amplitudes en fonction de la fréquence obtenue pour les quatre premiers modes de vibrations de la plaques (voir figure) à partir des valeurs des paramètres du tableau ci-dessus. On peut y voir que le modèle analytique est confondu au modèle numérique au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la zone de résonance. Plus les modes augmentent, plus il y'a décohérence entre les deux approches.

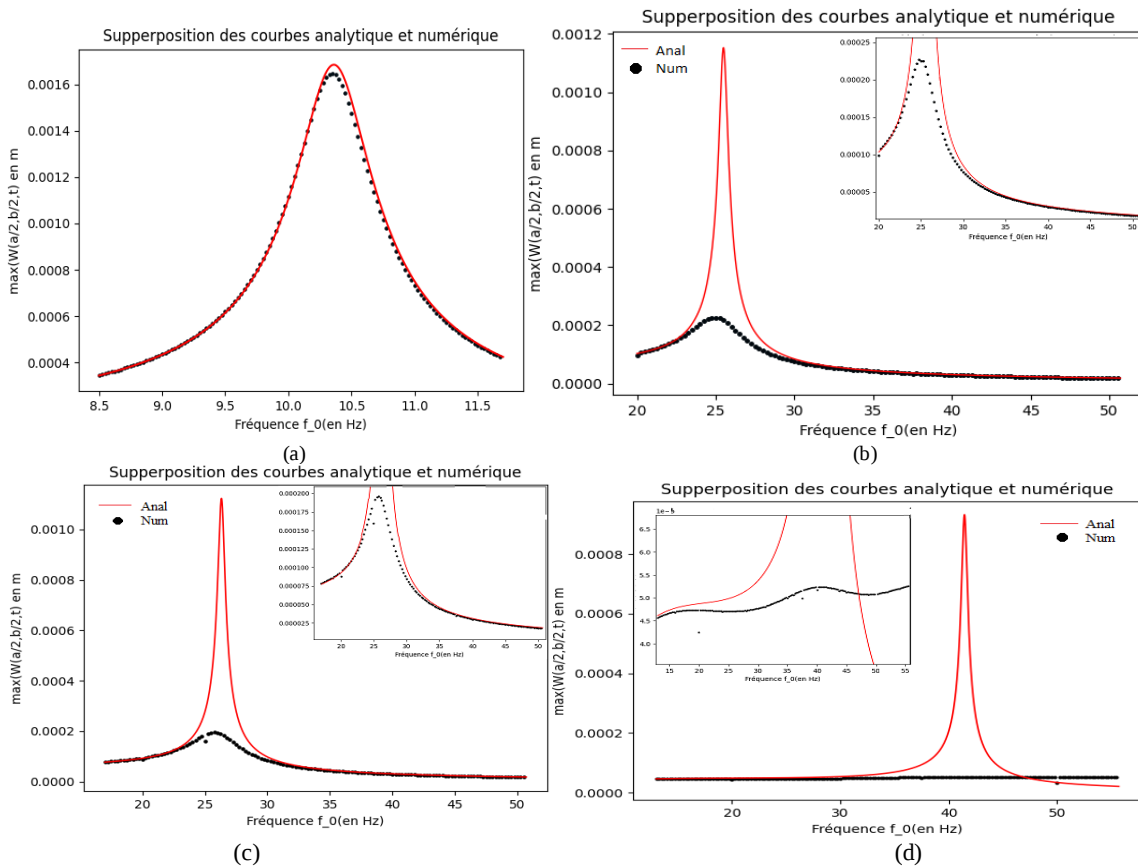


Figure 26 : Courbes d'amplitudes analytique et numérique pour $E_0 = 10 \text{ V}$, $\lambda = 3 \text{ N.S.m}^{-3}$: (a) : mode (1,1); (b) : mode (2,1); (c) : mode (1,2); (d) : mode (2,2)

L'on peut aussi constater que le rapport entre l'amplitude de résonance analytique et l'amplitude de résonance numérique est de plus en plus important avec le mode de vibration (Figure 27), mais aussi le décalage des fréquences de résonance des deux méthodes

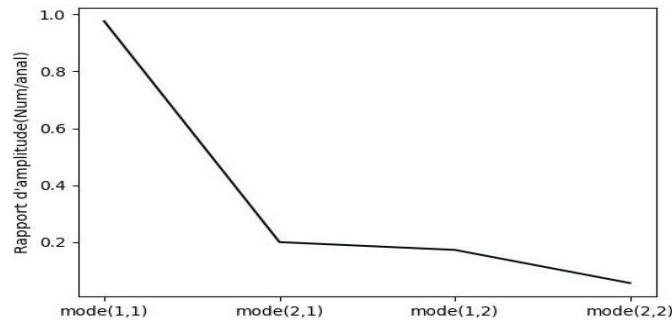


Figure 27: Rapport d'amplitudes numérique/analytique en fonction des modes (n, m)

III.4- DISCUSSION

Nous avons présenté précédemment les courbes expérimentales et théoriques. Dans cette partie, nous menons une discussion sur ces différents résultats afin de mieux les comprendre.

Les courbes expérimentales des traces temporelles présentent des similarités et des divergences tant qualitatives que quantitatives. En effet, comme concordance qualitative, on a les dédoublements des périodes qu'on peut voir des courbes expérimentales et numériques où l'on passe d'une période T du GBF à une période $T/2$ pour la dynamique de notre système avec des oscillations harmoniques des deux types d'études.

Les points de divergences quant à eux se situent qualitativement au niveau de la forme. Les courbes expérimentales obtenues ne collent pas parfaitement aux résultats théoriques bien que cela n'empêche pas de faire un rapprochement du type de mouvement qui s'y produit. Cela peut être dû au fait que la force magnétique soit en réalité non linéairement dépendante de la position et du fait que la masse au centre de la plaque augmentée à celle de l'objet ferromagnétique engendre une force gravitationnelle (que nous avons bien sûr négligé).

La courbe expérimentale d'amplitude fonction de la fréquence quant à elle présente des irrégularités dans sa progression comme s'il existait d'autre fréquence de résonance avant celle que nous obtenons côté numérique. Il est en effet à noter que l'appareil de mesure Go! Motion utilisé pour les mesures commet une erreur de mesure de 1mm d'après le fabricant, ce qui veut dire que plus l'on se rapproche des 1mm d'amplitude plus les mesures sont exactes ; on ne peut donc s'intéresser qu'aux côtés qualitatifs des résultats

pour les faibles fréquences avec lesquelles on a des mouvements de moins d'un millimètre. Toutefois, les informations sur cette courbe autour de la fréquence à la résonance du côté théorique sont bien proches de celles obtenus expérimentalement.

On a aussi un décalage, côté quantitatif des deux types de courbes d'amplitude en fonction de la fréquence. Cela peut être dû à l'approximation faites sur la force magnétique.

La courbe d'amplitude en fonction de la tension quant à elle présente une augmentation progressive de l'amplitude jusqu'à atteindre une valeur critique de la tension où il s'opère un brusque changement la pente de la courbe d'amplitude. Ceci traduit une forte non linéarité de la déflexion en fonction de tension continu.

En ce qui concerne les effets de mode, on peut voir qu'il devient de plus en plus difficile de se fier à l'approche analytique pour simuler le comportement de notre système. Une étude expérimentale n'a pas été faite à cause de la faible amplitude de résonance (des valeurs très faibles pour être mesuré par le Go ! Motion pour les fréquences de résonances autres que celles présentées dans nos résultats expérimentaux).

III.5- CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons eu à présenter les résultats théoriques des équations de modélisation, les résultats expérimentaux et les simulations numériques et analytiques. Nous avons mené des discussions de ces résultats où nous donnons les plausibles raisons de certaines différences entre les deux approches théorique et expérimentale, bien qu'il n'en demeure pas moins que les deux approches montrent les mêmes types de comportements de façon globale.

Une étude comparative des méthode numérique et analytique sur la variation des modes a été mené et l'on en tire que la décohérence entre les études s'accroît lorsqu'on s'éloigne du mode fondamentale (1,1).

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVE

De l'objectif de ce mémoire où il était question de faire une étude expérimentale d'une plaque flexible excitée en son centre par un électroaimant ; nous avons tout d'abord commencé dans la première partie de ce mémoire par une revue de la littérature sur les concepts clés de ce thème que sont les plaques flexibles et les électroaimants afin de mieux les appréhender. Nous les avons notamment définis, présentés leurs contextes historiques tout en montrant quelques applications de nos jours. Dans la deuxième partie de ce mémoire, nous avons présentés le dispositif expérimental avec une description de ses parties constitutives. Les différents matériels de mesures utilisés ont également été présentés. Après modélisation de notre système, les formalismes mathématiques et méthode numérique nécessaires au traitement des équations obtenues ont été exposés. La troisième partie était consacrée à la présentation des différents résultats de modélisation, la présentation des résultats expérimentaux et théoriques des courbes d'amplitudes en fonction de la fréquence mais aussi de la courbe expérimentale de la déflexion en fonction de la tension continue. Une étude comparative de ces différents résultats a été menée et il en ressort que les résultats théoriques prédisent au moins qualitativement ceux obtenus expérimentalement. La principale difficulté de concordance des deux méthodes réside dans le fait que les amplitudes des mouvements oscillatoires soient très petites pour être mesurées avec netteté. En perspective, nous projetons dans les futurs travaux de :

- Ressortir les résultats théoriques pour les déplacements de la plaque en régimes continu qui n'ont pas été retrouvé.
- Refaire l'étude du comportement dynamique de notre plaque en utilisant des signaux non harmoniques du courant comme le signal carré ou triangulaire.
- Mener une étude expérimentale de récupération d'énergie de notre plaque dynamique.

RÉFÉRENCES

- [1] H. Discourse, R. Agha, O. Alao and T. Alao, “Drumming as a means of Communication and Culture in Nigeria A Study of Talking Drum,” *SSRN Electronic Journal*, vol. 1, no. 2, 2021.
- [2] D. Zhang, C. Wang, Y. Yang and H. He, “The Layout Optimization for Axial Stiffness of a Flexplate Disk with Weight and Inertial Moment Constraints,” *Advanced Materials Research*, vol. 655, 2013.
- [3] F. Zhang, K. He, X. Dang, and R. Du, “ Experimental and numerical study on one flexible incremental bending process,” *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 96, 2018.
- [4] P.R. Nwagoum Tuwa, C.H. Miwadinou, A. V. Monwanou, J.B. Chabi orou and P.Wofo, “Chaotic vibrations of nonlinear viscoelastic plate with fractional derivative model and subjected to parametric and external excitations,” *Mech. Res. Commun.*, vol. 97, 2019.
- [5] P. R. Nwagoum Tuwa, P. Wofo, “Electromechanical control of the dynamic of a thin elastic plate: Analytical method and finite differences simulation,” *Mech. Res. Commun.*, vol. 61, 2014.
- [6] A. N. Djanan, B.R. Nana Nbandjo, “P. Wofo, Electromechanical control of vibration on a plate submitted to a non ideal excitation,” *Mech. Res. Commun.*, vol. 54, 2013.
- [7] U. Simo Domgui, P. Wofo, “Dynamical Behaviors of a Mass Submitted to the Action of Perpendicular Spring and Excitations with Phase Shift,” *J. Vib. Eng. Technol.*, 2023.
- [8] A. E. H. Love, “The Small Free Vibrations and Deformation of a Thin Elastic Shell,” *Philos. Trans. R. Soc. London*, vol. 43, 1888.
- [9] J. N. Reddy, “Theory and Analysis of Elastic Plates and Shells,” *Second Edition. CRC Press*, 2006.
- [10] P. R. Nwagoum Tuwa, “Vibrations of flexible mechanical plates: control, energy harvesting and actuation,” PhD Thesis, University of Yaoundé 1, 2018.
- [11] R. D. Mindlin, “Influence of rotary inertia and shear on flexural motions of isotopic, elastic plates,” *J. App Mech*, vol. 18, 1951.

Table des références

- [12] F. PARAZ, “Oscillation d'une plaque flexible dans un écoulement,” PhD Thesis, Université d'Ex-Marseilles, 2016.
- [13] G.B. Mbou Soh, Y.J. Monkam, P. R. Nwagoum Tuwa, R. Tchinga and P. Wofo, “Study of a piezoelectric plate based self-sustained electric and electromechanical oscillator,” *Mech. Res. Commun.*, vol. 105, 2020.
- [14] <https://aero.engin.umich.edu/2020/07/15/flexible-wings-covid-19-and-the-future-of-commercial-aviation>.
- [15] <https://www.gmride.com.my/blog/flex-plate-what-does-it-do>.
- [16] <https://www.hellopro.fr/plaques-de-roulage-2011751-fr-1-feuille.html>.
- [17] P. T. Silvanus, *l'électro aimant et l'électro-mécanique*. Librairie générale scientifique & indostmelt; paris, 1895.
- [18] https://fr.m.wikipedia.org/wiki/Fichier:Sturgeon_electromagnet.png.
- [19] https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/9c/Stator_eines_Universalmotor.JPG/220px-Stator_eines_Universalmotor.JPG.
- [20] M. Sathyamoorthy, *Nonlinear analysis of structures*. CRC Press; Boca Raton, 1998.