

REPUBLIQUE DU CAMEROUN

.....  
*Paix-Travail-Patrie*

UNIVERSITE DE YAOUNDE I

.....  
FACULTE DES SCIENCES

.....  
CENTRE DE RECHERCHE ET DE

FORMATION DOCTORALE EN SCIENCES,  
TECHNOLOGIES ET GEOSCIENCES

.....  
UNITE DE RECHERCHE ET DE FORMATION  
DOCTORALE PHYSIQUE ET APPLICATIONS

.....  
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

.....  
BP : 812 YAOUNDÉ

.....  
Email: [crfd\\_stg@uy1.uninet.cm](mailto:crfd_stg@uy1.uninet.cm)



REPUBLIC OF CAMEROON

.....  
*Peace-Work-Fatherland*

UNIVERSITY OF YAOUNDE I

.....  
FACULTY OF SCIENCES

.....  
POSTGRADUATE SCHOOL OF SCIENCES,

TECHNOLOGY AND GEOSCIENCES

.....  
RESEARCH AND POSTGRADUATE TRAINING

.....  
UNIT FOR PHYSICS AND APPLICATIONS

.....  
DEPARTMENT OF PHYSICS

.....  
P.O. BOX: 812 YAOUNDÉ

.....  
Email: [crfd\\_stg@uy1.uninet.cm](mailto:crfd_stg@uy1.uninet.cm)

## OPTIMISATION DU PROCESSUS DE CHAUFFAGE ET DE CUISSON DANS UN FOUR A PAIN A COMBUSTIBLE SOLIDE : ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE

Thsèse

Présentée en vue de l'obtention du  
Doctorat/PhD en Physique

Spécialité : Mécanique, Matériaux et Structures  
Option: Mécanique Fundamentale et Systèmes Complexes

Par

**KOUEMOU HATOU Cédric Fortune**  
Matricule : **06W256**

MASTER OF SCIENCE en Physique

Sous la direction de :

**TCHUEN Ghislain**  
*Professeur, Université de Dschang*

**WOAFO Paul**  
*Professeur, Université de Yaoundé*



Année: 2024

UNIVERSITÉ DE YAOUNDÉ  
THE UNIVERSITY OF YAOUNDE I



FACULTÉ DES SCIENCES  
FACULTY OF SCIENCES

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE  
DEPARTMENT OF PHYSICS

## ATTESTATION DE CORRECTION DE LA THÈSE DE DOCTORAT/Ph.D

Nous, Professeur **NANA NBENDJO Blaise Romeo** et Professeur **ESSIMBI ZOBO Bernard**, respectivement Examineur et Président du jury de la Thèse de Doctorat/PhD de Monsieur **KOUEMOU HATOU Cédric Fortune**, Matricule **06W256**, préparée sous la direction des Professeurs **WOAFO Paul** (Université de Yaoundé 1) et **TCHUEN Ghislain** (Université de Dschang), intitulée : « **Optimisation du processus de chauffage et de cuisson dans un four à pain à combustible solide : Etude théorique et expérimentale** », soutenue le jeudi, **31 Octobre 2024**, en vue de l'obtention du grade de Docteur/PhD en Physique, Spécialité **Mécanique, Matériaux et Structures**, option **Mécanique Fondamentale et Systèmes Complexes** attestons que toutes les corrections demandées par le jury de soutenance ont été effectuées.

En foi de quoi, la présente attestation lui est délivrée pour servir et valoir ce que de droit.

Fait à Yaoundé, le **02 DEC 2024**

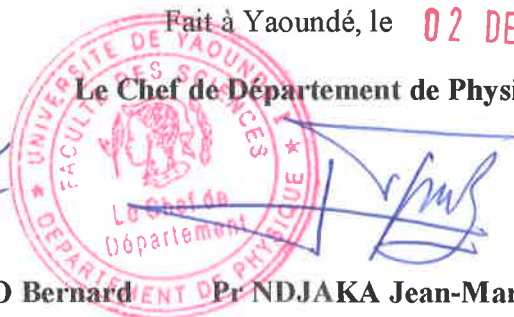
Examineur

Pr NANA NBENDJO B. R

Le Président du jury

Pr ESSIMBI ZOBO Bernard

Le Chef de Département de Physique



Pr NDJAKA Jean-Marie

UNIVERSITE DE YAOUNDE I  
FACULTE DES SCIENCES  
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

**OPTIMISATION DU PROCESSUS DE CHAUFFAGE ET DE CUISSON  
DANS UN FOUR A PAIN A COMBUSTIBLE SOLIDE :  
ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTAL**

Thèse

présentée en vue de l'obtention du

Doctorat/ PhD en Physique

Specialité : Mécanique, Matériaux et Structures

Option : Mécanique fondamentale et systèmes complexes

Par

**KOUEMOU HATOU Cédric Fortune**

Matricule : **06W256**

MASTER OF SCIENCE en Physique

Sous la direction de

**TCHUEN Ghislain**

**WOAFO Paul**

*Professeur, Université de Dschang*

*Professeur, Université de Yaoundé 1*

**Année 2024**

---

---

## Dédicaces

---

Je dédie cette thèse de doctorat à mes parents **Papa HATOU Jean Bosco** et **Maman MOUGA Prisca**.

---

---

## Remerciements

---

- Je remercie le **bon DIEU** pour l'intelligence et la sagesse qu'il m'a donné pour achever cette thèse de doctorat.
- Mes remerciements à mon superviseur, le **Professeur WOAFU Paul** pour ses idées ingénieuses apportées dans le cadre de cette thèse de doctorat.
- Mes remerciements à mon directeur de thèse le **Professeur TCHUEN Ghislain** pour la valeur, le prix et l'importance qu'il a accordé à ce travail. et celui-là même qui a tenu mes premiers pas dans la recherche et l'enseignement.
- Mes remerciements au chef de Département de Physique le Professeur **Professor NDJAKA Jean-Marie Bienvenu**.
- Mes remerciements aux enseignants : le **Professeur KOFANE Timoléon Crépin**, le **Professeur NANA NBENDJO**, le **Professeur NANA Bonaventure**, pour leurs conseils pratiques.
- Mes remerciements aux membres du jury de cette thèse de doctorat pour l'examen de cette thèse.
- Mes remerciements à la famille du **Dr. FONGANG Ferdinand** et son épouse pour leur hospitalité à Badjoun durant les périodes de séminaire du LISIE.
- Mes remerciement à l'informaticien **M. MASSA**, pour ses ordinateurs, et ses kits Aduino et sa disponibilité durant les multiples rudes phases d'enregistrement.
- Mes remerciements au **Dr. TCHAMBA** et son équipe de chimistes de la MIPROMALO pour le conseil dans le choix et le dosage lors de la conception des liants thermiques.
- Mes remerciements à mes camarades et aînés du LAMSEBP en particulier : **Dr. ABOBDA, Dr. THEPI, Dr. SIMO, Dr. MBOU, Dr. KOUAMI, Dr. NGAT-CHA Nelly, Dr. MBOYO, M. KEMAJOU** et tous les autres.
- Mes remerciements à ma famille : **EGOUA Jolie, DJIAGO Franklin, DEUT-CHOUA Jerry, WOUWE Christophe, MOUATOU Lyrique, KAMMENI Heménèque, MENNSI Fergus**, pour le réconfort psychologique et familial qu'ils m'apportent chaque jour.
- Mes remerciements à mes amis et bien d'autres pour leurs encouragements.

---

---

# Table des matières

---

<b>Dédicaces</b>	<b>i</b>
<b>Remerciements</b>	<b>ii</b>
<b>Nomenclature</b>	<b>vi</b>
<b>List of tables</b>	<b>viii</b>
<b>List of figures</b>	<b>ix</b>
<b>Résumé</b>	<b>xii</b>
<b>Abstract</b>	<b>xiii</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>1</b>
<b>1 Revue de la Litterature sur les fours à charbon</b>	<b>4</b>
1.1 Introduction . . . . .	4
1.2 Classification des fours à pain . . . . .	4
1.2.1 Les fours à pain continus à chauffage directe . . . . .	5
1.2.2 les fours à pain continus à chauffage indirecte . . . . .	6
1.2.3 les fours à pain discontinus . . . . .	7
1.2.4 Les fours à pain présents dans certaines boulangeries locales . . . . .	8
1.3 Modélisation Mathématique et logiciels de simulation des fours . . . . .	11
1.3.1 Modélisation mathématique du processus de chauffage . . . . .	11
1.3.2 Utilisation des logiciels de simulation . . . . .	14
1.4 Automatisation et optimisation des procédés de chauffage . . . . .	16

1.4.1	Systèmes mécatronique des fours à pain . . . . .	16
1.4.2	Optimisation des fours à pains . . . . .	19
1.5	Processus de cuisson du pain dans un four . . . . .	21
1.5.1	Modélisation mathématique des processus de cuisson du pain . . . . .	21
1.5.2	Temps de cuisson du pain . . . . .	24
1.5.3	Critères de qualité : gélatinisation et brunissement . . . . .	25
1.6	Conclusion . . . . .	26
<b>2</b>	<b>Matériels et méthodes</b>	<b>28</b>
2.1	Introduction . . . . .	28
2.2	Matériel expérimental . . . . .	28
2.2.1	Composants thermiques du dispositif expérimental . . . . .	29
2.2.2	Composants mécatroniques du prototype expérimental . . . . .	31
2.2.3	Prototype expérimental complet . . . . .	36
2.3	Méthodes mathématiques . . . . .	38
2.3.1	Modélisation mathématique du processus de chauffage hybride . . . . .	38
2.3.2	Bilan de puissance, efficacité et optimisation des procédés . . . . .	48
2.3.3	Modélisation mathématique du processus de cuisson du pain . . . . .	53
2.3.4	Contraintes qualité, temps de cuisson et optimisation de la cuisson . . . . .	60
2.4	Méthodes numériques et expérimentales . . . . .	61
2.4.1	Méthodes numériques . . . . .	61
2.4.2	Méthodes expérimentales . . . . .	64
2.5	Conclusion . . . . .	68
<b>3</b>	<b>Resultats and discussion</b>	<b>69</b>
3.1	Introduction . . . . .	69
3.2	Processus de chauffage hybride du four . . . . .	69
3.2.1	Profils des températures dans les différents compartiments . . . . .	69
3.2.2	Flux thermiques et efficacité du chauffage . . . . .	73
3.2.3	Optimisation du processus de chauffage . . . . .	75
3.3	Processus de cuisson du pain campagne . . . . .	77
3.3.1	Transfert simultané de chaleur et de masse pendant le processus de cuisson . . . . .	77
3.3.2	Qualité du pain et temps de cuisson . . . . .	83

---

3.3.3 Procédé de cuisson : répartition des flux, dépenses énergétique et efficacité . . . . .	87
3.4 Conclusion . . . . .	89
<b>CONCLUSION GENERALE</b>	<b>91</b>
<b>Annexes</b>	<b>94</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>95</b>
<b>Liste des publications</b>	<b>100</b>

---

# Nomenclature

---

- BJE** : énergie consommée par jour ( $Wh/j$ )
- C** : chaleur spécifique ( $J/kg/k$ )
- Crdt** : chaine de rendement et topologie(-)
- Cbt** : capacité de la batterie en ampère-heure ( $Ah$ )
- $C_{T,ef}$  : capacitance thermique effective ( $J/°K$ )
- $D_{mv}$  : débit des matières volatiles du charbon ( $kg/s$ )
- $D_f$  : coefficient de diffusion ( $kg/m^2s$ )
- $D_{ce}$  : débit des cendres dans le brûleur ( $kg/s$ )
- $D_{M1}$  : débit du combustible entrant ( $kg/s$ )
- FF** : facteur de remplissage (-)
- g** : accélération de la pesanteur ( $m^2/s$ )
- H** : hauteur ( $m$ )
- h** : coefficient de convection ( $W.m^{-2}.K$ )
- j** : radiosité ( $W/m^2$ )
- $k_{cd}$  : indice de gonflement du charbon (-)
- K** : conductivité thermique ( $W/m/K$ )
- M** : masse ( $kg$ )
- N** : nombre de jour d'autonomie ( $j$ )
- OF** : fonction objective(-)
- PD** : décharge maximale admissible (-)
- U** : tension de la batterie ( $V$ )
- $P_{vm}$  : puissance de la ventilation mécanique ( $kW$ )
- PCI** : Pouvoir calorifique inférieure du charbon ( $J/kg$ )
- $P_g$  : flux thermique total généré ( $W$ )
- $P_p$  : flux thermique total perdu ( $W$ )
- $R_C$  : résistance thermique de contact ( $°C/W$ )
- S** : surface ( $m^2$ )
- T** : température ( $°C$ )

$V_{mc}$  : vitesse massique de combustion du charbon ( $kg/s$ )

$W$  : contenu en eau ( $kg/kg$ )

$Z_2 * Z_3$  : nombre d'heure de pleine puissance le plus défavorable ( $h/j$ )

$Z_4$  : Prise en compte de la température et des paramètres climatiques (-)

### script

**1** : combustible solide

**2** : gaz chauds dans le brûleur

**3** : gaz chaud dans la chambre de chauffage

**4** : air dans la chambre de cuisson

**BR** : brûleur

**BC** : chambre de cuisson

**HC** : chambre de chauffage

**P** : parois

**ra** : radiatif

**cv** : convectif

**br** : pain

### Symbole grecque

$\epsilon$  : émissivité (-)

$\alpha$  : degré de gélatinisation (-)

$\gamma$  : constante de Stefan Boltzmann  $5.67 \times 10^{-8}$

$\tau_{mv}$  : taux des matières volatile (-)

$\eta$  : rendement (-)

$\tau_{cd}$  : taux des cendres (-)

$\rho$  : masse volumique ( $kg/m^3$ )

$\phi_{cc}$  : coefficient caractéristique du charbon (-)

$\theta_1$  : densité de chargement de la couche de charbon dans le brûleur ( $kg/kg$ )

$\psi_{cond}$  : flux de chaleur transmis par conduction (W)

$\Delta P_g$  : différence de pression (Pa)

$\delta$  : taux de vide dans la couche de charbon (-)

---

---

# Liste des tableaux

---

1.1	Classification des fours à pain . . . . .	4
2.1	Paramètre du pain campagne utilisé . . . . .	65
2.2	Paramètre physique du combustible solide . . . . .	66
2.3	position des sondes thermocouples dans le four . . . . .	67
2.4	position du thermocouple dans la pâte à pain . . . . .	67
3.1	Dimension et forme géométrique du four . . . . .	94
3.2	Données expérimentales du générateur solaire . . . . .	94

---

---

# Table des figures

---

1.1	Prototype d'un four à chauffage directe (a), et comparaison des résultats numériques et expérimentaux dans un four électrique (b) . . . . .	5
1.2	Four à pain indirect semi industriel à bois [22] . . . . .	6
1.3	Profil de température mesuré dans les deux modèle de fours . . . . .	7
1.4	Four à pain local . . . . .	9
1.5	Four à pain industriel présent sur le marché local . . . . .	10
1.6	Différents mode de transfert de chaleur dans un four à pain [37]. . . . .	11
1.7	Les échanges de chaleurs et de masses entre la cavité du four, la sole et le pain, modèle physique (a), modèle après maillage par logiciel de simulation expérimentale (b). Profils de températures obtenus par chauffage électrique (c) et à gaz (d), [42]. . . . .	12
1.8	Diagramme schématique d'un four à pain a commercial à convection forcée. Vue de dessus (a) et vue de côté (b). . . . .	13
1.9	Maillage géométrique avec GAMBIT [41] . . . . .	15
1.10	Four ménager pour la cuisson de produits céréaliers [4] . . . . .	16
1.11	Image et dessin de la balance [45] . . . . .	17
1.12	Diagramme schématique d'acquisition d'image et de perte de masse [22]. . .	18
1.13	Four à pain pilote pour laboratoire. Four à pain domestique (a), four à pain semi-industriel (b) [22]. . . . .	19
1.14	Diagramme du processus entre le gain énergétique et le haut niveau de fidélité d'optimisation. . . . .	20
1.15	Diagramme du processus présentant l'optimisation du gain énergétique par le coefficient de transfert par convection forcée. . . . .	21
1.16	Image du pain Français ou du pain baguette. . . . .	22

---

1.17	Image du pain Italien ou pain brioche. . . . .	22
1.18	Energie reçu pendant la cuisson d'un pain brioche (a) et la répartition des flux par radiation, conduction, et convection (b). . . . .	23
1.19	Image du pain campagne ou pain KUMBA . . . . .	24
1.20	Evolution de la température en fonction du temps de cuisson. . . . .	24
1.21	Profil d'évolution de la gélatinisation pendant le processus de cuisson (Gauche) et l'image correspondant dans un processus de cuisson réel (Droite). . . . .	25
1.22	Profil temporel de l'évolution du brunissement (Gauche) et l'image correspondante (Droite) représente la couleur de l'évolution du brunissement pendant le processus de cuisson réel. . . . .	26
2.1	Prototype expérimental complet . . . . .	29
2.2	Etape de fabrication et de test du bruleur. . . . .	30
2.3	Chambre de chauffage du four. . . . .	30
2.4	Souffleur muni de son système de canalisation. . . . .	32
2.5	Composants de l'acquisition des données . . . . .	33
2.6	Kit Arduino et accessoires . . . . .	33
2.7	Système électrique central . . . . .	34
2.8	Système back-up. . . . .	35
2.9	Schéma de câblage du kit Arduino. . . . .	36
2.10	Dispositif d'enregistrement des températures. . . . .	37
2.11	Schéma de câblage du système solaire. . . . .	37
2.12	Dispositif expérimental du générateur solaire. . . . .	38
2.13	schéma descriptif du four complet vide . . . . .	41
2.14	Schéma du four à pain chargé. . . . .	54
2.15	Organigramme de l'algorithme d'optimisation . . . . .	64
2.16	Diagramme descriptif du dimensionnement du prototype expérimental. . . . .	65
3.1	Température des parois du bruleur. . . . .	70
3.2	Température des gaz chaud dans le bruleur. . . . .	70
3.3	température des gaz chauds en sortie du bruleur. . . . .	71
3.4	Température des parois de la chambre de chauffage. . . . .	71
3.5	Température des gaz chauds dans la chambre de chauffage. . . . .	72
3.6	Température de l'air dans la chambre de cuisson. . . . .	73
3.7	Flux thermique échangé dans le brûleur. . . . .	73

---

3.8	Flux thermiques échangés dans la chambre de chauffage. . . . .	74
3.9	Evolution de l'efficacité du chauffage du four. . . . .	75
3.10	Evolution de la fonction OF en fonction de SBC. . . . .	75
3.11	Evolution de la fonction OF en fonction de FF. . . . .	76
3.12	Evolution de la fonction OF en fonction de la puissance. . . . .	77
3.13	Profil de température au point Pt1. . . . .	78
3.14	Profil de température au point Pt2. . . . .	78
3.15	Profil de température au point Pt3. . . . .	79
3.16	Profil de température à la surface du pain. . . . .	79
3.17	Profil de température suivant (ox) a) 300s, b) 800s, c) 1200s, d) 1700s. . . . .	80
3.18	Evolution temporelle de la teneur en eau a) dans le pain, b) en surface du pain. . . . .	82
3.19	Teneur en eau suivant (ox) a) 300s, b) 800s, c) 1200s, d) 1700s. . . . .	83
3.20	Degré de gélatinisation. . . . .	83
3.21	Degré de brunissement des surfaces. . . . .	84
3.22	Différence de température. . . . .	85
3.23	Différence de gélatinisations. . . . .	86
3.24	Différence de brunissement. . . . .	87
3.25	Contribution des différents flux de chaleur à la cuisson du pain. . . . .	87
3.26	Energie nécessaire mis en jeu durant le processus de cuisson. . . . .	88
3.27	Efficacité de cuisson en fonction du temps. . . . .	89

---

## Résumé

---

Dans ce travail, nous proposons un modèle mathématique, suivi des simulations numériques décrivant le comportement thermique, et l'optimisation du processus du chauffage d'un four à pain utilisant les combustibles solides. La conception et la mise en œuvre d'un prototype fonctionnel, nous ont permis d'obtenir, à partir des sondes thermocouples type K, des profils de températures expérimentales, à des points bien précis du four. Les résultats numériques issus du modèle mathématique sont en accord avec ceux obtenus expérimentalement. Une température permanente de  $220^{\circ}C$  est atteinte dans la chambre de cuisson. L'évolution des différents flux nous a permis d'obtenir le profil de l'efficacité du four, et donc la valeur au régime permanent est observée à 0.49. Faisant usage de la fonction objective, nous avons trouvé des paramètres d'optimisations suivants : 50 W la valeur optimale de la puissance électrique de la soufflerie, en suite  $3.2 m^2$  la valeur optimale de la surface métallique de l'échangeur, et enfin 0.67 la valeur optimale du facteur de remplissage. Une fois le chauffage du four obtenu, nous avons proposé un modèle mathématique décrivant la cuisson du pain, prenant en compte le transfert simultané de la chaleur et de masse avec changement de volume. Le modèle est résolu par la méthode des différences finies. À l'aide d'un dispositif d'acquisition des données (sondes thermocouples type K, couplées aux modules MAX675 pour Arduino et des ordinateurs), nous avons obtenu l'évolution des températures à la fois dans la chambre de cuisson et à des points bien précis du four. L'analyse de la montée en température à différents points dans la chambre de cuisson et dans le pain est en conformité avec les résultats expérimentaux des mesures, et avec ceux existant dans la littérature pour les modèles similaires. Le temps minimum de 1600 s est satisfaisant aux contraintes de qualité : température au centre du pain égal à  $94^{\circ}C$ , degré de gélatinisation égale à 0.68, et degré de brunissement de la surface égale à 30 ont été obtenus, Ces valeurs sont en accord avec les résultats de la littérature. L'évaluation de la dépense énergétique indique que la cuisson d'un pain Kumba nécessite en moyenne  $600 kJ$  d'énergie répartie de la manière suivante 60 % provenant du flux radiatif, 23 % provenant du flux convectif et 17 % provenant du flux conductif.

**Mots-clés** : Four à pain, combustibles solides, optimisation, fonction objective, gélatinisation, brunissement.

---

## Abstract

---

In this work, we propose a mathematical model describing thermal behavior, and heating process optimization of solid fuel bread ovens. Numerical simulation leads to temperature profiles inside the oven. The design and implementation of an operating prototype permits us to obtain, with type K thermocouples, experimental temperature profiles in the set points indicated. There is a good agreement between the experimental results and those obtained from the numerical simulation of the proposed model. A permanent temperature value of  $220^{\circ}\text{C}$  is reached in the baking chamber. It is obtained that the energy efficiency of the oven is 49%. Making use of the objective gain function, it is found that the optimal parameters of the oven are the following :  $50\text{ W}$ , as optimum operating value of electric power blower ;  $3.2\text{ m}^2$ , as optimum operating value of total surface of baking chamber ; and, 0.67 as optimum operating value of filling factor between the heating chamber and the baking chamber. The mathematical model describing our baking model is solved by the finite differences method. Using a functional data acquisition device, we obtained the evolution of temperatures at indicated points in the bread during the entire baking process. The use of the results obtained from the model allowed us to have, for a temperature in the baking chamber of  $220^{\circ}\text{C}$ , a minimum baking time of  $1600\text{ s}$ , corresponding to a temperature of  $94^{\circ}\text{C}$  in the center of bread and satisfying quality constraints such as gelatinization degree equal to 1.0, Browning equal to 30, for the Kumba bread. The simulated energy studies showed that a value of  $600\text{ kJ}$  ( $400\text{ kJ/kg}$ ) is required to bake campaign (Kumba) bread, and there was a significant impact of the heart during the baking process. During baking process, the dough received mostly radiative heat flux (about 61%). The conductive heat transfer from the heart had 23% of the total contribution. The convective heat transfer was always under 17% of the total heat flux.

**Keywords** : Bread oven, solid combustible, optimization, objective function, gelatinization, browning.

---

# INTRODUCTION GENERALE

---

## 1. Contexte

Le pain est une denrée alimentaire de première nécessité et de grande consommation ; sa cuisson dans un four nécessite une série de procédés assez complexes. La qualité et la quantité dépendent fortement des caractéristiques des fours utilisés [1, 2]. Sur le marché local il existe plusieurs variétés de fours à pain : les fours à chauffage direct (à sole fixe et sole mobile) utilisant des combustibles conventionnels (pétrole, gaz) et les fours à chauffages indirect à sole fixe utilisant les combustibles solides (bois et charbon de bois). Ces derniers ont une part significative sur le marché local. Mais la plupart du temps, ces fours sont localement fabriqués et le problème de recherche des paramètres d'optimisations pour leur mise en œuvre restent un sujet important.

Les insuffisances liées à l'optimisation des configurations des fours fabriqués localement, poussent les chercheurs à se pencher sur des conceptions nouvelles tout en sachant que le processus de cuisson du pain reste un grand consommateur d'énergie dans l'industrie des boulangeries [3, 4]. L'une des raisons expliquant ce défaut d'optimisation est le fait que ces fours n'ont pas un modèle mathématique complet basé sur les techniques des fours métalliques à échangeur de chaleur utilisant les combustibles solides. Et depuis quelques années, cela a été une question intéressante pour les scientifiques travaillant sur les thématiques liées au four à pain, à cause aussi des problèmes d'impact environnemental, social et économique [5].

Spécialement dans les pays en voie de développement où le bois et le charbon de bois restent la principale source d'énergie [6, 7], la gestion des combustibles solides dans les fours métalliques restent un défi à relever. Sachant que les problèmes de pénurie de combustibles conventionnels (pétrole, gaz) sont assez fréquents, les propriétaires de boulangeries modernes, ne sont plus à mesure de capitaliser leur investissement en offrant un rapport qualité/prix assez compétitif.

Malgré le développement technologique que connaissent les fours à pain, le processus de cuisson du pain reste fortement influencé par les procédés traditionnels, les contrôles des temps de procédés, des températures et les paramètres de cuisson sont des problèmes

dominants pour les fabricants de fours à pain [8, 9].

La cuisson du pain dans un four se fait par conduction, convection et rayonnement, couplé au transfert simultané de chaleur et de masse [10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24]. Les thématiques liées à la consommation du combustible solide, à la consommation énergétique et au rendement de cuisson du pain dans des fours à combustibles solides ont fait l'objet de plusieurs travaux. Certains se sont focalisés sur l'expérimentation et l'analyse de la consommation du combustible [25, 26, 27, 28]. D'autres se sont orientés sur l'efficacité du processus de cuisson du pain [18].

Le temps de cuisson et les niveaux de température sont des paramètres clés de la qualité de cuisson. Bien que les températures élevées raccourcissent les temps de cuissons, ils ont un effet néfaste sur la texture du pain. Les temps de fin de cuisson sont marqués par les indicateurs de qualité, tels que la couleur, la texture et la saveur [29, 30, 31, 32, 33, 34]. Ces derniers jouent un rôle décisif dans l'acceptabilité clientèle des produits [35, 36]. Le centre d'intérêt des concepteurs d'équipements est de développer des méthodes simples et précises de prédiction des processus mis en jeu, et principalement le calcul des temps de procédés en fonction des paramètres du système, et des conditions de fonctionnement [37]. Une bonne optimisation des différents paramètres devrait conduire à une bonne qualité de produits (uniformité de la température, taux d'humidité) et une consommation limitée d'énergie [38, 39, 40].

## 2. Motivations et problématique

Sur le marché local, la connaissance des dépenses énergétiques des fours locaux est difficile. Les gestionnaires de boulangerie sont sans réponses face aux questions liées à la consommation ou aux pertes d'énergie de leurs fours. Aussi nous avons constaté que les coûts d'exploitation (entretien, maintenance, consommation électrique et des combustibles) sont élevés. Si nous ajoutons le fait que le coût d'acquisition est élevé (entre 10 à 15 millions de franc CFA), il est difficile pour un entrepreneur de réaliser des bénéfices. Face à cette réalité, les producteurs de pain, qui, utilisaient du pétrole et des brûleurs électriques modernes, adaptent, ou font fabriquer des fours utilisant des combustibles solides (débris de bois de chauffage et du charbon de bois). Cette migration forcée a rendu non contrôlable les consommations énergétiques, et elle ne s'est pas faite sans conséquences dont les plus visibles sont : les problèmes de gestion des fumées dégagées, les cendres, les salissures, le découpage et le stockage du bois ou du charbon de bois.

Face à ce problème, plusieurs techniciens se sont engagés dans la construction de ces fours adaptables, avec pour principal fournisseur de matériaux la MIPROMALO (Mission

de Promotion des Matériaux Locaux). Les caractéristiques des brûleurs (foyers), des voûtes, des chambres de cuisson, ainsi que le type et le régime de chauffage dépendent fortement de chaque technicien. Le rendement énergétique en est fortement influencé. Tout ceci compromet fortement le développement durable du pays. Ces tentatives de solution sont à l'origine du présent travail. La question est celle de savoir comment doit-on concevoir, construire et optimiser les nouveaux fours locaux, capables de garantir des processus de cuisson de pains variés avec les qualités d'une cuisson moderne tout en assumant un meilleur rapport qualité/prix.

### 3. Objectifs

L'objectif générale de ce travail est de proposer un model mathématique permettant d'optimiser des fours a pain utilisant des combustible solides.

De façon spécifique, Ce travail présente les objectifs suivants :

- Développer une fonction mathématique bien connue en technologie des échangeurs pour optimiser les paramètres physiques des fours existants sur le marché local.
- Contribuer à une meilleure gestion des procédés de cuisson du pain de campagne en évaluant les dépenses énergétiques réelles des boulangeries locales.
- Concevoir et réaliser un prototype expérimental de four à pain métallique à échangeurs et un dispositif d'acquisition de données.

### 4. Structure de la thèse

Au premier chapitre, nous présenterons la revue de la littérature sur les fours à pain. Il sera question de présenter les différents types de fours existants sur le terrain avec leur principe de fonctionnement, leur technique de modélisation et le procédé général de cuisson.

Dans le deuxième chapitre nous parlerons du matériel et de la méthode utilisée. Il sera question de présenter le matériel expérimental et ensuite présenter la méthode numérique pour la résolution des équations et en fin nous présenterons la technique d'optimisation du four.

Le troisième chapitre sera consacré aux résultats et discussions. L'essentiel des résultats sera présenté, avec les discussions appropriées.

Puis, une conclusion générale contenant les principaux résultats et des perspectives clôtureront notre travail.

**REVUE DE LA LITTÉRATURE SUR LES FOURS À CHARBON**

## 1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présenterons les différents types de fours avec leur classification et leur mode de fonctionnement. Nous ferons un état des lieux des fours à pain présents au Cameroun. La connaissance du mode de transfert thermique utilisé par les fours, et les techniques de modélisation seront aussi présentées. Les différents procédés de cuisson y compris les critères de qualité définissant les conditions de fin de cuisson pour le pain baguette et le pain brioche seront abordées. Une attention particulière sera mise sur le pain de campagne généralement appelé « pain KUMBA ».

## 1.2 Classification des fours à pain

Les fours à pain se distinguent selon le mode d'utilisation : continu ou discontinu, Ceux fonctionnant en continus sont plus utilisés par les pâtisseries pour la production quo-

TABLE 1.1 – Classification des fours à pain

Type de chauffage	Type de sole	Type de four	combustible	Echelle de production
Chauffage direct	Sole fixe	Four maçonné	Bois	Petite pâtisserie (domestique, locale etc.)
		Four métallique	Electricité- bois	
	Sole mobile	Tunnel à tapis	Gaz- électricité- bois	Grande boulangerie (grandes ville)
chariot				
Chauffage indirect	Sole fixe	Four métallique (échangeur)	Bois, fioul, gaz	Toutes les gammes
	Sole mobile	Sole tournante	bois	Petite pâtisserie (domestique, locale etc.)
		Balancelle, Tunnel à tapis chariot	Fioul – gaz	Grande boulangerie (grandes ville)

tidienne du pain et sont classés en deux grandes catégories selon le mode de chauffage. Le

tableau 1.1 illustre le mieux cette classification.

### 1.2.1 Les fours à pain continus à chauffage directe

Les fours à chauffage direct sont des fours dans lesquels la source de chaleur et les produits à cuire sont situés dans la même enceinte. Ils se présentent en deux grandes familles : les fours à soles fixes et ceux à soles mobiles. Dans cette catégorie de four, on retrouve, les fours à résistance électrique et les fours à gaz (voir figure 1.1(a)). Le four à pain commercial

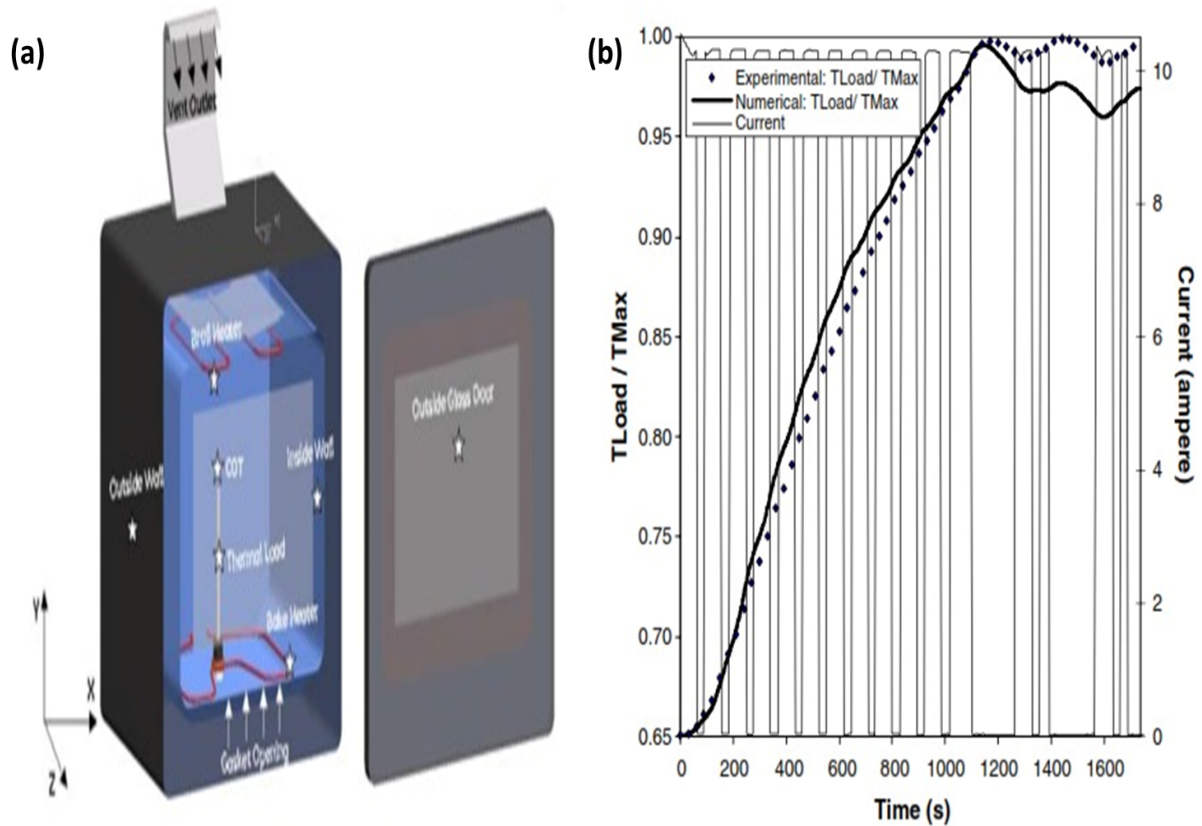


FIGURE 1.1 – Prototype d'un four à chauffage directe (a), et comparaison des résultats numériques et expérimentaux dans un four électrique (b)

(four continu), quant à lui intègre des procédés, et des techniques complexes mettant en évidence les transferts simultanés de chaleur, de masse, d'eau et vapeur d'eau à travers la pâte à pain. La chaleur est transmise à la pâte au moyen des méthodes de chauffage indirect ou direct en convection forcée. Un four à pain type industriel peut produire entre 1000 à 3000 pains par heure et par mètre de largeur, La consommation énergétique nécessaire à la production d'un pain français est estimée entre 5 à 10  $MJ/kg$  [41]. Ce dernier travail cité présente le profil de température numérique et expérimental conforme au modèle de la littérature (voire figure 1.1(b))

## 1.2.2 les fours à pain continus à chauffage indirect

Les fours à chauffage indirect sont des fours dans lesquels la source de chaleur réchauffe un fluide intermédiaire (vapeur d'eau ou air) qui transmet dans un deuxième lieu la chaleur au produit à cuire. Ces fours utilisent très souvent des échangeurs de chaleur métalliques. La figure 1.2 nous présente deux catégories de four à chauffage indirect.

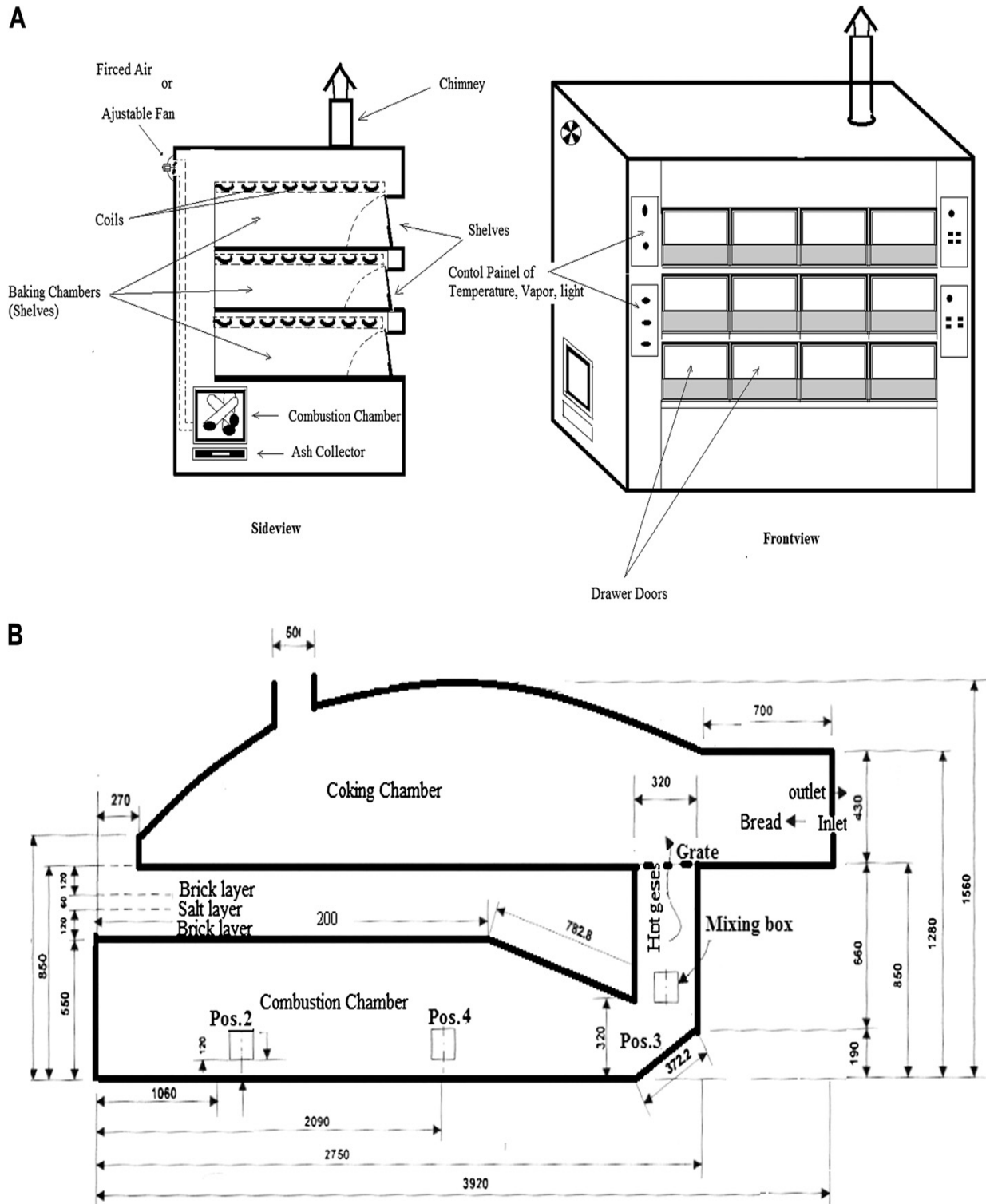


FIGURE 1.2 – Four à pain indirect semi industriel à bois [22]

Le four de la catégorie A, utilise les échangeurs air/air pour transmettre les flux thermiques aux produits. Cette catégorie de four présente des avantages au niveau de l'extension des chambres de chauffage, du contrôle de la combustion et de la maintenance. Mais celui de la catégorie B présente un chauffage semi indirect. Cette dernière catégorie de four, est moins répandue sur le marché local.

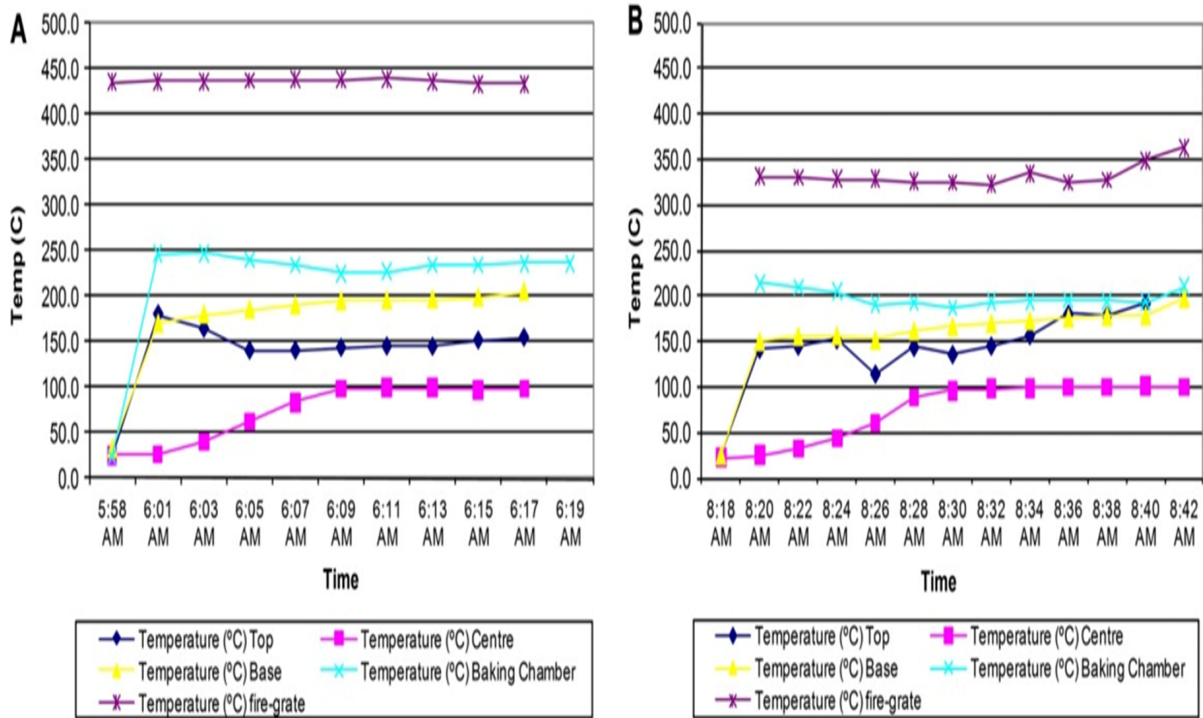


FIGURE 1.3 – Profil de température mesuré dans les deux modèle de fours

La figure 1.3 montre les profils de températures obtenus pour les deux modèles de fours. Pour les deux modèles, on a des profils de températures identiques qualitativement tandis que sur le plan quantitatif, le four de type A atteint la température de cuisson en 11 min alors que le four de type B atteint son temps de cuisson en 12 min. Cette différence d'une minute peut entrainer des dépenses énergétiques importantes sur le bilan énergétique global.

### 1.2.3 les fours à pain discontinus

Les fours à pain discontinus sont utilisés pour des petites productions et pour la cuisson de produits spécifiques à l'échelle industrielle, artisanale, domestique, ou de laboratoire.

- Les fours à pain domestiques (fours discontinus) utilisent pour la plupart des résistances électriques et le gaz domestique pour le chauffage de la cavité de cuisson. La chaleur est transmise à la pâte au moyen du rayonnement émis dans la chambre de cuisson [42].

- A l'échelle industrielle, les fours à pain sont utilisés pour les commandes de gâteaux spéciaux tels que les gâteaux d'anniversaire et de mariage.
- A l'échelle artisanale dans les zones reculées pour la production de pains pendant les périodes de campagne de récoltes (cacao, café, etc.), les dimanches, et les périodes de fêtes (25 décembre, 01 janvier, etc.).
- A l'échelle domestique pour les gâteaux familiaux, les gâteaux d'anniversaires et autres évènements de famille
- A l'échelle de laboratoire de recherche parce que plus faciles à instrumenter. Aussi appelés fours pilotes, ils permettent, en utilisant une moindre quantité de produit, de suivre et recueillir un plus grand nombre d'informations sur le produit et le four pendant la cuisson. La variabilité des conditions de cuisson rencontrées (circulation ou non de l'air, nature et forme du moule, température et temps de cuisson) offre une grande diversité d'informations sur la cuisson de produits.

### 1.2.4 Les fours à pain présents dans certaines boulangeries locales

Pour meubler notre thématique de recherche, nous avons effectué des multiples visites dans des boulangeries et pâtisseries locales. Cette démarche nous permettra de mieux relier la théorie à la pratique et de parvenir à une contribution efficace à la modélisation des fours à pain.

#### a) Les fours à pain traditionnels

##### Description schématique et fonctionnement

Le four de la figure 1.4 présente un exemple de four à pain traditionnel avec les caractéristiques suivantes : forme pyramidale, surface de base de forme carré ( $S = 2.5 \times 2.5 = 6.25 \text{ m}^2$ ) hauteur de  $H = 3 \text{ m}$ .

##### Le principe de fonctionnement

Du bois sec est brûlé sur la sole. Par le mouvement de l'air entrant, la voûte est réchauffée. Lorsque le four est chaud, on enlève complètement la cendre, du charbon et du bois brûlés sur la sole à l'aide d'une longue pèle et d'un balais adapté ; puis on dépose du pain sur la sole chaude. Lorsque le pain est cuit il est retiré

##### Quelques avantages des fours à pain traditionnels

Les fours à pain locaux présentent les avantages suivants :

- Ils coutent moins chers ;
- La maintenance est facile et moins couteuse ;



FIGURE 1.4 – Four à pain local

- Utilisation avec tout type de combustibles solides.

#### **Les inconvénients des fours à pain traditionnels**

Les problèmes des fours locaux sont très nombreux, On peut citer :

- Ils sont de grandes dimensions; donc très encombrants;
- Ils sont adaptés pour une gamme limitée de pains (pain Kumba et brioche);
- Les cendres et les débris de charbon sont très salissants;
- Les brûlures sont fréquentes;
- Une exposition longue au feu pendant le nettoyage et l'enfournement;
- Le temps de chauffage n'est pas connu : il dépend de la qualité et de la quantité du combustible (bois, charbon); de l'état et l'âge du four; du type de matériaux de construction; de la durée du dernier chauffage; du débit du flux d'air entrant dans le four (vitesse et pression d'air); de la position du bois dans le four et du temps passé dans chaque position;
- La position et l'enfournement du bois sont progressifs;
- Le temps de cuisson est incertain et dépend des produits dans les fours;
- La géométrie et le volume dépendent du niveau de difficulté pour chaque constructeur;
- La température est non contrôlée et très instable;
- La durée de vie du four est très courte (après quelque mois, il faut soit détruire soit

assurer la maintenance).

Au vu de tout ce qui précède, on peut dire que les problèmes des fours locaux sont nombreux. Il est donc difficile à l'industrie locale de se développer efficacement avec tous ces problèmes.

### b) Les fours à pain modernes sur le marché local

Les fours à pain modernes comprennent : les fours à chauffage direct et les fours à chauffage indirect.

#### Description schématique et fonctionnement

Les fours modernes ont la particularité commune d'utiliser les combustibles conventionnels, tels que : le pétrole, le gaz domestique et le fioul.



FIGURE 1.5 – Four à pain industriel présent sur le marché local

La figure 1.5 montre un aperçu des voûtes (encastrées entre elles) du brûleur et du souffleur d'un four à pain industriel le plus présent sur le territoire camerounais. Son fonctionnement est caractérisé par les trois phases suivantes :

**Phase 1** : Le relais ferme le circuit de l'alimentation du brûleur : la vanne de sortie du pétrole s'ouvre et une combustion turbulente s'en suit dans le pot de combustion, Cette phase dure quelques secondes.

**Phase 2** : Lorsque le brûleur cesse de fonctionner : le souffleur est actionné (pendant un temps), les gaz chauds sont soufflés avec une grande vitesse dans la voûte et celle-ci les

stocke.

**Phase 3** : À la fin de cette dernière phase tout est arrêté, on observe un temps de repos qui est un peu plus long que les deux derniers, puis le cycle recommence. La cuisson du pain est progressive et continue.

### Limites d'utilisation et insuffisances des fours modernes sur le marché local

Les problèmes des fours modernes sont de plusieurs ordres :

- Ils sont coûteux et de grande de taille ;
- Le fonctionnement du brûleur nécessite une grande quantité d'électricité et de pétrole ;
- La position du brûleur est toujours en avant du four ; ce qui rend l'environnement de travail très chaud et une exposition longue au feu pour l'enfournement.

## 1.3 Modélisation Mathématique et logiciels de simulation des fours

Pour une bonne compréhension et estimation des processus de chauffage et de cuisson dans les fours à pains, de nombreux travaux de recherche ont été menés à travers la modélisation et la simulation numérique. Nous présentons ci-après la synthèse de quelques travaux portant sur la modélisation et sur la simulation à travers des logiciels appropriés.

### 1.3.1 Modélisation mathématique du processus de chauffage

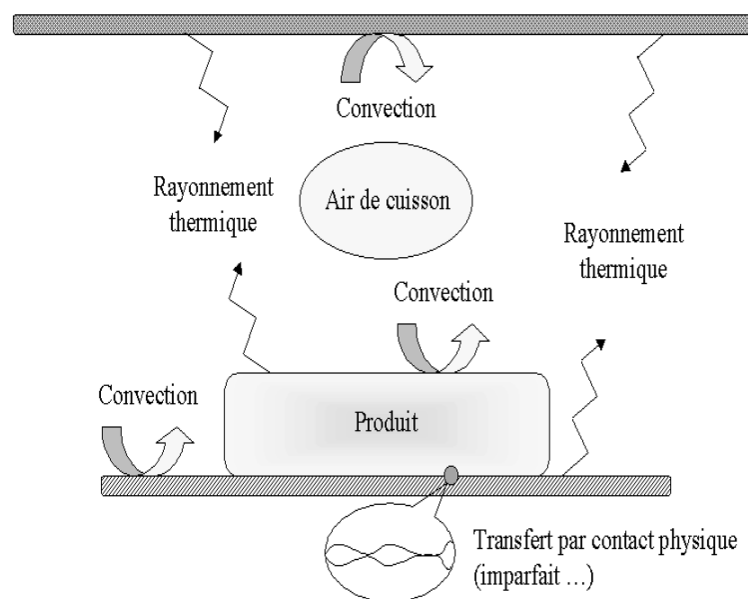


FIGURE 1.6 – Différents mode de transfert de chaleur dans un four à pain [37].

Les fours à pains transfèrent la chaleur à des produits par trois modes : conduction convection et rayonnement. Ces trois modes de transferts sont pris en compte dans la modélisation des processus de chauffage, selon les types de fours, la figure 1.6 nous illustre ces différents modes de transfert thermique.

Park *et al.* [60], Nicolas *et al.* [42], Isleroglu and Kaymak [37] ont montré dans leur modèle de chauffage que le transfert de chaleur par rayonnement est prédominant sur la convection naturelle, et que le transfert par convection forcée est plus important quand le champ de vitesse des écoulements est important. Leurs travaux traitent le chauffage des

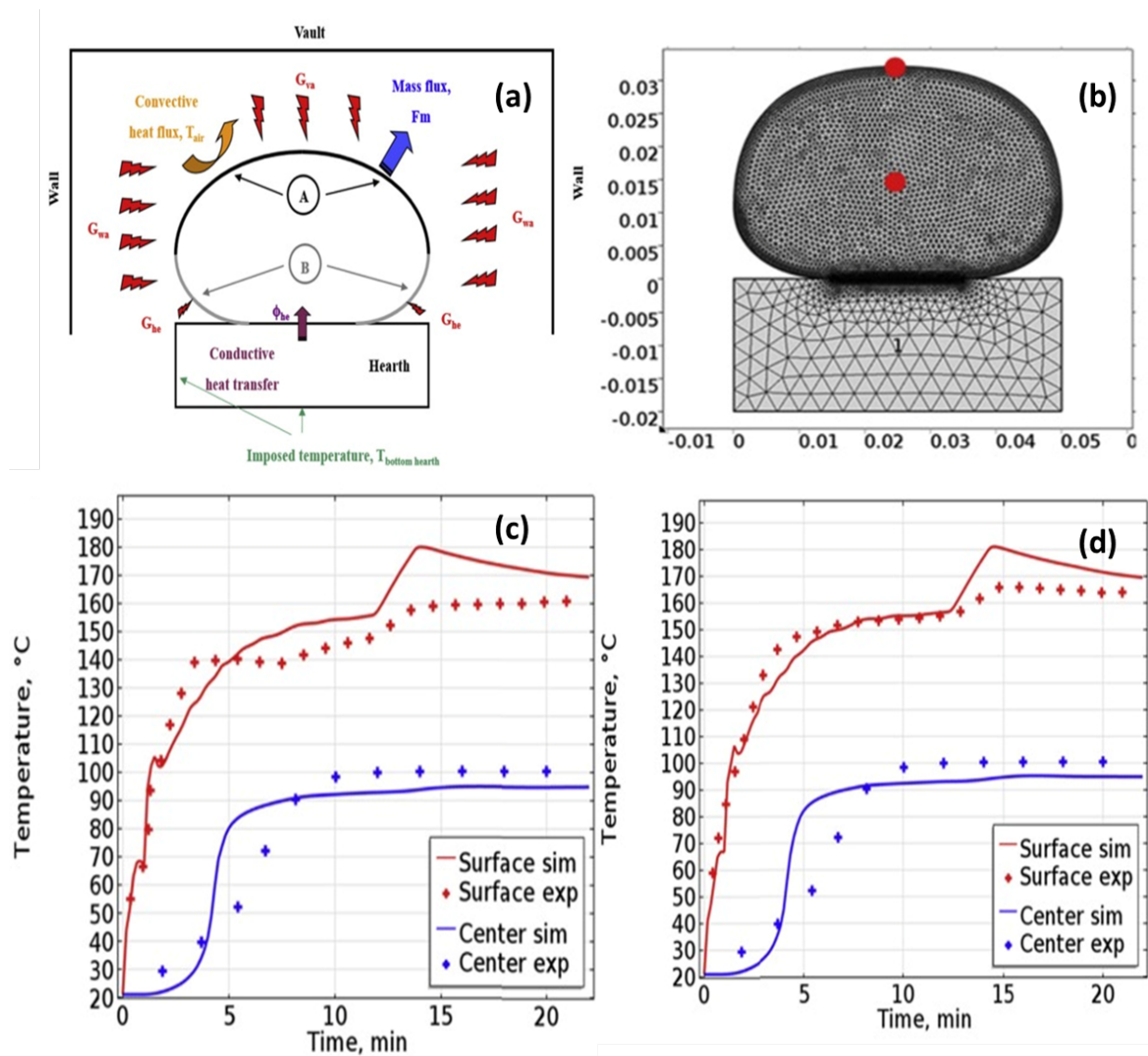


FIGURE 1.7 – Les échanges de chaleurs et de masses entre la cavité du four, la sole et le pain, modèle physique (a), modèle après maillage par logiciel de simulation expérimentale (b). Profils de températures obtenus par chauffage électrique (c) et à gaz (d), [42].

fours à pains industriel à convection forcée avec injection de vapeur d'eau. Les résultats de leurs études montrent que les profils de températures sont conformes aux modèles existants

dans la littérature. Les figures 1.7 (a)-(d) montrent respectivement : le dispositif expérimental réel, le dispositif expérimental obtenu par simulation avec logiciel, l'évolution de température pour un chauffage électrique et à gaz. Que ce soit au centre du pain ou à sa surface, l'évolution de la température obtenue par maillage coïncide bien avec celle obtenue expérimentalement. Faisant ainsi de la simulation expérimentale un moyen d'étude des systèmes physiques. Mais leur modèle s'applique uniquement à des fours industriels de grande taille et utilisant des sources d'énergie conventionnelles.

Zinedine Khatir *et al.* [48] dans leurs travaux sur le chauffage et la cuisson des fours à pain, font une modélisation mathématique sur un four à pain tunnel industriel à convection forcée de 9 m de long et 1 m de large et 1.5 m de hauteur. Le four utilisé est subdivisé en trois zones avec trois brûleurs comme le montre la figure 1.8. Il s'agit d'un modèle

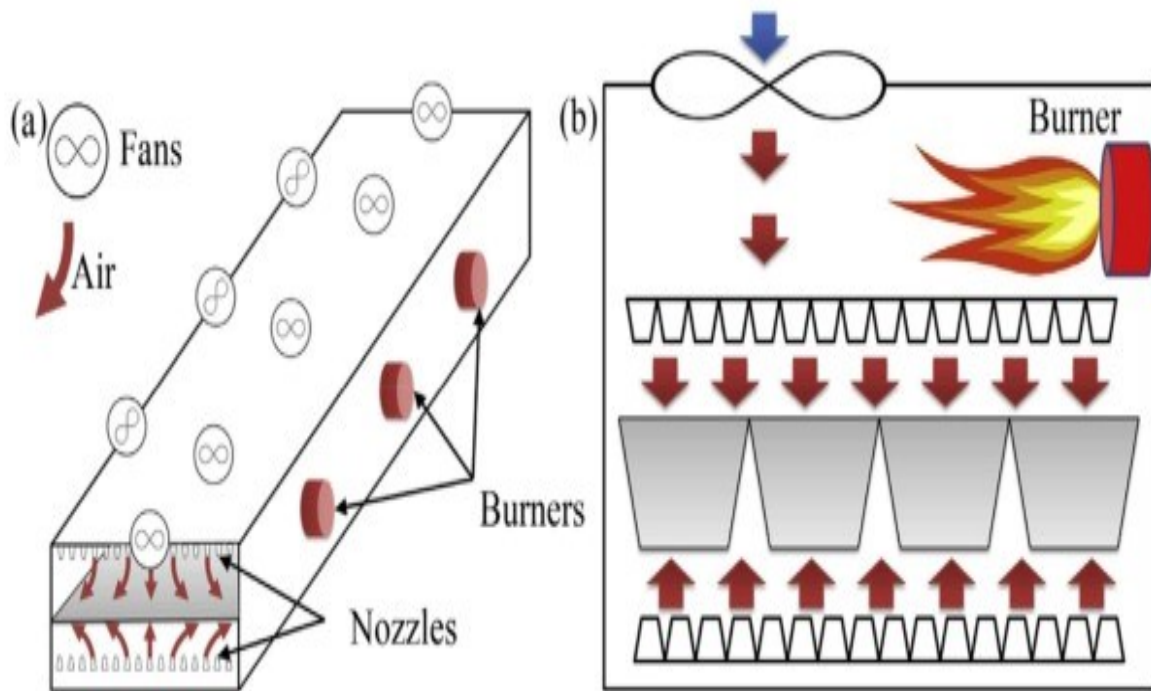


FIGURE 1.8 – Diagramme schématique d'un four à pain a commercial à convection forcée. Vue de dessus (a) et vue de côté (b).

de four couramment utilisé dans les grandes boulangeries. Le champ des écoulements est turbulent dans la cavité du four. Le modèle mathématique est basé sur les équations de Rayleigh Navier Stokes (RANS) en trois dimensions cartésiennes pour prédire les flux de chaleur dans chaque cavité du four. L'équation de continuité et l'équation de conservation du moment sont aussi incluent dans le modèle de RANS. Dans cette même optique, Zinedine Khatir *et al.* [35] présentent des modèles similaires mais pour des fours différents utilisant

des sources conventionnelles (gaz, pétrole et électricité), avec et sans injection de vapeur. Les résultats numériques sont en assez bonne concordance avec les expériences.

### 1.3.2 Utilisation des logiciels de simulation

Le cout élevé des travaux expérimentaux sur les fours à pain et le développement en parallèle des technologies numérique ont poussé les chercheurs à développer des méthodes de simulation numériques commerciales en 2, et 3 dimensions permettant de prédire le comportement thermique et l'évaluation des performances des fours à pain à usage industriels. Certains de ces travaux peuvent tenir compte des différentes géométries capables d'accroître la performance des équipements.

N. Chhanwal *et al.* [54] ont développé une configuration géométrique à trois dimension avec et sans pains dans un four électrique à résistances chauffante. Le maillage de la surface et du volume a été généré par le logiciel GAMBIT et exporté dans le logiciel FLUENT 6.3. Les résultats numériques issus de FLUENT 6.3 ont été comparés à ceux obtenus expérimentalement par des sondes thermocouples placées à des points indiqués conformément à la simulation. Ils ont conclu dans leurs travaux que les résultats issus des logiciels étaient en parfaites accord avec ceux obtenus par des mesures expérimentales. La figure 1.9, présente un exemple de géométrie du four simulé par les auteurs indiqués ci hauts. À la figure 1.9 (a), nous avons une vue générale de l'intérieure du four et la figure 1.9 (b) présente le maillage effectué du four. L'analyse des résultats du chauffage montre un chauffage dense au tour des résistances chauffantes disposées dans la voûte et sur la sole, les faces latérales du fours s'échauffent par rayonnement.

En 2018, Seong Hyun Park *et al.* [49] ont fait usage des logiciels commerciaux utilisant notamment ANSYS workbench 13.0 et ont pu générer le maillage géométrique en trois dimensions de la voute, du brûleur et du box de soufflerie. Grâce à des solveurs ils ont résolu des équations générales de conservation de la masse, de l'énergie et de la turbulence cinétique. Le model k-e est utilisé pour les conditions aux limites et le transfert radiatif est modélisé avec l'approche DOM, et ces équations seront importées dans ANSYS FLUENT. Les simulations numériques ont été validées par des résultats expérimentaux des mesures. Une différence maximale de température de 2.5 %, a été obtenue par rapport aux résultats numériques. Sur l'ensemble des résultats, une moyenne de distorsion de 0.4 % a été aussi observée.

Mistry *et al.* [41, 58] ont développé un modèle à trois dimensions pour la simulation du

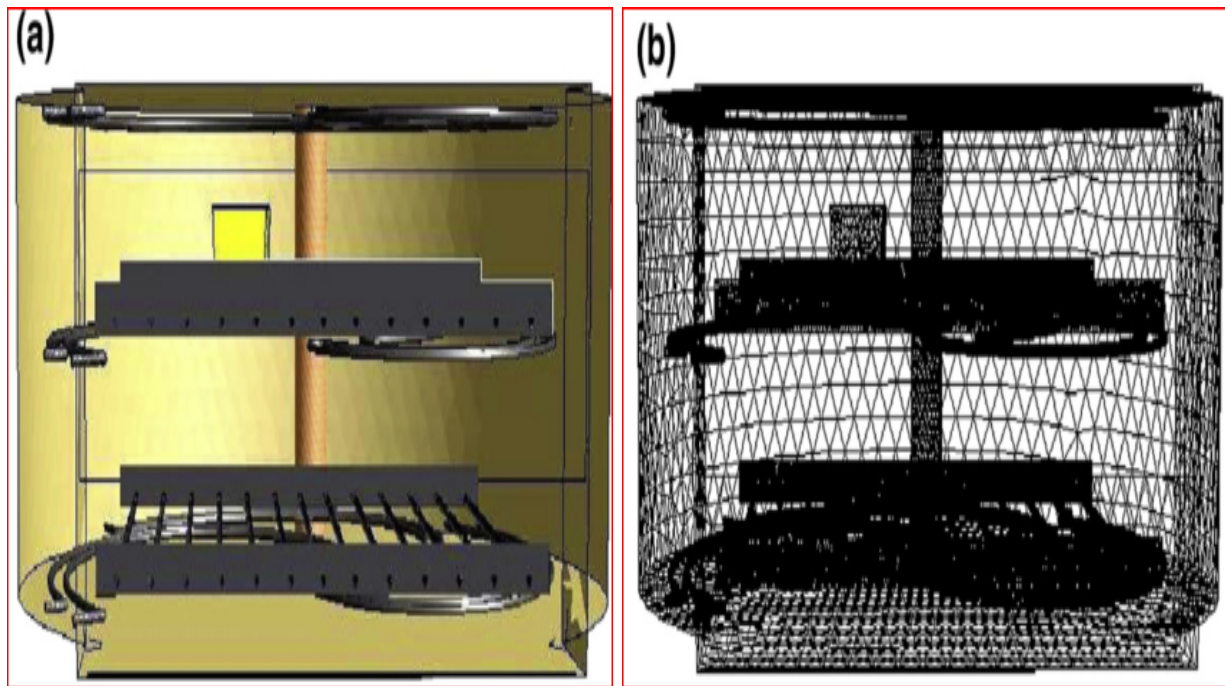


FIGURE 1.9 – Maillage géométrique avec GAMBIT [41]

transfert de chaleur en convection naturelle couplée au transfert de chaleur par rayonnement pour un four électrique. Les résultats issus de la simulation numériques sont en accord avec les résultats expérimentaux des mesures.

Boulet *et al.* [11] développent un modèle mathématique en trois dimensions décrivant le transfert thermique en régime transitoire dans un four à pain pilote. Le transfert par rayonnement est couplé au transfert par convection dans son modèle. Le maillage est fait par le logiciel commercial GAMBIT version 2.3.16. Pour les prédictions de température au-dessus de la plaque, les résultats numériques sont en accord avec les mesures. Mais compte tenu de la complexité de la géométrie, les températures au niveau des parois sont différentes des résultats numériques.

Zinedine Khatir *et al.* [2] ont analysé grâce à des logiciels libres, les écoulements turbulents du flux de chaleur dans les cavités et ont proposé des modèles à partir des équations de Navier-Stokes, qu'ils résolvent avec des algorithmes simples.

Le développement des codes et des logiciels de simulation numériques commerciaux ont fortement contribué au développement des techniques de prédiction du comportement thermique des fours à pain, et l'évaluation des performances énergétiques. Toutefois, ces codes numériques présentent certaines limites dans la prise en compte de certaines conditions aux limites sur les contours prenant en compte les transferts radiatifs, au niveau des parois des fours.

## 1.4 Automatisation et optimisation des procédés de chauffage

### 1.4.1 Systèmes mécatronique des fours à pain

La demande de plus en plus croissante en pain pousse des constructeurs et les fabricants des fours à pain à mettre sur pied des fours à pain complexes intégrant toutes les technologies modernes. Pour rendre le pain plus attrayant, les procédés de contrôle qualité intégrant des sondes, des capteurs d'images et d'analyseur de qualités se font de plus en plus représentés dans l'industrie des fours à pains. Le four à pain moderne contient outre des dispositifs énergétiques et thermiques, des dispositifs électromécaniques (sole tournante) des dispositifs électroniques de commande des capteurs et des actionneurs, des interfaces numériques munis d'ordinateurs ; bref le four moderne est un dispositif mécatronique complet. Ce niveau d'implication de la mécatronique se retrouve bien dans les fours à pain tunnels.

Le four de la figure 1.10 est un exemple de four à pain moderne : nous observons une chambre de cuisson, des capteurs de température, des capteurs d'images, et des capteurs d'humidité, et une balance électronique ; tous ces capteurs sont raccordés à un ordinateur qui contrôle le signal de commande de la ventilation mécanique.

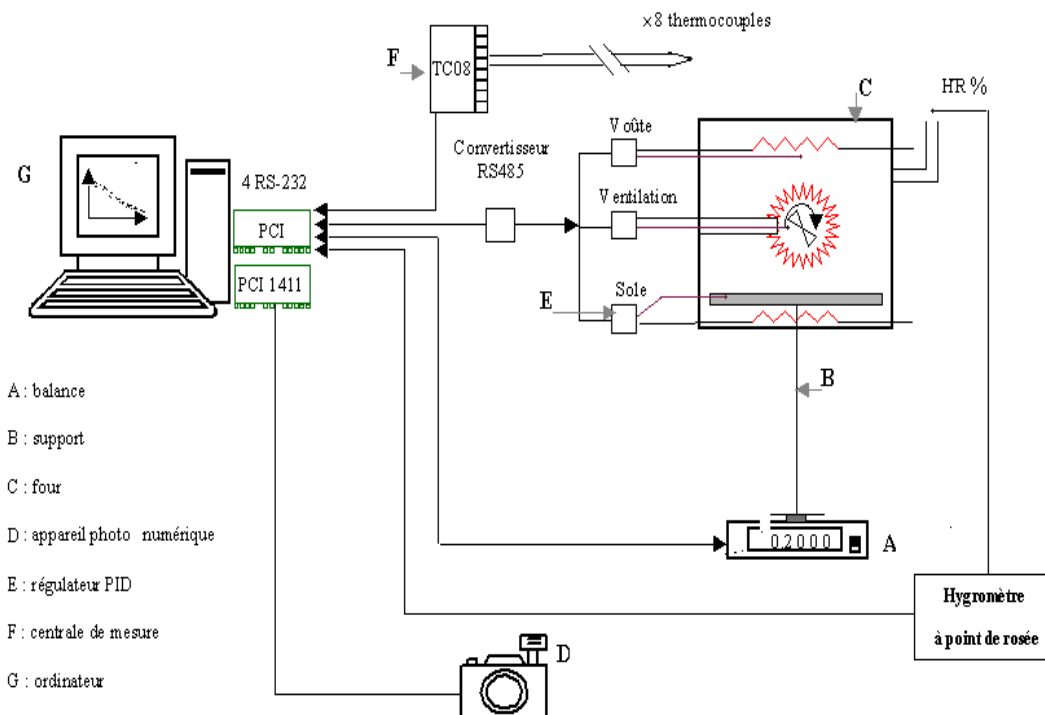


FIGURE 1.10 – Four ménager pour la cuisson de produits céréaliers [4]

L'automatisation des fours est plus répandue dans les fours TUNNELS [4]. Deux fours continus (électrique et à gaz) à bande, à plusieurs compartiments, ont été utilisés pour évaluer le profil de température interne du produit ainsi que la température, l'humidité de l'air ainsi que les températures des parois du four. Des paramètres ont été mesurés dans chaque zone du four en fonction de la température de consigne de chauffage de l'air. Ces valeurs de consigne sont commandées à partir d'une centrale de commande pouvant modifier, selon les cas, tous les paramètres en différentes étapes de la cuisson [2].

Malgré le développement technologique que connaît l'industrie des boulangeries, le processus de cuisson reste fortement influencé par les procédés traditionnels qui nécessitent une forte expérience. Les méthodes expérimentales et intelligentes ont été développées pour contrôler les temps de procédés, les températures et les paramètres de cuisson font partie des éléments essentiels des fabricants de fours à pain [20].

Les travaux de Ploteau *et al.* [45] présentent un procédé traditionnel utilisé pour la cuisson du pain baguette dans un four avec injection de vapeur et transfert thermique par convection naturelle.

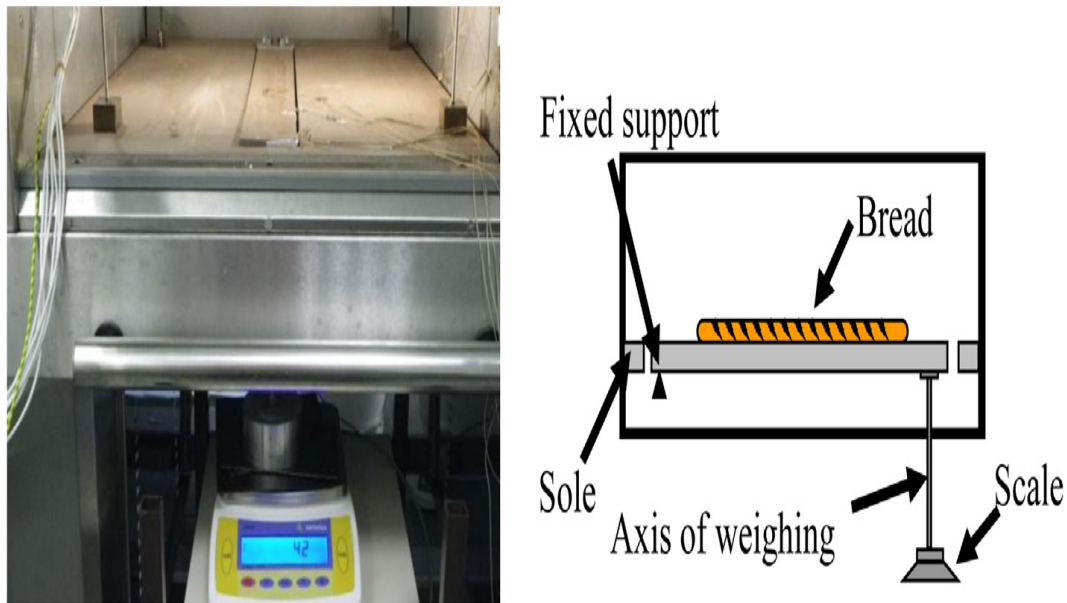


FIGURE 1.11 – Image et dessin de la balance [45]

La figure 1.11 nous présente un prototype de four pilote à pain de laboratoire, permettant de faire des mesures expérimentales sur des paramètres thermo physiques tels que la température, la pression et les écoulements d'air. La configuration du four est conçue pour positionner tous les dispositifs d'enregistrement (température, masse de pain, pression et déformation). Les résultats expérimentaux ne sont pas suivis d'un modèle mathématique, mais les comparaisons avec des modèles similaires présentent des résultats assez concor-

dants.

Les travaux de FABIÃO *et al.* [18] présentent des résultats expérimentaux sur le profil des températures dans les fours à pain à sole fixe utilisant du bois de chauffages couramment utilisé en Mozambique. Après un audit complet sur plusieurs fours installés en Mozambique, plusieurs mesures ont été effectuées avec des sondes thermocouples types N sur deux modèles de fours à pain (four semi-direct et indirects), le modèle mathématique n'a pas été développé. Mais les résultats des mesures sont comparables aux résultats présents dans la littérature pour des fours similaires.

Emmanuel Purlis [8] développe un modèle expérimental basé sur les méthodes sensorielles de capture d'images afin de prédire le degré de brillance des pains. La figure 1.12 nous présente le diagramme schématique conçu pour suivre, puis contrôler l'évolution du niveau de brunissement, et du contenu en eau du pain pendant la cuisson.

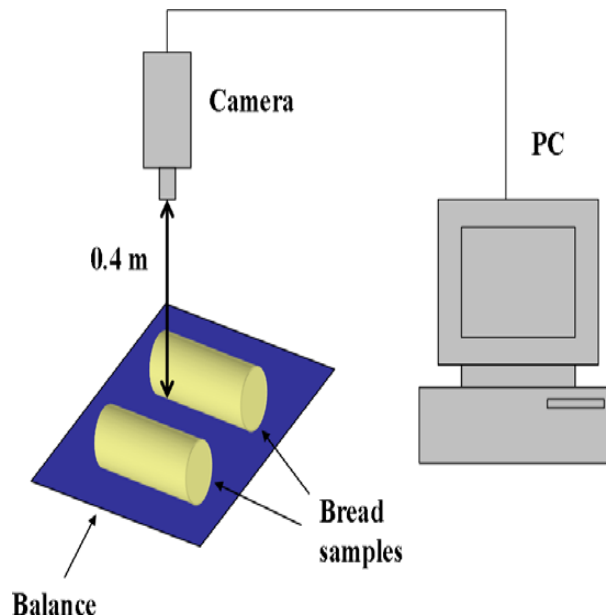


FIGURE 1.12 – Diagramme schématique d'acquisition d'image et de perte de masse [22].

Le degré de brunissement est mesuré expérimentalement avec un colorimètre, muni d'une caméra digitale (Professional Series Network IP Camera Model 550710, Intellinet Active Networking, USA) raccordé à un ordinateur portable (AMD Sempron 2200+, 768 MB RAM). Les images des surfaces sont enregistrées sous éclairage naturel avec une caméra posée perpendiculairement à la surface du pain à 0.4 m de distance. Chaque 5 min, une image est prise en même temps que la masse du pain au travers d'une balance.

Pour enregistrer les données de température pendant la cuisson du pain, Micaela Ureta [22], utilise des sondes thermocouples types K (Omega, USA) raccordées à des modules de conversion (Keithley DASTC, USA), la figure 1.13 nous présente deux prototypes de

laboratoire : en (a) nous avons un modèle de four domestique, alors que en (b), nous avons un modèle de four semi-industriel adapté pour le relevé des données de température pendant la cuisson du pain.

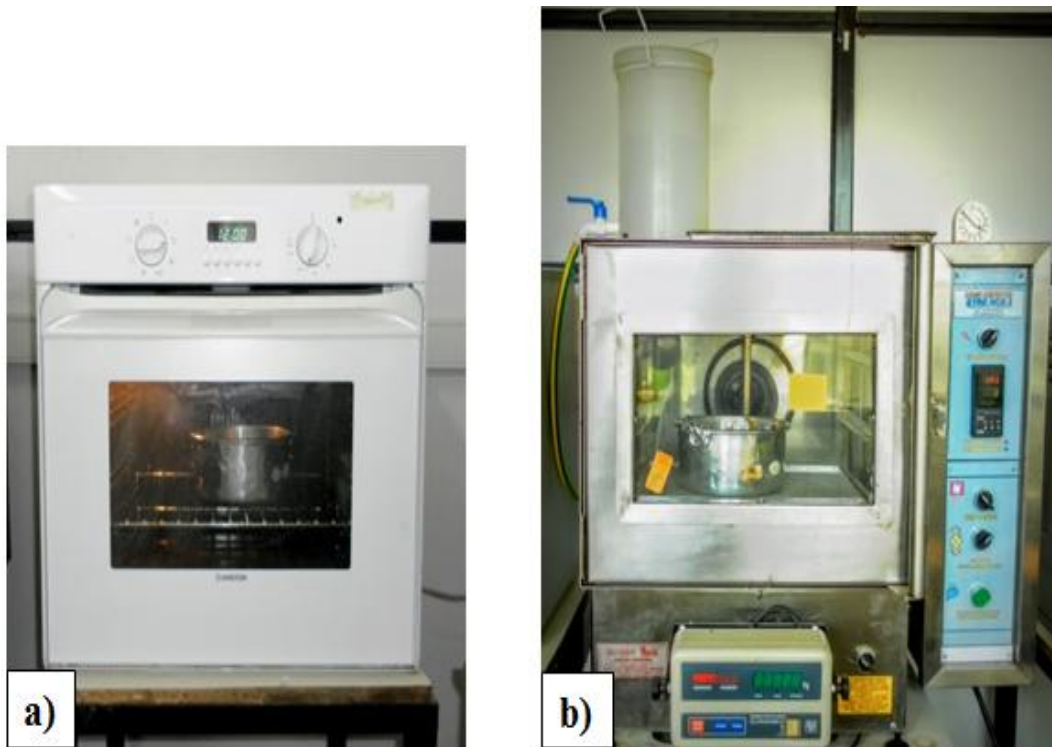


FIGURE 1.13 – Four à pain pilote pour laboratoire. Four à pain domestique (a), four à pain semi-industriel (b) [22].

Les températures du pain sont obtenues de trois thermocouples connectés à des modules et placés dans la pâte de manière à ne pas interagir avec le développement de la pâte à pain. Les positions des sondes thermocouples sont sélectionnées en se basant sur les travaux antérieurs.

De façon globale, l'apport des systèmes mécatroniques intelligents dans l'industrie des fours permet d'optimiser le processus de cuisson par des rétroactions ou des contres actions, et ceci permet d'optimiser les procédés de fin de cuisson.

### 1.4.2 Optimisation des fours à pains

Le développement et l'optimisation des processus de cuisson sont d'une grande importance du point de vue économique et ont intéressés de nombreux chercheurs.

Le principal centre d'intérêt des concepteurs et fabricants des fours à pain est de prendre en compte les méthodes simples et rapides de prédiction du comportement des procédés [28]. Les techniques de calcul de procédés en vue de leur optimisation sont basées

sur le temps que dure le processus en fonction des caractéristiques des opérations à conduire. Une bonne optimisation des paramètres du four entraîne une bonne qualité de produit à cuire. L'optimisation de l'uniformité de la température, de l'efficacité de chauffage, du temps de cuisson, de l'humidité relative et de la limitation de la consommation énergétiques sont des aspects sur lesquels bon nombre de chercheurs ont développé des technique permettant de tirer la meilleur partie [15, 33, 34, 35].

Pour optimiser le four, Chiara Cevoli [17] développe une fonction objective basée sur la distance entre les données numériques et les données expérimentales. Cette méthode vise à développer une approche capable de tirer la meilleure partie entre les deux grandeurs.

Zinedine Khatir *et al.* [4] définit une fonction multi-objective dont les paramètres physiques sont recherchés de telle manière que les pertes thermiques soient minimales. Le diagramme illustré a la figure 1.14 donne le principe d'optimisation des pertes thermiques dans son modèle. C'est ainsi que les dimensions physiques des orifices des échappements sont mises en avant pour minimiser l'injection des flux de gaz.

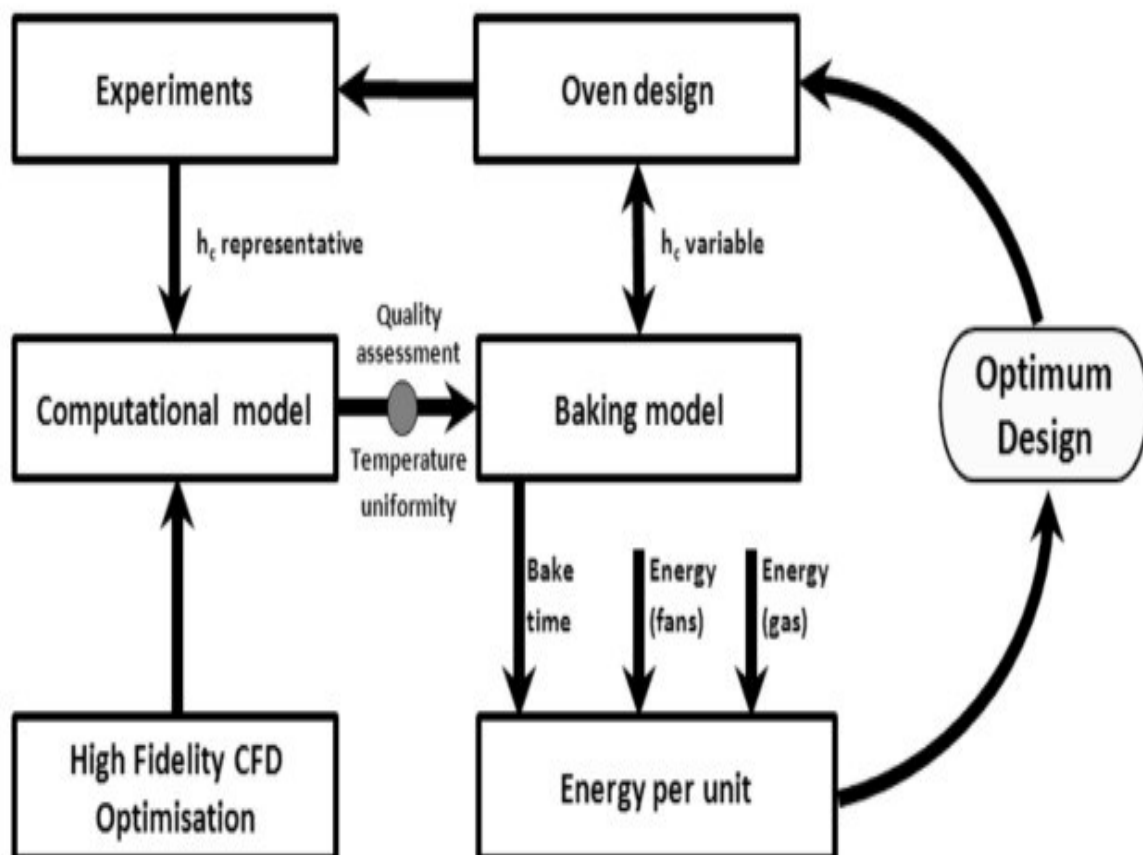


FIGURE 1.14 – Diagramme du processus entre le gain énergétique et le haut niveau de fidélité d'optimisation.

Dans le modèle à convection forcée, Zinedine Khatir *et al.* [55] développent une fonction d'optimisation couplées aux équation de Navier-Stokes pour optimiser le paramètre de convection forcée dans les écoulements et ainsi optimiser l'efficacité du gain thermique sur la base du coefficient de transfert par convection forcée. Il propose donc le diagramme de la figure 1.15 pour l'obtention du dit paramètre.

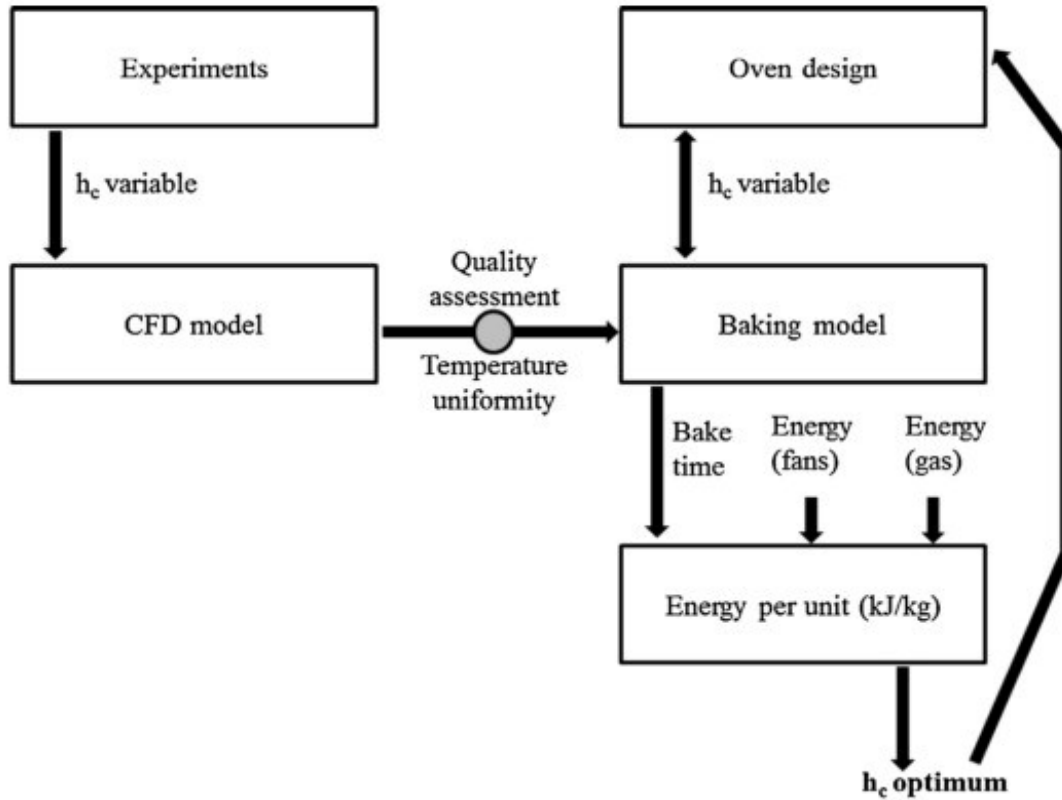


FIGURE 1.15 – Diagramme du processus présentant l'optimisation du gain énergétique par le coefficient de transfert par convection forcée.

L'analyse des paramètres clés du four montre qu'une étude synoptique des échanges peut contribuer à une bonne optimisation de la configuration du four [56]. Il en ressort que lorsque la distance entre l'échappement et les produits augmente, le transfert de chaleur diminue et qu'un ratio  $H/D$  de 8 cm conduit à une optimisation du processus.

## 1.5 Processus de cuisson du pain dans un four

### 1.5.1 Modélisation mathématique des processus de cuisson du pain

#### Le pain baguette ou pain Français

Le pain français généralement appelé pain baguette est un pain bien connu des rayons de boulangerie modernes. Il est caractérisé par sa forme cylindrique, et sa grande épaisseur



FIGURE 1.16 – Image du pain Français ou du pain baguette.

de croûte, d'une couleur généralement marronne (voire figure 1.16). Sa saveur et sa texture en témoignent de sa qualité appétissante, Plusieurs chercheurs se sont penchés sur les questions liées à la cuisson du pain, [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11].

### La cuisson du pain Italien : pain brioche

Les travaux de Nicolas *et al.* [17], présentent l'analyse des contributions des différents flux thermiques et la consommation énergétique de la cuisson d'un pain brioche (le pain brioche est présenté a la figure 1.17) . Ces différents travaux relèvent que la cuisson



FIGURE 1.17 – Image du pain Italien ou pain brioche.

d'un pain brioche dans un four à convection nécessite  $200 \text{ kJ}$  ( $61 \text{ kJ/kg}$ ) d'énergie répartie en trois modes ; dont 60 % pour le flux radiatif qui est prédominant dans le processus de cuisson traditionnelle et 20 % chacun pour les transferts par convection et par conduction (voir figure 1.18). Ces travaux relèvent aussi que l'injection de la vapeur d'eau augmente

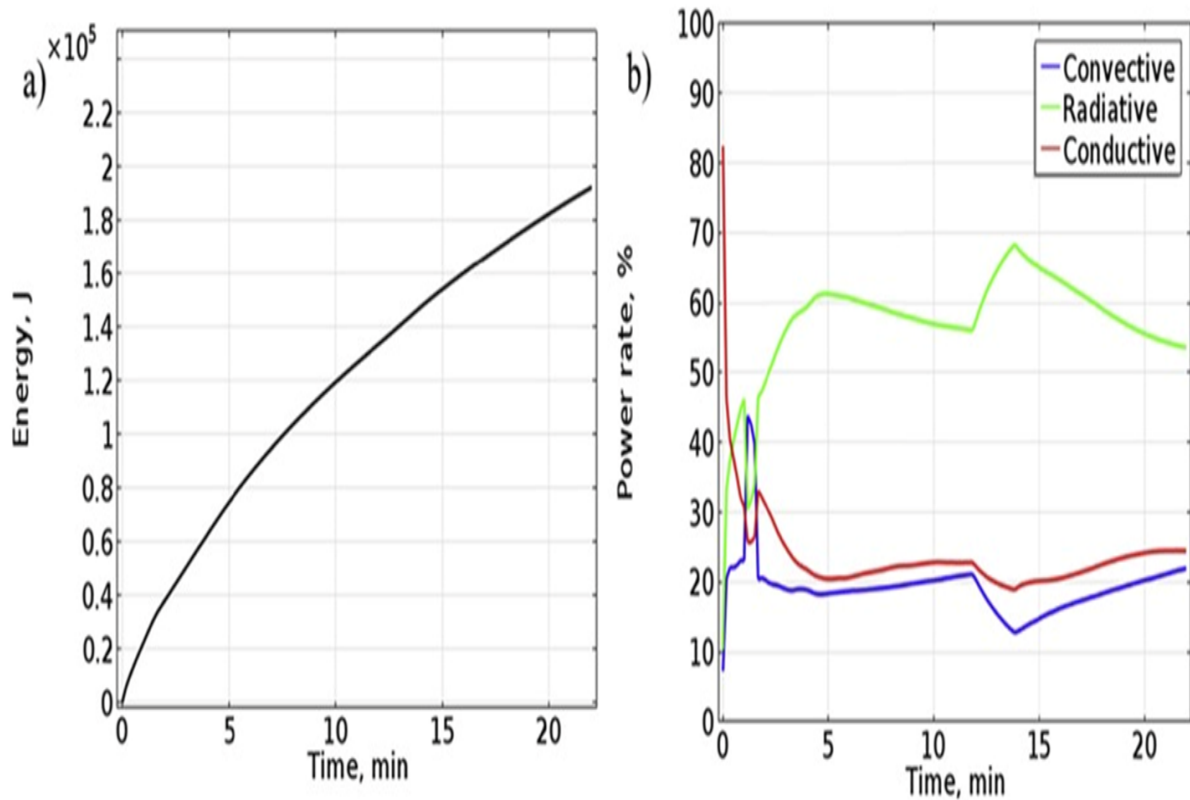


FIGURE 1.18 – Energie reçu pendant la cuisson d'un pain brioche (a) et la répartition des flux par radiation, conduction, et convection (b).

le transfert de chaleur, l'analyse des contributions indique que pendant les 20 premières secondes, la sole contribue en moyenne à hauteur de 80 % de la demande en énergie.

### La cuisson du pain campagne ou pain KUMBA

Les travaux de Zinedine Khatir [52] porte sur la cuisson du pain campagne (voir figure 1.19) dans des fours industriels à chauffage direct avec injection de vapeur d'eau. Dans ses travaux, les conditions aux limites prenant en compte le transfert radiatif, et la résistance thermique de contact du moule n'ont pas encore été totalement prises en compte pour des fours à pain utilisant des combustibles solides. Ces travaux montrent bien que les conditions de cuisson des pains campagnes de tailles familiales présentent des difficultés majeures pour les prises en comptes de certains modèles.



FIGURE 1.19 – Image du pain campagne ou pain KUMBA

### 1.5.2 Temps de cuisson du pain

Les thématiques liées aux temps de cuisson et aux critères de qualité n'ont pas été moindre dans les processus de fin de cuisson comme le montre bien la figure 1.20 pour deux méthodes de cuissons différentes et aboutissant au même temps de cuisson. Les travaux

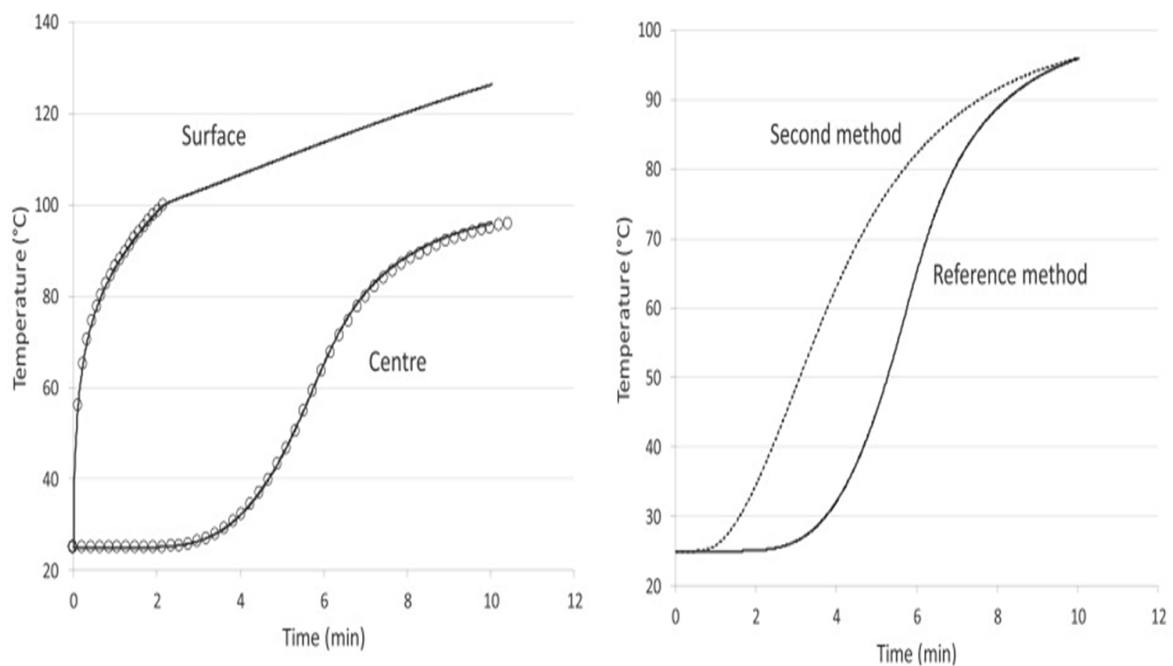


FIGURE 1.20 – Evolution de la température en fonction du temps de cuisson.

de Emmanuel Purlis [28] montrent que le temps de cuisson et les niveaux de température sont des paramètres clés pour la qualité de cuisson. Bien que les hautes températures raccourcissent les temps de cuissons, ils ont un effet néfaste sur la qualité des produits à cuire : notamment la texture et la coloration. Le temps de fin de cuisson est marqué par des indicateurs de qualité tels que la gélatinisation et le brunissement [18, 19, 20].

### 1.5.3 Critères de qualité : gélatinisation et brunissement

La gélatinisation et le brunissement sont deux paramètres essentiels et déterminants pour la qualité de cuisson [29, 31]. Dans ce contexte, ces deux paramètres sont dépendants de la température et de l'activité en eau en chacun des points considérés.

La gélatinisation est un paramètre indicatif de l'état de transition de la pâte vers la mie. Elle évalue l'indice de cuisson interne avec des valeurs comprises de 0 à 1. Lors que la valeur de la gélatinisation est égal à 1, le pain est considéré comme cuit. La figure 1.21 présente le profil d'évolution de la gélatinisation pendant le processus de cuisson et l'image correspondant dans un processus de cuisson réel.

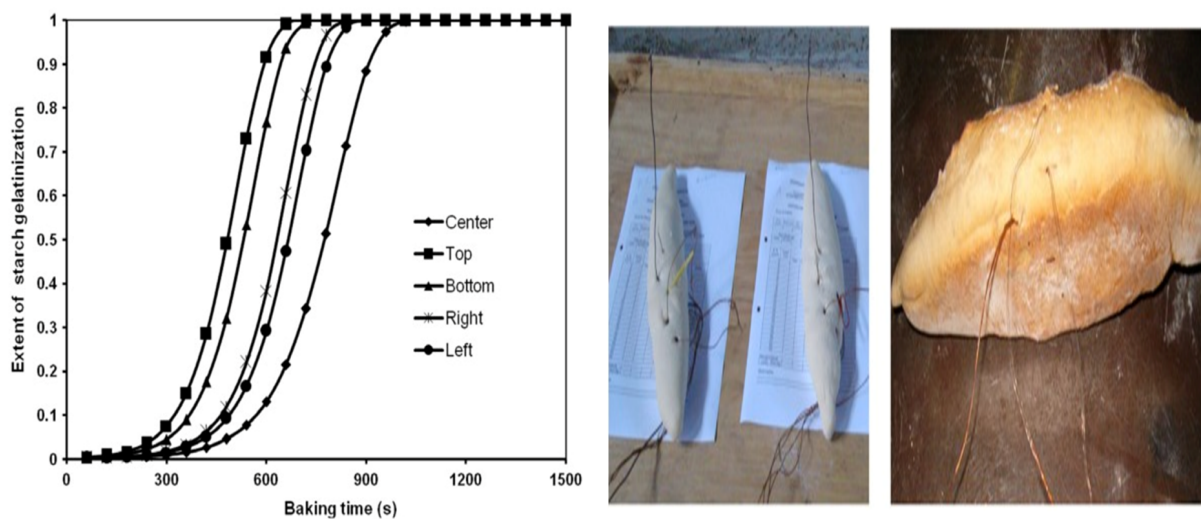


FIGURE 1.21 – Profil d'évolution de la gélatinisation pendant le processus de cuisson (Gauche) et l'image correspondant dans un processus de cuisson réel (Droite).

Le brunissement est le paramètre responsable des réactions chimiques et indicateur du degré de brunissement en surface. Ses valeurs vont de 0 (pour le blanc) à 52 (pour la couleur brune). La figure 1.22 représente le profil temporel de l'évolution du brunissement et l'image correspondante représente la couleur de l'évolution du brunissement pendant le processus de cuisson réel.

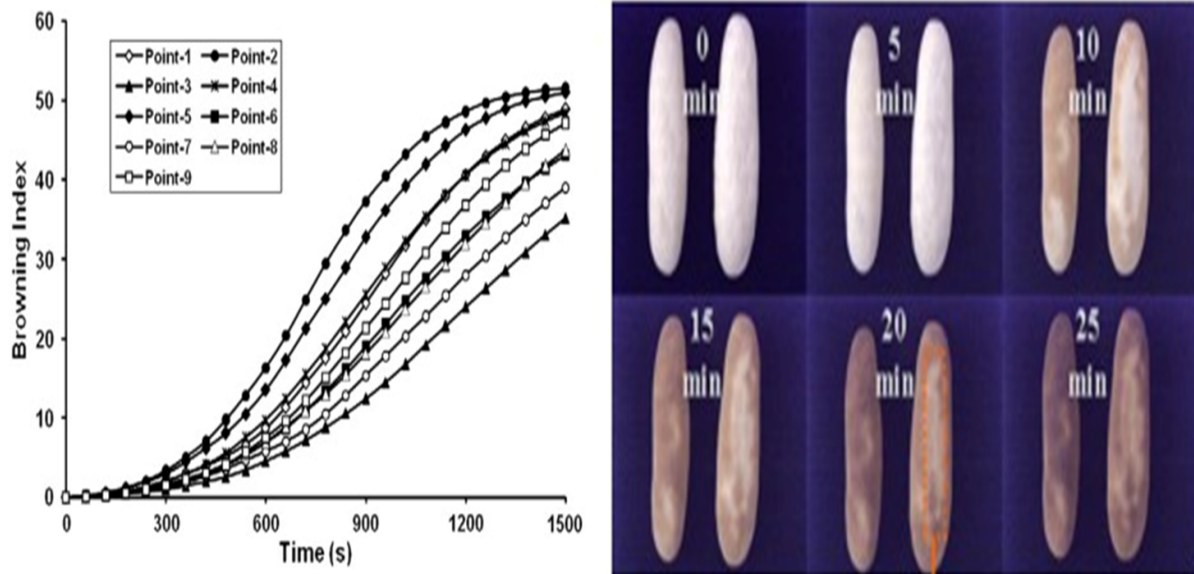


FIGURE 1.22 – Profil temporel de l'évolution du brunissement (Gauche) et l'image correspondante (Droite) représente la couleur de l'évolution du brunissement pendant le processus de cuisson réel.

Malgré les progrès technologiques et le développement des outils numériques, nous constatons que, les modèles des fours à pain utilisant les combustibles solides restent un défi majeur dans les thématiques de recherche actuelle. À cela vient s'ajouter la difficulté de prise en compte des transferts radiatifs dans le processus de cuisson des pains KUMBA. Dans notre travail, il sera question de proposer un modèle de four à pain utilisable dans un environnement pouvant prendre en compte les réalités énergétiques. Une fois le modèle de four validé, nous proposerons un modèle de cuisson de pain campagne de taille familiale; prenant en compte le transfert simultané de chaleur et de masse et les conditions aux limites avec transfert de chaleur par rayonnement. Le suivi et le contrôle des paramètres de qualité feront aussi l'objet d'une attention particulière.

## 1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes classes de fours à pain présent dans la littérature, Nous avons aussi présenté la réalité sur le terrain en exposant le réel problème des boulangeries locales.

La revue de la littérature ressort une large gamme de travaux sur les fours, traitant les problèmes de modélisation mathématiques du comportement thermique des différentes configurations des fours. Les simulations numériques apportent une large contribution dans

le développement des industries des boulangeries à travers le développement des codes de simulation numérique facilitant les évaluations d'efficacité énergétique.

Les procédés expérimentaux ont aussi fait l'objet d'une description. L'automatisation des fours à partir des techniques de la mécatronique n'a pas été moindre. Nous avons pu observer aux travers des précédents travaux que l'intégration des systèmes intelligents tels que les capteurs d'images, de pression, de température et autres outils de contrôle sont des éléments indispensables pour les boulangeries modernes. À la fin de ce chapitre nous avons présenté les processus de cuisson des différentes gammes de pains les plus présents dans la littérature et sur le terrain. Notamment : le pain français aussi appelé pain baguette, le pain brioche, couramment appelé pain italien, et en fin un modèle de pain campagne localement appelé pain KUMBA. Le pain « kumba » retiendra notre attention dans la suite de notre travail.

---

## MATÉRIELS ET MÉTHODES

---

### 2.1 Introduction

Ce chapitre sert de cadre à la présentation des détails sur le matériel et les méthodes utilisés. Dans la première section, nous présenterons le matériel ayant permis de réaliser le prototype et l'enregistrement des données ; notamment le brûleur, la chambre de chauffage, la chambre de cuisson, le système électrique d'alimentation, le système de soufflerie, et le dispositif d'enregistrement. Dans la deuxième partie, nous parlerons des méthodes mathématiques ayant servies pour l'obtention des équations du chauffage du four, et du processus de cuisson du pain. Une fois le modèle obtenu, nous présenterons dans la troisième partie, les méthodes numériques pour la résolution des équations de chauffage du four d'une part et de cuisson du pain d'autre part. A la fin de ce chapitre nous ferons une description de la technique d'optimisation et des procédures expérimentales utilisées.

### 2.2 Matériel expérimental

Le matériel expérimental utilisé pour le prototype se présente en deux grandes parties : les composants du système thermique et les composants du système d'acquisition des données.

La figure 2.1 nous présente le prototype complet avec les différentes parties. Les différentes parties du prototype, annoté par des lettres se présentent comme suit :

- A**= l'entrée de la biomasse dans le brûleur,
- B**= la chambre de chauffage,
- C**= la chambre de cuisson,
- D**= les sondes thermocouples type-K,
- E**= le brûleur à biomasse,
- F**= le système de ventilation mécanique,
- G**= analyseur de paramètre électrique du souffleur,
- H**= sortie des cendres du bruleur.

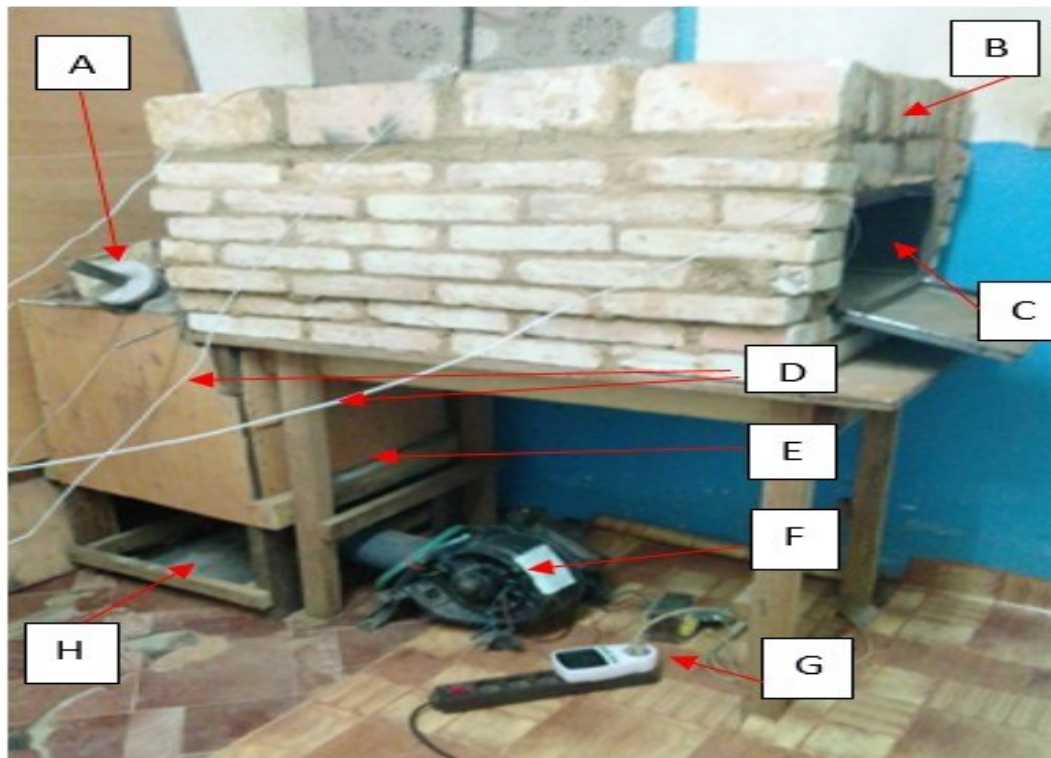


FIGURE 2.1 – Prototype expérimental complet

### 2.2.1 Composants thermiques du dispositif expérimental

Le prototype de four développé dans ce travail est constitué de trois sous-systèmes thermiques indépendants présentés comme suit :

- Un brûleur mobile et indépendant (BR), ayant une forme cylindrique et des parois isolées, à l'intérieur duquel se passe la combustion du combustible solide (charbon de bois le cas échéant).
- une chambre de chauffage (HC) de forme parallélépipédique, constitué en matériaux isolant (briquettes réfractaires).
- Une chambre de cuisson (BC) qui est un échangeur métallique fait en matériau bon conducteur de chaleur et de fine épaisseur.

Nous présenterons dans la suite le détail des différentes sous parties.

#### a) Le brûleur à combustible solide (BR)

Le brûleur réalisé dans le cadre de ce travail est fait entièrement de liant thermique (chamotte, silicate et argile). La figure 2.2 présente deux images.

La 2.2 (a) nous présente les étapes de préparation des orifices d'enfournement et de passages des sondes thermocouples. Les orifices utiles sont prévus pendant le moulage du brûleur. La 2.2 (b) présente un test de chauffage.



a) moulage de l'orifice du bruleur,

b) test de chauffage et mesure

FIGURE 2.2 – Etape de fabrication et de test du bruleur.

### b) La chambre de chauffage (HC) et la chambre de cuisson (BC)

Dans les fours à échangeurs métalliques à chauffage indirects, la combustion et les produits à cuire ne sont pas dans la même enceinte. Une fois la combustion produite dans le brûleur, les gaz chauds issus de la combustion sont transférés au moyen de la ventilation mécanique vers la chambre de stockage qui la transmet à la chambre de cuisson. Ici notre chambre de chauffage est un réservoir en forme parallélépipédique, munie d'une enveloppe isolante faite en briquettes réfractaires. La figure 2.3 nous présente ces deux chambres. La chambre de chauffage est conçue pour ce projet sur la base des dimensions de la chambre de cuisson et de l'épaisseur de l'interstice entre les deux chambres. La chambre de chauffage se monte sur site avec les briquettes et du liant thermique.



FIGURE 2.3 – Chambre de chauffage du four.

La chambre de cuisson est une enceinte métallique de faible épaisseur et de grande conductivité thermique. Elle est fabriquée localement par des artisans spécialistes dans la fabrication métallique. Dans cette chambre se déroule la cuisson du pain. Elle est totalement enveloppée dans la chambre de chauffage comme le montre la figure 2.3.

## 2.2.2 Composants mécatroniques du prototype expérimental

Le système mécatronique conçu pour la réalisation du prototype se compose de la façon suivante :

- Un système aérodynamique et de ventilation mécanique ;
- Un système électrique d'alimentation constitué d'un générateur solaire photovoltaïque hybride muni d'un analyseur de réseau ;
- Un système d'enregistrement des températures : sondes K-types thermocouples associés aux modules de conversion, des ordinateurs (chaque sonde est connectée à un ordinateur).

### a) Le système aérodynamique et de ventilation mécanique

Le système de ventilation mécanique permet de contrôler la combustion dans le bruleur, Il est composé des éléments suivants :

- un moteur qui génère la soufflerie ;
- un canalisateur de soufflerie ;
- un coude de conduite ;
- un filtre anti-retour ;
- Un transformateur muni d'un pont redresseur

La figure 2.4 présente le prototype conçu et réalisé pour le système de ventilation mécanique. Le système de soufflerie, alimenté par le générateur solaire, est conçu pour canaliser l'air frais dans le bruleur afin d'activer la combustion et transférer la chaleur dans la chambre de chauffage.

### b) Le système d'enregistrement des températures

Le système d'enregistrement des données est un bloc constitué des éléments suivants : les sondes thermocouples type k, les modules de conversions Max6675, les modules d'horloges DS3231, les modules de stockage SD CARD, le microcontrôleur Arduino et accessoires, les ordinateurs.

### Les sondes thermocouples types-k



FIGURE 2.4 – Souffleur muni de son système de canalisation.

Une sonde thermocouple est un type de capteurs de température aussi appelé RTD (détecteur de température à résistance) qui est fabriqué à partir du platine. L'élément Pt100 a une résistance de  $100\ \Omega$  à  $0^{\circ}\text{C}$ . Et il est de loin le capteur Pt100 le plus utilisé. Le capteur Pt500 a une résistance de  $500\ \Omega$  à  $0^{\circ}\text{C}$ , et le capteur Pt1000 a une résistance de  $1000\ \Omega$  à  $0^{\circ}\text{C}$ . Normalement, ces capteurs sont équipés d'une gaine de protection ou de montage pour former une sonde de température, et ceux-ci sont couramment appelés des PRT (thermomètre à résistance de platine). La figure 2.6 (a) nous présente une sonde thermocouple de type K.

### **Le module MAX6675**

La figure 2.6 (b) nous présente Le module Max6675. C'est un module de conversion de température en données numériques, permettant de relier la sonde thermocouple au kit Arduino.

### **Module DS3231 RTC chip**

La figure 2.6 (c) nous présente le module DS3231. Au cœur du module se trouve une puce RTC à faible coût et extrêmement précise. Il gère toutes les fonctions de chronométrage et dispose d'une simple interface I2C à deux fils qui peut être facilement interfacée avec n'importe quel microcontrôleur.



FIGURE 2.5 – Composants de l'acquisition des donnés

### Module SD CARD

L'unité de stockage est présentée à la figure 2.6 (d). Le stockage des données est l'une des parties les plus importantes de chaque projet. Il existe plusieurs façons de stocker des données en fonction du type et de la taille des données. Les cartes SD et micro SD sont parmi les plus pratiques des périphériques de stockage, elles sont utilisées dans des appareils tels que les téléphones portables, les mini-ordinateurs.

**Microcontrôleur ARDUINO et accessoires :** Arduino est la marque d'une plateforme de prototypage qui permet aux utilisateurs de créer des objets électroniques interactifs à partir de cartes électroniques matériellement libres sur lesquelles se trouve un microcontrôleur (d'architecture Atmel AVR comme l'Atmega 328p, et d'architecture ARM comme le Cortex-M3 pour l'Arduino Due). La figure 2.6 (c) nous présente un aperçu d'un modèle d'Arduino. Chaque module possède au moins un régulateur linéaire 5 V et un oscillateur à quartz 16 MHz (ou un résonateur céramique dans certains modèles).

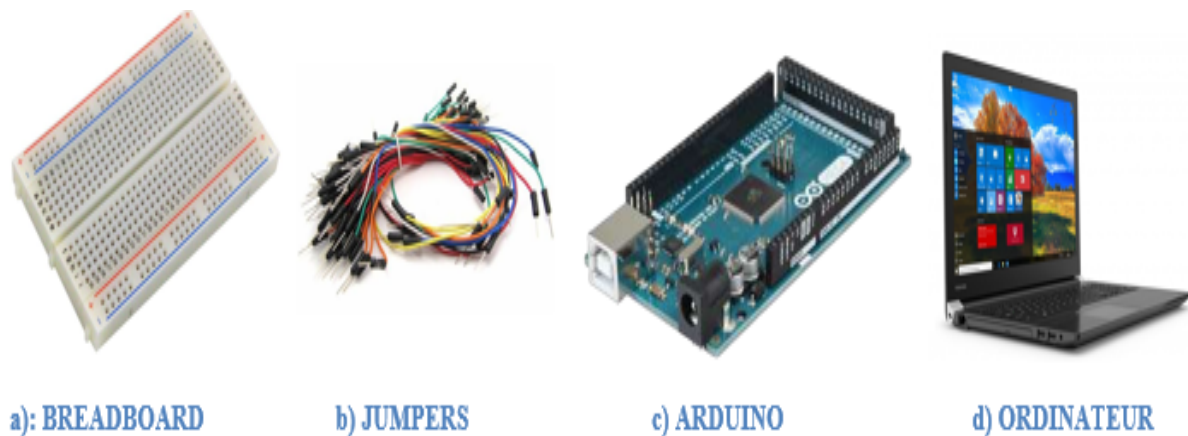


FIGURE 2.6 – Kit Arduino et accessoires

**Jumpers** (câble d'interconnexion) : Assurent la connectivité et les différentes liaisons entre le microcontrôleur et les différentes parties ou composants du système il est représenté à la figure 2.6 (b).

**breadboard** : La figure 2.6 (a), présente une plaque à essai, jouant le rôle de platine d'interconnexion de tous les composants électroniques.

**Ordinateur portable** : Pour la réalisation de cette phase expérimentale, un PC au système d'exploitation Windows, est utilisé pour la collecte et l'analyse des données récoltées. La figure 2.6 (d) nous présente un ordinateur portable.

### c) Le bloc électrique : le générateur photovoltaïque

Le réseau électrique public est instable et plein de fluctuations. Dans le cas de notre expérience les moindres perturbations du réseau influencent fortement le système aérodynamique de la soufflerie. En prenant en compte le fait que le maintien de la température est conditionné par la force de la soufflerie, il est impératif de concevoir et réaliser un système d'alimentation fiable. Le système conçu à cet effet est constitué des éléments présentés à la figure 2.7.



FIGURE 2.7 – Système électrique central

**Le champ solaire photovoltaïque** : Le champ solaire présenté à la figure 2.7 (a) est normalement raccordé au contrôleur de charge par le biais du boîtier de raccordement. Il permet de produire l'énergie nécessaire à l'alimentation du système de ventilation mécanique. L'analyse des besoins nous a permis de montrer que deux modules solaires 12V/100Wc, seront suffisants pour assurer le besoin énergétique de notre prototype durant les périodes d'essai.

**Le convertisseur solaire photovoltaïque** : La figure 2.7 (a), présente le convertisseur solaire, il permet de protéger la batterie contre les décharges profondes et les charges excessives. Il assure le lien entre le champ solaire photovoltaïque et la batterie.

**Un analyseur de réseau basse tension** : Présenté à la figure 2.7 (d), il est placé en sortie de l'onduleur central et permet de prélever les paramètres électriques du système de ventilation mécanique.

**Le convertisseur à batterie ou onduleur** : Le convertisseur à batterie est le dispositif central de notre système électrique, permettant de transformer le courant CC issue de la batterie en courant AC, compatible au réseau, Le convertisseur dimensionné dans le cadre de ce projet est un convertisseur LIT (12 V/500 W, présenté à la figure 2.7. Il est normalement connecté aux charges entre le coffret de raccordement du réseau et la batterie.

Pour rendre le système stable et éviter les aléas atmosphériques, nous avons installé un système back-up d'énergie capable de venir en secours à notre système central, La figure 2.8 présente les composants utilisés.



FIGURE 2.8 – Système back-up.

**Le convertisseur hybride ou système back-up** : Le convertisseur hybride est le back-up de notre système électrique, permettant de recharger la batterie en cas de défaillance du champ solaire. Le convertisseur utilisé dans le cadre de ce projet est un convertisseur SU-KAM FALCOM (12 V/1100 VA), présenté à la figure 2.8 (b), il est normalement connecté à la batterie et au réseau électrique publique.

**La batterie de stockage d'énergie** : Le rôle de la batterie est de stocker l'énergie produite, par le champ solaire et de la restituer pendant les moments de faibles irradiations solaires. La figure 2.8 (c) nous présente la batterie AOKLY12 V/100 Ah, qui est chargé simultanément par le contrôleur de charge et par l'onduleur hybride afin d'assurer la continuité de la disponibilité de l'énergie aux bornes de l'onduleur central LIT12 Ah/500 W.

### 2.2.3 Prototype expérimental complet

Le dispositif expérimental est un ensemble de sous système constitué du : le système d'enregistrement, le système électrique, le système de ventilation mécanique, et le système thermique.

Le schéma de câblage du système d'enregistrement : le schéma de câblage réalisé dans proteus et présenté à la figure 2.9 est celui dédié à une seule sonde. Pour les six sondes, il en faudra six identiques.

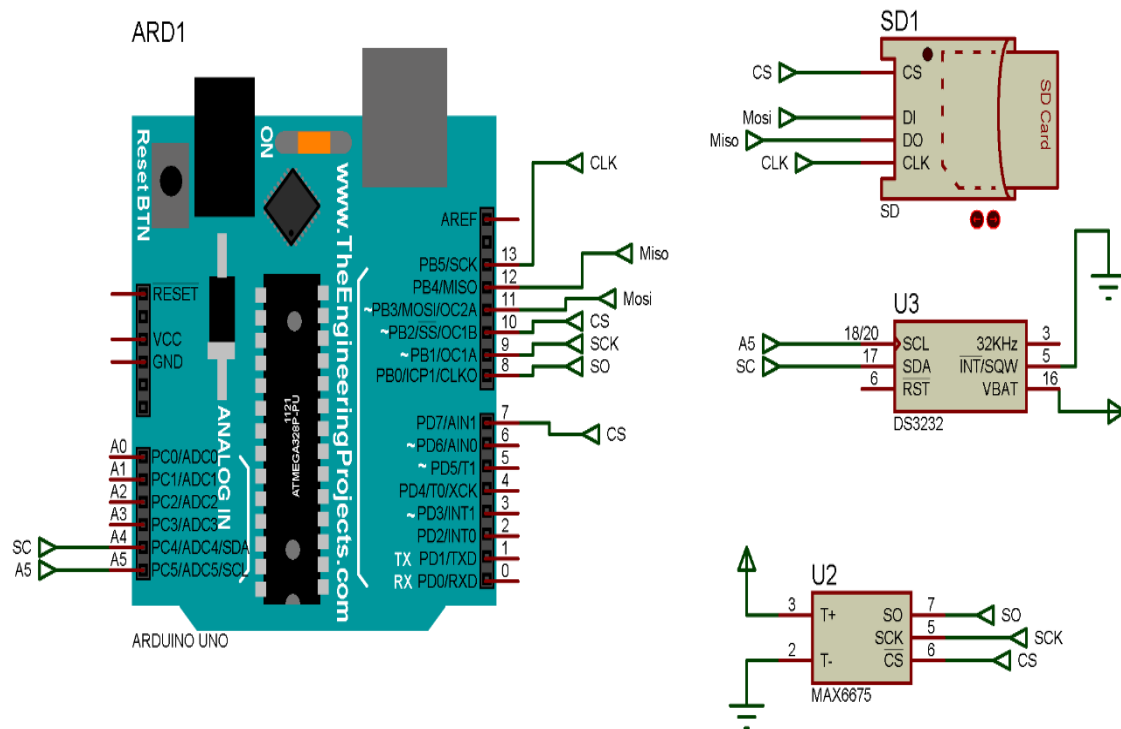


FIGURE 2.9 – Schéma de câblage du kit Arduino.

Après la conception du schéma dans proteus, nous passons à la réalisation. le schéma de la figure 2.10, présente la maquette expérimentale réalisée pour la conversion de la température.

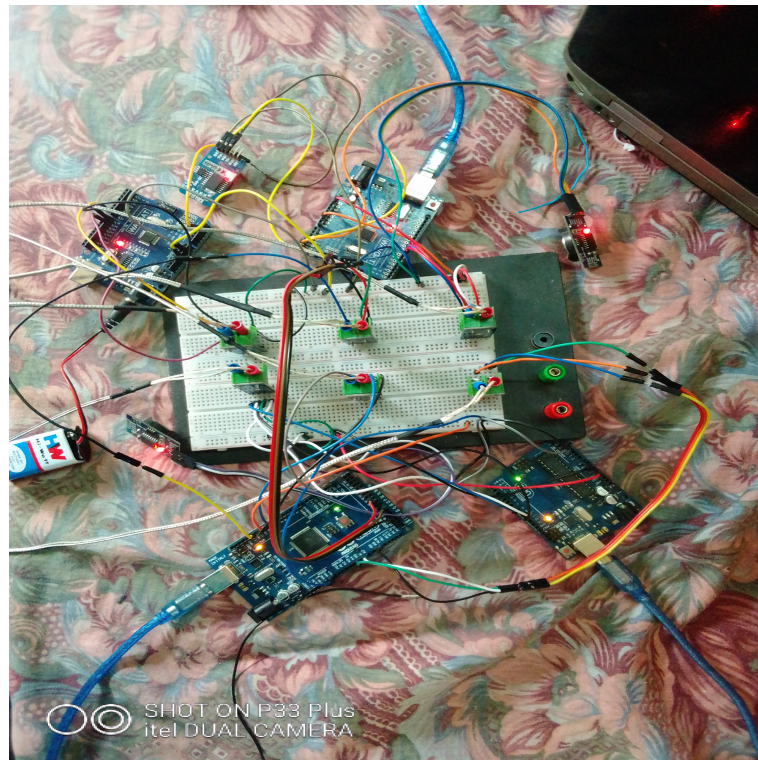


FIGURE 2.10 – Dispositif d'enregistrement des températures.

**Le système électrique d'alimentation** : C'est un générateur d'énergie dont le schéma de câblage complet est représenté à la figure 2.11.

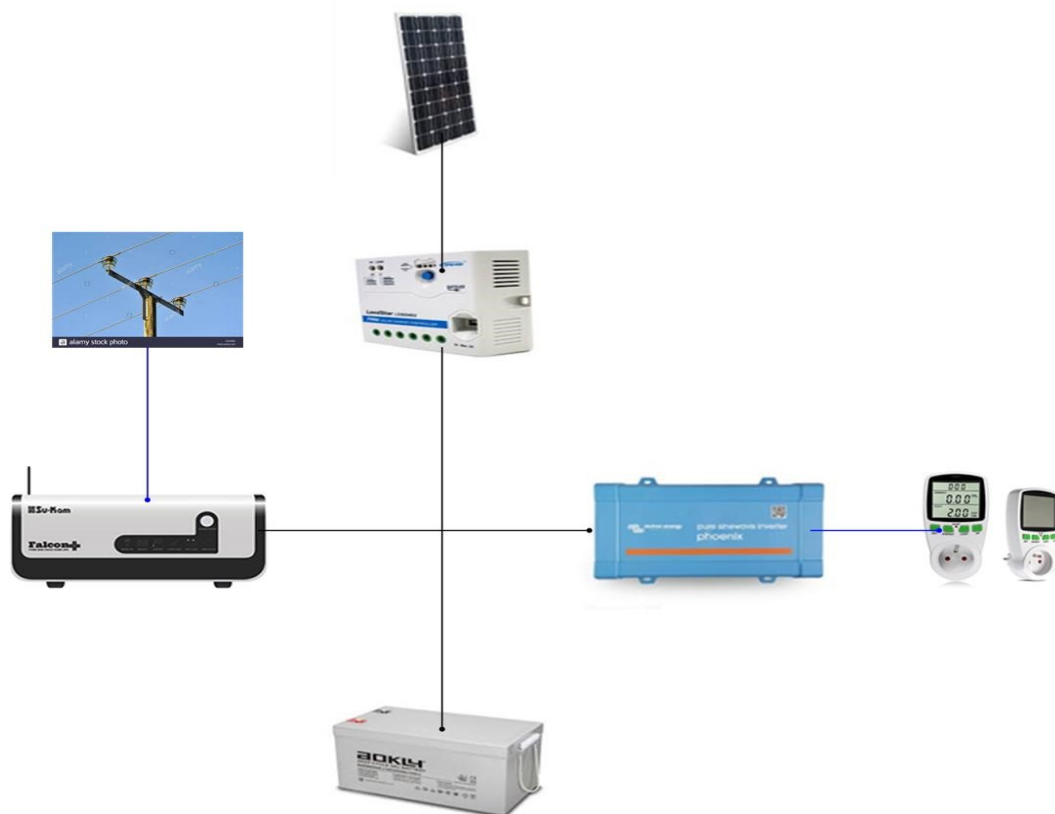


FIGURE 2.11 – Schéma de câblage du système solaire.



a) générateur électrique back-up

b) générateur électrique central

FIGURE 2.12 – Dispositif expérimental du générateur solaire.

Les deux schémas de la figure 2.12, (a) et (b), sont couplés au réseau électrique publique par le biais de l'onduleur backup.

## 2.3 Méthodes mathématiques

### 2.3.1 Modélisation mathématique du processus de chauffage hybride

#### a) Formulation mathématique du transfert de chaleur

Pour modéliser tout système thermique, il convient avant tout de définir le système, délimiter son domaine, ensuite établir l'inventaire des flux de chaleur mis en jeu. Les flux de chaleur sont :

$\varphi_{st}$  = flux stocké dans système,

$\varphi_g$  = flux généré dans le système,

$\varphi_e$  = flux entrant dans le système,

$\varphi_s$  = flux sortant du système.

On applique le premier principe de la thermodynamique pour établir le bilan d'énergie du système.

$$\varphi_{st} + \varphi_s = \varphi_g + \varphi_e \quad (2.1)$$

Il faut ensuite établir les expressions des différents flux d'énergie. En reportant ces expressions dans le bilan d'énergie, on obtient l'équation différentielle dont la résolution permet de connaître l'évolution de la température en chaque point du système.

### Convection

C'est le transfert de chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par déplacement du fluide. Ce mécanisme de transfert est régi par la loi de Newton :

$$\varphi_{cv} = h_{cv} S_{cv} (T_p - T_a) \quad (2.2)$$

$\varphi_{cv}$  ; Flux de chaleur transmis par convection ( $W$ ),

$h_{cv}$  ; Coefficient de transfert de chaleur par convection ( $W/m^2/K$ ),

$T_p$  ; Température de surface du solide ( $^{\circ}C$ ),

$T_a$  ; Température du fluide loin de la surface du solide ( $^{\circ}C$ ),

$S_{cv}$  ; Air de la surface de contact solide/fluide ( $m^2$ ).

### Rayonnement

C'est un transfert d'énergie électromagnétique entre deux surfaces (même dans le vide). Dans les problèmes de conduction, on prend en compte le rayonnement entre un solide et le milieu environnant et dans ce cas nous avons la relation :

$$\varphi_{ra} = \varepsilon_p \sigma S_{ra} (T_p^4 - T_a^4) \quad (2.3)$$

$\varphi_{ra}$  ; flux de chaleur transmis par rayonnement ( $W$ ),

$\sigma$  ; constante de Stefan,

$\varepsilon_p$  ; facteur d'émission de la surface,

$T_s$  ; température de la surface ( $K$ ),

$T_a$  ; température du milieu environnant la surface ( $K$ ),

$S_{ra}$  ; aire de la surface ( $m^2$ ).

### Flux de chaleur lié à un débit massique

Lorsqu'un débit massique  $m$  de matière entre dans le système à la température  $T_e$  et en ressort à la Température  $T_s$  on doit considérer dans le bilan thermique un flux de chaleur entrant correspondant :

$$\varphi_e = C_p D_{mg} (T_e - T_s) \quad (2.4)$$

$\varphi_e$  ; Flux de chaleur entrant dans le système ( $W$ ),

$D_{mg}$  ; Débit massique ( $kg/s$ ),

$C_p$  ; Chaleur spécifique ( $J/kg$ ),

$T_e - T_s$  ; Différence entre températures d'entrée et de sortie ( $K$ ).

### Stockage d'énergie

Le stockage d'énergie dans un corps correspond à une augmentation de son énergie interne au cours du temps (à pression constante et en l'absence de changement d'état) :

$$\varphi_{st} = C_1 M_1 \left( \frac{dT_1}{dt} \right) \quad (2.5)$$

$\varphi_{st}$  ; Flux de chaleur stocké ( $W$ ),

$M_1$  ; Masse ( $kg$ ),

$C_1$  ; Chaleur spécifique ( $J/^\circ C kg$ ).

### Génération d'énergie

Elle intervient lorsqu'une autre forme d'énergie (chimique, électrique, mécanique, nucléaire) est convertie en énergie thermique. On peut l'écrire sous la forme :

$$\varphi_g = Q * V \quad (2.6)$$

$\varphi_g$  ; Flux d'énergie thermique générée ( $W$ ),

$Q$  ; Densité volumique d'énergie générée ( $W/m^3$ ),

$V$  ; Volume ( $m^3$ ).

### b) Description du système physique et hypothèses simplificatrices

Dans le but d'obtenir un modèle simple et exploitable, il est important d'effectuer des hypothèses simplificatrices. Ces hypothèses sont justifiées dans les travaux mis en références pour des procédés similaires [47]. La figure 2.13, nous présente le schéma global du four avec les échanges thermiques.

Les hypothèses sont formulées comme suit :

- Le charbon de bois est homogène,
- L'écoulement des gaz chauds dans les compartiments du four est laminaire et unidirectionnel,
- Les températures des gaz chauds et du charbon de bois sont pris par leur valeur moyenne,

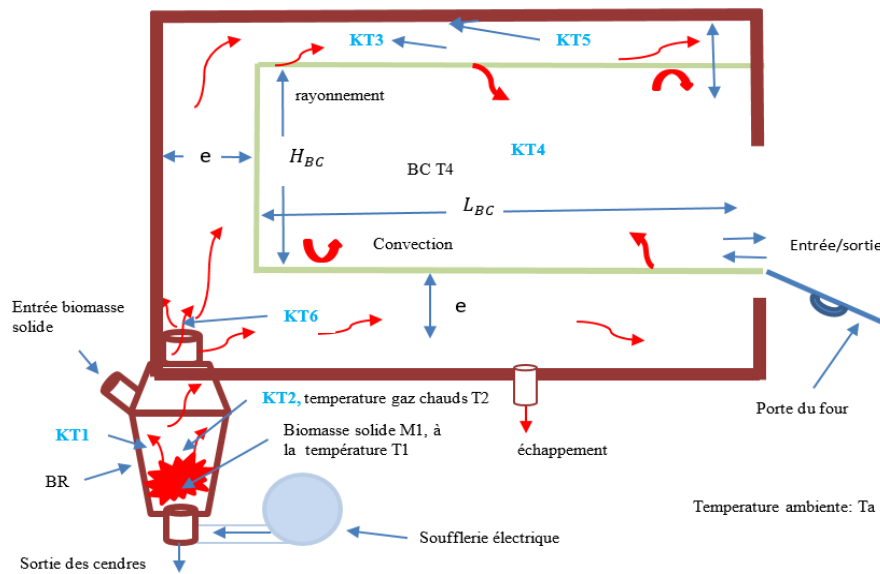


FIGURE 2.13 – schéma descriptif du four complet vide

- Les parois du four sont à une température uniforme dans chaque compartiment, et
- Le débit de charbon de bois entrant dans le brûleur est constant.

### c) Modélisation de la consommation du combustible solide

La modélisation de la masse de charbon présente dans le brûleur est obtenue en effectuant un bilan de masse, ce qui nous donne la dynamique décrivant l'évolution de la masse dans le brûleur [47].

$$\left(\frac{dM_1}{dt}\right) = -V_{mc}M_1 + D_{M1} - D_{mv} - D_{ce} \quad (2.7)$$

$M_1$ ; masse du charbon de bois dans le brûleur ( $kg$ ),

$V_{mc}$ ; vitesse massique de combustion du charbon ( $kg/kg.s$ ),

$D_{mv}$ ; débit des matières volatiles du charbon ( $kg/s$ ),

$D_{ce}$ ; débit des cendres dans le charbon ( $kg/s$ ),

$D_{M1}$ ; débit du combustible solide entrant dans le brûleur ( $kg/s$ ),

Pour résoudre l'équation de la dynamique de la masse de charbon, il faut déterminer les paramètres  $V_{mc}$ ,  $D_{mv}$  et  $D_{ce}$ .

Le débit des matières volatiles et de débit des centres sont fonction de la qualité du charbon utilisé et de la température de combustion. Ils sont donnés par les relations suivantes [47].

$$D_{mv} = \tau_{mv} * D_{M1} \quad (2.8)$$

$$D_{ce} = \tau_{cd} * D_{M1} \quad (2.9)$$

où,  $\tau_{mv}$  et  $\tau_{cd}$  sont respectivement le taux des matières volatiles et le taux des cendres dans le charbon.

### La vitesse massique de combustion

Afin de rendre les analyses de ces phénomènes plus faciles, les grains de charbon seront traités comme des sphères de même diamètre [47]. Nous supposons de plus que la réaction entre le carbone et l'air se déroule uniquement à la surface externe du charbon. La vitesse massique de combustion peut s'écrire :

$$V_{mc} = f * Y_0 * S_{rc} \frac{h_d * h_c}{(h_d + h_c)} \quad (2.10)$$

$f$  : Masse de charbon consommée par kg d'oxygène ( $kg/kg$ ) ( $f$  est égale à 12/32 pour une combustion complète) [47].

La concentration en oxygène au centre du courant d'air est défini par [47] :

$$Y_0 = 0.104 * (1 - e_a) \quad (2.11)$$

Et le coefficient de diffusion des gaz est défini comme suit :

$$h_d = 0.00417 * \left(\frac{1}{d_1}\right)^{0,25} * \left(\frac{D_2}{S_b}\right)^{0,75} \quad (2.12)$$

$e_a$ , est le taux d'excès d'aire dans le brûleur,  $d_1$  est le diamètre des grains de charbon,  $D_2$ , est le débit des gaz dans la couche de charbon,  $S_b$ , est la section de base de passage des gaz provenant du souffleur.

Le chauffage du charbon dans le brûleur étant simultanée, lorsque la température du charbon atteint  $1000^\circ C$ , le processus chimique est beaucoup plus rapide que celui de la diffusion des gaz.

$$h_c \gg h_d \quad (2.13)$$

D'où

$$V_{mc} = f * Y_0 * S_{rc} * h_d \quad (2.14)$$

A cette température, la vitesse massique de combustion est indépendante de la température du charbon, la diffusion des gaz croît avec la vitesse des gaz et contrôle la combustion.

En prenant en compte toutes les grandeurs précédentes, nous obtenons l'expression définissant la vitesse massique de combustion dans le brûleur [47].

$$V_{mc} = 1.147 * 10^{-4} * (1 - e_a) * \phi_{cc} * \left( \frac{D_2}{S_b} \right)^{0,75} \quad (2.15)$$

où  $\phi_{cc}$ , est le coefficient caractéristique du charbon.

$$\phi_{cc} = \frac{(1 - k_{cd})^{0,75}}{\theta_1 * (d_1)^{1,25}} \quad (2.16)$$

$\theta_1$ , est la densité de chargement de la couche de charbon dans le brûleur.

$k_{cd}$ , est l'indice de gonflement du charbon.

La vitesse massique de combustion est contrôlée par les débits des gaz chauds dans le brûleur qui est le terme de couplage entre le système thermique et le générateur électrique.

#### d) Modélisation de la température du charbon

En effectuant un bilan thermique sur les gaz dans le brûleur, la montée en température est donnée par l'équation suivante :[47].

$$C_1 M_1 \left( \frac{dT_1}{dt} \right) = V_{mc} M_1 PCI + C_1 D_{M1} T_{01} - h_{BR} S_{cv1} (T_1 - T_{BR}) - \varepsilon_1 \sigma S_{ra} (T_1^4 - T_{PBR}^4) \quad (2.17)$$

$T_1$ ; température du charbon dans le brûleur ( $^{\circ}C$ ),

$T_{PBR}$ ; température des parois du brûleur ( $^{\circ}C$ ),

$T_{01}$ ; température initiale du charbon entrant dans le brûleur ( $^{\circ}C$ ),

$S_{ra}$ ; aire de la surface de contact solide/fluide ( $m^2$ ).

$S_{cv1}$ ; surface convective du charbon ( $m^2$ ).

$V_{mc}$ ; vitesse massique de combustion du charbon ( $kg/kg.s$ ).

$h_{BR}$ ; coefficient de convection dans le brûleur ( $w/m^2.k$ ).

$PCI$ ; pouvoir calorifique inférieur du charbon ( $w/kg$ ).

$C_1$ ; chaleur spécifique du charbon ( $j/kg/k$ ).

Pour résoudre cette équation il faut connaître,  $S_{cv1}$ ,  $S_{ra}$ , et  $T_{PBR}$

Le rayonnement est le mécanisme prédominant de transfert thermique dans les fours industriels. Pour notre travail, le rayonnement sera décrit par le modèle surface-to-surface (S2S) [11, 15]. L'équation 2.18 décrit le modèle du mécanisme de transfert radiatif utilisé.

$$J_{pBR} = \varepsilon_{pBR} \sigma T_{pBR}^4 + (1 - \varepsilon_{pBR}) E_{pBR} \quad (2.18)$$

$J_{pBR}$ ; est la radiosité de la paroi du bruleur ( $w/m^2$ )

$E_{pBR}$ ; est l'éclairement de la paroi du bruleur ( $w/m^2$ )

$T_{pBR}$ ; est la température de la paroi du bruleur ( $^{\circ}C$ )

Nous appliquerons ce modèle au niveau des parois du brûleur. C'est le rayonnement du charbon qui réchauffe les parois du brûleur. La loi de la radiosité s'écrit sur les parois.

$$J_{pBR} = \varepsilon_{pBR} E_{pBR} \quad (2.19)$$

D'après la loi physique du rayonnement (la loi de Kirchoff généralisée et la loi de Stefan-Boltzman)

$$E_{pBR} = \sigma T_1^4 \quad (2.20)$$

En passant des densités de flux aux flux on introduit de chaque part les surfaces, et après simplification, nous obtenons :

$$T_{pBR} = \left( T_1^4 \frac{(2\varepsilon_{pBR} - 1) S_{ra}}{(\varepsilon_{pBR} S_{wBR})} \right)^{1/4} \quad (2.21)$$

La surface convective des gaz dans la couche de charbon est exprimée par une équation issue de la référence [48] : On assimile l'espace parcouru par le gaz dans la couche de charbon à une série de tubes parallèles et on définit un diamètre équivalent ou diamètre hydraulique  $D_h$  égal à [47] :

$$D_h = \frac{8 * \sigma * d_1}{3 * \pi (1 - \sigma)} \quad (2.22)$$

$\sigma$ , est le taux de vide,  $d_1$ , est le diamètre des grains.

La surface de réaction par kg de grains  $S_{rc}$  ( $m^2/kg$ ) est alors égale à la surface totale des tubes de diamètre  $D_h$  soit :

$$S_{rc} = \pi * D_h * H_t * n_t \quad (2.23)$$

avec :  $n_t$  nombre de tubes par kg de grain et  $H_t$ , hauteur des tubes [47]

$$n_t = \frac{\frac{\sigma}{\theta_1}}{\pi * D_h^2 * H_t * \theta_1} \quad (2.24)$$

$\theta_1$  est la densité de chargement de la couche de charbon,  $S_{rc}$ , peut être évalué par la formule suivante :

$$S_{rc} = \frac{3 * (1 - \sigma)}{d_1 * \theta_1} \quad (2.25)$$

A partir des équations ci-dessus,  $S_{cv}$  peut être obtenu par l'expression :

$$S_{cv} = S_{rc} * M_1 = \frac{3 * (1 - \sigma)}{d_1 * \theta_1} M_1 \quad (2.26)$$

Où,  $S_{rc}$  est la surface de réaction par kg de charbon ( $m^2/kg$ ), et  $M_1$  est la masse du charbon dans le brûleur ( $kg$ ).

En effectuant un raisonnement analogue, La surface rayonnante du charbon dans le brûleur est donnée par la formule suivante :

$$S_{ra} = 2 * (1 - \sigma) * \left(\frac{3}{4}\right) S_{BR} \quad (2.27)$$

Où  $\sigma$  est le taux de vide dans la couche,  $S_{BR}$  est la surface du brûleur.

### e) Modélisation de la température des gaz chauds dans le brûleur

Pendant la combustion du charbon dans le brûleur, les gaz chauds s'échappent avec une température  $T_2$ . Un bilan thermique appliqué aux gaz chauds dans le brûleur nous donne l'équation modélisant la montée en température des gaz chauds.

$$C_{T_2} \left( \frac{dT_2}{dt} \right) = V_{mc} M_1 PCI - \varepsilon_1 \sigma S_{ra} (\varepsilon_2 T_2^4 - T_{PBR}^4) - C_2 D_2 (T_{sBR} - T_a) - \frac{(T_2 - T_a)}{R_{BR}} \quad (2.28)$$

$T_2$ ; température des gaz chauds dans le brûleur ( $^{\circ}C$ ),

$T_{sBR}$ ; température des gaz en sortie du brûleur ( $^{\circ}C$ ),

$T_a$ ; température extérieure de l'environnement ( $^{\circ}C$ ),

$C_{T_2}$ ; capacitance thermique des gaz dans le brûleur ( $J/^{\circ}C$ ).

$R_{BR}$ ; résistance thermique du brûleur ( $^{\circ}C/W$ ).

La sortie du brûleur constitue l'entrée de la chambre de chauffage.

Nous prenons la température en sortie du brûleur par sa valeur moyenne suivante :

$$T_{sBR} = \frac{(T_2 + T_{eBR})}{2} \quad (2.29)$$

En régime permanent, cette température est aussi donnée par l'expression :

$$C_2 D_2 (T_{sBR}) = V_{mc} M_1 PCI - \frac{(T_2 - T_a)}{R_{BR}} \quad (2.30)$$

Le débit des gaz chauds qui circulent dans le brûleur est contrôlé par la ventilation mécanique développée par le souffleur. La relation entre les débits des gaz chauds et la puissance de la ventilation mécanique est donnée par les référence [2, 39] :

$$D_g = \frac{P_{vm}}{\Delta P_g} \quad (2.31)$$

$$\Delta P_g = (\rho_e(T) - \rho_s(T)) * g * \sigma * H_{BR} \quad (2.32)$$

$$P_{vm} = P_{el} - P_{pch} \quad (2.33)$$

Où

$P_{vm}$  est La puissance de la ventilation mécanique,

$\Delta p_g$  est la différence de pression entre l'entrée et la sortie du brûleur,

$(\rho_e(T) - \rho_s(T))$  est la différence de masse volumique entre l'entrée et la sortie du brûleur ,

$g$  est l'accélération de la pesanteur,

$H_{BR}$  est la hauteur du brûleur,

$\sigma$  est le taux de vide dans la couche de charbon.

#### f) Modélisation de la température des gaz dans la chambre de chauffage

La température des gaz chauds dans la chambre de chauffage est donnée par le bilan thermique appliqué sur les gaz dans la dite chambre. Nous obtenons donc :

$$C_{T3} \left( \frac{dT_3}{dt} \right) = C_2 D_2 (T_{sb} - T_a) - \varepsilon_{HC} \sigma S_{HC} (\varepsilon_3 T_3^4 - T_{pHC}^4) - \varepsilon_{BC} \sigma S_{BC} (\varepsilon_3 T_3^4 - T_{pBC}^4) - h_{HC} S_{BC} (T_3 - T_{pBC}) - C_3 D_{Ec} (T_{Ec} - T_a) - \frac{(T_3 - T_a)}{R_{HC}} \quad (2.34)$$

$T_3$ ; température des gaz chauds dans la chambre de chauffage ( $^{\circ}C$ ),

$T_{pBC}$ ; température des parois dans la chambre de cuisson ( $^{\circ}C$ ),

$T_{pHC}$ ; température des parois dans la chambre de chauffage ( $^{\circ}C$ ),

$R_{HC}$ ; résistance thermique des parois de la chambre de chauffage ( $^{\circ}C/W$ ),

$h_{HC}$ ; coefficient d'échange par convection,

$S_{HC}$ ; surface totale de la chambre de chauffage ( $m^2$ ),

$S_{BC}$ ; surface totale de la chambre de cuisson ( $m^2$ ),

$C_{T3}$ ; capacitance thermiques des gaz chauds ( $J/^{\circ}C$ ),

$D_{Ec}$ ; débit des gaz en sortie d'échappement ( $kg/s$ ).

Un raisonnement analogue de la radiosité est appliqué aux parois de la chambre de chauffage,

$$J_{pBR} = \varepsilon_{pBR} \sigma T_{pBR}^4 + (1 - \varepsilon_{pBR}) E_{pBR} \quad (2.35)$$

Les gaz chauds issus du bruleur et traversant la couche de l'interstice réchauffent les parois, le rayonnement incident s'écrit :

$$E_{pHC} = \sigma \varepsilon_2 T_3^4 + \sigma (1 - \varepsilon_2) T_{pHC}^4 \quad (2.36)$$

En introduisant les surfaces ( $S_{BC}, S_{HC}$ ) mises en jeu, nous passons aux flux, et après remplacement nous avons :

$$T_{pHC} = \left[ \left( 1 - \frac{(1 - \varepsilon_{pBR}) S_{BC}}{\varepsilon_{pHC} S_{HC}} \right) (\varepsilon_3 T_3^4 + (1 - \varepsilon_3) \varepsilon_{pBC} T_{pBC}^4) \right]^{1/4} \quad (2.37)$$

### g) Modélisation du chauffage dans la chambre de cuisson

En effectuant un bilan thermique sur les gaz dans la chambre de cuisson, on obtient :

$$C_{T4} \left( \frac{dT_4}{dt} \right) = h_{BC} S_{BC} (T_{pBC} - T_4) + \varepsilon_{BC} \sigma S_{BC} (T_{pBC}^4 - T_4^4) - \varepsilon_p \sigma S_{pp} (T_{pp}^4 - T_a^4) - h_{ex} S_{pp} (T_{pp} - T_a) \quad (2.38)$$

$T_4$ ; Température de l'air chaud dans la chambre de cuisson,

$T_{pp}$ ; température de la paroi de la porte d'enfournement,

$h_{BC}$ ; coefficient d'échange par convection dans la chambre de cuisson.

A la traversée des parois métalliques, il y a conservation du flux thermique entre la chambre de chauffage et la chambre de cuisson, nous avons :

$$h_{HC} S_{BC} (T_3 - T_{pBC}) + \sigma \varepsilon_w (\varepsilon_3 T_3^4 - T_{pBC}^4) = \sigma \varepsilon_w (T_{pBC}^4 - T_4^4) + h_{BC} S_{BC} (T_{pBC} - T_4) \quad (2.39)$$

En régime permanent les transferts en convection forcés sont négligeable, et dans la chambre de cuisson nous négligeons le transfert par convection naturel devant le transfert par rayonnement. Nous obtenons après simplification :

$$T_{pBC} = \left( \frac{\varepsilon_3 T_3^4 + T_4^4}{2} \right)^{1/4} \quad (2.40)$$

Au niveau des parois de la porte un raisonnement analogue est fait, nous obtenons l'expression :

$$\varepsilon_p \sigma (T_{pp}^4 - T_a^4) + h_{ex} (T_{pp} - T_a) = \sigma \varepsilon_w (\varepsilon_3 T_3^4 - T_{pBC}^4) \quad (2.41)$$

Au niveau de la porte nous négligeons le transfert par convection naturel devant le transfert par rayonnement, nous obtenons :

$$T_{pp} = \left( \frac{\varepsilon_4 T_4^4 + T_a^4}{2} \right)^{1/4} \quad (2.42)$$

Le coefficient de convection dans la chambre de cuisson, est évalué à partir du principe de conservation du flux thermique au niveau de la paroi de la chambre de cuisson et donné par :

$$h_{BC} = h_{HC} \frac{(T_3 - T_{pBC})}{(T_{pBC} - T_4)} - \varepsilon_{BC} \sigma (T_{pBC}^2 + T_4^2) (T_{pBC} + T_4) \quad (2.43)$$

### h) Equations générales du système de chauffage hybride du four à pain

Le système d'équations différentielles (2.44), associé aux paramètres thermiques constitue le système d'équations de chauffage hybride du four à pain. Où le terme  $D_g$  constitue le paramètre de couplage entre la partie électrique et la partie thermique du four.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dM_1}{dt} = -V_{mc} M_1 + (1 - \tau_{mv} - \tau_{ce}) D_1 \\ C_1 M_1 \left( \frac{dT_1}{dt} \right) = V_{mc} M_1 PCI + c_1 D_{ch} T_{01} - h_c S_{cv} (T_1 - T_2) - \varepsilon_1 \sigma S_{ra} (T_1^4 - T_{pBR}^4) \\ C_{T2} \left( \frac{dT_2}{dt} \right) = V_{mc} M_1 PCI - \varepsilon_1 \sigma S_{ra} (\varepsilon_2 T_2^4 - T_{PBR}^4) - C_2 D_g (T_{sb} - T_a) - \frac{(T_2 - T_a)}{R_{BR}} \\ C_{T3} \left( \frac{dT_3}{dt} \right) = C_2 D_g (T_{sb} - T_a) - \varepsilon_{HC} \sigma S_{HC} (\varepsilon_3 T_3^4 - T_{pHC}^4) - \varepsilon_{BC} \sigma S_{BC} (\varepsilon_3 T_3^4 - T_{pBC}^4) \\ - h_{HC} S_{BC} (T_3 - T_{pBC}) - C_3 D_{Ec} (T_{Ec} - T_a) - \frac{(T_3 - T_a)}{R_{HC}} \\ C_{T4} \left( \frac{dT_4}{dt} \right) = C_{T4} \left( \frac{dT_4}{dt} \right) = h_{BC} S_{BC} (T_{pBC} - T_4) + \varepsilon_{BC} \sigma S_{BC} (T_{pBC}^4 - T_4^4) - \\ \varepsilon_p \sigma S_{pp} (T_{pp}^4 - T_a^4) - h_{ex} S_{pp} (T_{pp} - T_a) \end{array} \right. \quad (2.44)$$

La résolution de ce système différentiel nous permettra de déterminer l'évolution des températures en différents points du four.

## 2.3.2 Bilan de puissance, efficacité et optimisation des procédés

### a) Bilan thermique complet du système

À partir des modèles mathématiques développés pour le chauffage hybride et pour le processus de cuisson, nous pouvons évaluer les puissances thermiques échangées du chauffage, jusqu'à la cuisson.

- **Puissance générée au brûleur :  $P_{BR}$**

$$P_{BR} = V_{mc} M_1 PCI \quad (2.45)$$

Où,  $V_{mc}$ , est la vitesse massique de combustion  $M_1$ , est la masse de charbon brûlée et  $PCI$  est le pouvoir calorifique inférieur.

- **Puissance perdue aux parois du brûleur :  $P_{dBR}$**

$$P_{dBR} = \frac{(T_2 - T_a)}{R_{BR}} \quad (2.46)$$

$R_{BR}$ , est la résistance thermique du brûleur.

- **Puissance utile du brûleur :  $P_{uBR}$**

$$P_{uBR} = P_{BR} - P_{dBR} \quad (2.47)$$

$P_{BR}$ , est la puissance thermique générée par le brûleur ,

$P_{dBR}$ , est la puissance thermique perdue par le brûleur.

- **Puissance perdue aux parois de la chambre de chauffage :  $P_{p,HC}$**

$$P_{p,HC} = \frac{(T_3 - T_a)}{R_{HC}} \quad (2.48)$$

$R_{HC}$ , est la résistance thermique de la chambre de chauffage.

- **Puissance perdue à l'échappement :  $P_{s,HC}$  [47]**

$$P_{s,HC} = C_3 D_{s,HC} (T_{s,HC} - T_a) \quad (2.49)$$

$D_{s,HC}$ , est le débit des gaz en sortie de la chambre de chauffage,

$T_{s,HC}$ , est la température des gaz en sortie de la chambre de chauffage.

- **Puissance perdue par la porte de la chambre de cuisson :  $P_{pp}$  [47]**

$$P_{pp} = h_{ex} S_{pp} (T_{pp} - T_a) + \sigma \varepsilon_{pp} S_{pp} (T_{pp}^4 - T_a^4) \quad (2.50)$$

$h_{ex}$ , est le coefficient de convection extérieure au four,

$S_{pp}$ , est la surface des parois de la porte de la chambre de cuisson.

- **Puissance transférée à la chambre de cuisson à vide :  $P_{BC}$**

$$P_{BC} = S_{BC} \left( h_{BC} (T_{pBC} - T_4) + \sigma \varepsilon_{pBC} (T_{pBC}^4 - T_4^4) \right) \quad (2.51)$$

$S_{BC}$ , la surface d'échange de la chambre de cuisson,

$h_{BC}$ , est le coefficient de transfert par convection.

– **Puissance perdue par le four** :  $P_d$

$$P_d = P_{BR} - P_{BC} \quad (2.52)$$

$P_{BR}$ , puissance thermique générée au brûleur,

$P_{BC}$ , puissance thermique transférée à la chambre de cuisson.

– **Puissance transférée à la chambre de cuisson à charge** :  $P_{ef,BC}$

$$P_{ef,BC} = S_{ef,BC} \left( h_{BC}(T_{pBC} - T_4) + \sigma \varepsilon_{pBC}(T_{pBC}^4 - T_4^4) \right) \quad (2.53)$$

$S_{ef,BC}$ , surface effective de la chambre de cuisson.

– **Puissance utile à la cuisson du pain** :  $P_{u,br}$

$$P_{u,br} = S_b \left( h_{BC}(T_4 - T) + \sigma \varepsilon_{br}(T_4^4 - T_s^4) + \frac{(T_p - T)}{R_C} \right) + S_{Lt} \left( \frac{T_4 - T}{R_C} + \sigma \varepsilon(T_4^4 - T_s^4) \right) \quad (2.54)$$

$S_b$ , surface de base du pain,

$S_{Lt}$ , surface latérale totale du pain,

### b) Efficacité des processus

Le modèle mathématique nous permet de déterminer les différentes températures et les flux mis en jeux. La détermination des rendements et des efficacités des divers procédés est fait de la façon suivante : On définit l'efficacité d'un échangeur comme le rapport du flux de chaleur effectivement transféré dans l'échangeur au flux de chaleur maximal qui serait transféré dans les mêmes conditions de température.

– **Efficacité du chauffage à vide du four**

Les fours à échangeurs, contrairement aux autres types de fours, ont besoin d'être préchauffés avant enfournement de la pâte. On définit ainsi le rendement de chauffage à vide du four de la façon suivante :

$$\eta_{vide} = \frac{P_{BC}}{P_{BR}} = \frac{S_{BC} \left( h_{BC}(T_{pBC} - T_4) + \sigma \varepsilon_{pBC}(T_{pBC}^4 - T_4^4) \right)}{V_{mc} M_1 PCI} \quad (2.55)$$

– **Efficacité de la de cuisson**

On peut définir aussi l'efficacité de la chambre de cuisson comme suit :

$$\eta_{BC} = \frac{\int_0^{tc} (P_{u,br}) dt}{\int_0^{tc} (P_{ef,BC}) dt} \quad (2.56)$$

Soit :

$$\eta_{BC} = \frac{\int_0^{tc} \left[ S_b \left( h_{BC}(T_4 - T) + \sigma \varepsilon_{br}(T_4^4 - T_s^4) + \frac{(T_p - T)}{R_C} \right) + S_{Lt} \left( \frac{T_4 - T}{R_C} + \sigma \varepsilon(T_4^4 - T_s^4) \right) \right] dt}{\int_0^{tc} \left[ S_{ef,BC} \left( h_{BC}(T_{pBC} - T_4) + \sigma \varepsilon_{pBC}(T_{pBC}^4 - T_4^4) \right) \right] dt} \quad (2.57)$$

$tc$  est le temps de cuisson sous contraintes qualités définit plus haut,

$P_{u,br}$  est la puissance thermique utile nécessaire à la cuisson du pain,

$P_{ef,BC}$  est la puissance thermique effective de la chambre de cuisson.

### c) Formulation mathématique de la fonction d'optimisation

Lorsque le but recherché par l'installation d'un échangeur est de récupérer de la chaleur, la notion de rendement prend toute sa justification du point de vue énergétique. Alors la définition de la fonction objective dans ce contexte se définit, de la façon dont on comprend le gain thermique du système. Cette définition basique correspond simplement à la différence entre le flux thermique engendré par la variation du paramètre d'optimisation et celui perdu par la même cause et sur le même paramètre et pour la même durée du chauffage. L'analyse de cette fonction nous renseigne sur les limites des paramètres pour lesquels le système commence à perdre de l'énergie.

Le flux thermique total généré est  $P_g$  et Le flux thermique total perdue est  $P_p$ .

$$OF = P_g - P_p \quad (2.58)$$

La fonction objective est donc définie comme étant le gain thermique généré par le système.

### d) Optimisation des paramètres physiques du four

La fonction objective est définie ici comme la différence entre le flux transféré dans la chambre de cuisson, et celui perdu par la chambre de chauffage. Le flux utile récupéré par la chambre de cuisson est évalué de la façon suivante :

$$P_{BC} = h_{BC} S_{BC} (T_{pBC} - T_4) + \varepsilon_{BC} \sigma S_{BC} (T_{pBC}^4 - T_4^4) \quad (2.59)$$

Le flux thermique total perdu par la chambre de chauffage est  $P_{dHC}$ .

$$P_{dHC} = C_3 D_3 (T_{sHC} - T_a) - \frac{(T_3 - T_a)}{R_{HC}} \quad (2.60)$$

Le bénéfice ou le gain thermique engendré par la surface s'écrit :  $P_{BC} - P_{dHC}$

On peut donc définir aisément la fonction d'optimisation par :

$$OF = h_{BC}S_{BC}(T_{pBC} - T_4) + \varepsilon_{BC}\sigma S_{BC}(T_{pBC}^4 - T_4^4) - C_3D_3(T_{sHC} - T_a) - \frac{(T_3 - T_a)}{R_{HC}} \quad (2.61)$$

### Optimisation de la surface métallique de l'échangeur

Une fois la fonction objective établie, la formulation mathématique de l'optimisation consiste à rechercher le maximum du gain thermique pour chaque valeur de la surface totale de l'échangeur comprise dans les limites de l'intervalle prédéfini :  $S_{BC} \in [1.5 \text{ m}^2, 8.5 \text{ m}^2]$ , et ceci pour toute la durée du chauffage,  $t \in [0, 11800 \text{ s}]$ . Mathématiquement cela revient à écrire la formulation suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} OF_{S_{BC}} = \text{MAX}_{S_{BC}} OF(t, S_{BC}) \\ S_{BC} \in [1.5 \text{ m}^2, 8.5 \text{ m}^2] \\ t \in [0, 11800 \text{ s}] \end{array} \right. \quad (2.62)$$

### Optimisation du facteur de remplissage

Le facteur de remplissage de la chambre de chauffage  $FF_{HC}$  défini dans ce contexte, nous renvoie aux positions relatives des deux chambres encastrées l'une dans l'autre. Ceci est donc établi par le rapport entre le volume interne de la chambre de chauffage et le volume de la chambre de cuisson. Ce ratio volumique est indépendant du contenu de la chambre de cuisson. Nous le définissons de la façon suivante :

$$FF_{HC} = \frac{V_{BC}}{V_{HC}} = \frac{(L_{BC} * l_{BC} * H_{BC})}{(L_{BC} + e) * (l_{BC} + 2e) * (H_{BC} + 2e)} \quad (2.63)$$

Dans cette formule,  $V_{BC}$  est le volume de la chambre de chauffage,  $V_{HC}$  est le volume de la chambre de cuisson et  $e$  est l'épaisseur de l'intervalle interstitielle entre les deux chambres.  $L_{BC}$ ,  $l_{BC}$ , et  $H_{BC}$  représentent respectivement la longueur, la largeur et la hauteur de la chambre de cuisson. Il est important de noter que la connaissance du facteur de remplissage nous renseigne sur l'espacement optimal entre les deux chambres, obéissant aux maximums du gain thermique récupéré par l'échangeur au cours du processus du chauffage à vide.

L'intervalle réel évalué pour les limites concrètes est :  $FF_{HC} \in [0.35, 0.85]$ . Ce qui nous permet d'écrire :

$$\begin{cases} \text{OF}_{\text{FF}} = \text{MAX}_{\text{FF}} \text{OF} (t, \text{FF}) \\ \text{FF}_{\text{HC}} \in [0.35, 0.85] \\ t \in [0, 11800 \text{ s}] \end{cases} \quad (2.64)$$

### e) Optimisation de la puissance du souffleur

La puissance électrique du souffleur agit sur la puissance de la ventilation mécanique. Cette dernière, contrôle le système aérodynamique du brûleur qui conditionne la puissance thermique générée par le brûleur. La ventilation mécanique doit se faire de façon optimale. Le flux thermique total généré par le brûleur est  $P_{\text{BR}}$ . Le flux thermique total perdu par le brûleur est  $P_p$ . Le bénéfice ou le gain thermique obtenu de la puissance s'écrit :

$$\text{OF} = P_{\text{BR}} - P_p \quad (2.65)$$

Une fois la fonction définit, on peut donc évaluer la puissance électrique optimale dans l'intervalle d'alimentation :  $p \in [14 \text{ W}, 84 \text{ W}]$ .

$$\begin{cases} \text{OF}_p = \text{MAX}_p \text{OF} (t, p) \\ p \in [14 \text{ W}, 84 \text{ W}] \\ t \in [0, 11800 \text{ s}] \end{cases} \quad (2.66)$$

Les valeurs maximales et minimales de la surface de l'échangeur, du facteur de remplissage, et de la puissance de la soufflerie défini dans les aspects ci hauts sont des valeurs limites de fonctionnement réel du prototype expérimental. Cette méthode d'optimisation est similaire à celle défini par Pardalos *et al.* en 2017 [62].

### f) Optimisation du processus de cuisson

Nous appliquons le principe de la fonction objective défini plus haut. La compréhension de cette fonction dans le cadre de la cuisson aura un sens si nous cherchons le minimum de la fonction suivante :

$$\text{OF} = P_{\text{BC}} - P_{\text{br}} \quad (2.67)$$

## 2.3.3 Modélisation mathématique du processus de cuisson du pain

Une fois que le four est préchauffé, il est important de tester la cuisson de pain afin de se rassurer de la fiabilité de la cuisson. Pour ce faire nous allons tester la cuisson des

variétés des pains kumba familiales dans notre modèle de four.

### a) Description physique du pain campagne «pain Kumba familial»

Le pain campagne, objet de notre étude est aussi appelé pain KUMBA. Par le passé, ce pain était fait à base de patate douce de couleur jaunâtre. Avec la demande de plus en plus croissante de cette variété, il est fait de nos jours avec la farine de blé ordinaire selon les compositions du pain français et du pain italien. Mais son mode de cuisson lui confère presque les mêmes propriétés que par le passé (la densité). Aussi il faut noter que ce pain a une importante demande dans les cérémonies villageoises (funérailles, fête traditionnelles) et dans les zones reculées et les camps de travailleurs. Le four utilisé pour la cuisson de ce modèle est un four à échangeur air/air à sole fixe utilisant des combustibles solides.

Le figure 2.14 présente le schéma du four à l'intérieure duquel est posé le pain kumba.

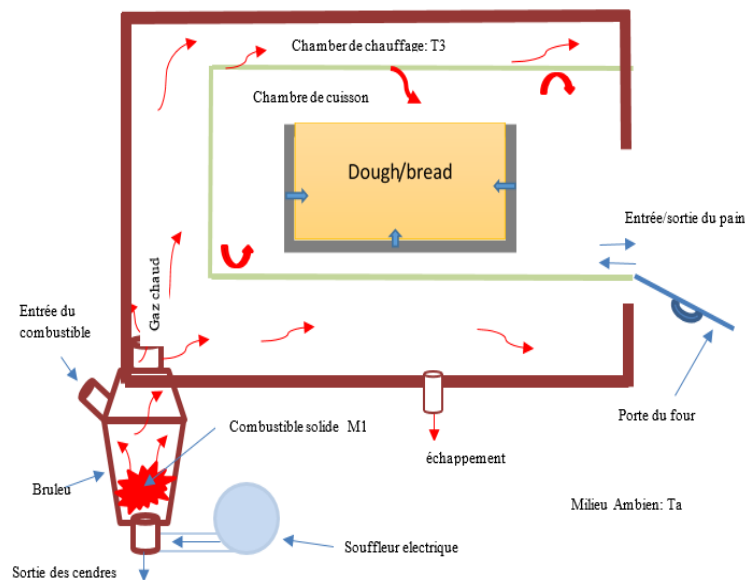


FIGURE 2.14 – Schéma du four à pain chargé.

### b) Modélisation mathématique du transfert simultané de chaleur et de masse

La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts : une transmission par les vibrations des atomes ou molécules et une transmission par les électrons libres.

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier : la densité de flux est proportionnelle au gradient de température.

$$\varphi_{\text{cond}} = -K_{\text{br}} S \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.68)$$

$\varphi_{cond}$  : flux de chaleur transmis par conduction ( $W$ ),

$K_{br}$  : conductivité thermique du milieu ( $W/m/K$ ),

$x$  : variable d'espace dans la direction du flux ( $m$ ),

$S$  : aire de la section de passage du flux de chaleur ( $m^2$ ).

### L'équation de la chaleur

Considérons une tranche de pain d'épaisseur  $dx$  dans la direction  $x$  et de section d'aire  $S$  normalement à la direction ( $Ox$ ). Le bilan d'énergie sur ce système s'écrit :

$$\varphi_x + \varphi_g = \varphi_{x+dx} + \varphi_{st} \quad (2.69)$$

$$\varphi_x = - \left( K_{br} S \frac{\partial T}{\partial x} \right)_x \quad (2.70)$$

$$\varphi_{x+dx} = - \left( K_{br} S \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x+dx} \quad (2.71)$$

$$\varphi_g = QSdx \quad (2.72)$$

$$\varphi_{st} = \rho_{br} C_{br} S dx \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.73)$$

En reportant dans le bilan d'énergie et en divisant par  $dx$ , nous obtenons :

$$\frac{(K_{br} S \frac{\partial T}{\partial x})_{x+dx} - (K_{br} S \frac{\partial T}{\partial x})_x}{dx} + QS = \rho_{br} C_{br} S \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.74)$$

Soit

$$\frac{\partial T}{\partial x} \left( K_{br} S \frac{\partial T}{\partial x} \right) + QS = \rho_{br} C_{br} S \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.75)$$

Et dans le cas tridimensionnel, nous obtenons l'équation de la chaleur dans le cas le plus général.

$$\rho_{br} C_{br} S \frac{\partial T}{\partial x} = Q + \frac{\partial T}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial T}{\partial x} \left( K_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial T}{\partial x} \left( K_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad (2.76)$$

Le pain est un milieu conducteur ayant les propriétés suivantes :

– isotrope :

$$K_x = K_y = K_z = K_{br} \quad (2.77)$$

– homogène :

$$K_{br} = K_{br}(T) \quad (2.78)$$

– pas de génération d'énergie :

$$Q = 0 \quad (2.79)$$

En effectuant un raisonnement analogue pour le transfert de masse, on obtient le système de transfert simultané de chaleur et de masse de la cuisson du pain campagne pour le modèle de référence.

$$\begin{cases} \rho_{br} C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (K_{br} \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_{br} \frac{\partial T}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_{br} \frac{\partial T}{\partial z}) \\ \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (D_f \frac{\partial W}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (D_f \frac{\partial W}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (D_f \frac{\partial W}{\partial z}) \end{cases} \quad (2.80)$$

Pour résoudre cette équation il faut connaître les conditions aux limites et les paramètres thermo-physiques.

Les propriétés thermo-physiques sont évaluées avec les valeurs initiales du contenu en eau, la résistance thermique de contact direct se calcule par l'équation suivante : [37]

$$R_C = \frac{1}{\frac{1}{h_C} + \frac{e}{k_{mold}}} + \frac{1}{h_C} \quad (2.81)$$

où  $e$ , est l'épaisseur de la moule,  $k_{mold}$  est la conductivité thermique du moule,  $h_c$  est le coefficient de transfert par convection.

### c) Conditions aux limites de la cuisson du pain KUMBA

Dans le modèle de référence, nous prenons en compte l'évaporation-condensation, le gonflement de la pâte qui se produit en surface du pain et les échanges thermiques qui se déroulent dans la chambre de cuisson. Ce modèle tient donc globalement compte des conditions de cuisson et le type de four.

Les différents contours sont les suivants :

**Contour A** : la surface en contact avec la sole,

**Contour B** : les quatre surfaces latérales,

**Contour C** : la surface supérieure du pain .

Les conditions aux limites pour le transfert de chaleur et de masse sont écrites de la façon suivante :

Pour le transfert thermique Les conditions aux limites en surface sont données en tenant compte de : l'échange thermique par convection naturelle et par rayonnement avec

la voûte et les parois de la chambre de cuisson et l'évaporation de la masse d'eau. Les conditions aux limites sont donc données pour chaque contour.

**Contour A** : la sole [27, 29, 30]

La pâte à pain reçoit le flux thermique par conduction directe à travers la résistance thermique de contact entre la sole et la moule. Le bilan thermique qui en découle est donné par :

$$-K_{br}(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{(T_{pBC} - T_s)}{R_C} - K_g [(a_w P_{Sat}(T_s) - RHP_{Sat}(T_m))] (L_v + C_{pv}(T_s - T_r)) \quad (2.82)$$

**Contour B** : faces latérales [27, 29, 30]

Les quatre faces latérales reçoivent le flux thermique par conduction et par rayonnement. Le bilan thermique qui en découle est donné par :

$$-K_{br}(T) \frac{\partial T}{\partial t} = h_{cl}(T_{BC} - T_s) + \sigma \varepsilon (T_{BC}^4 - T_s^4) - K_g [(a_w P_{Sat}(T_s) - RHP_{Sat}(T_m))] (L_v + C_{pv}(T_s - T_r)) \quad (2.83)$$

**Contour C** : la surface supérieure du pain [27, 29, 30]

La face supérieure reçoit le flux thermique par conduction et par rayonnement. Le bilan thermique qui en découle est donné par :

$$-K_{br}(T) \frac{\partial T}{\partial t} = h_{Cs}(T_{BC} - T_s) + \sigma \varepsilon (T_{BC}^4 - T_s^4) - K_g [(a_w P_{Sat}(T_s) - RHP_{Sat}(T_m))] (L_v + C_{pv}(T_s - T_r)) \quad (2.84)$$

Pour le transfert de masse, le bilan de masse sur tous les contours nous donne :

$$-D_f \rho_s \frac{\partial W}{\partial y} = K_g * [(a_w * P_{Sat}(T_s) - RH * P_{Sat}(T_m))] \quad (2.85)$$

Pour résoudre le système complet avec les conditions aux limites il faut connaître tous les paramètres thermo-physique du système : la chaleur spécifique  $C_{pv}$ , l'activité en eau  $a_w$ , la diffusibilité thermique  $D_f$ , la masse volumique  $\rho_s$ , le coefficient de transfert de masse  $K_g$ , et la pression de la vapeur saturante  $P_{Sat}$ . Ces paramètres sont des fonctions qui dépendent de la température et des conditions de cuisson.

#### d) Paramètres thermo-physiques

Les paramètres thermo-physiques sont définis comme dans les références [27, 29, 30].

### Chaleur spécifique

$$C_p(T, W) = C_{p,s}(T) + W * C_{p,w}(T) \quad (2.86)$$

$$C_{p,s}(T) = 5T + 25 \quad (2.87)$$

$$C_{p,w}(T) = 10^3(5.207 - 73.17 * 10^{-4}T + 1.35 * 10^{-5}T^2) \quad (2.88)$$

### Conductivité thermique

$$K_b(T) = \begin{cases} 0.2 + \frac{0.9}{(1 + e^{-0.1(T-353.16)})} & \text{if } T \leq T_f \\ 0.2 & \text{if } T > T_f \end{cases} \quad (2.89)$$

### Difusibilité thermique

Le coefficient de diffusion thermique de l'eau ou de la vapeur d'eau est défini comme une fonction de la température du pain [16].

$$D_f(T, W) = (7.0e - 3) * \exp\left(-\frac{5100}{T_s} + (5.0e - 6) * W * \frac{Rhb}{Mw}\right) \quad (2.90)$$

### Masse volumique [27, 29, 30]

En supposant une porosité de la pâte égale à 75 %, la masse volumique se définit comme suit :

$$\rho_{br} = \begin{cases} 180 & \text{if } T \leq T_f \\ 321 & \text{if } T > T_f \end{cases} \quad (2.91)$$

### Coefficient de transfert de masse [27, 29, 30]

Le coefficient de transfert de masse est déterminé par l'analogie de Chilton-Colburn du coefficient de transfert de chaleur et des propriétés de l'aire dans le four.

$$K_g = \frac{7.8 * 10^{-2} * h_{BC}}{\frac{M_w}{M_{air}} \left[ P_{atm} C_4 * \left( \frac{Sc}{Pr} \right)^{\frac{2}{3}} \right]} \quad (2.92)$$

### L'activité en eau [27, 29, 30]

$$a_w = \left[ 1 + \left( \frac{100 * W}{\exp(0.0556 * T + 5.5)} \right)^{\left(-\frac{1}{0.38}\right)} \right]^{-1} \quad (2.93)$$

La pression de vapeur saturante dans le four loin de la surface du pain et proche du pain sont déterminées en fonction de l'humidité relative dans le four et de l'activité en eau au niveau de l'interface. Elle est déterminée par la loi d'Antoine.

$$P_{\text{Sat}}(T) = 133.3 * e^{\left(18.3036 - \frac{3816.44}{T-46.13}\right)} \quad (2.94)$$

#### d) Modélisation de la température dans la chambre de cuisson

Les conditions de cuisson se définissent de la façon suivante :

Le flux de chaleur reçu par la chambre de cuisson provenant de la chambre de chauffage est évalué par la somme des flux convectif et radiatif.

$$\varphi_{BC} = h_{BC}S_{ef}(T_{pBC} - T_4) + \sigma\varepsilon_{pBC}S_{ef}(T_{pBC}^4 - T_4^4) \quad (2.95)$$

$$S_{ef} = S_{BC} - S_{ef,b} = S_{BC} \left(1 - \frac{S_{ef,b}}{S_{BC}}\right) \quad (2.96)$$

On introduit le facteur de remplissage de la chambre de cuisson

$$S_{ef} = S_{BC} \left(1 - FF_{BC} \frac{V_{BC}}{(S_{BC} \times H_{br})}\right) \quad (2.97)$$

Où  $H_1$  est le flux ( $W$ ),  $h_c$  est le coefficient de transfert de chaleur par convection.

#### Flux d'énergie nécessaire à la cuisson du pain

Le pain reçoit la chaleur à travers la somme des flux de chaleur qu'il reçoit sur chacune de ses faces. Le bilan thermique appliqué sur toutes les surfaces du pain est donné en (2.98) :

$$\varphi_{br} = S_b \left( h_{BC}(T_4 - T) + \sigma\varepsilon_{br}(T_4^4 - T^4) + \frac{T_p - T}{R_C} \right) + S_{Lt} (h_{BC}(T_4 - T) + \sigma\varepsilon(T_4^4 - T^4)) \quad (2.98)$$

Où  $S_b$ , est la surface de base du pain et  $S_{Lt}$  est la somme totale des surface latérales.

#### Flux d'énergie perdue durant la cuisson aux parois de la porte du four

A l'extérieur de la porte, la chaleur est perdue par convection et par rayonnement des parois extérieures :

$$\varphi_{pp} = h_{ex}S_{pp}(T_{pp} - T_a) + \sigma\varepsilon_{pp}S_{pp}(T_{pp}^4 - T_a^4) \quad (2.99)$$

Où  $h_{ex}$  est le coefficient de transfert extérieure et  $S_{pp}$ , est la surface des parois de la porte.

### Le flux de chaleur perdu par évaporation

Le flux issu de la vaporisation de l'eau à la surface supérieure du pain pendant la cuisson est défini par l'équation (2.100)

$$\varphi_{EC} = S_b K_g a_w P_{Sat}(W, T) (C_{pw} (T_{ech} - T_a) + Lev) \quad (2.100)$$

puisqu'il n'y a pas d'injection de vapeur d'eau dans le cas de notre modèle. Le terme  $S_b K_g a_w P_{Sat}(W, T)$  représente la masse d'eau évaporé pendant le processus de cuisson.

### La température dans la chambre de cuisson

En effectuant un bilan thermique sur les gaz présents dans la chambre de cuisson on écrit :

$$C_{T,ef} \left( \frac{dT_A}{dt} \right) = \varphi_{BC} - (\varphi_{br} + \varphi_{pp} + \varphi_{EC}) \quad (2.101)$$

$C_{T,ef}$  est la capacitance thermique effective de l'aire dans la chambre de cuisson.

$\varphi_{br}, \varphi_{pp}$  et  $\varphi_{EC}$  sont respectivement les flux générés par l'échangeur, le flux perdu par les parois de la chambre de cuisson et les flux perdu par évaporation condensation d'eau sur les parois du pain.

## 2.3.4 Contraintes qualité, temps de cuisson et optimisation de la cuisson

Plusieurs paramètres peuvent être choisis pour évaluer la qualité de la cuisson du pain.

### a) Le degré de gélatinisation du pain

Le degré de gélatinisation est l'indicateur de l'état de transition de la pâte à pain. Il est évalué par l'équation suivante.

$$\frac{d\alpha}{dt} = (1 - \alpha) \left( 2.8 \times 10^{18} e^{-\left(\frac{139000}{R\alpha T}\right)} \right) \quad (2.102)$$

où  $T$  est la température de la pâte au point indiqué,  $\alpha$  est le degré de gélatinisation, et  $R$  est la constante des gaz parfait.

### b) Degré de brunissement des surfaces

IL est défini en fonction de l'activité en eau et de la température et donné par l'équation suivante :

$$\frac{dL}{dt} = -L \left( \left( 7.9233 \times 10^6 + \frac{2.7397 \times 10^6}{a_w(T, W)} \right) e^{-\left(\frac{8.7015 \times 10^3 + \frac{49.4738}{a_w(T, W)}}{T}\right)} \right) \quad (2.103)$$

Où,  $a_w(T, w)$  est l'activité en eau et,  $T$  la température en surface du pain.

L'indice de brunissement est l'un des principaux paramètres, de qualité de la surface du pain, l'évaluation de l'indice de brunissement est un paramètre clé dans la décision de fin de processus de cuisson. Nous définissons le modèle de brunissement sur la base de la température de surface du pain et du temps de cuisson.

### c) Temps de cuisson sous contraintes minimales de qualité

Les contraintes minimales pour lesquelles le pain est cuit avec des bonnes qualités sont définies par les critères suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{temperature} = 95^\circ C \\ \text{indice de brune } Ei = 30 \\ \text{degré de gelatinisation, } \alpha = 1 \\ \text{luminance} = 60 \end{array} \right. \quad (2.104)$$

Il faut noter que dans l'industrie de boulangerie, le temps de cuisson est déterminé sur la base du degré de gélatinisation.

## 2.4 Méthodes numériques et expérimentales

### 2.4.1 Méthodes numériques

#### a) Méthodes numériques de résolution des équations de chauffage du four

La résolution des équations de chauffage est faite par la méthode numérique de Runge KUTTA d'ordre 5, C'est une méthode obtenue à partir des formules d'intégration numérique plus précises que la formule des rectangles. Cette méthode se présente comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} K_1 = hf(t_i, x_i) \\ K_2 = hf\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{K_1}{2}\right) \\ K_3 = hf\left(t_i + \frac{h}{4}, x_i + \frac{3K_1 + 3K_2}{36}\right) \\ K_4 = hf\left(t_i + \frac{h}{2}, x_i + \frac{K_3}{2}\right) \\ K_5 = hf\left(t_i + \frac{3h}{4}, x_i + \frac{-3K_2 + 6K_3 + 9K_4}{16}\right) \\ K_6 = hf\left(t_i + h, x_i + \frac{K_1 + 4K_2 + 6K_3 - 12K_4 + 8K_5}{7}\right) \\ T_{i+1} = T_i + \frac{7K_1 + 32K_2 + 12K_3 + 12K_4 + 32K_5 + 7K_6}{90} \end{array} \right. \quad (2.105)$$

Partant de ces expressions nous écrivons autant de fois qu'il y a d'équations dans le système.

### b) Méthodes numériques de résolution des équations de la cuisson du pain

La résolution des équations de cuisson est faite par la méthode des différences finies. Cette méthode est basée sur la technique du développement en séries de Taylor, qui permet d'approximer la valeur d'une fonction en un point donné ; si on connaît la valeur de la dite fonction ainsi que toute ses dérivées en un point voisin en espace ou en temps.

En appliquant le schéma aux différences finies, les équations discrètes suivantes sont obtenues.

$$\begin{cases} T_{i,j,k}^{n+1} = T_{i,j,k}^n \left(1 - \frac{6\alpha dt}{(dx)^2}\right) + \frac{\alpha dt}{(dx)^2} (T_{i+1,j,k}^n + T_{i-1,j,k}^n + T_{i,j+1,k}^n + T_{i,j-1,k}^n + T_{i,j,k+1}^n + T_{i,j,k-1}^n) \\ W_{i,j,k}^{n+1} = W_{i,j,k}^n \left(1 - \frac{6D_f dt}{(dx)^2}\right) + \frac{D_f dt}{(dx)^2} (W_{i+1,j,k}^n + W_{i-1,j,k}^n + W_{i,j+1,k}^n + W_{i,j-1,k}^n + W_{i,j,k+1}^n + W_{i,j,k-1}^n) \end{cases} \quad (2.106)$$

Les conditions aux limites se discrétisent comme suit :

#### Pour le transfert de chaleur

$$\begin{cases} \frac{T_{2,j,k} - T_{1,j,k}}{dx} (i = 1) = h_c \frac{T_4 - T_{1,j,k}}{K_{br}(T_{1,j,k})} + \frac{\sigma \varepsilon (T_4^4 - T_{1,j,k}^4)}{K_{br}(T_{1,j,k})} - (Lew + C_{pv} (T_{i,j,nz} - T_r)) \frac{F_m(T,W)}{K_{br}(T)} \\ \frac{T_{nx,j,k} - T_{nx-1,j,k}}{dx} (i = nx) = h_c \frac{T_4 - T_{nx,j,k}}{K_{br}(T_{nx,j,k})} + \frac{\sigma \varepsilon (T_4^4 - T_{nx,j,k}^4)}{K_{br}(T_{nx,j,k})} - (Lew + C_{pv} (T_{i,j,nz} - T_r)) \frac{F_m(T,W)}{K_{br}(T)} \\ \frac{T_{i,2,k} - T_{i,1,k}}{dx} (j = 1) = h_c \frac{T_4 - T_{i,1,k}}{K_{br}(T_{i,1,k})} + \frac{\sigma \varepsilon (T_4^4 - T_{i,1,k}^4)}{-K_{br}(T_{i,1,k})} - (Lew + C_{pv} (T_{i,j,nz} - T_r)) \frac{F_m(T,W)}{K_{br}(T)} \\ \frac{T_{i,ny,k} - T_{i,ny-1,k}}{dx} (j = ny) = h_c \frac{T_4 - T_{i,ny,k}}{K_{br}(T_{i,ny,k})} + \frac{\sigma \varepsilon (T_4^4 - T_{i,ny,k}^4)}{K_{br}(T_{i,ny,k})} - (Lew + C_{pv} (T_{i,j,nz} - T_r)) \frac{F_m(T,W)}{K_{br}(T)} \\ \frac{T_{i,j,2} - T_{i,j,1}}{dx} (k = 1) = \frac{T_4 - T_{i,j,1}}{K_{br}(T_{i,j,1}) \times R_c} - (Lew + C_{pv} (T_{i,j,nz} - T_r)) \frac{F_m(T,W)}{K_{br}(T)} \\ \frac{T_{i,j,nz} - T_{i,j,nz-1}}{dx} (k = nz) = h_c \frac{T_4 - T_{i,j,nz}}{K_{br}(T_{i,j,nz})} + \frac{\sigma \varepsilon (T_4^4 - T_{i,j,nz}^4)}{K_{br}(T_{i,j,nz})} - (Lew + C_{pv} (T_{i,j,nz} - T_r)) \frac{F_m(T,W)}{K_{br}(T)} \end{cases} \quad (2.107)$$

#### Pour le transfert de masse

$$\begin{cases} \frac{W_{2,j,k} - W_{1,j,k}}{dx} (i = 1) = -K_g \frac{a_w P_{Sat}(T_{1,j,k}) - \left(\frac{RH}{100}\right) P_{Sat}(T_4)}{D_f(T_{1,j,k}) \times \rho_{suf}} \\ \frac{W_{nx,j,k} - W_{nx-1,j,k}}{dx} (i = nx) = -K_g \frac{a_w P_{Sat}(T_{nx,j,k}) - \left(\frac{RH}{100}\right) P_{Sat}(T_4)}{D_f(T_{nx,j,k}) \times \rho_{suf}} \\ \frac{W_{i,2,k} - W_{i,1,k}}{dx} (j = 1) = -K_g \frac{a_w P_{Sat}(T_{i,1,k}) - \left(\frac{RH}{100}\right) P_{Sat}(T_4)}{D_f(T_{i,1,k}) \times \rho_{suf}} \\ \frac{W_{i,ny,k} - W_{i,ny-1,k}}{dx} (j = ny) = -K_g \frac{a_w P_{Sat}(T_{i,ny,k}) - \left(\frac{RH}{100}\right) P_{Sat}(T_4)}{D_f(T_{i,ny,k}) \times \rho_{suf}} \\ \frac{W_{i,j,2} - W_{i,j,1}}{dx} (k = 1) = -K_g \frac{a_w P_{Sat}(T_{i,j,1}) - \left(\frac{RH}{100}\right) P_{Sat}(T_4)}{D_f(T_{i,j,1}) \times \rho_{suf}} \\ \frac{W_{i,j,nz} - W_{i,j,nz-1}}{dx} (k = nz) = -K_g \frac{a_w P_{Sat}(T_{i,j,nz}) - \left(\frac{RH}{100}\right) P_{Sat}(T_4)}{D_f(T_{i,j,nz}) \times \rho_{suf}} \end{cases} \quad (2.108)$$

Finalement, les équations discrètes à résoudre sont les suivantes :

### Pour le transfert de chaleur

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{i,j,k}^{n+1} = T_{i,j,k}^n \left( 1 - \frac{6\alpha dt}{(dx)^2} \right) + \frac{\alpha dt}{(dx)^2} (T_{i+1,j,k}^n + T_{i-1,j,k}^n + T_{i,j+1,k}^n + T_{i,j-1,k}^n + T_{i,j,k+1}^n + T_{i,j,k-1}^n) \\ T_{1,j,k} = T_{2,j,k} + \frac{(T_4 - T_{1,j,k}) dx}{K_{br}(T) \times R_c} + \frac{\sigma \varepsilon (T_4^4 - T_{1,j,k}^4) dx}{K_{br}(T)} - (Lew + C_{pv} (T_{i,j,nz} - T_r)) \frac{F_m(T,W)}{K_{br}(T)} dx \\ T_{nx,j,k} = T_{nx-1,j,k} + \frac{(T_4 - T_{nx,j,k}) dx}{K_{br}(T) \times R_c} + \frac{\sigma \varepsilon (T_4^4 - T_{nx,j,k}^4) dx}{K_{br}(T)} - (Lew + C_{pv} (T_{i,j,nz} - T_r)) \frac{F_m(T,W)}{K_{br}(T)} dx \\ T_{i,1,k} = T_{i,2,k} + \frac{(T_4 - T_{i,1,k}) dx}{K_{br}(T) \times R_c} + \frac{\sigma \varepsilon (T_4^4 - T_{i,1,k}^4) dx}{K_{br}(T)} - (Lew + C_{pv} (T_{i,j,nz} - T_r)) \frac{F_m(T,W)}{K_{br}(T)} dx \\ T_{i,ny,k} = T_{i,ny-1,k} + \frac{(T_4 - T_{i,ny,k}) dx}{K_{br}(T) \times R_c} + \frac{\sigma \varepsilon (T_4^4 - T_{i,ny,k}^4) dx}{K_{br}(T)} - (Lew + C_{pv} (T_{i,j,nz} - T_r)) \frac{F_m(T,W)}{K_{br}(T)} dx \\ T_{i,j,1} = T_{i,j,2} + \frac{(T_{pBC} - T_{i,j,1}) dx}{K_{br}(T) \times R_c} + \frac{\sigma \varepsilon (T_4^4 - T_{i,j,1}^4) dx}{K_{br}(T)} - (Lew + C_{pv} (T_{i,j,nz} - T_r)) \frac{F_m(T,W)}{K_{br}(T)} dx \\ T_{i,j,nz} = T_{i,j,nz-1} + \frac{(T_4 - T_{i,j,nz}) dx}{K_{br}(T) \times R_c} + \frac{\sigma \varepsilon (T_4^4 - T_{i,j,nz}^4) dx}{K_{br}(T)} - (Lew + C_{pv} (T_{i,j,nz} - T_r)) \frac{F_m(T,W)}{K_{br}(T)} dx \\ T(i, j, k) = T_0 \end{array} \right. \quad (2.109)$$

$$\text{Avec } F_m(T, W) = a_w P_{Sat}(T_s) - \left( \frac{RH}{100} \right) P_{Sat}(T_4)$$

### Pour le transfert de masse couplé au transfert de chaleur

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{i,j,k}^{n+1} = W_{i,j,k}^n \left( 1 - \frac{6D_f dt}{(dx)^2} \right) + \frac{D_f dt}{(dx)^2} (W_{i+1,j,k}^n + W_{i-1,j,k}^n + W_{i,j+1,k}^n + W_{i,j-1,k}^n + W_{i,j,k+1}^n + W_{i,j,k-1}^n) \\ W_{1,j,k} = W_{2,j,k} - K_g dx \frac{a_w P_{Sat}(T_{1,j,k}) - \left( \frac{RH}{100} \right) P_{Sat}(T_4)}{D_f(T_{1,j,k}) \times \rho_{suf}} \\ W_{nx,j,k} = W_{nx-1,j,k} - K_g dx \frac{a_w P_{Sat}(T_{nx,j,k}) - \left( \frac{RH}{100} \right) P_{Sat}(T_4)}{D_f(T_{nx,j,k}) \times \rho_{suf}} \\ W_{i,1,k} = W_{i,2,k} - K_g dx \frac{a_w P_{Sat}(T_{i,1,k}) - \left( \frac{RH}{100} \right) P_{Sat}(T_4)}{D_f(T_{i,1,k}) \times \rho_{suf}} \\ W_{i,ny,k} = W_{i,ny-1,k} - K_g dx \frac{a_w P_{Sat}(T_{i,ny,k}) - \left( \frac{RH}{100} \right) P_{Sat}(T_4)}{D_f(T_{i,ny,k}) \times \rho_{suf}} \\ W_{i,j,1} = W_{i,j,2} - K_g dx \frac{a_w P_{Sat}(T_{i,j,1}) - \left( \frac{RH}{100} \right) P_{Sat}(T_4)}{D_f(T_{i,j,1}) \times \rho_{suf}} \\ W_{i,j,nz} = W_{i,j,nz-1} - K_g dx \frac{a_w P_{Sat}(T_{i,j,nz}) - \left( \frac{RH}{100} \right) P_{Sat}(T_4)}{D_f(T_{i,j,nz}) \times \rho_{suf}} \\ W(i, j, k) = W_0 \end{array} \right. \quad (2.110)$$

La première phase de l'algorithme permet d'obtenir les températures indiquées. Cette dernière associée aux paramètres thermophysiques du système sont appelés dans l'algorithme dont le diagramme est donné à la figure 2.15. Toute fois, il est important de renseigner la plage de fonctionnement de chaque paramètre afin de réduire le temps de la boucle. Une fois ce dernier effectué, l'algorithme pourra donc générer la valeur optimale du paramètre recherché.

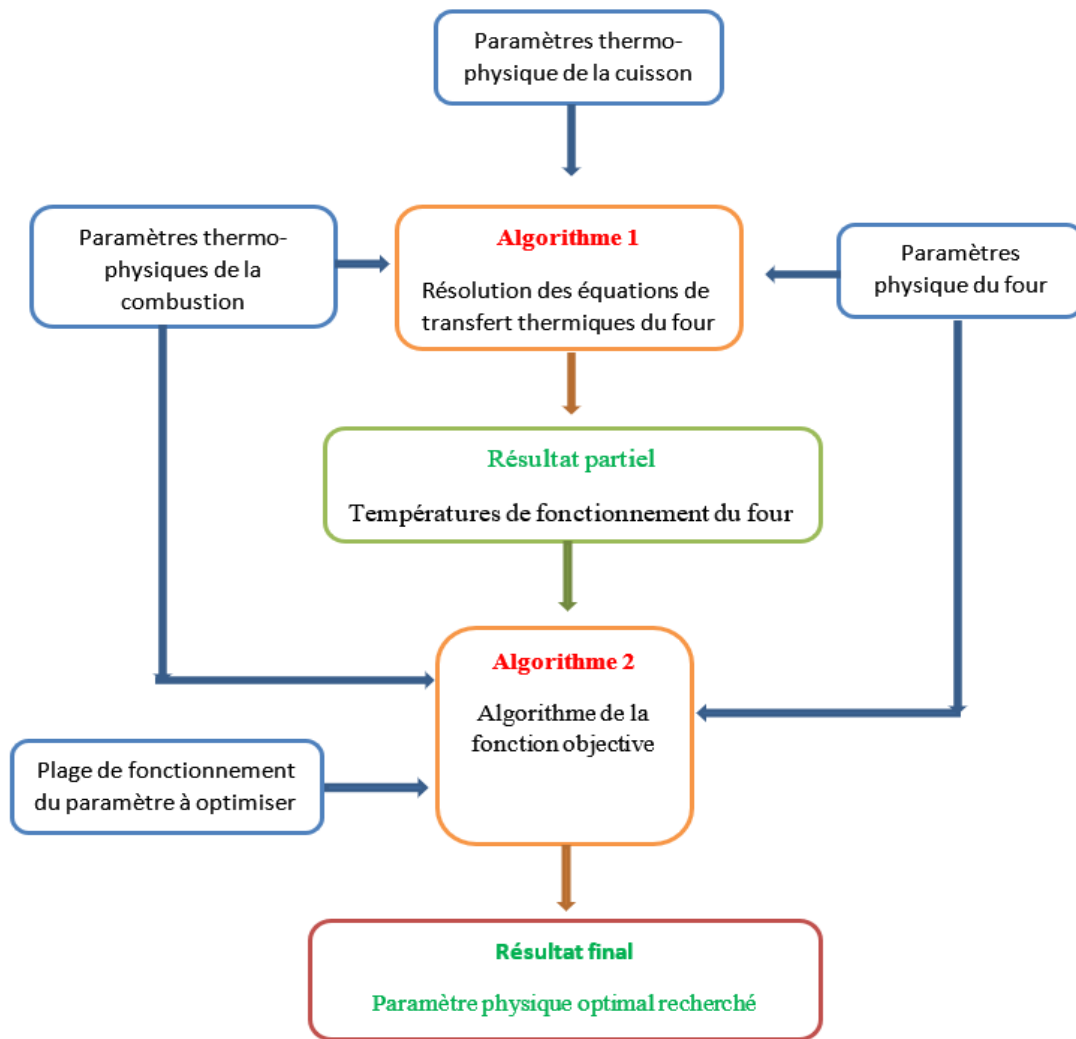


FIGURE 2.15 – Organigramme de l'algorithme d'optimisation

## 2.4.2 Méthodes expérimentales

### a) Paramètres physiques du système

Il convient tout d'abord d'expliquer le dimensionnement du prototype expérimental qui est basé sur la qualité du pain à cuire, la hauteur de la voute BC, la taille du pain à cuire, et la quantité à enfourné. Le diagramme de la figure 2.16 suivant illustre le mieux la méthode de dimensionnement du prototype.

Les Paramètres physiques du pain campagne «pain KUMBA» mesuré tout juste avant cuisson sont présentés dans le tableau 2.1.

### b) Procédures expérimentales du processus de chauffage hybride

Pour la validation expérimentale du processus de cuisson le dispositif expérimental conçu et réalisé pour la tâche est composé comme suit :

- ▷ Le prototype de four à pain fonctionnel (brûleur, chambre de chauffage et de cuisson),
- ▷ Le dispositif électrique d'alimentation (générateur solaire photovoltaïque),

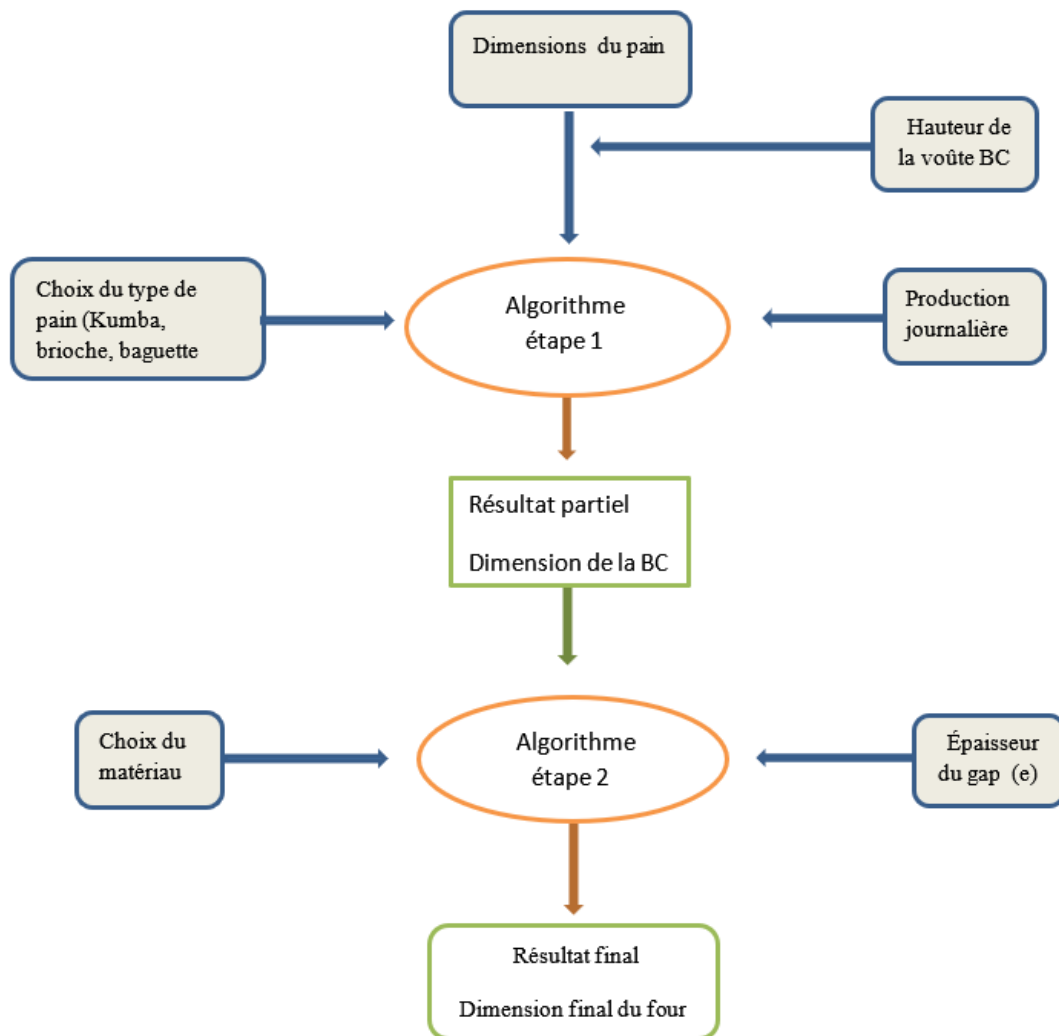


FIGURE 2.16 – Diagramme descriptif du dimensionnement du prototype expérimental.

TABLE 2.1 – Paramètre du pain campagne utilisé

Paramètres	Valeur initiale moyenne	Unité
Forme du pain	Parallélépipédique	(-)
Longueur du pain	0.30	<i>m</i>
largeur du pain	0.15	<i>m</i>
Hauteur du pain	0.10	<i>m</i>
Masse de la pâte, $m_{br}$	1.5	<i>kg</i>
Teneur en eau initiale (dry basic), $w_0$	0.5	<i>kg/kg</i>
Température initiale de la pâte, $T$	27	$^{\circ}C$
Brunissement/ brillance initiale : $E_i$	0	/
Degré de Gélatinisation initiale, $\alpha$	0	/

- ▷ Le système aérodynamique de ventilation mécanique (le souffleur, les conduites),
- ▷ L'unité d'acquisition des données (ordinateurs, microcontrôleurs, les modules MAX6675 les sondes types K thermocouples).

Le combustible utilisé dans ce travail est le charbon de type semi lourd. Il est séché, trié et classifié selon des diamètres de  $3\text{ cm}$  et en suite positionné en paquet de  $0.425\text{ kg}$ . Pour produire des essaies raisonnables, le four est préchauffé trois heures par jour durant une semaine.

Les paramètres physiques du combustible solides utilisés tout juste avant l'introduction dans le bruleur sont regroupés dans le tableau 2.2.

TABLE 2.2 – Paramètre physique du combustible solide

Paramètres	Valeur initiale moyenne	Unité
Forme du combustible	Sphérique	(-)
Diamètre (dc)	0.030	$m$
PCI	$36.0 \times 10^6$	$w/kg$
Densité	1158.0	$kg/m^3$
Chaleur spécifique du combustible	3140.0	$J/kg/k$

Une fois que le four est préchauffé, les sondes type K thermocouples sont soigneusement introduites à des positions bien précises du four (voir tableau 2.3). Ensuite, le système de ventilation mécanique est mis en marche. Après cela, nous activons le dispositif d'enregistrement. À la fin de la phase d'activation de la combustion, nous introduisons  $0.0425\text{ kg}$  de braise de charbon dans le brûleur à travers l'orifice de chargement. L'enregistrement de la température est immédiatement faite pour tous les points considérés en temps réel, et pour trois heures de temps par jour (de  $10\text{ h}$  à  $13\text{ h}$ ). Cette expérience est répétée pendant une semaine aux mêmes heures et durant le même intervalle de temps.

La quantité de combustible solide nécessaire à maintenir la température constante dans la chambre de cuisson est de  $42.5\text{ g/min}$ . Dans ce travail, nous analysons le comportement thermique de la phase de préchauffé. Nous savons que dans les fours à chauffage indirect, utilisant les combustibles solides, la phase de préchauffé est une phase très délicate et nécessaire pour une bonne cuisson.

Les essais ont été menés en deux phases. Sept tests ont été faits (soit un essai par jour) pour la première phase qui consistait à la mise en condition de fonctionnement du four. Ensuite est venue la phase d'enregistrement. Les positions des sondes sont consignées dans le tableau 2.3.

### c) Procédures expérimentales du processus de cuisson du pain

La cuisson du pain KUMBA familiale nécessite un certain nombre de préparation à la fois du four et de la pâte à pain.

TABLE 2.3 – position des sondes thermocouples dans le four

Température mesurée	Position du thermocouple (KT)
$T_{pBR}$ : température moyenne des parois du bruleur	Sur les parois du bruleur (KT1)
T2 : température moyenne des gaz dans le bruleur	Au centre de la cavité libre du bruleur (KT2)
T3 : température moyenne des gaz dans la chambre de chauffage	I au centre de la chambre de chauffage (KT3)
T4 : température moyenne de l'air dans la chambre de cuisson	Au centre de la chambre de cuisson (KT4)
$T_{pHC}$ : température moyenne des parois de la chambre de chauffage	Sur les parois de la chambre de chauffage (KT5)
$T_{sBR}$ : température moyenne des gaz chauds en sortie du bruleur	À la sortie du bruleur / entre de la voute (KT6)

### Préparation :

La pâte à pain correspondante à la masse voulue est obtenue auprès des propriétaires de boulangeries locales qui produisent déjà cette gamme de pain. Ensuite nous plaçons la sonde thermocouple à l'une des positions indiquées dans le moule par l'intermédiaire d'une fibre de verre. La patte est déposée dans le moule et le couvercle est fermé, l'ensemble est rangé dans un lieu indiqué. La pâte présente dans la moule gonfle jusqu'à remplir complètement le moule. C'est à ce moment que la moule fermée contenant la pâte à pain est introduite dans le four pour la cuisson.

### Acquisition des données :

Une fois que le pain est enfourné, le module d'enregistrement des données est activé jusqu'à la fin du processus de cuisson. Pour éviter des erreurs de manipulation, chaque pain muni d'une sonde thermocouple à une position précise est cuit individuellement dans le four. Le processus est répété en changeant la position de la sonde dans la pâte à pain. Les positions

TABLE 2.4 – position du thermocouple dans la pâte à pain

Position cartésienne	position Pt1	Position Pt2	Position Pt3
X (cm)	15.0	15.0	15.0
Y (cm)	8.0	4.0	12.0
Z (cm)	5.0	2.5	7.5

de la sonde pour chaque point sont mentionnées dans le tableau 2.4. Une fois la moule contenant la sonde thermocouple enfournée, nous activons le dispositif d'enregistrement des températures jusqu'à la fin du processus de cuisson. Pour éviter les erreurs d'enregistrement, chaque position est mesurée pour chaque étape de la cuisson avec un seul thermocouple à la position indiquée, et le processus est répété en changeant les positions des thermocouples

dans la pâte à pain.

**Matériels :**

- ▷ Un prototype de four à pain fonctionnel (bruleur à biomasse, chambre de chauffage, et chambre de cuisson),
- ▷ Unité d'acquisition des données (ordinateurs, microcontrôleurs, les modules MAXX6675, les sondes types K thermocouples),
- ▷ Pâte à pain campagne « pain kumba familiale » ayant des dimensions ; longueur 30cm, largeur 15 cm, hauteur 10 cm et un poids total de 1.5 kg.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le matériel et la méthode utilisée pour mener à bien les travaux présentés dans cette thèse. Une fois le système bien défini, à partir du principe de base de la thermodynamique, nous avons établi le système d'équation décrivant la montée en température de chaque partie du four. Nous avons présenté la méthode de Runge KUTTA d'ordre 5 qui a été utilisé pour les simulations numériques. Pour valider les résultats numériques du modèle, nous avons conçu et réaliser un prototype complet à l'aide des sondes thermocouples et des kits Arduino connectés à des ordinateurs pour enregistrer les températures issues des points indiqués. Pour le processus de cuisson, nous avons fait usage de la méthode des différences finie pour résoudre les équations du transfert couplé de chaleur et de masse. Nous avons aussi conçu un dispositif à l'aide des sondes thermocouples pour valider les résultats expérimentaux définissant le profil des températures dans le pain. Les résultats sont présentés au chapitre suivant.

---

**RESULTATS AND DISCUSSION**

---

## **3.1 Introduction**

Dans ce chapitre nous présenterons l'essentiel des résultats obtenus du processus de préchauffage et chauffage à vide et celui du processus de cuisson du pain campagne. Dans la première partie nous présenterons les résultats du processus de chauffage hybride du four et la validation expérimentale des profils de températures obtenus à des points bien indiqués. Dans la deuxième section de ce chapitre, l'essentiel des résultats des différents flux thermiques échangés dans le four est présenté ainsi que l'efficacité du chauffage à vide et des paramètres d'optimisations du système. Une fois la phase de préchauffe validé, nous procéderons à la phase de test suivi de la validation expérimentale de la cuisson du pain campagne (pain KUMBA) et une dernière partie sera consacrée aux conditions de fin de cuisson basée sur les critères de qualité.

## **3.2 Processus de chauffage hybride du four**

### **3.2.1 Profils des températures dans les différents compartiments**

#### **a) Température dans le bruleur**

Dans le bruleur, deux températures ont été mesurées expérimentalement. Nous avons obtenu l'évolution de la température des parois du brûleur, et celle des gaz chauds issus de la combustion. La figure 3.1 présente les variations de la température des parois du bruleur en fonction du temps.

On note une assez bonne concordance entre les résultats expérimentaux et ceux issus du modèle. Cette concordance valide notre modèle mathématique. Aussi nous remarquons que, le chauffage des parois est presque instantané jusqu'à  $800^{\circ}C$  en moins de  $300\text{ s}$ . La montée en température atteint rapidement la saturation à  $1000^{\circ}C$ , après seulement  $2000\text{ s}$ . Nous observons que le chauffage des gaz dans le brûleur prend un peu plus de temps et

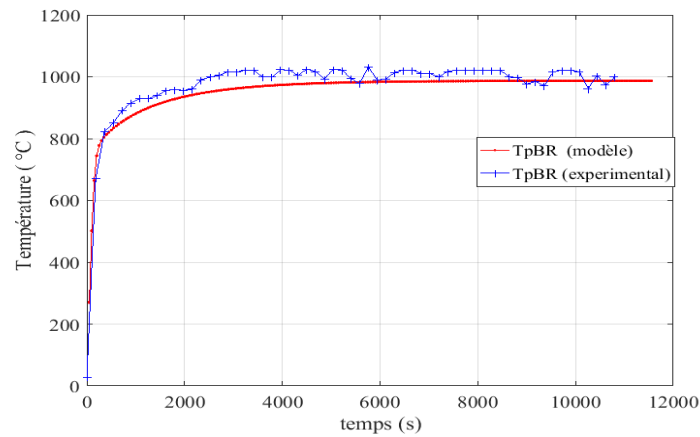


FIGURE 3.1 – Température des parois du bruleur.

atteint  $800^{\circ}\text{C}$ , après  $2000\text{ s}$  et sature à une valeur de  $870^{\circ}\text{C}$ , après  $2000\text{ s}$  (voir figure 3.2).

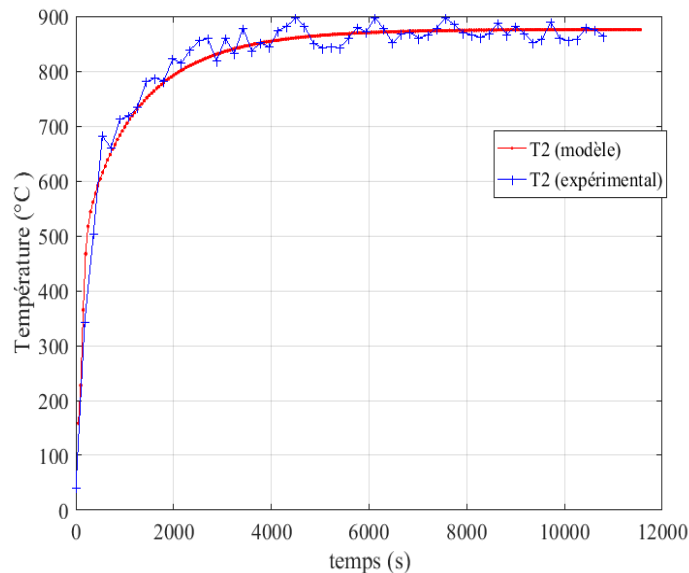


FIGURE 3.2 – Température des gaz chaud dans le bruleur.

Les légères variations ou fluctuations observées sur les courbes expérimentales sont dues aux influences liées à l'enfournement du charbon. La comparaison des résultats expérimentaux et ceux issus du modèle numérique sont assez concordants. Ces résultats sont aussi en accord avec des travaux similaires effectués sur des foyers à charbon obtenus par Zhao *et al.* [47] et Sagouong *et al.* [6, 7].

### b) Profil de la température dans la chambre de chauffage

A la sortie du brûleur, les gaz chauds issus de la combustion se dirigent vers la chambre et réchauffent l'air présent avec les parois.

La figure 3.3 présente le profil de température à la sortie du brûleur. Nous observons que les gaz chauds issus du brûleur ont approximativement le même comportement que les gaz dans le brûleur, mais avec une saturation à  $500\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

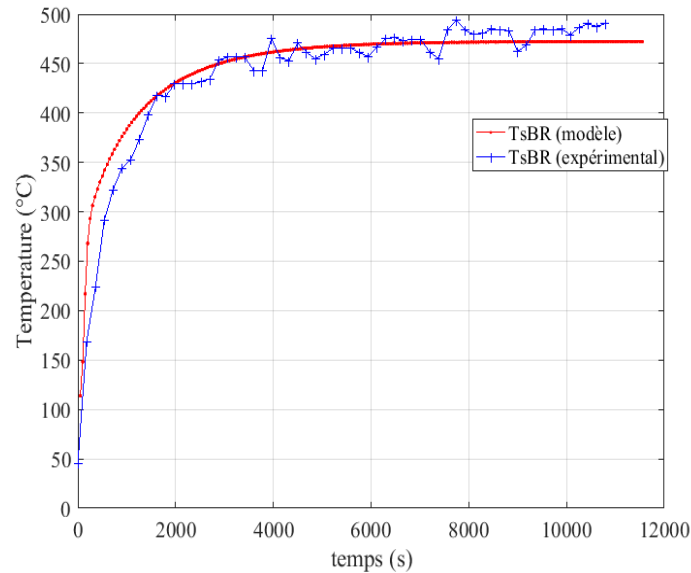


FIGURE 3.3 – température des gaz chauds en sortie du brûleur.

Le flux thermique des gaz chauds atteint la saturation à  $450\text{ }^{\circ}\text{C}$  en seulement  $2200\text{ s}$ . Il est important de noter que le modèle mathématique développé reflète assez bien le comportement thermique de la température en sortie du brûleur pour des fours similaires.

Ensuite nous avons la température des parois dans la chambre de chauffage à la figure 3.4. Elle se stabilise à environ  $300\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

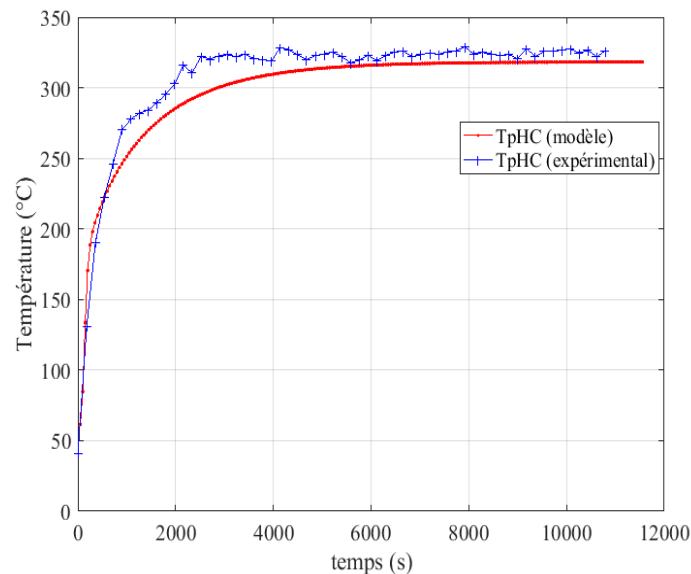


FIGURE 3.4 – Température des parois de la chambre de chauffage.

L'évolution de la température des gaz chauds dans la chambre de chauffage est présentée à la figure 3.5. Elle présente une stabilisation à  $300\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

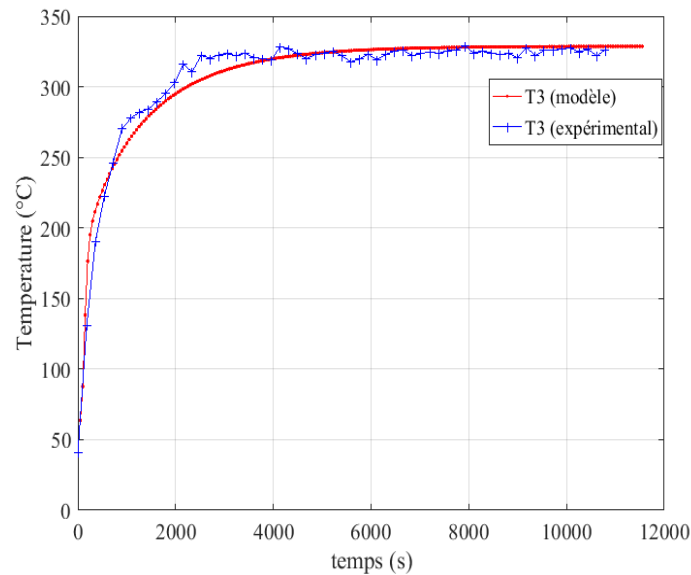


FIGURE 3.5 – Température des gaz chauds dans la chambre de chauffage.

Nous observons que les températures des gaz chauds dans la chambre de chauffage et sur les parois de cette chambre présentent approximativement le même comportement thermique. Cette similarité entre les deux profils s'explique par le fait que le gap d'interstice entre les parois et la chambre de cuisson est assez étroit, approximativement  $4\text{ cm}$ . Toutefois, nous observons que le chauffage des gaz et des parois dans cette chambre est progressif, jusqu'à la valeur de  $300\text{ }^{\circ}\text{C}$ , qui est atteinte après  $2000\text{ s}$ . Au-delà de cette valeur, les températures progressent légèrement jusqu'à atteindre leur valeur de saturation à  $330\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Les résultats numériques et expérimentaux sont en accord entre eux et aussi en accord avec les résultats des modèles similaires présent dans la littérature, et notamment ceux obtenus par Manhiça *et al.* [18]. Ces derniers ont développé un four similaire et atteint une valeur permanente dans la chambre de chauffage de  $340\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

### c) Température dans la chambre de cuisson

Dans la chambre de cuisson, la sonde placée au centre du four présente les résultats de la figure 3.6. Contrairement à ce que nous avons observé dans le brûleur, la montée en température dans la chambre de cuisson n'est pas instantanée. Ce retard dans l'évolution de la température est lié au fait que le chauffage dans la chambre cuisson est indirect. En effet, l'échangeur de la chambre de cuisson, reçoit le flux thermique de la chambre de chauffage après conversion par radiation et par convection. Après  $2000\text{ s}$ , la température atteint sa valeur de saturation de  $220\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Ces résultats sont aussi comparable à ceux obtenu

par d'autres chercheurs (Chhanwal *et al.* [15], Ploteau *et al.* [45], Mistry *et al.* [40, 41], Paton *et al.*[44]).

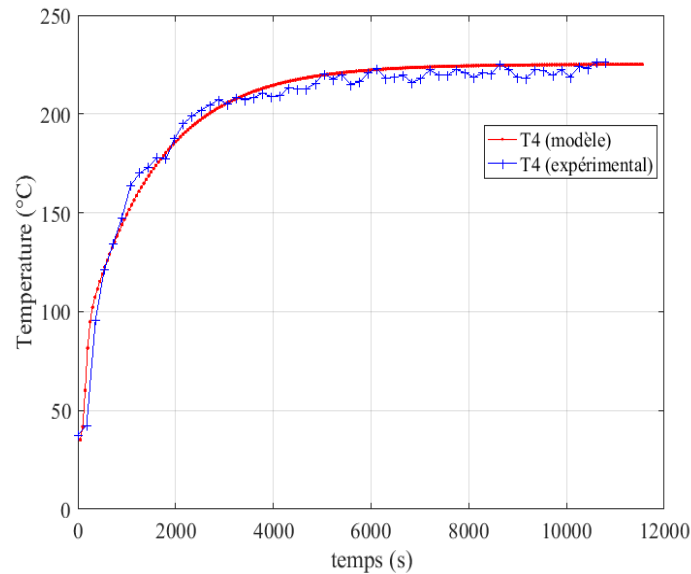


FIGURE 3.6 – Température de l'air dans la chambre de cuisson.

### 3.2.2 Flux thermiques et efficacité du chauffage

#### a) Flux thermiques échangés

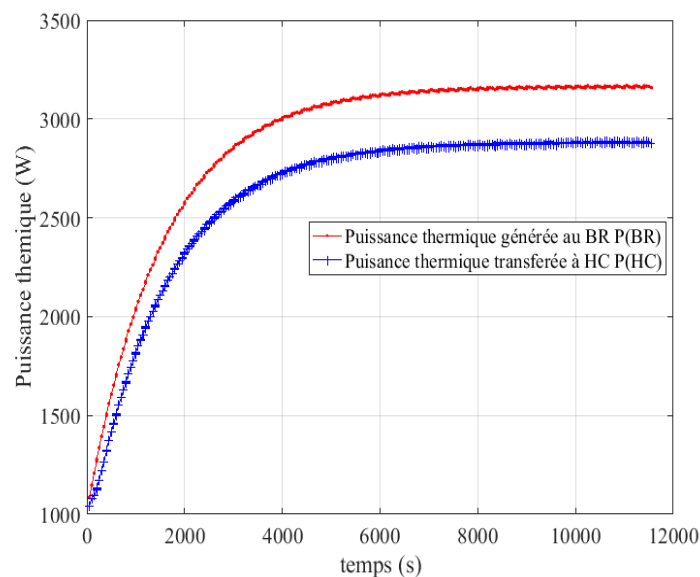


FIGURE 3.7 – Flux thermique échangé dans le brûleur.

La connaissance des températures en différents points du four nous permet de calculer les flux thermiques échangés dans le four. La figure 3.7 nous présente la puissance thermique générée ( $P_{BR}$ ) par la réaction dans le brûleur, et la puissance thermique utile ( $P_{HC}$ ) pour la chambre de chauffage. Nous pouvons constater que la puissance thermique développée par

le réacteur évolue rapidement et atteint sa valeur limite à  $3200\text{ W}$ , pendant que la puissance utile atteint la valeur de  $2900\text{ W}$ . La différence de  $300\text{ W}$  entre les deux flux thermiques est justifiée par les pertes thermiques au niveau des parois du brûleur.

La figure 3.8 quant à elle nous présente le flux thermique transféré à la chambre de cuisson ( $P_{BC}$ ), et celle perdue par la chambre de chauffage ( $PL_{HC}$ ). Nous observons que la chambre de cuisson reçoit une puissance thermique stable d'environ  $1550\text{ W}$ . Nécessaire à la cuisson des pains.

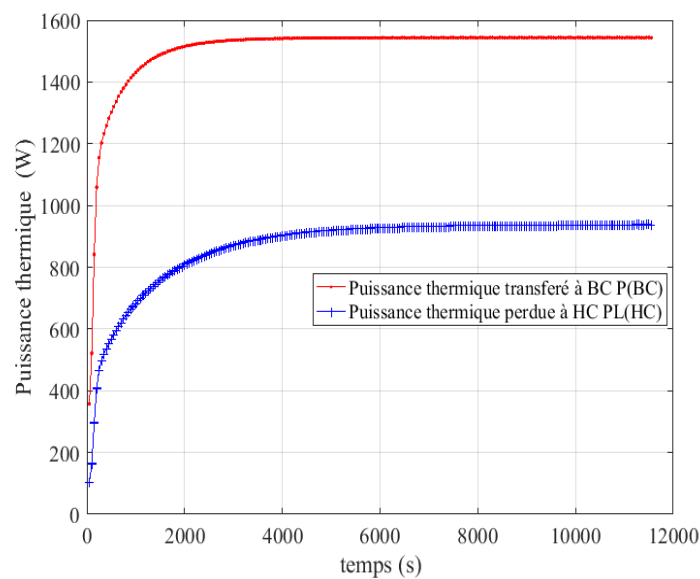


FIGURE 3.8 – Flux thermiques échangés dans la chambre de chauffage.

### b) Efficacité du chauffage à vide

Après l'évaluation des flux échangés, nous évaluons le comportement de l'efficacité thermique du four à vide. La figure 3.9 présente l'évolution temporelle de l'efficacité du four. Nous observons que la valeur maximale de 0.85 est atteinte après 400 s. A partir de cette valeur elle décroît et se stabilise à 0.5. Cette évolution trouve son explication dans le fait que le chauffage du four se fait à vide.

Aussi, il faut noter que la chambre de cuisson détient une capacité thermique limitée. L'observation de l'évolution de l'efficacité peut aussi nous renseigner sur le temps optimal d'enfournement de pain. À une température de  $170^{\circ}\text{C}$ , nous avons une efficacité maximale de 0.7 après seulement 1000 s. Ce temps peut être considéré comme référence du temps de préchauffe pour le modèle de four considéré. Cette information est capitale pour les travailleurs professionnels des pâtisseries.

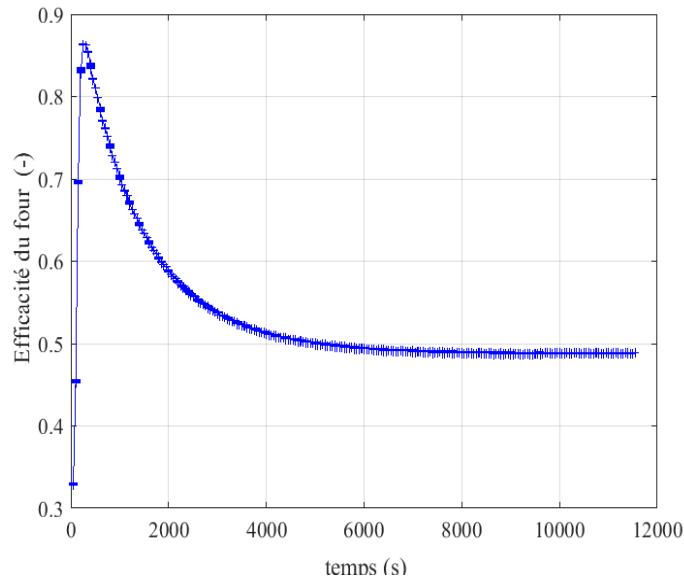


FIGURE 3.9 – Evolution de l'efficacité du chauffage du four.

### 3.2.3 Optimisation du processus de chauffage

#### a) Optimisation des paramètres physiques

Au regard du développement mathématique obtenu et de la fonction d'optimisation des paramètres physiques, nous avons développé un algorithme de recherche des paramètres optimaux de fonctionnement. Cet algorithme se base sur les fonctions mathématiques MAX(OF) appliquées sur chacun des paramètres du système. Les résultats issus de cette étape sont représentés à la figure 3.10.

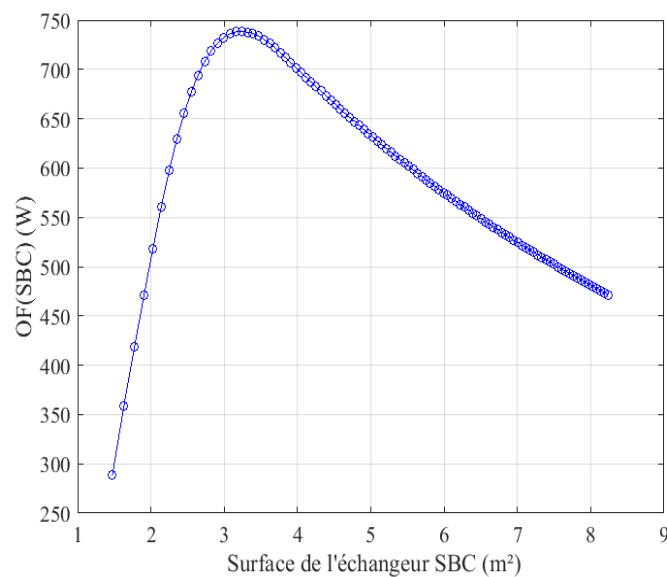


FIGURE 3.10 – Evolution de la fonction OF en fonction de SBC.

L'observation de la figure 3.10 nous montre que  $3.2 \text{ m}^2$  de surface totale de l'échangeur

est la valeur optimale pour laquelle nous avons le meilleur gain thermique de l'échangeur considéré. Cette valeur est significative et capitale pour les producteurs et fabricants locaux. Car elle facilite l'évaluation de la longueur de l'échangeur une fois que la hauteur et la largeur sont définies.

### b) Optimisation du facteur de remplissage

Une fois la taille de l'échangeur définie, il faut décider sur les dimensions du gap interstitiel de la voûte.

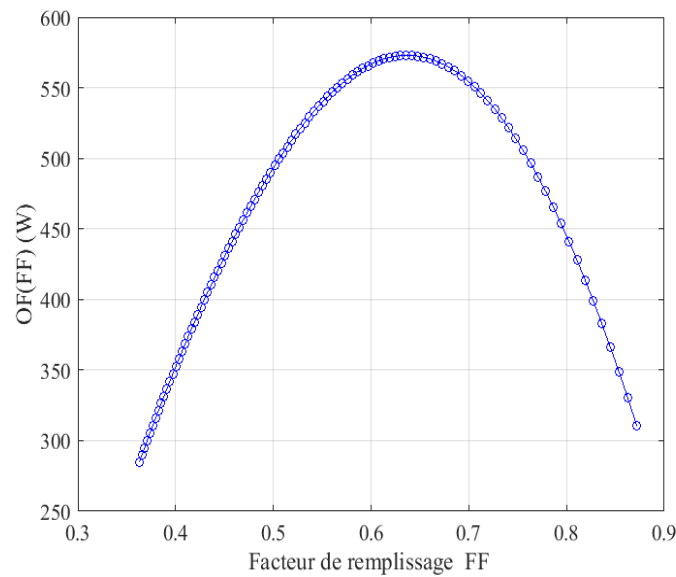


FIGURE 3.11 – Evolution de la fonction OF en fonction de FF.

La figure 3.11 nous présente une valeur de 0.65 comme valeur optimale du facteur de remplissage obtenu par simulation de la fonction objective OF. Cette fonction donne comme résultat une valeur correspondante à 4 cm comme valeur optimale de l'épaisseur du gap interstitiel.

### c) Optimisation de la puissance de la ventilation mécanique

La puissance de la ventilation mécanique contrôle et commande le système aérodynamique de la combustion. La figure 3.12 présente ce que l'on obtient en appliquant la fonction objective sur la puissance de la ventilation mécanique. Elle nous indique qu'une valeur de 50 W comme valeur optimale de la puissance électrique d'alimentation du souffleur. Au-delà de cette valeur, les pertes thermiques engendrées par la ventilation mécanique deviennent supérieures au bénéfice généré. Ce qui réduit l'efficacité du four.

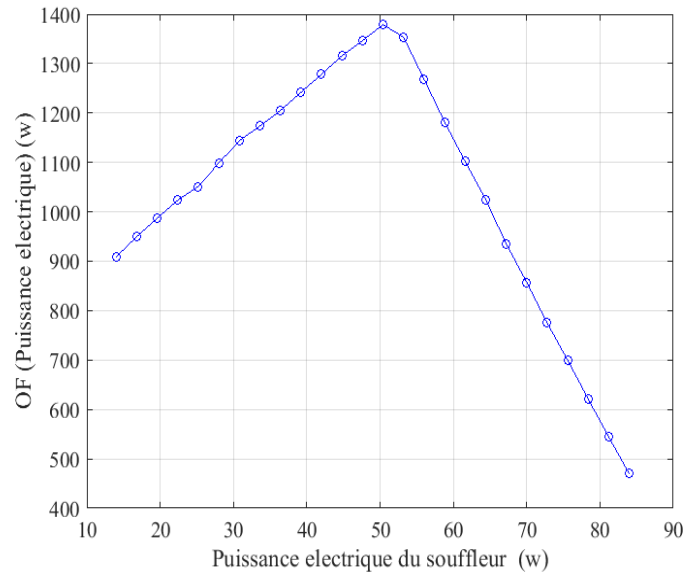


FIGURE 3.12 – Evolution de la fonction OF en fonction de la puissance.

La valeur de cette puissance électrique est basse comparée aux puissances électriques des fours existant sur le marché local. Cette valeur est assez bonne pour penser à une alimentation par système solaire photovoltaïque, étant donné que nous sommes dans une région assez riche en irradiation solaire. Pour une ville de Yaoundé où nous avons effectué les travaux expérimentaux, nous obtenons  $3.9 h/j$  comme nombre d'heures de pleine puissance, un module solaire de  $100 Wc$  produirait approximativement  $250 Wh/j$ . Ce qui correspond à un fonctionnement de 5 h par jour de la ventilation mécanique. Cette approche est économique pour les zones rurales et les producteurs locaux dans les pays en voie de développement. Cette initiative favorisera la production à bas coût du pain local dans les régions reculées du pays.

### 3.3 Processus de cuisson du pain campagne

#### 3.3.1 Transfert simultané de chaleur et de masse pendant le processus de cuisson

##### a) Validation expérimentale de la température

Trois points essentiels ont été choisis. La première position est au centre du pain au point Pt1 de coordonnée Pt1 ( $L/2, l/2, H/2$ ).

La figure 3.13 présente la variation temporelle de la température au centre du pain (au point Pt1). Elle prend un peu plus de temps (environ 1600 s) pour atteindre la valeur

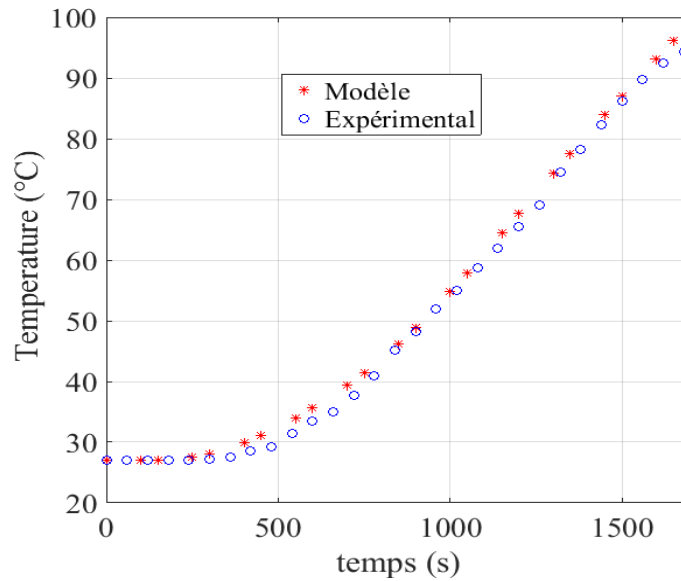


FIGURE 3.13 – Profile de température au point Pt1.

de consigne  $94^{\circ}\text{C}$ . Ce décalage et ce grand retard est lié à la grande dimension physique de la gamme de pain kumba choisit.

La deuxième position est au point Pt2 de coordonnées Pt2 ( $L/2, 1/4, H/4$ ) tandis que la troisième position a pour coordonnées Pt3( $L/2, 3l/4, 3H/4$ ).

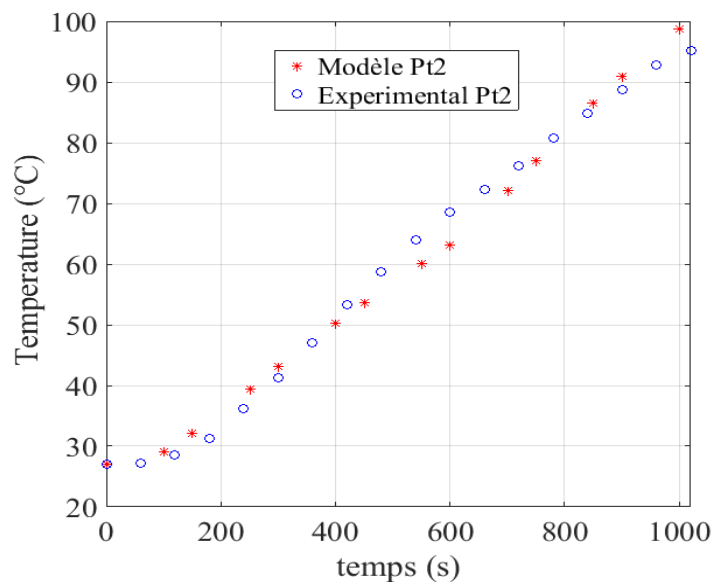


FIGURE 3.14 – Profile de température au point Pt2.

Les courbes représentées aux figures 3.14 et 3.15 nous présentent respectivement les profils de températures numériques et expérimentales aux deux points Pt2 ( $L/2, 1/4, H/4$ ) et Pt3 ( $L/2, 3l/4, 3H/4$ ) du pain. Contrairement au centre, l'évolution de la température pour ces deux points est rapide et la valeur de consigne de cuisson est atteinte après seulement

1000 s.

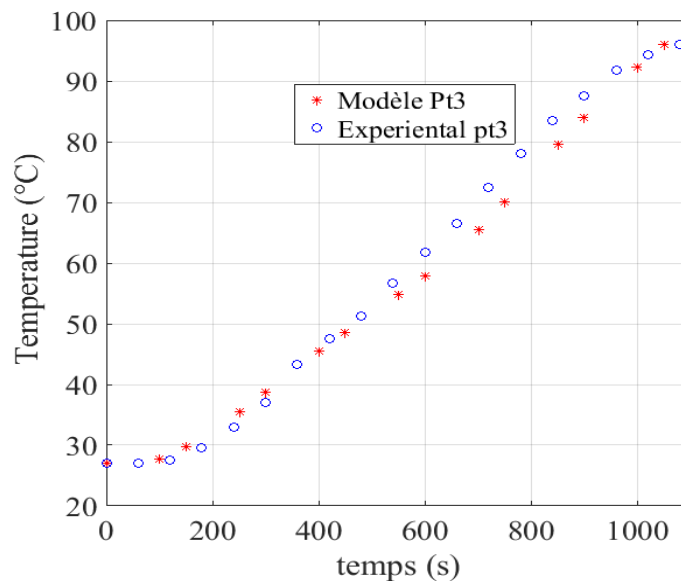


FIGURE 3.15 – Profil de température au point Pt3.

Ce résultat nous confirme que le pain se cuit de l'extérieur vers l'intérieur selon le sens de propagation de la chaleur. L'observation de ces résultats nous montre qu'avant le temps de fin de cuisson, (temps pour lequel la température est encore inférieure à  $94^{\circ}\text{C}$ ) le modèle mathématique est comparable au résultat expérimental. Mais, passé ce délai, nous observons un décalage des deux courbes.

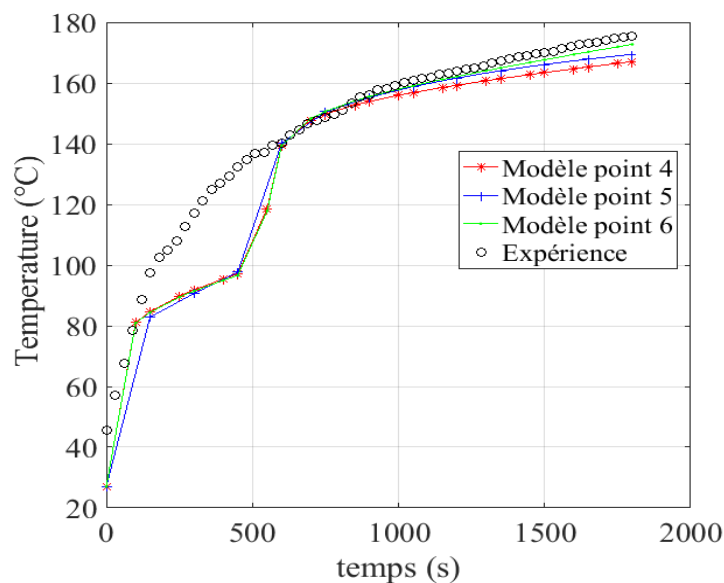


FIGURE 3.16 – Profil de température à la surface du pain.

L'évolution temporelle des températures au niveau de la sole (point 4), de la face latérale (point 5), du dessus (point 6) et celle mesurée expérimentalement au-dessus de la face

supérieure est présentée à la figure 3.16. Les courbes présentent des phases bien identifiées par leur comportement. Entre 0 s et 400 s le pain s'échauffe et gonfle, la température est encore inférieure à  $100^{\circ}\text{C}$ . Après cette phase nous observons une brusque variation de la température marquant le processus de changement de phase où la masse d'eau est évaporée, entre 400 s et 600 s. Au-delà de ce temps, les profils de températures issus du model sont en accord avec le profil expérimental. La température varie très peu jusqu'à la fin de cuisson, la température se stabilise à  $180^{\circ}\text{C}$  marquant la fin de la cuisson. Des résultats similaires effectuées dans des fours différents ont été obtenus par les références [2, 16, 27].

Pour se rassurer du transfert et de la continuité de la chaleur dans le pain de l'extérieur vers l'intérieure, nous avons représenté l'évolution de la température le long de chacune des lignes suivant l'axe des  $(Ox)$  et passant par les trois points susmentionnés Pt1 ( $L/2, 1/2, H/2$ ), Pt2 ( $L/2, 1/4, H/4$ ) et Pt3 ( $L/2, 3l/4, 3H/4$ ). Les courbes sont présentées à la figure 3.17.

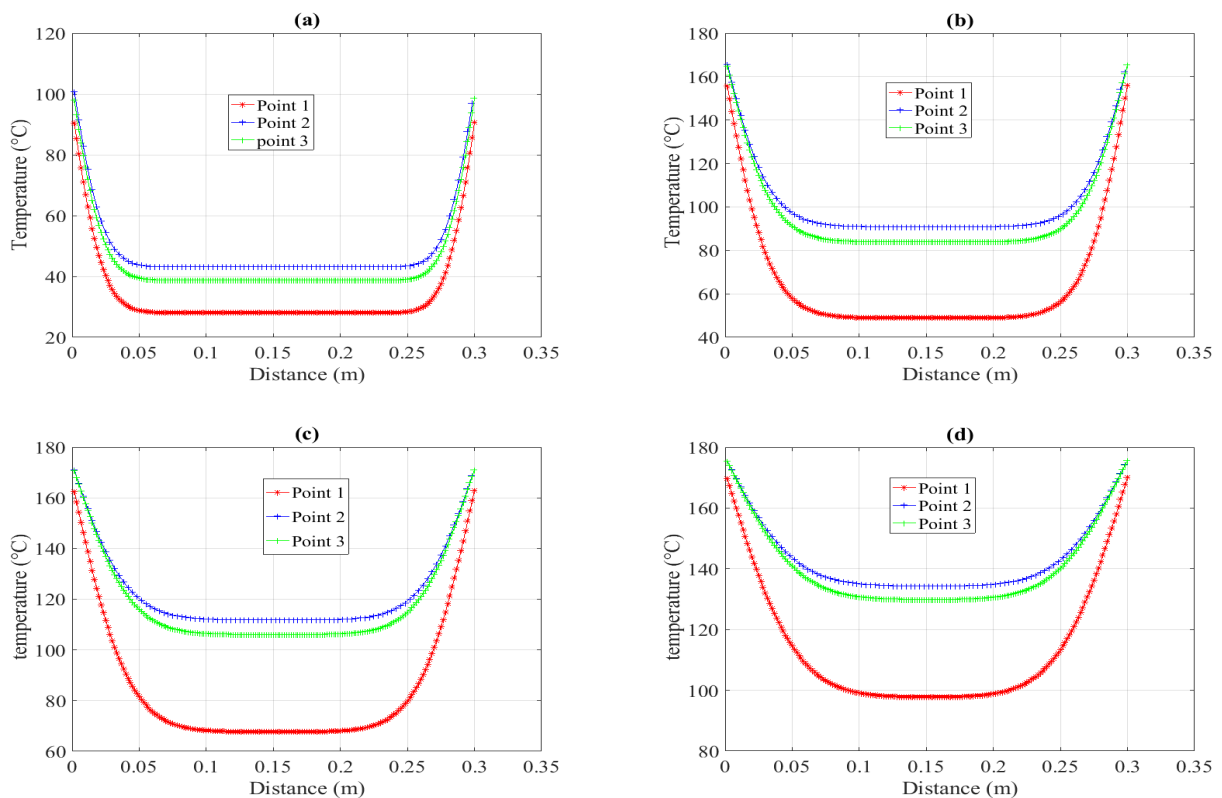


FIGURE 3.17 – Profil de température suivant  $(ox)$  a) 300s, b) 800s, c) 1200s, d) 1700s.

Les figures 3.17 (a), (b), (c), et (d) représentent respectivement les champs de température le long des lignes passant par les trois points susmentionnées, respectivement aux instants 300 s, 900 s, 1200 s et 1700 s. Nous constatons que les températures aux deux points Pt2, et Pt3 sont plus rapprochés l'une de l'autre le long de chacune de leur ligne respective

pendant toute la durée de cuisson. Bien que nous pouvons constater que la température à la sole présente un léger décalage vis-à-vis de son homologue. Cette différence est due au contact permanent du transfert par conduction avec la sole qui garde une température et un flux constant imposé à la sole. Nous pouvons aussi constater qu'au-delà de 900 s, la température sur les deux lignes atteint la valeur de  $90^{\circ}\text{C}$ , et après ce temps la température évolue au-delà de  $100^{\circ}\text{C}$ . Au centre du pain, la température présente un retard vis-à-vis des deux premières. Elle reste inférieure à  $100^{\circ}\text{C}$ , durant tout le processus de cuisson. Les résultats obtenus par notre modèle sont en assez bonne concordance avec ceux obtenus par [2, 26, 27].

### b) Transfert de masse pendant le processus de cuisson

L'activité en eau est aussi importante pour le processus de cuisson de pain. La figure 3.18 (a) nous présente l'évolution de la teneur en eau à l'intérieure du pain pour les trois points Pt1 ( $L/2, l/2, H/2$ ), Pt2 ( $L/2, l/4, H/4$ ) et Pt3 ( $L/2, 3l/4, 3H/4$ ).

Nous constatons que la teneur en eau au centre du pain reste constante durant tout le processus de cuisson. Par contre aux deux points Pt2 ( $L/2, l/4, H/4$ ) et Pt3 ( $L/2, 3l/4, 3H/4$ ), la valeur en eau reste constante pendant un temps d'environ 1000 s. Au-delà de cette valeur, nous observons une décroissance assez lente de 0.5 à 0.488 pour le point Pt2 ( $L/2, l/4, H/4$ ), et 0.494 pour le point Pt3 ( $L/2, 3l/4, 3H/4$ ). Cette décroissance de la teneur en eau est justifiée par les profils de températures qui présentent à ce moment précis une température supérieure à  $100^{\circ}\text{C}$ , température au-delà de laquelle le phénomène d'évaporation de l'eau débute dans le pain.

La figure 3.18 (b) quant à elle présente la teneur en eau aux différents points des surfaces du pain : à la surface (point 4), sur les faces latérales (point 5), et au niveau de la sole (point 6). On observe que : entre 0 s et 400 s, la teneur en eau reste constante à 0.5, pour tous les points de chaque surface. Cette phase correspond bien aux profils des températures présentés à la figure 3.16. Au-delà de 400 s nous pouvons observer une brusque diminution de la concentration en eau aux points de la surface. Ce qui correspond au début de l'évaporation de l'eau quand la température dépasse  $100^{\circ}\text{C}$  conformément au profil des températures en surface. La teneur en eau décroît rapidement et ce jusqu'à la fin de la cuisson où elle atteint 0.2 pour la sole et 0.25 pour les deux autres surfaces. Ce décalage observé est justifié par les hypothèses mathématiques formulées aux conditions aux limites de la sole.

Les résultats présentant l'évolution temporelle de la teneur en eau dans le pain et en surface du pain sont en accords avec les résultats des modèles présents dans la littérature.

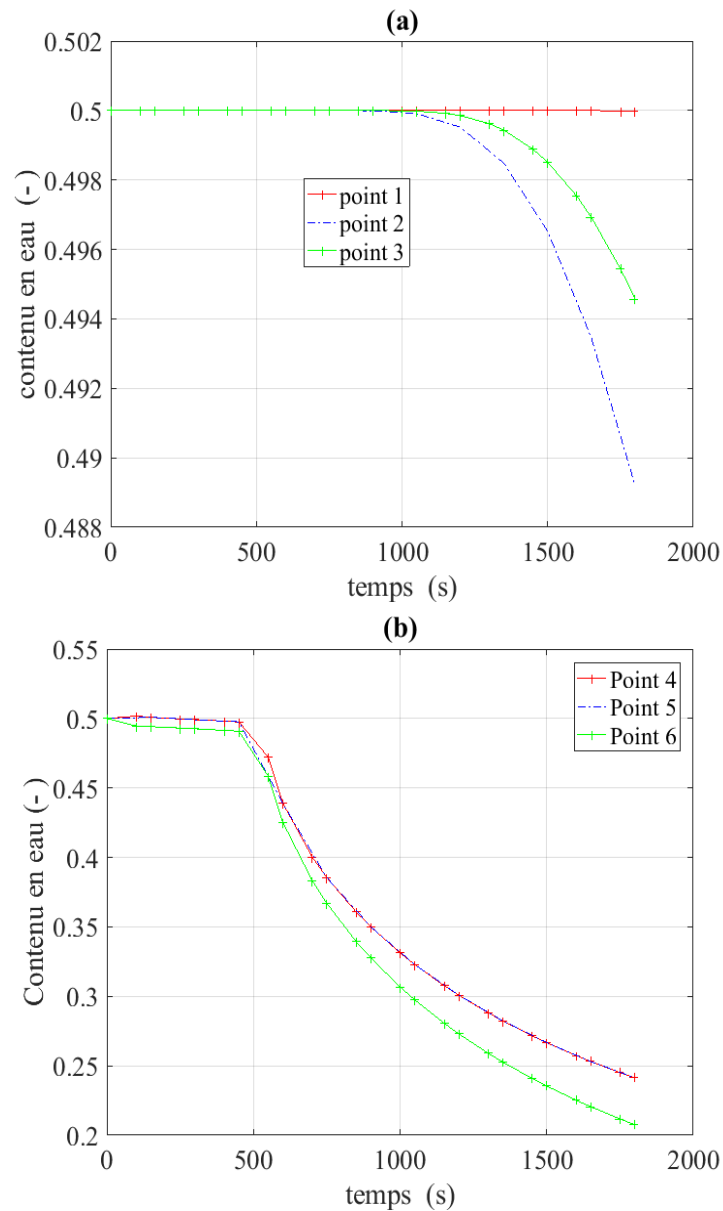


FIGURE 3.18 – Evolution temporelle de la teneur en eau a) dans le pain, b) en surface du pain.

La teneur en eau suivant les lignes passant par les points Pt1 ( $L/2, l/2, H/2$ ), Pt2 ( $L/2, l/4, H/4$ ) et Pt3 ( $L/2, 3l/4, 3H/4$ ) est représentée aux figures 3.19 (a), (b), (c), et (d) respectivement aux instants 300 s, 800 s, 1200 s, 1700 s. La figure 3.19 (a) montre une légère augmentation de la valeur de la teneur en eau. Cette augmentation est justifiée par l'effet du changement de volume pendant le processus de chauffage du pain (quand la température est encore inférieure à  $100^{\circ}C$ ). Nous pouvons aussi constater que la teneur en eau diminue de l'extérieur vers l'intérieur mais reste constante au centre du pain et ceci durant tout le processus de cuisson comme le prévoit les profils des figures 3.18 (a) et (b). À la fin de la cuisson, en chaque point de la surface du pain, la teneur en eau est assez faible (soit 0.2),

ce qui favorise la formation de la croûte et l'apparition de la coloration en surface.

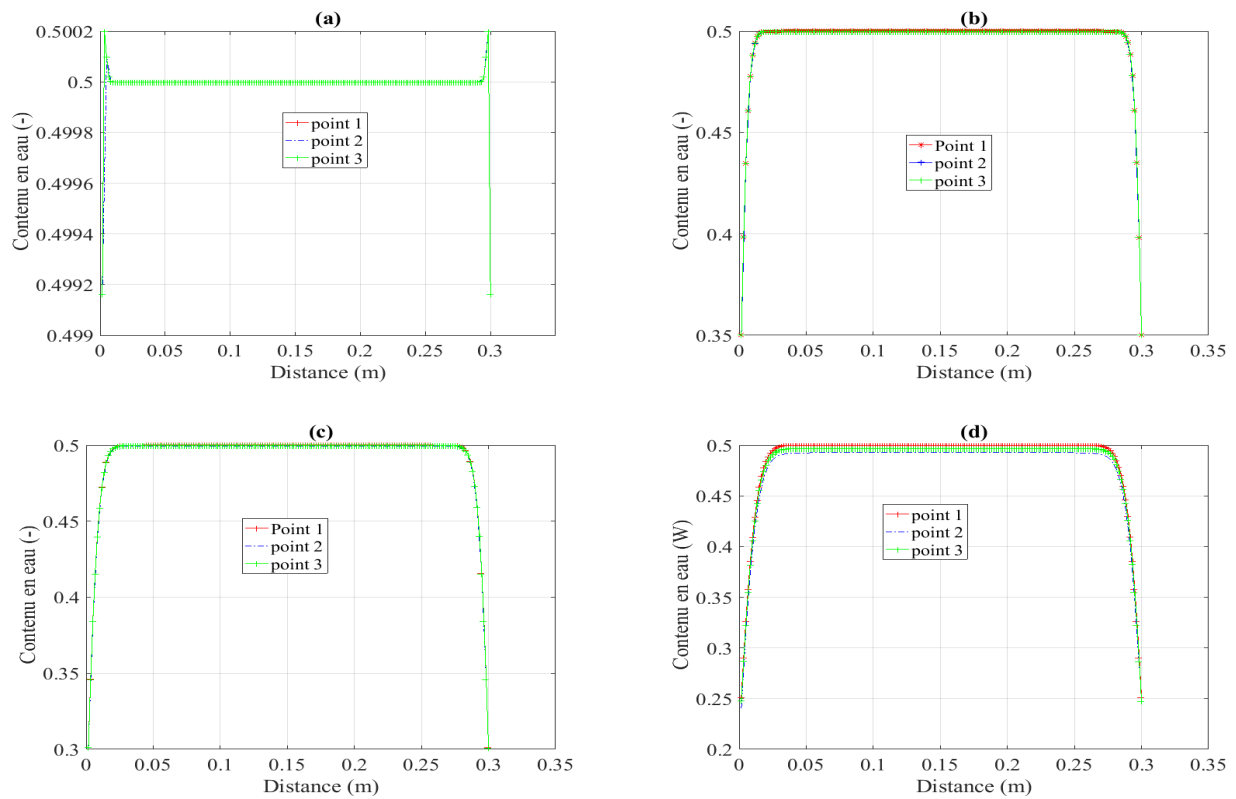


FIGURE 3.19 – Teneur en eau suivant (ox) a) 300s, b) 800s, c) 1200s, d) 1700s.

### 3.3.2 Qualité du pain et temps de cuisson

#### a) La gélatinisation

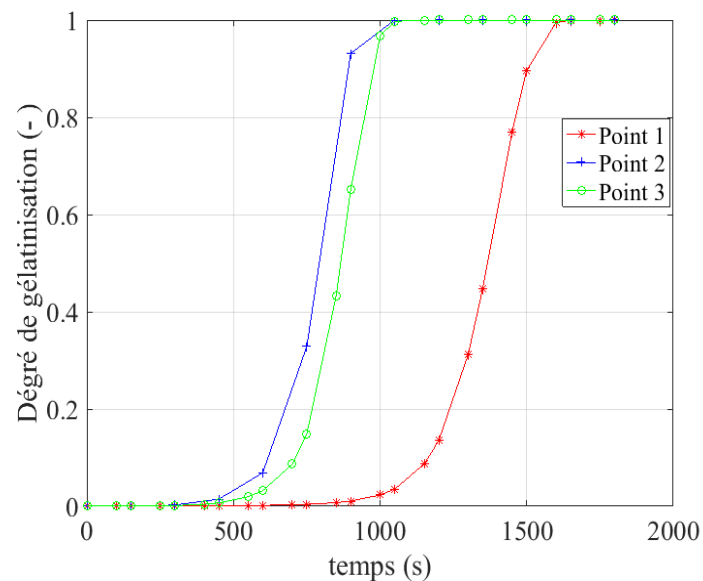


FIGURE 3.20 – Degré de gélatinisation.

La gélatinisation est l'un des critères de qualité permettant de définir les critères de bonne cuisson du pain. A partir des simulations numériques, nous avons représenté à la figure 3.20 le degré de gélatinisation en fonction du temps à des différents points du pain.

L'évolution de la gélatinisation aux trois points Pt1 ( $L/2, l/2, H/2$ ), Pt2 ( $L/2, l/4, H/4$ ) et Pt3 ( $L/2, 3l/4, 3H/4$ ) fait ressortir l'idée selon laquelle les deux points Pt2 ( $L/2, l/4, H/4$ ) et Pt3 ( $L/2, 3l/4, 3H/4$ ) ont une évolution plus rapide et atteignent en premier la valeur de référence qui est ici égale à 1.0 après seulement 1100 s. Au centre du pain, nous devons atteindre 1600 s pour obtenir la même gélatinisation. Cette grande différence entre le point central et les deux autres points du pain est justifiée par la grande dimension physique et aussi la grande densité de la pâte qui a une grande influence sur les critères de qualité du pain et sur le temps de cuisson. Sur le plan qualitatif, les profils présentant la gélatinisation ont le même comportement que ceux obtenus pour le modèle de pain similaire ayant une taille plus réduite, et cuit dans un four électrique par Chhanwal [26].

### b) Le brunissement ou brillance de la surface du pain

Le brunissement est un important critère de qualité du pain qui est directement proportionnel à la température de surface du pain et du temps de cuisson. La figure 3.21 présente le degré de brunissement en fonction du temps en différents points de la surface du pain.

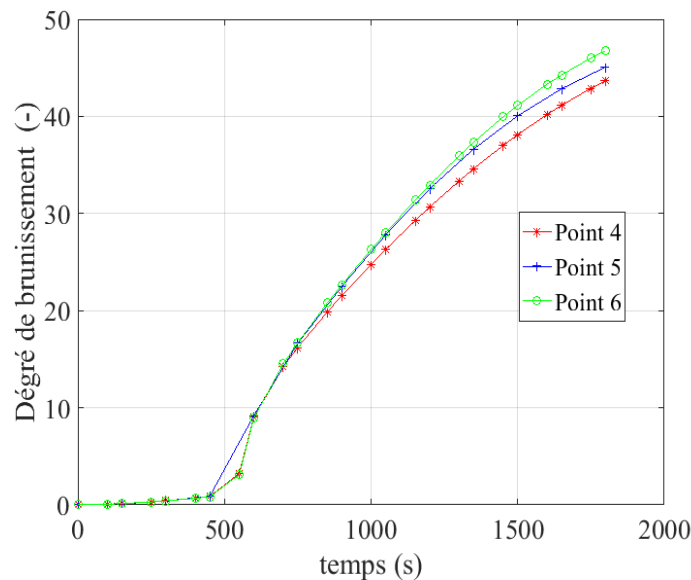


FIGURE 3.21 – Degré de brunissement des surfaces.

Cette évolution du brunissement aux trois points de la surface : au-dessus (point 4), sur les faces latérales (point 5) et au niveau de la sole (point 6) fait ressortir l'idée selon laquelle tous les points de la surface présentent la même évolution du degré de brunissement.

Le degré de brunissement reste constant et égal à 0 tant que les températures en surface restent inférieures à  $100^{\circ}\text{C}$ . Au-delà de cette valeur, le brunissement commence à croître et atteint la valeur de référence minimale qui est ici égale à 30 après seulement 1100 s ; mais il continue à croître jusqu'à la fin du processus de cuisson où il atteint la valeur de 45 après un temps de 1800 s. Cette valeur de 45 est toujours conforme à une bonne cuisson qui situe le degré de brunissement entre 30 et 52.

### c) Temps de cuisson sous contrainte minimale de qualité

Le temps de cuisson est défini par les contraintes minimales de qualité. Trois critères de qualité ont été choisis pour définir la fin du processus de cuisson : la température du centre du pain, la gélatinisation et le brunissement. Les valeurs minimales doivent être atteintes pour que nous puissions attester que le pain est cuit avec une bonne qualité (température au centre =  $95^{\circ}\text{C}$ , gélatinisation au centre = 0.68, et le brunissement des surfaces = 30). Le temps minimal de cuisson sera déterminé par le temps pour lequel ces trois critères sont satisfaits. Nous traçons donc les trois courbes pour les trois critères.

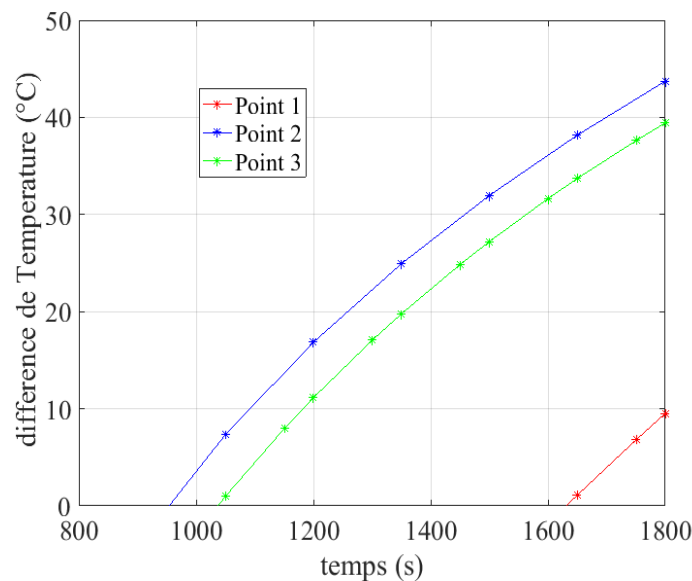


FIGURE 3.22 – Différence de température.

La figure 3.22 présente le tracé de l'évolution temporelle de la différence de températures aux trois points Pt1 ( $L/2, 1/2, H/2$ ), Pt2 ( $L/2, 1/4, H/4$ ) et Pt3 ( $L/2, 3/4, 3H/4$ ). La courbe présente l'évolution de la différence de température entre la température de consigne  $95^{\circ}\text{C}$  et les températures en chaque point. Les températures des deux points adjacents évoluent rapidement et atteignent leur valeur de consigne après seulement 1000 s alors que la température au centre du pain atteint sa valeur à 1650 s, soit 650 s plus tard. La valeur

retenue est 1650 s.

La figure 3.23 présente le tracé de l'évolution temporelle de la différence de degré de gélatinisation aux trois points internes du pain Pt1 ( $L/2, l/2, H/2$ ), Pt2 ( $L/2, l/4, H/4$ ) et Pt3 ( $L/2, 3l/4, 3H/4$ ).

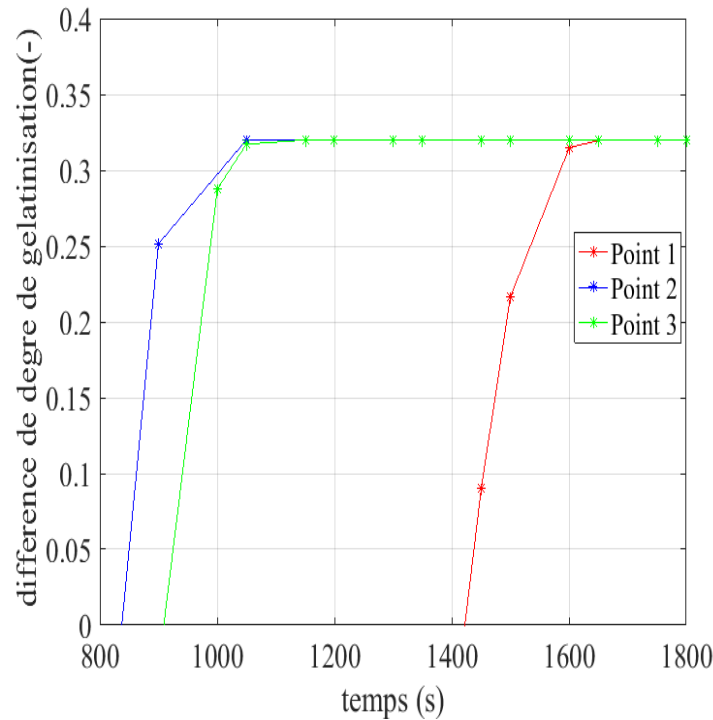


FIGURE 3.23 – Différence de gélatinisations.

La courbe présentant l'évolution de la différence de degré de gélatinisation entre la valeur de consigne 0.68 et les degrés de gélatinisations en chaque point montre que les deux points extrêmes satisfont aux conditions après seulement 900 s pendant que le centre prendra un peu plus de temps soit après 1450 s, soit 550 s plus tard. Ce grand écart observé trouve son explication dans les grandes valeurs thermo-physiques du pain. La valeur retenue est 1450 s.

La figure 3.24 présente le tracé de l'évolution temporelle de la différence de brunissement aux trois points suivant : la surface (point 4), les faces latérales (point 5) et la sole (point 6). La courbe présentant l'évolution de la différence de brunissement entre le brunissement de consigne 30 et les degrés de brunissement en chaque point montre que le brunissement des surface extérieures est atteint presque aux mêmes instants pour tous les points de la surface du pain, soit à une valeur de 1100 s. Contrairement à la courbe de gélatinisation, le brunissement des surfaces le long des contours extérieurs présente le même comportement.

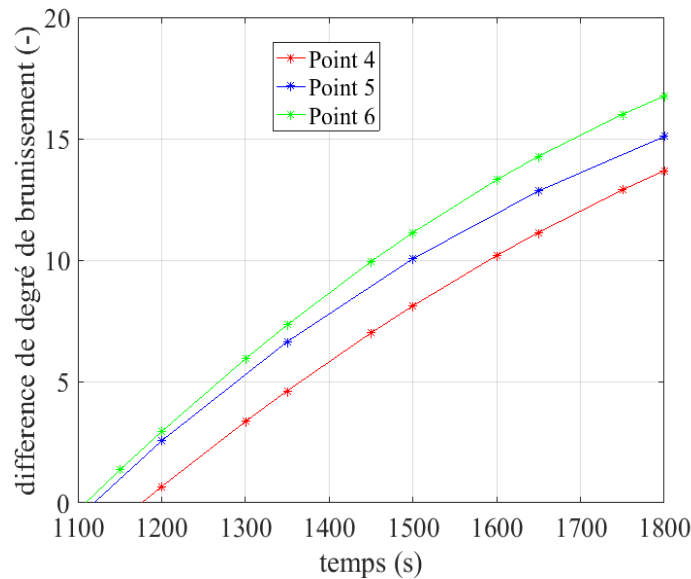


FIGURE 3.24 – Différence de brunissement.

### 3.3.3 Procédé de cuisson : répartition des flux, dépenses énergétique et efficacité

#### a) Répartition énergétique du processus de cuisson

Le processus de cuisson dans l'industrie de la boulangerie est une étape consommatrice d'énergie. Une attention particulière est faite sur les contributions des différents flux de chaleur mis en jeux et leur importance dans le processus de cuisson.

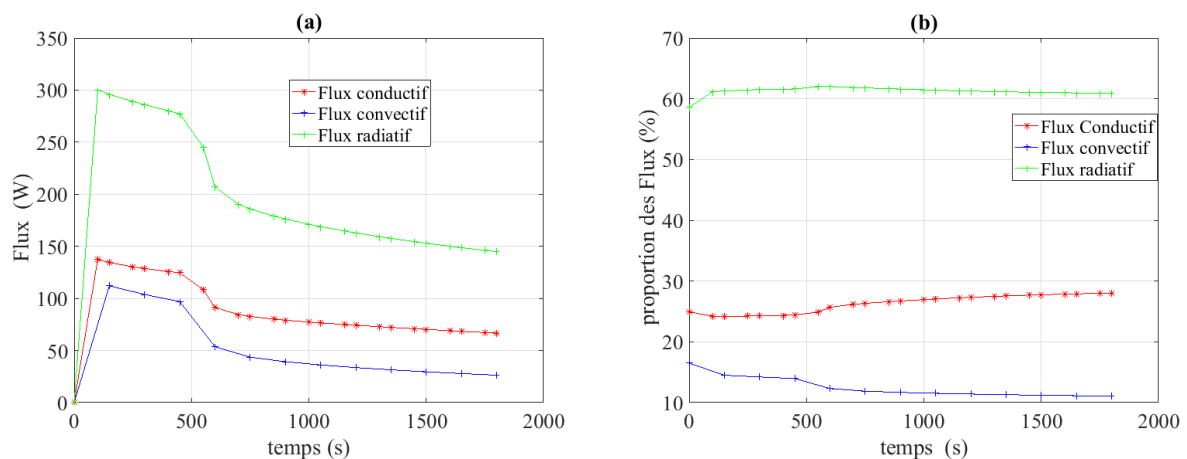


FIGURE 3.25 – Contribution des différents flux de chaleur à la cuisson du pain.

Les figure 3.25 (a) et (b) présentent respectivement la répartition des différents modes de transferts thermiques et leurs proportions à la cuisson d'un pain. Durant le processus de cuisson dans un four à échangeur, nous observons que trois modes de transferts thermiques sont mis en jeux : le transfert par conduction, par convection et par rayonnement. Le flux

thermique reçu par conduction à travers la sole varie de  $150\text{ W}$  à  $75\text{ W}$  durant le processus de cuisson. Sa contribution est de l'ordre de  $27\%$  de la part totale d'énergie nécessaire à la cuisson. Le flux convectif quant à lui varie entre  $110\text{ W}$  à  $25\text{ W}$  durant le processus. Ce qui représente  $11\%$  de la part totale de la contribution. Et enfin, le transfert par rayonnement varie de  $300\text{ W}$  à  $150\text{ W}$  pendant le processus de cuisson. Il représente à lui seul un peu plus de  $61\%$  de la contribution totale des flux. Il faut noter que ces résultats sont en assez bonne concordance avec ceux obtenus par Nicolas *et al.* [42] qui présente un rapport de  $60\%$  pour le flux radiatif, un peu moins de  $17\%$  pour le transfert convectif et  $23\%$  pour le transfert par conduction. La légère différence qui existe est justifié par la géométrie des pains et les propriétés thermo-physiques qui ne sont pas les mêmes, ajouté au fait que l'augmentation de la convection est liée à l'injection des vapeurs durant le processus de cuisson.

### b) Dépenses énergétiques et efficacité

L'énergie reçue par le pain est évaluée en intégrant la somme des différents flux à travers les contours du pain.

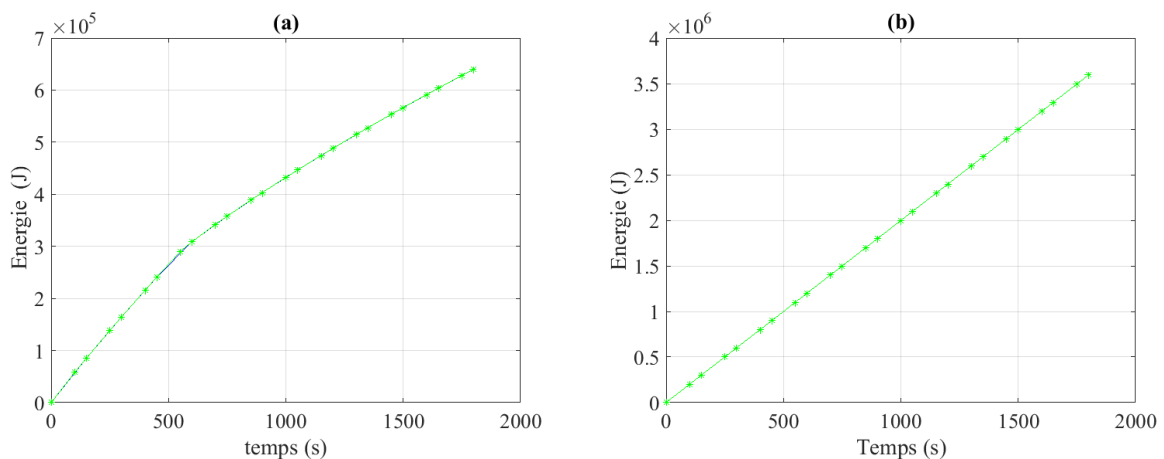


FIGURE 3.26 – Energie nécessaire mis en jeu durant le processus de cuisson.

Les Figures 3.26 (a) et (b) présentent respectivement l'évolution de l'énergie nécessaire à la cuisson d'un pain campagne et l'énergie fournie à la chambre de cuisson durant le processus de cuisson. Nous observons que l'énergie fournie par la chambre de cuisson pendant le processus est de  $4000\text{ kJ}$ . La cuisson complète d'un pain campagne nécessite jusqu'à  $600\text{ kJ}$  d'énergie pour un pain campagne de  $1.5\text{ kg}$  de masse et de dimension  $30\text{ cm} \times 15\text{ cm} \times 10\text{ cm}$  avec une densité de  $330\text{ kg/m}^3$ . Cela revient à environ  $400\text{ kJ/kg}$ . Cette valeur est bien loin de celle du pain français ou pain baguette [ $200\text{ kJ}$  ( $61\text{ kJ/kg}$ )] pour des caractéristiques thermo-physiques bien différentes :  $0.125\text{ kg}$  avec une masse volumique de  $180\text{ kg/m}^3$ .

Une observation minutieuse des figures 3.25 (a), 3.26 (a) et (b) nous montre que le maximum de puissance est absorbée durant les deux phases majeures que sont l'échauffement de 0 s à 250 s suivie du gonflement. Puis la phase d'évaporation de 250 s à 600 s. Après ces deux phases, les flux thermiques ne varient plus beaucoup. Pourtant durant cette baisse de puissance absorbée, le flux fourni par la chambre de chauffage reste constant. Il y a donc perte d'énergie pendant cette période et cette approche peut nous conduire à un gain d'énergie si nous réduisons la puissance thermique fournie par la chambre de cuisson.

Une fois l'évaluation du bilan énergétique mise en jeu durant le processus de cuisson, nous évaluons l'efficacité du processus de cuisson, la figure 3.27 présente le comportement de l'efficacité.

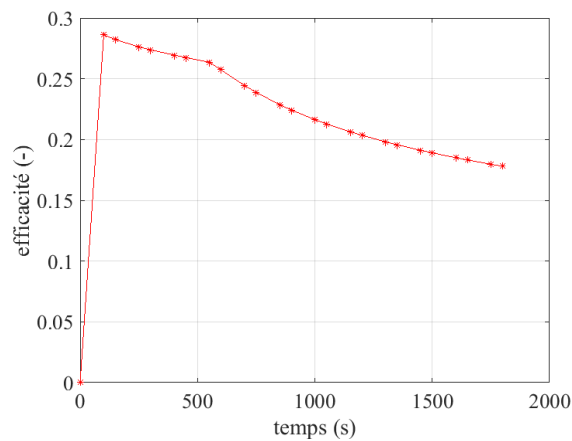


FIGURE 3.27 – Efficacité de cuisson en fonction du temps.

Nous observons que l'efficacité croît brusquement au début de la cuisson. Après seulement 100, s, elle atteint son maximum qui est de 28%. Puis commence à décroître jusqu'à atteindre une valeur de 18% après le temps de cuisson. Toutefois, il faut noter que, au vu des dimensions physiques du four vis-à-vis de celles du pain, nous savons que le chargement de la chambre de cuisson peut prendre jusqu'à trois pains à la fois. Cette valeur de l'efficacité peut donc considérablement être modifiée en fonction de la quantité des produits présents dans le four.

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté l'essentiel des résultats obtenus. Une fois le modèle mathématique validé, nous avons appliqué la fonction objective à plusieurs paramètres du four. Il en ressort qu'une valeur de  $3.2 \text{ m}^2$  a été obtenue comme valeur optimale de la

surface de l'échangeur constituant la chambre de cuisson, une valeur de 0,67 pour la valeur du facteur de remplissage, et une puissance de 50 W pour la puissance de la ventilation mécanique. En plus de ces valeurs optimales, nous avons aussi relevé le temps optimal pour lequel l'enfournement est établi. Une fois que les valeurs ont été validées, nous avons procédé à la deuxième phase des résultats expérimentaux qui consistait à des essais de cuisson. Les résultats de ces essais nous ont permis de déterminer les profils de température et d'eau dans le pain pendant la cuisson. L'exploitation de ces profils nous a permis de déterminer le temps de cuisson d'un pain KUMBA qui est de 1600 s sous des contraintes minimales de qualité que sont la température au centre qui est de 95 °C, le degré de gélatinisation qui est de 0.680 et le brunissement des surfaces qui est de 30 (critères décisifs minimaux pour l'acceptabilité clientèle). Le flux thermique reçu par conduction à travers la sole varie de 150 W à 75 W durant le processus de cuisson, soit une contribution de 27 % de la part totale d'énergie nécessaire à la cuisson. Le flux convectif quant à lui varie de 110 W à 25 W ; ce qui représente 11 % de la part totale de la contribution. Et en fin, le transfert par rayonnement qui varie de 300 W à 150 W pendant le processus de cuisson représente à lui seul un peu plus de 61 % de la contribution totale des flux. Le bilan d'énergie nous a permis de trouver une valeur de 600 kJ comme valeur de l'énergie nécessaire à la cuisson d'un pain campagne, avec une efficacité comprise entre 0.3 et 0.17.

---

## CONCLUSION GENERALE

---

Le présent travail avait pour principal objectif de construire un modèle mathématique capable de prédire le comportement thermique du chauffage des fours à pain utilisant les combustibles solides, puis faire des essais de cuisson. Partant des observations faites lors des multiples visites d'entreprises, nous avons proposé un modèle mathématique prenant en compte des conditions réelles de fonctionnement des fours existants sur le marché local. Les simulations numériques issues du modèle nous ont permis d'obtenir des profils de température en des points bien indiqués du four. Aussi un prototype de four fonctionnel a été conçu et réalisé afin de valider expérimentalement les résultats du modèle. Les données de températures obtenues à l'aide des sondes thermocouples type-K placées aux points indiqués sont assez concordantes qualitativement et quantitativement avec ceux présents dans la littérature pour des modèles similaires.

L'exploitation et l'analyse des températures nous ont permis d'évaluer des flux thermiques mis en jeu dans le processus. Il en ressort à cet effet qu'au régime permanent, le flux thermique généré par le brûleur est de  $3200\text{ W}$ , le flux transféré dans la chambre de cuisson est de  $1600\text{ W}$ . Une évaluation de l'efficacité de chauffage à vide nous a donné une valeur de 0.5. A partir des flux thermiques mis en jeu, nous avons développé une fonction mathématique basée sur le principe du gain thermique, bien connu en technologie des échangeurs pour chercher les paramètres optima de fonctionnement du four. Il en ressort que la puissance optimale de la ventilation mécanique est de  $50\text{ W}$ , la surface optimale de l'échangeur est de  $3.2\text{ m}^2$ , et le facteur de remplissage optimal est de 0.67.

Le processus de cuisson du pain campagne dans le four à échangeur précédemment étudié, est modélisé en trois dimensions cartésiennes en prenant en compte le transfert simultané de chaleur et de masse couplée au changement de volume. La modélisation des conditions aux limites a pris en compte le transfert simultané de chaleur (conduction, convection, et rayonnement) et de masse. La résolution du système couplé de transfert de chaleur et de masse a été réalisée par la méthode des différences finies. Les profils de températures en des points bien précis du pain ont été présentés.

À l'aide d'un dispositif fonctionnel d'acquisition des données, nous avons obtenu l'évolution des températures à la fois dans la chambre de cuisson et aussi à des points bien précis du pain. Ces derniers sont en accord sur le plan qualitatif et quantitatif avec les résultats numériques du modèle et aussi avec des modèles similaires présents dans la littérature.

Le modèle mathématique décrivant le modèle de cuisson nous indique un temps de cuisson de 1600 s correspondant à une température de  $95^{\circ}C$  au centre du pain et satisfaisant à la contrainte qualité avec une valeur du degré de gélatinisation égale à 1, et un degré de brunissement de 42. L'analyse de la montée en température à différents points dans la chambre de cuisson et dans le pain est en conformité avec les résultats expérimentaux des mesures, et avec ceux rencontrés dans la littérature pour les modèles similaires.

Aussi, nous avons évalué les dépenses énergétiques et des contributions des différents flux de chaleur pendant la cuisson. Il ressort que le flux thermique reçu par conduction à travers la sole varie de 150 W à 75 W, soit une contribution de 27 % de la part totale d'énergie nécessaire à la cuisson. Le flux convectif quant à lui varie de 110 W à 25 W ; ce qui représente 11 % de la part totale de la contribution. Le transfert par rayonnement varie de 300 W à 150 W et représente à lui seul un peu plus de 61 % de la contribution totale des flux. L'énergie fournie pendant le processus est de 4000 kJ. La cuisson complète d'un pain campagne de 1.5 kg en masse et  $30\text{ cm} \times 15\text{ cm} \times 10\text{ cm}$  avec une densité de  $330\text{ kg/m}^3$ , nécessite jusqu'à 600 kJ d'énergie, l'efficacité maximum pour la cuisson d'un pain est de 28 %.

Nous avons aussi constaté que lors du fonctionnement du four, les rejets de cendre et de fumées étaient très réduits, une faible consommation d'énergie électrique, un faible rejet de débris et de fumée. Le four fabriqué dans le cadre de cette thèse de doctorat est économique, sécuritaire, écologique, et autonome. Le modèle mathématique développé dans ce travail contribuera à l'optimisation de la construction locale des fours à pain de nouvelle génération avec une assez bonne gestion de la consommation énergétique et un rapport de qualité de processus de cuisson acceptable.

Bien que les résultats obtenus dans le cadre de cette thèse constituent une contribution significative dans la conception, la modélisation, et l'expérimentation des fours à pain localement fabriqués, un certain nombre de travaux restent encore à faire dans plusieurs aspects. Nous pouvons citer :

- ▷ Conception et réalisation du bras robotique enfouisseur du bio-charbon,
- ▷ Automatisation du processus de démarrage et d'activation de la combustion,

- ▷ Automatisation du système de contrôle des débits et de températures,
- ▷ Système de signalisation, et communication des données de fonctionnement,
- ▷ Intégration d'un système de gestion des contraintes de qualités de cuisson,
- ▷ Miniaturisation du dispositif pour des fins d'exploitation en laboratoire de recherche,
- ▷ Optimisation des déperditions et du confort thermique (aspect sécuritaire).

Il s'agit des travaux qui permettront de renforcer l'expertise locale en conception et fabrication des fours à pain de haute qualité.

## Annexes

### Appendices A : Paramètres physique du four

TABLE 3.1 – Dimension et forme géométrique du four

<b>Bruleur</b>	Forme	cylindre
	Rayon interne 1	0.070 m
	Rayon interne 2	0.084 m
	Hauteur interne	0.600 m
	Puissance du souffleur	38 W
<b>Chambre de chauffage</b>	<b>forme</b>	<b>parallélépipédique</b>
	longueur interne	$L_{BC} + e = 0.720$ m
	largeur interne	$W_{BC} + 2e = 0.43$ m
	Hauteur interne	$H_{BC} + 2e = 0.30$ m
	Épaisseur de l'interstice	ei= 0.04 m
	Épaisseur des parois	ep=0.100 m
<b>Chambre de cuisson</b>	<b>forme</b>	<b>parallélépipédique</b>
	longueur	$L_{BC} = 0.680$ m
	largeur	$W_{BC} = 0.350$ m
	Hauteur	$H_{BC} = 0.220$ m

### Appendices B : Les paramètres électriques du générateur solaire

TABLE 3.2 – Données expérimentales du générateur solaire

données générales	Besoin énergétique (Wh/J)	366	
	Nombre d'heure de pleine puissance h/j	3.92	
	Tension du système (V)	12	
	Chaîne de Rendement générateur PV	0.646	
module solaire	BLD : $P_{pv} = \frac{BJE (wh/jr)}{Z2*Z3*Z4*Crdt}$	Puissance Wc	100
		Tension Umpp	17
		Courant Impp	5
<b>Batterie de stockage</b>	Autonomie j	2	
	AOKLY : $Cbt = \frac{nj*BJE (wh/jr)}{U*PD*Rdt}$	Capacité	100
		Tension (V)	12
<b>Convertisseur solaire</b> <b>Convertisseur solaire</b>	Tension max Voc	47	
	courant de charge PV (A)	10	
	LST : $P_{max} = 0.2 * U_{sys} * C_{sys}$	Tension d'entrée MAX	47
	Ireg = $1.25 * \frac{P_{pv}}{U_{sys}}$	Courant de charge (A)	10
Onduleur back-up	SULKAM	Puissance (kva)	1.2

---

# Bibliographie

---

- [1] Hilal Isleroglu, S. B. (2019). Prediction of baking quality using machine learning based intelligent models. *Heat and Mass Transfer*, 56, 2045-2055.
- [2] Khatir, K., Paton, J., Thompson, H., Kapur, N., & Toropov, V. (2013). Optimization of the energy efficiency of bread-baking ovens using a combined experimental and computational approach. *Applied Energy*, 112, 918-927.
- [3] Kokolj, U., Skerget, L., & Ravnik, J. (2017). A numerical model of the shortbread baking process in a forced convection oven. *Applied Thermal Engineering*, 111, 1304-1311.
- [4] Khatir, Z., Taherkhani, A. R., Paton, J., Thompson, H., Kapur, N., & Toropov, V. (2015). Energy thermal management in commercial bread-baking using a multi-objective optimization framework. *Applied Thermal Engineering*, 80, 141-149.
- [5] Vershinina, K., Nyashina, G., Dorokhov, V., & Shlegel, N. (2019). The prospects of burning coal and oil processing waste in slurry, gel, and solid state. *Applied Thermal Engineering*, 156, 51- 62.
- [6] Sagouong, J. M., & Tchuen, G. (2018). A microcontroller and performance testing of three biomass cook stoves common use in Cameroon. *International Journal of Ambient Energy*, 42, 736-743.
- [7] Sagouong, J. M., & TCHUEN, G. (2018). Design, Construction and Experimentation of an Advanced Biomass Cook stove in Cameroon. *Journal of Electrical Engineering and Electronic Technology*, 7, 2-13.
- [8] Purlis, E., Salvadori, V. O. (2007) Bread browning kinetics during baking. *Journal of Food Engineering*, 80,1107-1115
- [9] Mistry, H., Ganapathi, S., Dey, S., Bishnoi, P., & Castillo, J. L. (2006). Modeling of transient natural convection heat transfer in electric ovens. *Applied Thermal Engineering*, 26, 2448-2456.

- [10] Nicolas, V., Glouannec, P., Ploteau, J. P., Salagnac, P., & Jury, V. (2017). Experiment and multiphysic simulation of dough baking by convection, infrared radiation and direct conduction. *International Journal of Thermal Sciences*, 115, 65-78.
- [11] Boulet, M., Marcos, B., Dostie, M., & Moresoli, C. (2010). CFD modeling of heat transfer and flow field in a bakery pilot oven. *Journal of Food Engineering*, 97, 393-402.
- [12] Isleroglu, H., & Kaymak, E. F. (2016). Modelling of heat and mass transfer during cooking in steam-assisted hybrid oven. *Journal of Food Engineering*, 181, 50-58.
- [13] Bredariol, P., Spatti, M., Vanin, F. M. (2019). Different baking conditions may produce breads with similar physical qualities but unique starch gelatinization behaviour *LWT-Food Science and Technology* 111, 737-743.
- [14] Chhanwal, N., Indrani, D., Raghavarao, K. S. M. S., Anandharamakrishnan, C. (2011) Computational fluid dynamics modeling of bread baking process. *Food Research International*, 44, 978-983.
- [15] Chhanwal, N., Bhushette, P., & Anandharamakrishnan, C. (2019). Current Perspectives on Non-conventional Heating Ovens for Baking Process a Review. *Food and Bioprocess Technology*, 12, 1-15.
- [16] Chiara, C., Valentina, P., Edric, C., Angelo, F. (2020). Estimation of the effective moisture diffusivity in cake baking by the inversion of a finite element model. *Journal of Food Engineering*, 270, 1-9.
- [17] Al-Nasser, M., Fayssal, I., Moukalled, F. (2020). Numerical Simulation of Bread Baking in a Convection Oven. *Applied Thermal Engineering*, 184, 116252.
- [18] Manhiça, F. A., Lucas, C., & Tobias R., (2012). Wood consumption and analysis of the bread baking process in wood-fired bakery ovens. *Applied Thermal Engineering*, 47, 63-67.
- [19] Davide, P., Sauro, P., Flavio, M. (2016). Energy optimization of bread baking process undergoing quality constraints. *Energy*, 116, 1417-1422.
- [20] Purlis, E. (2019). Simple methods to predict the minimum baking time of bread. *Food Control*, 104, 217-223.
- [21] Purlis, E. (2017). Baking process design based on modelling and simulation : toward optimization of bread baking. *Food Control*, 27, 45-52.

- [22] Micaela Ureta, M., Sandro Goñi, M., Salvadori, V. O., Olivera, D. F. (2016). Energy requirements during sponge cake baking : experimental and simulated Approach. *Applied Thermal Engineering*, 115, 637-643.
- [23] Anwar Endris, H., Lorenzo, P. (2023). Heat transfer characterization with alternative heating element layout in electric 'Injera' baking technology *Results in Engineering* 19101373 <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2023.101373>
- [24] Vershinina, K., Nyashina, G., Dorokhov, V., & Shlegel, N. (2019). The prospects of burning coal and oil processing waste in slurry, gel, and solid state. *Applied Thermal Engineering*, 156, 51-62.
- [25] Eleonora Bottani, A. V. (2009). An analytical model for cooking automation in industrial steam ovens *Journal of Food Engineering* 90, 153-160.
- [26] Chhanwal, N., Anishaparvin, A., Indrani, D., & Raghavarao, K. S. M. S., Anandharamakrishnan, C. (2010). Computational fluid dynamics (CFD) modeling of an electrical heating oven bread-baking process. *Journal of Food Engineering*, 100, 452-460.
- [27] Purlis, E. (2020). Simple models for predicting water loss of bread during baking. *Journal of food and process engineering*, 43, e13526
- [28] Purlis, E. (2023). Simple modelling of time-temperature profiles in food during baking. *Applied Food Research* 3, 100271 <https://doi.org/10.1016/j.afres.2023.100271> .
- [29] Purlis, E., Salvadori, V. O. (2009). Modelling the browning of bread during baking. *Food Research International*, 42, 865-870.
- [30] Purlis, E. (2012). Baking process design based on modelling and simulation : Towards optimization of bread baking. *Food Control*. 27, 45-52.
- [31] Chhanwal, N. (2011). Computational fluid dynamics modeling of bread baking process. *Food Research international*, 44, 978-983.
- [32] Chhanwal, N., Bhushette, P., & Anandharamakrishnan, C. (2019). Current Perspectives on Non-conventional Heating Ovens for Baking Process-a Review. *Food and Bio-process Technology*, 12, 1-15.
- [33] Pask, F., Sadhukhan, J., Lake, P., McKenna, S., Perez, E. B., & Yan, A. (2014). Systematic approach to industrial oven optimization for energy saving. *Applied Thermal Engineering*, 71, 72-77.

- [34] Boulet, M., Marcos, B., Dostie, M., & Moresoli, C. (2010). CFD modeling of heat transfer and flow field in a bakery pilot oven. *Journal of Food Engineering*, 97, 393-402.
- [35] | Khatir, K., Paton, J., Thompson, H., Kapur, N., Toropov, V., Kirk, D., & Lawes, M. (2012). Computational fluid dynamics (CFD) investigation of air flow and temperature distribution in a small scale bread-baking oven. *Applied Energy*, 89, 89-96.
- [36] Chhanwal, N., Anishaparvin, A., Indrani, D., & Raghavarao, K. S. M. S., Anandharakrishnan. C. (2010). Computational fluid dynamics (CFD) modeling of an electrical heating oven bread-baking process. *Journal of Food Engineering*, 100, 452-460.
- [37] Patrick, E. H., Pascal, Le B., Adrien ,F., Patrick, G. (2024). Experimental and numerical investigations of cake baking in mold *Journal of Food Engineering*. 382, 112215 <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2024.112215>.
- [38] Khatir, K., Paton, J., Thompson, H., Kapur, N., & Toropov, V. (2013). Optimization of the energy efficiency of bread-baking ovens using a combined experimental and computational approach. *Applied Energy*, 112, 918-927.
- [39] Bashir, A. I., Everts, M., Bennacer, R., & Meyer, J. P. (2019) Single-phase convection heat transfer and pressure drop in circular tubes in the laminar and transitional flow regimes. *Experimental Thermal and fluid Science*, 117, 1251-1263.
- [40] Mistry, H., Ganapathi, S., Dey, S., Bishnoi, P., & Castillo, J.L. (2006). Modeling of transient natural convection heat transfer in electric ovens. *Applied Thermal Engineering*, 26, 2448-2456.
- [41] Mistry, H., Ganapathi, S., Dey, S., Bishnoi, P., & Castillo, J.L. (2011). A methodology to model flow-thermals inside a domestic gas oven. *Applied Thermal Engineering*, 31, 103-111.
- [42] Nicolas, V., Glouannec, P., Ploteau, J. P., Salagnac, P., & Jury, V. (2017). Experiment and multiphysic simulation of dough baking by convection, infrared radiation and direct conduction. *International Journal of Thermal Sciences*, 115, 65-78.
- [43] Park, S. H., Kim, Y. H., Kim, Y. S., Park, Y. G., & Ha, M. Y. (2018). Numerical study on the effect of different hole locations in the fan case on the thermal performance inside a gas oven range. *Applied Thermal Engineering*, 137, 123-133.
- [44] Paton, J., Khatir, Z., Thompson, H., Kapur, N., & Toropov., V. (2013). Thermal energy management in the bread baking industry using a system modeling approach. *Applied Thermal Engineering*, 53, 340-347.

- [45] Ploteau, J. P., Glouannec, P., Nicolas, V., & Magueresse, A. (2015). Experimental investigation of French bread baking under conventional conditions or short infrared emitters. *Applied Thermal Engineering*, 75, 461-467.
- [46] Tu, T., Liu, H., Chen, S., Liu, Z., Zhao, H., & Zheng, C. (2015). Effects of furnace chamber shape on the MILD combustion of natural gas. *Applied Thermal Engineering*, 76, 64-75.
- [47] Zhao, H. (1992) Etude par modélisation de la commande optimale des systèmes de chauffage des Bâtiments utilisant des chaudières à charbon. Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. French. <tel-00523172> Paris Est France.
- [48] Khatir, K., Paton, J., Thompson, H., Kapur, N., Toropov, V., Kirk, D., & Lawes, M. (2012). Computational fluid dynamics (CFD) investigation of air flow and temperature distribution in a small scale bread-baking oven. *Applied Energy*, 89, 89-96.
- [49] Park, S. H., Kim, Y. H., Kim, Y. S., Park, Y. G., & Ha, M. Y. (2018). Numerical study on the effect of different hole locations in the fan case on the thermal performance inside a gas oven range. *Applied Thermal Engineering*, 137, 123-133.
- [50] Kokolj, U., Skerget, L., & Ravnik, J. (2017). A numerical model of the shortbread baking process in a forced convection oven. *Applied Thermal Engineering*, 111, 1304-1311.
- [51] Sourav, C., Kshirod, K. D. (2023). A comprehensive review on heat and mass transfer simulation and measurement module during the baking process *Applied Food Research*, 3, 100227 <https://doi.org/10.1016/j.afres.2023.100270>.
- [52] Karthik, S., Heartwin, A. P., Magdaline, E. E. F., Hrishikesh, M., Bikash, C. G. (2020). Three-dimensional computational fluid dynamics modeling of baking of chhana podo (milk cake) *Journal of food process engineering*, 44, e13587.
- [53] Paton, J., Khatir, Z., Thompson, H., Kapur, N., & Toropov, V. (2013). Thermal energy management in the bread baking industry using a system modeling approach. *Applied Thermal Engineering*, 53, 340-347.
- [54] Chhanwal, N., Anishaparvin, A., Indrani, D., & Raghavarao, K. S. M. S., Anandharamakrishnan. C. (2010). Computational fluid dynamics (CFD) modeling of an electrical heating oven bread-baking process. *Journal of Food Engineering*, 100, 452-460.
- [55] Khatir, K., Paton, J., Thompson, H., Kapur, N., Toropov, V., Kirk, D., & Lawes, M. (2012). Computational fluid dynamics (CFD) investigation of air flow and temperature distribution in a small scale bread-baking oven. *Applied Energy*, 89, 89-96.

- [56] Shantanu, S., Muhammad, R., Rasim, G.. (2019). Optimization of turbulent air jet impingement for energy efficient commercial Cooking. *Energy Procedia*, 160, 691-698.
- [57] Pask, F., Sadhukhan, J., Lake, P., McKenna, S., Perez, E. B., & Yan, A. (2014). Systematic approach to industrial oven optimization for energy saving. *Applied Thermal Engineering*, 71, 72-77.
- [58] Babajide, S. Kosemani, A. T., & Ilori, A. O. A. (2021) Modification and Optimization of a Baking Oven for Small Scale Bread Production *Agricultural Sciences*, 12, 630-644. <https://doi.org/10.4236/as.2021.126041>
- [59] Mistry, H., Ganapathi, S., Dey, S., Bishnoi, P., & Castillo, J. L. (2006). Modeling of transient natural convection heat transfer in electric ovens. *Applied Thermal Engineering*, 26, 2448-2456.
- [60] Park, S. H., Kim, Y. H., Kim, Y. S., Park, Y. G., & Ha, M. Y. (2018). Numerical study on the effect of different hole locations in the fan case on the thermal performance inside a gas oven range. *Applied Thermal Engineering*, 137, 123-133.
- [61] Chhanwal, N., Bhushette, P., & Anandharamakrishnan, C. (2019). Current Perspectives on Non-conventional Heating Ovens for Baking Process-a Review. *Food and Bio-process Technology*, 12, 1-15.
- [62] Pardalos, P., Zilinskas, A., Zilinskas, J., (2017). *Non-convex Multi-Objective Optimization*. Springer, Amsterdam.

---

---

## Liste des publications

---

1- **Kouemou Hatou, C. F.**, Tchuen, G., Wofo, P. (2021). Modeling, simulation and optimization of solid fuel bread ovens commonly used in developing countries ; Heliyon 7, e06184 [https ://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e06184](https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e06184).



Contents lists available at ScienceDirect

Heliyon

journal homepage: [www.cell.com/heliyon](http://www.cell.com/heliyon)

## Research article

## Modeling, simulation and optimization of solid fuel bread ovens commonly used in developing countries

C.F. Kouemou Hatou<sup>a,b</sup>, G. Tchuen<sup>b</sup>, P. Wofo<sup>a,\*</sup><sup>a</sup> LaMSEBP: Laboratory of Modelling and Simulation in Engineering, Biomimetic and Prototypes, Department of Physic, University of Yaoundé 1, Po Box 812, Yaoundé Cameroon<sup>b</sup> LISIE: Laboratory of Engineering, Industrials and Environmental Systems, University Institute of Technology – FOTSO VICTOR Badjoun (I.U.T- FV), University of DSCHANG Cameroon, Po Box 134 Bandjoun Cameroon

## ARTICLE INFO

## Keywords:

Local bread ovens  
Modeling  
Optimization  
Objective function  
Filling factor

## ABSTRACT

In this work, we propose a mathematical model describing thermal behavior and heating process optimization of solid fuel bread ovens. Numerical simulation leads to temperature profiles of the oven. The design and implementation of an operating prototype permits us to obtain, with type K thermocouples, experimental temperature profiles in some points of the oven. There is a good agreement between the experimental results and those obtained from the numerical simulation of the proposed model. A permanent temperature value of 220 °C is reached in the baking chamber. It is obtained that the energy efficiency of the oven is 49%. Making use of the objective gain function, it is found that the optimal parameters of the oven are the following: 50 W as optimum operating value of the electric power of the blower, 3 m<sup>2</sup> as the optimum operating value of the total surface of the baking chamber; and 0.67 as the optimum operating value of the filling factor between the heating chamber and the baking chamber. The developed model serves to better understand the operation, the optimization and to rationally manage energy expenditure related to solid fuel bread ovens in developing countries.

## 1. Introduction

The use of locally fabricated bread ovens is widespread in several developing countries. But, most of the time, these ovens are technically constructed and the problem of finding optimal parameters for their construction is still open. One of the reasons explaining this lack of optimization is the fact that most oven configurations do not yet have good mathematical models based on heat exchanges. This has been a special problem for researchers interested by the optimization of bread ovens since there are impacts on the environment, society and economy (Vershinina et al., 2019). In particular, wood and charcoal obtained from natural forest resources are the main energy sources in several developing countries (Sagouong and Tchuen, 2018a,b). Because the bread baking sector is an important industrial activity, the question of optimizing the existing oven configurations is of special importance since it can lead to new designs (Kokolj et al., 2017; Khatir et al., 2015). Ovens heat bread by conduction, convection, and radiation. These three heat transfer modes should be included when modeling the temperature in the bread ovens. It has been found that at low air speeds, the radiation is

predominant while at high speeds, the convection is much more important (Park et al., 2018; Nicolas et al., 2017; Isleroglu and Kaymak, 2016).

Technology designers look for simple and accurate prediction methods to simulate different processes in order to obtain appropriate material characteristics and operating conditions (Purlis, 2019). Indeed, the products qualities such as the temperature uniformity, heating efficiency, baking time, humidity and limited consumption of energy, highly depend on an efficient optimization of oven parameters (Chhanwal et al., 2019; Pask et al., 2014; Boulet et al., 2010; Khatir et al., 2012).

But this is a difficult problem and scientists are still looking for appropriate solutions taking reference in some other fields such as using charcoal in heating home (Zhao, 1992). An interesting work was conducted by Manhiça et al. (2012) on two types of bread ovens in Mozambique (ovens with direct and indirect heating using firewood). The experiment was conducted to obtain the temperature profiles in different locations of the oven. But, no mathematical model was derived in order to help in the optimization of the system.

The purpose of this work is threefold. Firstly, we propose a mathematical model for a parallelepiped bread oven using the mass exchange rate of the combustible and thermal rate variation of temperature in

\* Corresponding author.

E-mail address: [pwoafo1@yahoo.fr](mailto:pwoafo1@yahoo.fr) (P. Wofo).

different compartments. The set of equations obtained is solved numerically using the fifth order Runge-Kutta method. Secondly, we fabricate a prototype of an oven, heat the prototype and develop an experimental measurement method to assess the temperature profiles in different parts of the oven. Thirdly, we make use of an optimization procedure, well known for heat exchangers, to find out good values of parameters leading to an optimal functioning of the oven.

The structure of the work is as follows. In section 2, we present the bread oven configuration and derive its mathematical equations. The experimental method on a prototype is presented in section 3. The main results are presented and discussed in section 4 and section 5 is devoted to the conclusion.

## 2. Presentation of the oven configuration and mathematical modeling

### 2.1. Bread ovens in the field

Several visits to local bakeries allowed us to apprehend the types of bread ovens in the field, and to differentiate them according to their physical and technological characteristics.

Figure 1A, shows a traditional bread oven. Its main drawbacks are that it is large, bulky and can only make limited range of breads (Kumba bread, brioche). In the field, we found that ashes, fumes and Scrap coals are messy, and burns are very common due to a long exposure to fire during cleaning and charging. The heating process and baking time are uncertain since they depend on the quality and quantity of the fuel (wood, charcoal), the state and age of the oven, the time spent since the last heating, the air flow entering in the oven; and the products in the ovens. Geometry and volume depend on the level of difficulty for each constructor. The temperature is uncontrolled and is very unstable. The life of the oven is very short (after a few months the efficiency drops considerably).

The two images (Figure 1B and C) show the different parts of the industrial bread baking ovens most present in the Cameroonian market. These bread ovens are very expensive. The operation of the burner requires up to two important sources of energy (electricity and oil fuel). The position of the burner is always in front of the oven (Figure 1 B) and the work environment is very hot due to the burner position.

With the energy shortage in the country, added to multiple load shedding, voltage drops and multiple malfunctions in the public electricity grid, the owners of bakeries are obliged to use generators to satisfy their daily production. However, the contribution of diesel generators increases the costs of production, and somehow the cost of bread in the market.

So the quest for optimal oven working with charcoal remains open in our environment since in some parts of the country, electricity is lacking and one needs to bake bread. This is thus the aim of this study.

### 2.2. The bread oven configuration used in this work

Considering the above constraints, a bread oven configuration is proposed and studied in this work. It consists of three coupled subsystems described as follows:

- A movable and independent burner (BR) of cylindrical shape with insulated walls where burning solid biomass (wood debris and charcoal occurs) are inserted.
- A heating chamber (HC): parallelepiped envelope made of local materials with insulating structure.
- A baking chamber (BC): parallelepiped enclosure with conductive walls of low thickness.

Figure 2 shows us a detailed view of the bread oven used in this work.

### 2.3. Mathematical modeling

#### 2.3.1. Simplifying assumptions

In order to obtain a relatively simple and easily exploitable set of equations, it is essential to make some simplifying assumptions. These assumptions have been justified in a previous work related to similar processes (Zhao, 1992) and are given as follows.

- > The charcoal is homogeneous.
- > The gas flow in the furnace compartments is laminar and unidirectional.
- > The temperatures of gases and charcoal on a section are taken by their average values.
- > The oven walls have a uniform temperature in each compartment.
- > The charcoal flow entering the burner is constant.

#### 2.3.2. Mathematical model

The modeling will focus on heat transfers in all compartments of the oven. In the burner (BR), one considers the solid biomass (charcoal), the air flow and the walls. In the heating chamber (HC), the air flow and the walls are considered. Same for the baking chamber (BC).

Four systems are thus considered. The system 1 is the biomass in the burner. The air flow in the burner is the system 2. System 3 is the air flow in the heating chamber and finally the air flow in the baking chamber is system 4. The mass balance equation and the thermal balance relations are used to come out with the coupled Eqs. (1), (2), (3), (4), and (5).

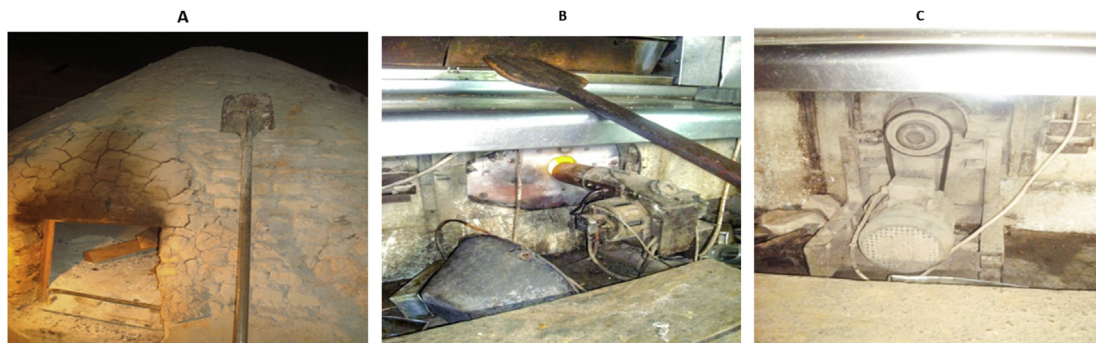


Figure 1. A. traditional oven, B. electrical oil burner, C. electrical blower.

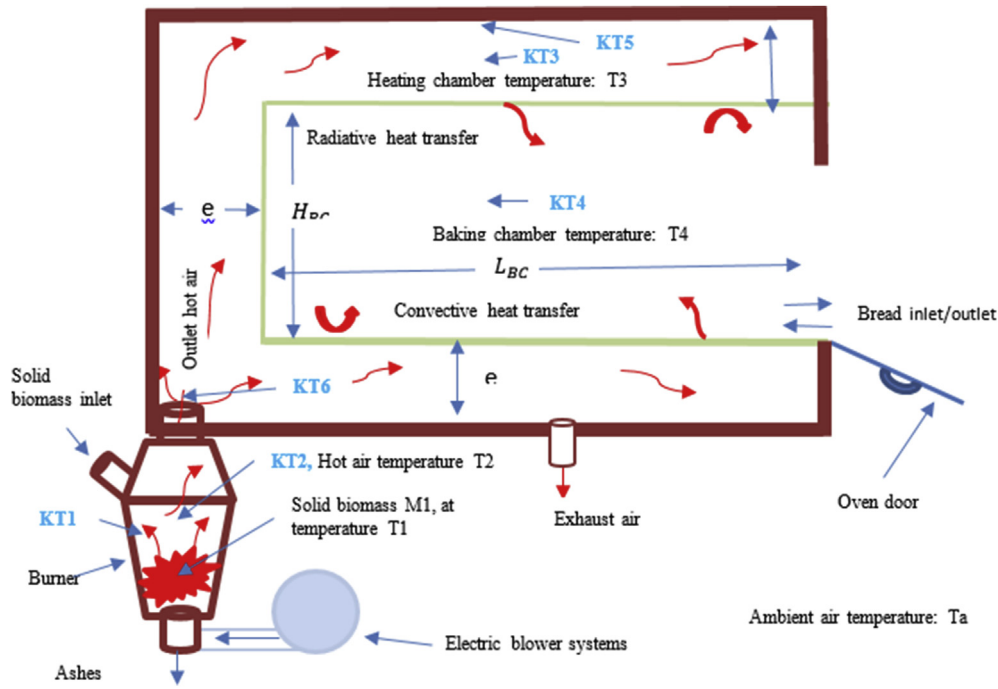


Figure 2. Bread oven configuration used in this work and thermocouples positions KT.

$$\frac{dM_1}{dt} = -V_{mc}M_1 + (1 - \tau_v - \tau_c) D_1 \quad (1)$$

$$C_1 M_1 \left( \frac{dT_1}{dt} \right) = V_{mc} M_1 LHV + C_1 D_1 T_{01} - h_c S_{cv} (T_1 - T_2) - \epsilon_1 \sigma S_{ra} (T_1^4 - T_{wBR}^4) \quad (2)$$

$$C_{T_2} \left( \frac{dT_2}{dt} \right) = V_{mc} M_1 LHV - \epsilon_1 \sigma S_{ra} (\epsilon_2 T_2^4 - T_{wBR}^4) - C_2 D_2 (T_{Ob} - T_a) - \frac{(T_2 - T_a)}{R_{BR}} \quad (3)$$

$$C_{T_3} \left( \frac{dT_3}{dt} \right) = C_2 D_2 (T_{Ob} - T_a) - \epsilon_{HC} \sigma S_{HC} (\epsilon_3 T_3^4 - T_{wHC}^4) - \epsilon_{BC} \sigma S_{BC} (\epsilon_3 T_3^4 - T_{wBC}^4) - h_{HC} S_{BC} (T_3 - T_{wBC}) - C_3 D_{Ea} (T_{Ea} - T_a) - \frac{(T_3 - T_a)}{R_{HC}} \quad (4)$$

$$C_{T_4} \left( \frac{dT_4}{dt} \right) = h_{BC} S_{BC} (T_{wBC} - T_4) + \epsilon_{BC} \sigma S_{BC} (T_{wBC}^4 - T_4^4) - \epsilon_d \sigma S_d (T_{wd}^4 - T_a^4) - h_d S_d (T_{wd} - T_a) \quad (5)$$

where,  $M_1$  is the mass of the solid biomass (charcoal) in the burner;  $T_1$  is the average temperature of the solid biomass (charcoal);  $T_2$  is the average temperature of the air flow in the burner;  $T_3$  is the average temperature of air flow in the heating chamber and  $T_4$  is the average temperature of air flow in the baking chamber.

The constants are:

$T_{Ob}$  : outlet air temperature of the burner.

$V_{mc}$ : combustion mass rate (rate of consumption of biomass in the burner).

$LHV$  : lower heating value.

$R_{HC}$ : thermal resistance of the heating chamber wall.

$R_{BR}$ : thermal resistance of the burner wall.

$D_1$  : rate of charcoal flow entering the burner.

$D_2$ : air flow rate at the burner outlet/baking chamber inlet.

$C_T$ : thermal capacitance of the body.

$\tau_v$  : rate of ash in the charcoal.

$\tau_c$ : rate of volatile matter in the charcoal.

The radiation is the predominant heat transfer mechanism for industrial tunnel ovens. For this study, the radiation was described using

the surface-to-surface (S2S) model as in Chhanwal et al. (2010, 2019) and Boulet et al. (2010). This model uses the modeling Eqs. (6), (7), (8), and (9). Eq. (6) gives us the model used for radiation model.

$$Q_{out w} = \epsilon_w \sigma T_w^4 + (1 - \epsilon_w) Q_{in w} \quad (6)$$

where  $Q_{out w}$  is the radiosity,  $Q_{in w}$  is the lighting of the surface;  $T_w$ , is the wall temperature;  $\epsilon_w$ , is the emissivity factor of the surface. The S2S model applied on different oven walls, can permit us to have the wall temperature of different parts of the oven.

The temperature of the burner wall is given by Eq. (7).

$$T_{wBR} = (T_1^4 (2\epsilon_{wBR} - 1) S_{ra} / (\epsilon_{wBR} S_{wBR}))^{1/4} \quad (7)$$

where  $S_{CS}$ , is the charcoal radiative surface into the burner,  $S_{wBR}$  is the burner wall surface.

The temperature of the heating chamber wall is given by Eq. (8).

$$T_{wHC} = ((1 - (1 - \epsilon_{wHC}) S_{BC} / (\epsilon_{wHC} S_{HC})) (\epsilon_3 T_3^4 + (1 - \epsilon_3) \epsilon_{wBC} T_{wBC}^4))^{1/4} \quad (8)$$

where,  $S_{BC}$  is the baking chamber radiative surface;  $S_{HC}$  is heating chamber radiative surface.

The continuity of the heat flow through the wall of the baking chamber leads to the following temperature expressions (9) and (10):

$$T_{wBC} = ((\varepsilon_3 T_3^4 + T_4^4)/2)^{1/4} \quad (9)$$

$$T_{wd} = ((\varepsilon_4 T_4^4 + T_a^4)/2)^{1/4} \quad (10)$$

### 2.3.3. Thermal parameters and numerical method

The gases flow rate from the wind tunnel (in kg/s) is expressed as in (Khatir et al., 2013; Bashir et al., 2019) by Eq. (11) below

$$D_2 = P_m / \Delta p \quad (11)$$

where  $P_m$  is the mechanical power of the blower and  $\Delta p$  is the pressure of gases passing through the burner. The charcoal gas convective surface is expressed as (Zhao, 1992) by Eq. (12):

$$S_{cv} = S_d * M_1 \quad (12)$$

where,  $S_d$ , is the surface density of charcoal (kg/m<sup>2</sup>), and  $M_1$  is the masse of the charcoal (in kg)

The convective heat coefficient is expressed by Eq. (13)

$$h_{BC} = h_{HC} (T_3 - T_{wB}) / (T_{wB} - T_4) - \varepsilon_{BC} \sigma (T_{wB}^2 + T_4^2)(T_{wB} + T_4) \quad (13)$$

The fixed values are as follows:  $T_1(0) = 37^\circ C$ ,  $T_2(0) = 37^\circ C$ ,  $T_3(0) = 37^\circ C$ ,  $T_4(0) = 27^\circ C$ ,  $T_a = 27^\circ C$ ,  $M_1(0) = 0, 0425$  kg.

The set of Eqs. (1), (2), (3), (4), and (5) and their associated thermal parameters are solved using the fifth order Runge-Kutta method.

## 2.4. Optimization procedure

### 2.4.1. Heat flux and oven efficiency

Knowledge of different temperature profiles can permit us to plot the thermal heat generated by the combustion and the heat flux exchanged trough the oven (Zhao, 1992). It is given by Eq. (14)

$$P_{BR} = M_1 * V_{mc} * LHV \quad (14)$$

where,  $V_{mc}$  is the mass velocity of combustion (kg/kg.s),  $M_1$  is the charcoal mass in the burner (in kg) and  $LHV$  is the lower heating value (in J/kg). The thermal power transmitted to the baking chamber is given by Eq. (15):

$$P_{BC} = h_{BC} S_{BC} (T_{wB} - T_4) + \varepsilon_{BC} \sigma S_{BC} (T_{wB}^4 - T_4^4) \quad (15)$$

Consequently, Eq. (16) defines the oven efficiency

$$\eta = P_{BC} / P_{BR} \quad (16)$$

### 2.4.2. Heating process optimization

The objective function (OF) in this context finds its meaning in the way of understanding the gain of the heat flux when a parameter of the system varies. This corresponds to the difference between the profits and the thermal losses, during all the bread oven heating process. The analysis of this function leads to the limits on parameters values at which the bread oven begins to lose energy. This OF is defined here as the difference between the heat flux transferred to the baking chamber ( $P_{BC}$ ) and the total heat flux lost by the heating chamber ( $PL_{HC}$ ). Eq. (17) gives its expression

$$OF = P_{BC} - PL_{HC} = h_{BC} S_{BC} (T_{wB} - T_4) + \varepsilon_{BC} \sigma S_{BC} (T_{wB}^4 - T_4^4) - C_3 D_3 (T_{Ea} - T_a) - (T_3 - T_a) / R_{HC} \quad (17)$$

The filling factor  $FF$  in this context refers to the volume occupancy of

the baking chamber relative to the heating chamber, thus describing the ratio of the external volume of the baking chamber to the internal volume of the heating chamber. This factor is independent of the content of baking chamber and is expressed by the following formula (18):

$$FF = V_{BC} / V_{HC} = (L_{BC} W_{BC} H_{BC}) / ((L_{BC} + e)(W_{BC} + 2e)(H_{BC} + 2e)) \quad (18)$$

where,  $V_{BC}$  is the baking chamber volume;  $V_{HC}$  is the heating chamber volume,  $e$  represents the thickness of the gap along the length, the width and the height between the heating chamber and the baking chamber.  $L_{BC}$ ,  $W_{BC}$  and  $H_{BC}$  are respectively the length, the width and the height of the baking chamber. Knowledge of the filling factor  $FF$  indicates the permissible relative spacing between the two chambers which obeys the optimal limits of the bread oven heating process.

Once the objective function (OF) has been established, the mathematical formulation of the optimization consists in finding the maximum of the OF function during the entire heating period  $t \in [0, 11800s]$ , for each value of the parameter to be considered, using the parameters given in Eqs. (19) and (20).

$$\begin{cases} OF_{S_{BC}} = MAX_{P_{S_{BC}}} OF(t, S_{BC}) \\ S_{BC} \in [1.5m^2, 8.5m^2] \end{cases} \quad (19)$$

-the filling factor,  $FF \in [0, 35, 0, 85]$ ,

$$\begin{cases} OF_{FF} = MAX_{FF} OF(t, FF) \\ FF \in [0.35, 0.85] \end{cases} \quad (20)$$

The useful surface of the exchanger is  $S_{BC} \in [1.5m^2, 8.5m^2]$ . A similar reasoning is applied to the burner on the electric power  $p \in [14W, 84W]$ . This leads to the corresponding objective function given in Eq. (21)

$$\begin{cases} OF_p = MAX_p OF(t, p) \\ p \in [14W, 84W] \end{cases} \quad (21)$$

The minimum and maximum limit values of the electric power, the area of the exchanger, and the filling factor are limit data for the operation of the system. This optimization procedure is similar to the description made by Pardalos et al. (2017).

## 3. The experimental method

### 3.1. Oven description and physical parameters

In the literature, many charcoal ovens used for domestic cooking have a cylinder or a truncated cone shape (Sagouong and Tchuen, 2018a,b). The in-furnace mixing and the combustion characteristics depend on the furnace chamber shape (Tu et al., 2015). Table 1 presents the values of the geometric dimensions and the shape of each part of the oven designed in this study (see Figure 2).

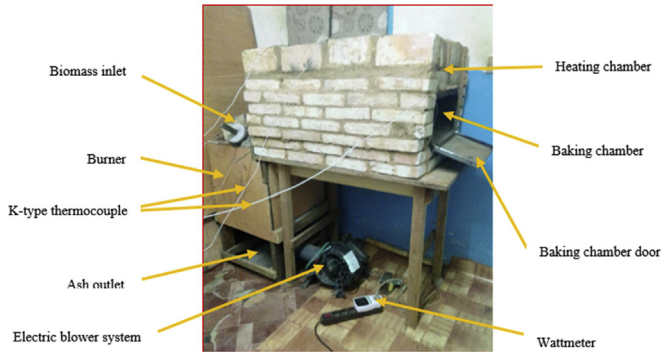
### 3.2. Materials and method for data collection and set up

Figure 3 shows the experimental prototype used to collect the data (the experimental values of the temperatures in different compartments). Table 2 indicates the positions of the thermocouples inside the oven.

- **Materials:** Operating bread oven prototype (biomass Burner, heating chamber, baking chamber), electric box (electric blower system, wattmeter, a main solar photovoltaic system, coupling with a backup system), data acquisition box (Computers, Arduino microcontrollers, the max6675K Thermocouples amplifier (each having digital serial data output and supplied along with K-type thermocouple)).
- **Preparation:** the charcoal used is of the « semi-heavy » type. It is dried, sorted according to an average diameter of 3 cm. Then, it is classified in small packages of 0.0425 kg on average. The oven is preheated during three hours a day, and this for a whole week.

**Table 1.** The geometric dimension and shape of the different oven parts used for simulation.

Burner		Heating chamber		Baking chamber	
Internal Shape:	Truncated cone	Shape:	Parallelepiped	Shape	Parallelepiped
Internal radius R1	0.070 m	Internal Length	$L_{BC} + e = 0.720$ m	Length	$L_{BC} = 0.680$ m
Internal radius R2	0.084 m	Internal Width	$W_{BC} + 2e = 0.43$ m	Width	$W_{BC} = 0.350$ m
Height of burner	0.600 m	Internal Height	$H_{BC} + 2e = 0.30$ m	Height	$H_{BC} = 0.220$ m
Thickness of wall	0.250 m	Thickness of gap	$e = 0.04$ m		
Power of blower	38 W	Thickness of wall	0.100 m		

**Figure 3.** Operating prototype bread oven.

- **Data acquisition process:** Once the oven is preheated, the K-types thermocouples are correctly inserted in the indicated points of the oven (see Table 2). The electric blower system is activated. Then the data acquisition system is activated. At the end, we first introduce 0.0425 kg of charcoal into the burner before the charcoal charging system. Temperature data is recorded simultaneously for each oven compartment in real time, for three hours from 10:00 AM to 1:00 PM. This experiment is repeated for a week, at the same times of the day, and during the same time interval.
- The amount of biomass needed to maintain this temperature is 42.5g/mn.
- In this work, we analyze the thermal behavior of the oven heating (step before placing the bread in the oven) because for indirect heating ovens using solid biomass, the heating process is a delicate step, which cannot be easily predicted. Thus, this step is necessary before one places the bread in the oven.

The tests were carried out in two phases. Seven tests were made (one test per day) for the first phase which was for the conditioning of the oven.

## 4. Results and discussion

### 4.1. Temperature profiles of heating process

The numerical results obtained from the set of Eqs. (1), (2), (3), (4), and (5) are plotted in Figures 4, 5, and 6.

**Table 2.** K types thermocouple positions in the oven.

Measured temperature	Type K thermocouple position (KT)
$T_{wBR}$ : average temperature of the burner walls	On the burner walls (KT1 on Figure 2)
T2: average air temperature in the burner	In the center of the free cavity of the burner (KT2 on Figure 2)
T3: average air temperature in the heating chamber	In the center of the heating chamber (KT3 on Figure 2)
T4: average air temperature in the baking chamber	In the center of the baking chamber (KT4 on Figure 2)
$T_{wHC}$ : average temperature of the heating chamber walls	On the walls of the heating chamber (KT5 on Figure 2)
$T_{ob}$ : average temperature of the air leaving the burner	At the burner outlet/heating chamber inlet (KT6 on Figure 2)

In the burner, we observe two temperature profiles for the wall (TWBR in Figure 4) and inside the burner (T2 in Figure 4). It is found that the heating is almost instantaneous leading to 800 °C in less than 300 s. The rise in temperature reaches a saturation value at 1000 °C after 2000 s only. The heating of the gases in the burner takes more time and reaches 800 °C after 2000 s and the saturation value of 870 °C is reached. The overlap of the numerical and experimental results are fairly consistent. These results are similar to those obtained by Zhao (1992), and those of Sagoung and Tchuen (2018a,b).

In the heating chamber, two other temperature profiles are presented. Figure 5 A shows the time variation of the gas while Figure 5 B corresponds to the variation of the wall temperature. One finds that both temperatures have almost the same behavior. This is explained by the proximity of the gas flow in the heating chamber. Also, we note that the heating of the gases and the walls is progressive, up to the value of 300 °C which is reached after 2000 s. Beyond this value, the temperature changes slightly, and then reaches a saturation value of 330 °C. As one can also see here, the experimental and the numerical results are almost the same. They are compatible with the experimental results of Manhiça et al. (2012), who also obtained a permanent value of 340 °C for the similar model.

As concerned the baking chamber, the temperatures profiles are given in Figure 6 A. Unlike what was observed in the burner and in the baking chamber, the rise in temperature is not instantaneous. This delay is understood by the fact that the heating of the baking chamber is indirect. Indeed, the air/air exchanger of the baking chamber receives the flow of heat from the heating chamber before conveying it by convection and by radiation to the baking chamber. After about 2000 s, the temperature attains saturation at about 220 °C. Our result is comparable to the one obtained in References (Chhanwal et al., 2019; Ploteau et al., 2015; Mistry et al., 2006, 2011; Paton et al., 2013). These results reflect the reality of what happens in bakeries using these ranges of ovens. In Figure 6B, we plot the temperature profile at the outlet of the burner. It is observed that the heating of the air flow reaches a saturation of 450 °C in 2200 s. It is also interesting to mention that the model reflects the thermal behavior of the temperature profile of the outlet air of the burner.

### 4.2. Heat flux generated in the oven

Knowing the oven temperatures for different points allows us to plot the heat fluxes generated and exchanged in the oven. Figure 7A presents the thermal power ( $P_{BR}$ ) generated by the reaction and the useful thermal power ( $P_{HC}$ ) provided by the burner. We observe that the thermal power developed by the reaction evolves up to a limit value of 3200 W while the

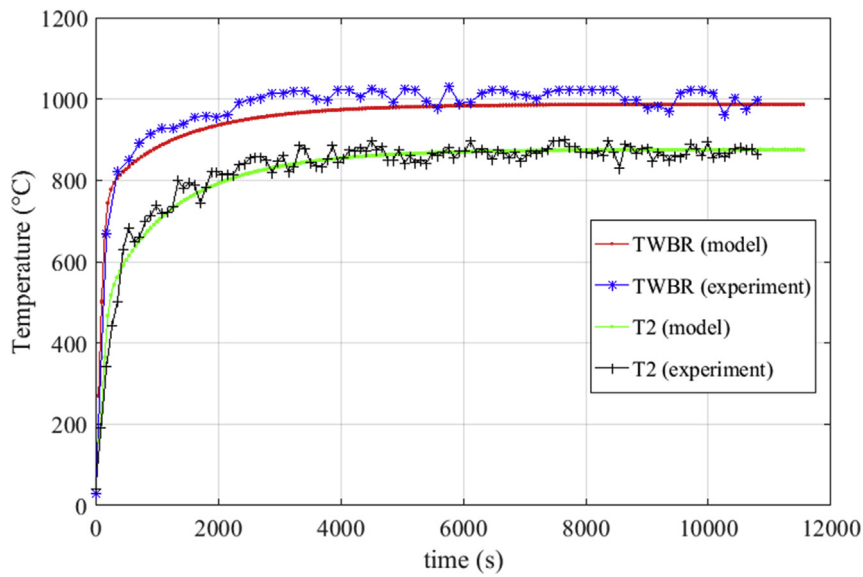


Figure 4. Temperature profile of burner wall (TWBR), and Temperature profile of air in the burner (T2).

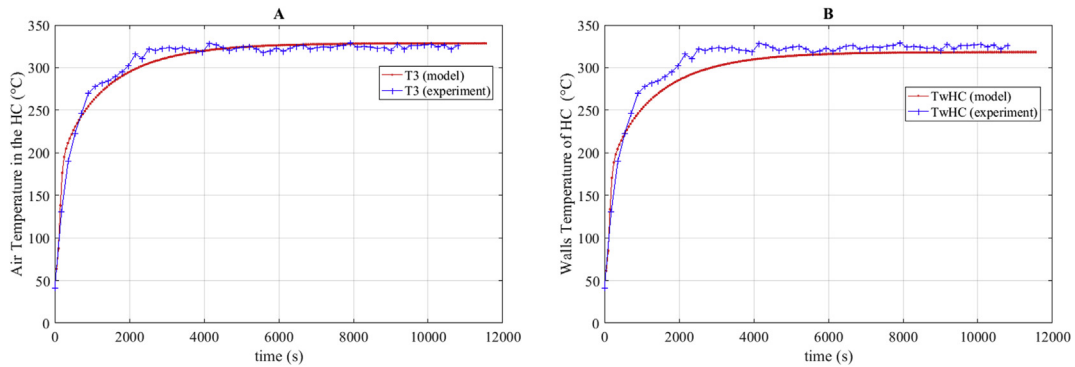


Figure 5. A: temperature profile of the air in the heating chamber, B: Temperature profile of the heating chamber wall.

useful thermal power reaches its limit at 2900 W. The difference of 300 W between these values is due to the fact that a part of the heat flow produced by the reaction is lost by the burner at the walls. Figure 7B shows the time evolution of heat flow temperature transferred to the baking chamber ( $P_{BC}$ ), and lost by the heating chamber ( $PL_{HC}$ ). We observe a saturation at the steady state of 1550 W for the heat power transferred in the baking chamber.

### 4.3. Optimum oven efficiency and optimum oven parameters

Evaluation of different heat flow allows us to determine the behavior of thermal efficiency and objective function of the oven. They appear in Figure 8.

Figure 8 A presents the time evolution of the oven efficiency. It is found that its maximal value is about 0.85 after only 400 s from where it

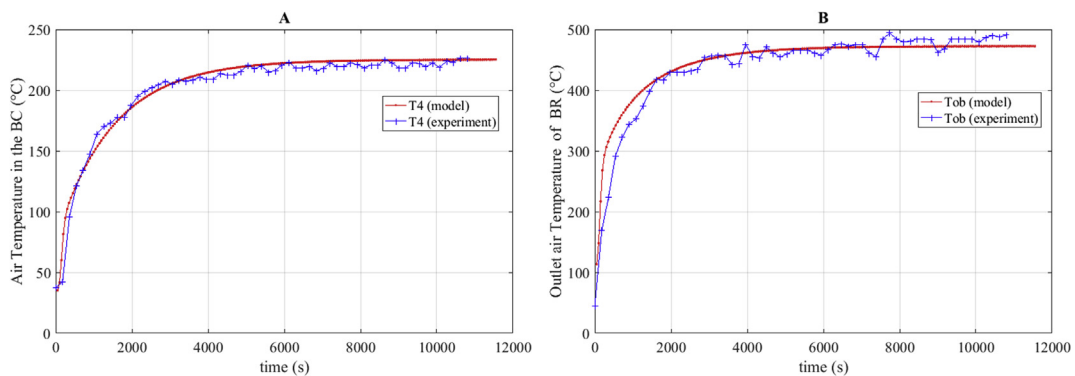


Figure 6. : A: Temperature profile in the baking chamber. B: Temperature profile of the outlet air from the burner.

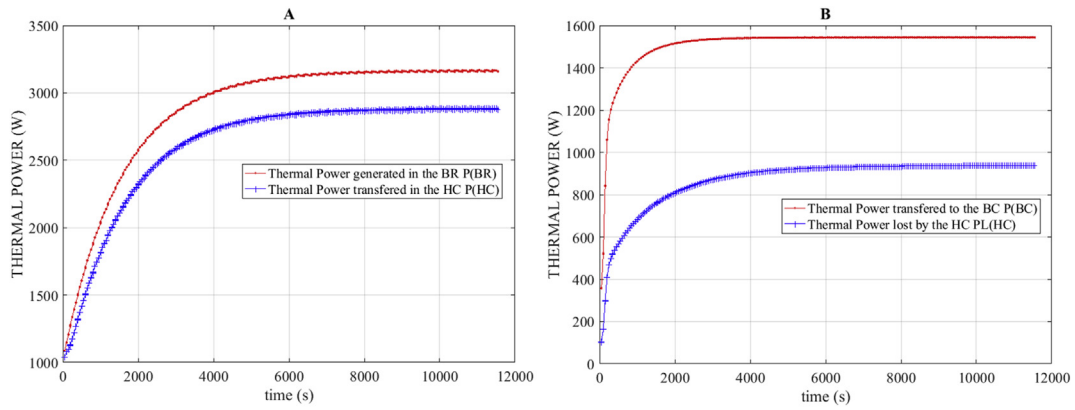


Figure 7. A.: Thermal power in the burner, B. Thermal power transferred to the backing chamber.

decreases till 0.40 after 4000 s. This result is explained by the fact that the heating is carried out with an empty oven. So the oven has a limited energy storage capacity. Observing this behavior can tell us the optimal time for baking bread. At this precise moment of the heating phase, the temperature in the center of the oven is about 100 °C (see Figure 6A) and the efficiency is at its maximum of 0.85. Also, an efficiency of 0.70 will be observed at a temperature of 170 °C after only 1000 s. This can be considered as the reference value for the charging of bread dough in the oven.

The objective function is plotted in Figure 8B. Its optimal value is 0.65. This value is important for local bread oven technicians and builders.

Indeed, once the optimal physical dimensions of the baking chamber are known, the value of the thickness of gaps between the two chambers can be determined. Using this value in Eq. (17), one finds that the approximate value of 4 cm as the optimal value of the gap between the two chambers.

From Figure 8 C, one finds that 3 m<sup>2</sup> is the optimal value of the baking chamber area. Consequently, one can fix two dimensions of the chamber and calculate the third one from the value indicated above since the total area depends on the three dimensions. This is an important information for the design and fabrication of local bread ovens. Indeed, most of the

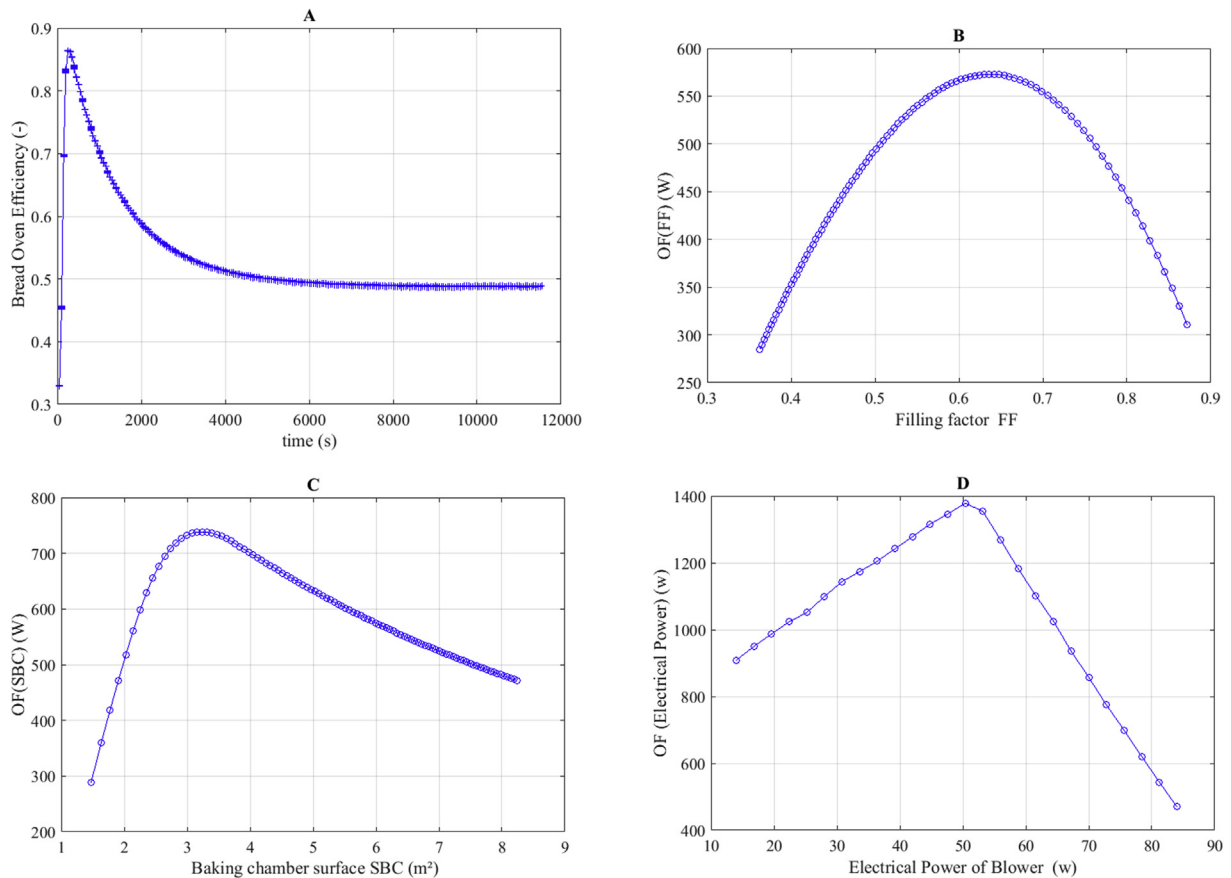


Figure 8. A: Bread oven efficiency. B. Objective function of filling factor FF. C: Objective function of the surface. D. Objective function of the electrical power of the blower.

time, the technicians fabricating locally the ovens do not have such information for the optimization.

Figure 8 D presents 50 W as the optimal value of the electric power for the blower system of the burner. Beyond this value, the losses caused by the wind tunnel become greater than the benefit that this wind tunnel brings. The value of this electrical power is quite low, compared to the powers of the electric blowers of modern bread ovens. This is beneficial for the owners of local bakeries in regions where electricity provision is difficult. In an environment where the solar irradiation is 3.9 h/d, a 100 Wp solar panel will produce approximately 250 Wh/d of energy. An operation of 5 h of baking will consume an electrical energy of 250 Wh. This approach is economic and ecological for remote areas in developing countries. This will allow any local producer to settle cheaply and have hot bread every day.

## 5. Conclusion

This work aimed at setting up a mathematical model describing the thermal behavior of the heating process of bread ovens commonly used in developing countries. Starting from the observations obtained after multiple visits to local bakeries, we have proposed a mathematical model with real operating conditions. The numerical simulation of the mathematical model obtained allowed us to obtain the temperature profiles of the oven. An oven prototype has been constructed. The temperature profiles obtained from the K-type thermocouples are consistent, qualitatively and quantitatively with those obtained from the mathematical model, and those existing in the literature for similar works. The exploitation of the results obtained from our model indicates a total heat flux of about 3200 W generated by the burner and the other different thermal heat flux exchanged through the oven. The oven efficiency has been determined and is about 0.49. The objective function of the power gain leads to an optimal power of 50 W for the electric power of the blower. Also, we obtain the optimum physical parameters of 3 m<sup>2</sup> total area of the baking chamber and a filling factor of 0.67 between the heating chamber and the baking chamber. In view of the small quantity of ash discharges, the low consumption of electrical energy, the absence of exhaust smoke discharge, and the low cost of acquiring local building materials, the oven prototype designed and studied in this work is economical, ecological and of low cost. The mathematical model developed here will contribute to optimally design and construct local bread ovens, lead to good energy management and to a good bread baking process.

Although the above results are interesting and constitute a good contribution in the design, modeling and experimental study of affordable and locally made bread ovens, there is a need for further study such as finding the way of increasing the oven efficiency and the inclusion of the bread baking process in the system. Indeed, the baking chamber was empty in this work. There is no doubt that the presence of bread in the chamber will modify the temperature profiles in the baking chamber and has impact on other temperature profiles.

## Declarations

### Author contribution statement

C. F. Kouemou Hatou: Conceived and designed the experiments; Performed the experiments; Analyzed and interpreted the data; Wrote the paper.

G. Tchuen: Analyzed and interpreted the data.

P. Woafu: Analyzed and interpreted the data; Wrote the paper.

### Funding statement

This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

### Data availability statement

Data will be made available on request.

### Declaration of interests statement

The authors declare no conflict of interest.

### Additional information

No additional information is available for this paper.

## References

- Bashir, A.I., Everts, M., Bennacer, R., Meyer, J.P., 2019. Single-phase convection heat transfer and pressure drop in circular tubes in the laminar and transitional flow regimes. *Exp. Therm. Fluid Sci.* 109, 109891.
- Boulet, M., Marcos, B., Dostie, M., Moresoli, C., 2010. CFD modeling of heat transfer and flow field in a bakery pilot oven. *J. Food Eng.* 97, 393–402.
- Chhanwal, N., Bhushette, P., Anandharamakrishnan, C., 2019. Current perspectives on non-conventional heating ovens for baking process—a review. *Food Bioprocess Technol.* 12, 1–15.
- Chhanwal, N., Anishaparvin, A., Indrani, D., Raghavarao, K.S.M.S., Anandharamakrishnan, C., 2010. Computational fluid dynamics (CFD) modeling of an electrical heating oven bread-baking process. *J. Food Eng.* 100, 452–460.
- Isleroglu, H., Kaymak, E.F., 2016. Modelling of heat and mass transfer during cooking in steam-assisted hybrid oven. *J. Food Eng.* 181, 50–58.
- Khatir, K., Paton, J., Thompson, H., Kapur, N., Toropov, V., Kirk, D., Lawes, M., 2012. Computational fluid dynamics (CFD) investigation of air flow and temperature distribution in a small scale bread-baking oven. *Appl. Energy* 89, 89–96.
- Khatir, Z., Taherkhani, A.R., Paton, J., Thompson, H., Kapur, N., Toropov, V., 2015. Energy thermal management in commercial bread-baking using a multi-objective optimization framework. *Appl. Therm. Eng.* 80, 141–149.
- Khatir, K., Paton, J., Thompson, H., Kapur, N., Toropov, V., 2013. Optimization of the energy efficiency of bread-baking ovens using a combined experimental and computational approach. *Appl. Energy* 112, 918–927.
- Kokolj, U., Škerget, L., Ravnik, J., 2017. A numerical model of the shortbread baking process in a forced convection oven. *Appl. Therm. Eng.* 111, 1304–1311.
- Manhiça, F.A., Lucas, C., Tobias, R., 2012. Wood consumption and analysis of the bread baking process in wood-fired bakery ovens. *Appl. Therm. Eng.* 47, 63–67.
- Mistry, H., Ganapathi, S., Dey, S., Bishnoi, P., Castillo, J.L., 2006. Modeling of transient natural convection heat transfer in electric ovens. *Appl. Therm. Eng.* 26, 2448–2456.
- Mistry, H., Ganapathi, S., Dey, S., Bishnoi, P., Castillo, J.L., 2011. A methodology to model flow-thermals inside a domestic gas oven. *Appl. Therm. Eng.* 31, 103–111.
- Nicolas, V., Glouannec, P., Ploteau, J.P., Salagnac, P., Jury, V., 2017. Experiment and multiphysics simulation of dough baking by convection, infrared radiation and direct conduction. *Int. J. Therm. Sci.* 115, 65–78.
- Pardalos, P., Zilinskas, A., Zilinskas, J., 2017. *Non-convex Multi-Objective Optimization*. Springer, Amsterdam.
- Park, S.H., Kim, Y.H., Kim, Y.S., Park, Y.G., Ha, M.Y., 2018. Numerical study on the effect of different hole locations in the fan case on the thermal performance inside a gas oven range. *Appl. Therm. Eng.* 137, 123–133.
- Pask, F., Sadhukhan, J., Lake, P., McKenna, S., Perez, E.B., Yan, A., 2014. Systematic approach to industrial oven optimization for energy saving. *Appl. Therm. Eng.* 71, 72–77.
- Paton, J., Khatir, Z., Thompson, H., Kapur, N., Toropov, V., 2013. Thermal energy management in the bread baking industry using a system modeling approach. *Appl. Therm. Eng.* 53, 340–347.
- Ploteau, J.P., Glouannec, P., Nicolas, V., Magueresse, A., 2015. Experimental investigation of French bread baking under conventional conditions or short infrared emitters. *Appl. Therm. Eng.* 75, 461–467.
- Purlis, E., 2019. Simple methods to predict the minimum baking time of bread. *Food Contr.* 104, 217–223.
- Sagouong, J.M., Tchuen, G., 2018a. A microcontroller and performance testing of three biomass cook stoves common use in Cameroon. *Int. J. Ambient Energy*.
- Sagouong, J.M., Tchuen, G., 2018b. Design, construction and experimentation of an advanced biomass cook stove in Cameroon. *J. Electr. Eng. Electr. Technol.* 7, 3.
- Tu, T., Liu, H., Chen, S., Liu, Z., Zhao, H., Zheng, C., 2015. Effects of furnace chamber shape on the MILD combustion of natural gas. *Appl. Therm. Eng.* 76, 64–75.
- Vershinina, K., Nyashina, G., Dorokhov, V., Shlegel, N., 2019. The prospects of burning coal and oil processing waste in slurry, gel, and solid state. *Appl. Therm. Eng.* 156, 51–62.
- Zhao, H., 1992. Etude par modélisation de la commande optimale des systèmes de chauffage des bâtiments utilisant des chaudières à charbon. Thèse de doctorat. Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, French. <tel-00523172> Paris Est France.

**Update**

**Heliyon**

Volume 7, Issue 3, March 2021, Page

DOI: <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e06585>



## Corrigendum

## Corrigendum to “Modeling, simulation and optimization of solid fuel bread ovens commonly used in developing countries” [Heliyon 7(2), (February 2021) Article e06184]

C.F. Kouemou Hatou<sup>a,b</sup>, G. Tchuen<sup>b</sup>, P. Wofo<sup>a,\*</sup><sup>a</sup> LaMSEBP: Laboratory of Modelling and Simulation in Engineering, Biomimetic and Prototypes, Department of Physic, University of Yaoundé 1, Po Box 812, Yaoundé Cameroon<sup>b</sup> LISIE: Laboratory of Engineering, Industrials and Environmental Systems, University Institute of Technology – FOTSO VICTOR Badjoun (I.U.T- FV), University of DSCHANG Cameroon, Po Box 134 Bandjoun Cameroon

In the original published version of this article, the incorrect figure was provided for Figure 3, which showed the temperature profile of the burner wall. This has now been replaced with a new Figure 3, which shows an operating prototype bread oven, which now matches the caption. The authors apologize for the error. In the original published

version of this article, in Equation 3 an additional variable ‘a’ was added, which should not be part of the equation. This has now been removed from the equation, to correct this error. The publisher apologizes for the error. Both the HTML and PDF versions of the article have been updated to correct the errors.

DOI of original article: <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e06184>.

\* Corresponding author.

E-mail address: [pwoafo1@yahoo.fr](mailto:pwoafo1@yahoo.fr) (P. Wofo).

<https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2021.e06585>

Received 19 March 2021; Accepted 19 March 2021

2405-8440/© 2021 Published by Elsevier Ltd.